

**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

Nr. 157

**Mean Reversion-Effekte
auf dem deutschen Aktienmarkt:
Statistische Analysen der Entwicklung des DAX-KGV**

von

Peter Albrecht, Cemil Kantar und Yanying Xiao

Mannheim 04/2004

**Mean Reversion-Effekte
auf dem deutschen Aktienmarkt:
Statistische Analysen der Entwicklung des DAX-KGV**

von

Peter Albrecht, Cemil Kantar und Yanying Xiao

1. Einführung

Fama/French (1988), *Lo/MacKinlay* (1988) sowie *Poterba/Summers* (1988) waren die ersten Beiträge, in denen Hinweise dokumentiert wurden, dass zwar über kurze und mittlere Frist die Random Walk-Hypothese für die Modellierung von Kursentwicklungen auf Aktienmärkten angemessen ist, über lange Zeithorizonte jedoch Mean Reversion-Effekte in Aktienkurszeitreihen existieren. Mean Reversion charakterisiert dabei die Tendenz von Wertentwicklungen, nach einer zeitlich begrenzten Abweichung vom Mittelwert langfristig wieder zu diesem zurückzukehren. Damit werden Aktienkurse zumindest langfristig und bis zu einem gewissen Grad prognostizierbar.

Die Ergebnisse dieser frühen Arbeiten wurden in jüngerer Zeit erhärtet insbesondere durch die Analysen von *Campbell/Viceira* (1999, 2002) sowie für den deutschen Aktienmarkt von *Albrecht/Kantar* (2004).

Im Unterschied zu den früheren Arbeiten, bei der die Analysen auf der reinen Kurs- bzw. Renditeebene durchgeführt wurden, wird in dem Beitrag von *Albrecht/Kantar* (2004) eine entsprechende Analyse auf Fundamentalebene in Termen der Entwicklung des Kurs/Gewinn-Verhältnisses (KGV) durchgeführt¹. Eine Analyse auf der KGV-Ebene bindet dabei die Kursbildung auf Aktienmärkten in einen ökonomischen Kontext ein, denn diese ist das Ergebnis einer ökonomischen Bewertung und wird zentral beeinflusst durch die Gewinnentwicklung der jeweils betrachteten Unternehmen.

Die Analyse von *Albrecht/Kantar* (2004) basiert auf der Entwicklung des monatlichen DAX-KGV über den 30-Jahreszeitraum 07/1973 – 06/2003. Ausgangspunkt der weiteren Betrachtungen ist der aktualisierte 30-Jahreszeitraum 01/1974 – 12/2003. Ziel des vorliegenden Beitrages ist dabei nicht nur eine Aktualisierung der Ergebnisse von *Albrecht/Kantar* (2004), sondern vor allem eine differenzierte Betrachtung dahingehend, wie stark auch über kürzere Zeiträume Mean Reversion-Effekte zu konstatieren sind und welcher Zeitraum hierbei die höchste Erklärungskraft beinhaltet. Dies hat insbesondere Konsequenzen für das Niveau des Langfristmittels des DAX-KGV sowie für eine KGV-gestützte DAX-Projektion.

¹ Die so gewählte Vorgehensweise knüpft an die Ergebnisse in *Albrecht* (2001), der auf der Basis einer fundamentalen Analyse für den Deutschen Aktienmarkt zu dem Schluss kam, dass die Random Walk-Hypothese über längere Zeiträume nicht aufrechterhalten werden kann.

2. Modellbildung

Als Basismodell für die Modellierung von Mean Reversion-Effekten benutzen wir wie in *Albrecht/Kantar* (2004) den autoregressiven Prozess 1. Ordnung, kurz AR(1)-Prozess. Die Wertentwicklung eines AR(1)-Prozesses besitzt dabei die folgende Charakterisierung² ($t = 1, 2, 3, \dots$; $|a| < 1$):

$$V_t - m = a(V_{t-1} - m) + Z_t \quad , \quad (1a)$$

wobei der Überlagerungsprozess Z_t den Bedingungen

$$E(Z_t) = 0, \quad \text{Var}(Z_t) = \mathbf{s}^2, \quad \text{Cov}(Z_t, Z_{t-1}) = 0 \quad (1b)$$

genügt, d.h. die zufälligen Überlagerungen stellen einen White Noise-Prozess dar. Unter der Bedingung $|a| < 1$ ist der AR(1)-Prozess ein stationärer Prozess.

Die Bedingungsgleichung (1a) für den AR(1)-Prozess impliziert, dass der Parameter m das langfristige Mittel des Prozesses darstellt und der Wertverlauf dieses Prozesses bei temporären Abweichungen auf dieses Langfristmittel hingezogen wird. Je größer der Parameter a , desto stärker ist die Elastizität, mit der der Prozess zum Langfristmittel hingezogen wird. Für den Erwartungswert des Prozesses gilt:

$$E(V_t) = m + a^t (v_0 - m) \quad . \quad (2a)$$

In der Anwendung geht man dabei davon aus, dass der beobachtete Prozess schon “lange läuft“ bzw. eingeschwungen ist und damit wegen $\lim_{t \rightarrow \infty} a^t = 0$ für $|a| < 1$ approximativ die Beziehung

$$E(V_t) = m \quad (2b)$$

gerechtfertigt ist. Der Parameter a ist des Weiteren identisch mit dem Autokorrelationskoeffizienten 1. Ordnung des AR(1)-Prozesses, d.h. $r(V_{t+1}, V_t) = a$.

² Vgl. etwa *Buscher* (2002, S. 204 f.) oder *Gujarati* (1995, S. 736 f.).

Äquivalent zur Darstellung (1a) ist die folgende Charakterisierung eines AR(1)-Prozesses, die ebenfalls häufig in der Literatur zu finden ist³:

$$V_t = c + aV_{t-1} + Z_t \quad . \quad (3)$$

Dies erkennt man, wenn man (1a) explizit nach V_t auflöst und dann $c = m(1 - a)$ setzt. Die Charakterisierung (3) zeigt zudem, dass der Random Walk ein Grenzfall des AR(1)-Prozesses für $a \rightarrow 1$ ist. Tests der Hypothese $H_0 : a = 1$ gegen $H_1 : a < 1$, sogenannte Einheitswurzel- oder Unit Root-Tests, bilden entsprechend ein zentrales Instrumentarium zur Überprüfung der Hypothese "AR(1)-Prozess vs. Random Walk", deren Untersuchung ebenfalls Gegenstand der vorliegenden Ausarbeitung ist. Zugleich wird deutlich, dass die Charakterisierung (3) als Regressionsgleichung mit der erklärten Variablen V_t sowie der erklärenden Variablen V_{t-1} interpretiert werden kann. Die Durchführung der entsprechenden Regression führt zu einer Bestimmung der Parameter c bzw. a und dient zudem als Ausgangspunkt vieler Einheitswurzeltests.

3. Die Entwicklung des DAX-KGV: Explorative Datenanalyse

Ausgangspunkt unserer Analyse ist die in der Datenbank Datastream enthaltene Zeitreihe der Kurs/Gewinn-Verhältnisse des DAX auf Monatsbasis. Dabei legen wir den weiteren Analysen die 30-jährige Historie (360 Werte) der KGV-Werte von 01/1974 – 12/2003 zugrunde. Sämtliche statistische Auswertungen dieses und der weiteren Abschnitte wurden mit dem Ökonometrieprogramm EViews 4.1 durchgeführt. Abbildung 1 zeigt zunächst die Entwicklung dieser Zeitreihe in einer graphischen Darstellung.

³ Vgl. etwa *Franke et al.* (2001, S. 146 f.) oder *Hamilton* (1994, S. 48).

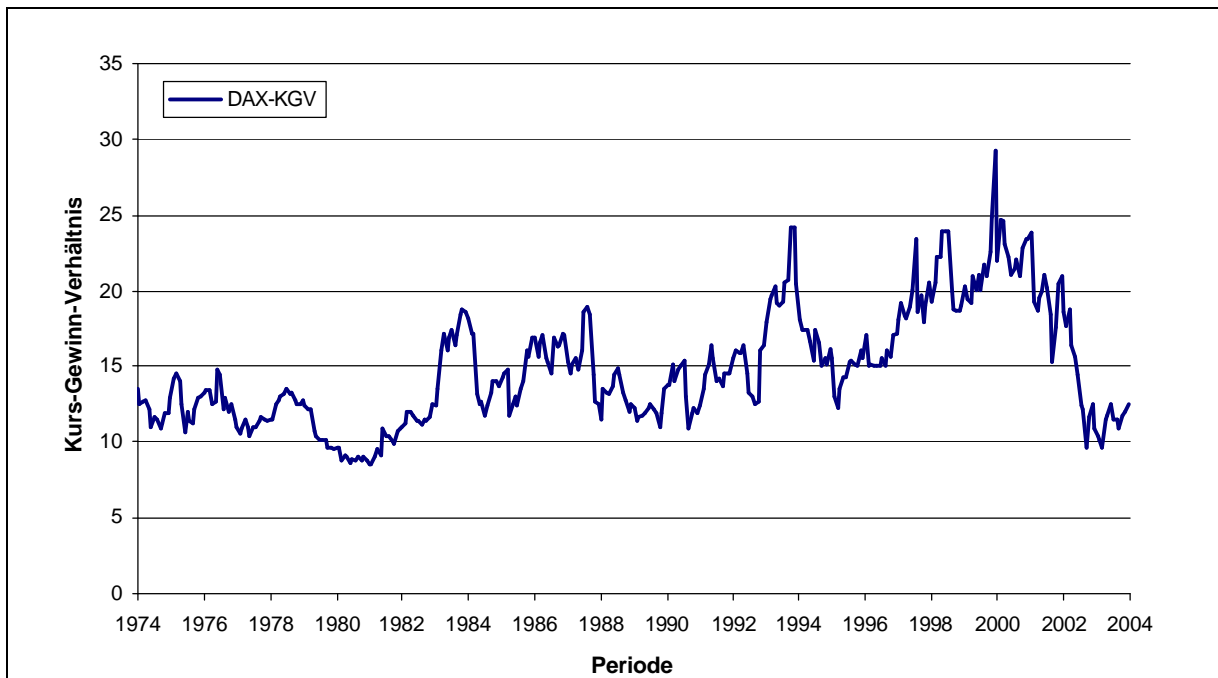


Abbildung 1: Entwicklung des DAX-KGV von 01/74 – 12/03 auf monatlicher Basis (Quelle: Datastream)

Wie die graphische Darstellung deutlich macht, bewegt sich das KGV auf Monatsbasis weit überwiegend in einer Range von 10 – 20. Werden diese Werte unter- oder überschritten, wird früher oder später eine Gegenreaktion ausgelöst, die die KGV-Werte zurück in diese Range treibt. Langfristige Unterschreitungen eines KGV-Wertes von 10 können ebenso wie längere Überschreitungen der Marke von 20 intuitiv als *Marktübertreibungen* gewertet werden. Kurzfristige Unterschreitungen der Marke von 10 sind in den Monaten 10/81, 09/01 und 03/03 zu konstatieren, eine längere Unterschreitungsphase ist von 10/79 bis 05/81 zu verzeichnen. Der realisierte Tiefstwert ist 8.50 (dies geschah in den Monaten 01/81 und 02/81). Eher kurzfristige Überschreitungen der 20er Marke sind zu konstatieren in den Monaten 04/93, 08/93 – 12/93, 06/97 + 07/97, 12/97, 02/98 – 07/98, 01/99, 06/01 + 07/01 sowie 11/01 + 12/01. Nur in der letzten Boomphase der Aktienmärkte ist eine länger anhaltende Überschreitung der Marke von 20 zu verzeichnen, konkret war dies die Periode 04/99 – 01/01. Der realisierte Maximalwert war dabei 29.20.

Schon eine erste Inspektion der empirischen Datenlage spricht damit durchaus für die Mean Reversion-These, denn es offenbart sich ein typisches Rückkehrverhalten in die KGV-Zone 10 – 20. Eine beliebige KGV-Steigerung bzw. beliebige KGV-Verminderung, wie sie bei einem Random Walk möglich wäre, ist nicht zu verzeichnen.

Im Weiteren betrachten wir sowohl den Gesamtzeitraum 01/74 – 12/03 (30 Jahre) als auch die Subperioden 01/79 – 12/03 (25 Jahre), 01/84 – 12/03 (20 Jahre), 01/89 – 12/03 (15 Jahre) und 01/94 – 12/03 (10 Jahre) und analysieren die Stärke des Mean Reversion-Effektes im DAX-KGV über diese Zeiträume. Dabei verwenden wir sowohl das Instrumentarium der Regressionsanalyse als auch dasjenige der Einheitswurzeltests.

4. Analyse der Basis-Regressionsgleichung

Die Regressionsgleichung (3) ist die Basisgleichung zur Spezifikation eines AR(1)-Prozesses. Die Durchführung dieser Regression in EViews 4.1 führt zu den in den Tabellen 1-5 enthaltenen Ergebnissen.

Regressionsgleichung: $V_t = c + aV_{t-1} + Z_t$				
Variable	Koeffizient	Std. Fehler	t-Wert	p-Wert
c	0.765379	0.258532	2.960476	0.0033
a	0.948214	0.016873	56.19565	0.0000
R-Quadrat	0.898434	Durbin Watson-Stat.		2.045147
R-Quadrat adjustiert	0.898149	p-Wert (F-Statistik)		0.000000

Tabelle 1: Spezifikation der AR(1)-Regressionsgleichung für die DAX-KGV-Reihe 01/74 – 12/03

Regressionsgleichung: $V_t = c + aV_{t-1} + Z_t$				
Variable	Koeffizient	Std. Fehler	t-Wert	p-Wert
c	0.831237	0.299262	2.777626	0.0058
a	0.945771	0.018879	50.09529	0.0000
R-Quadrat	0.894176	Durbin Watson-Stat.		2.049796
R-Quadrat adjustiert	0.893819	p-Wert (F-Statistik)		0.000000

Tabelle 2: Spezifikation der AR(1)-Regressionsgleichung für die DAX-KGV-Reihe 01/79 – 12/03

Regressionsgleichung: $V_t = c + aV_{t-1} + Z_t$				
Variable	Koeffizient	Std. Fehler	t-Wert	p-Wert
c	1.205900	0.418026	2.884752	0.0043
a	0.924526	0.025042	36.91832	0.0000
R-Quadrat	0.851872	Durbin Watson-Stat.		2.044460
R-Quadrat adjustiert	0.851247	p-Wert (F-Statistik)		0.000000

Tabelle 3: Spezifikation der AR(1)-Regressionsgleichung für die DAX-KGV-Reihe 01/84 – 12/03

Regressionsgleichung: $V_t = c + aV_{t-1} + Z_t$				
Variable	Koeffizient	Std. Fehler	t-Wert	p-Wert
c	1.225394	0.485071	2.526214	0.0124
a	0.927245	0.028081	33.02090	0.0000
R-Quadrat	0.860342	Durbin Watson-Stat.		2.120217
R-Quadrat adjustiert	0.859553	p-Wert (F-Statistik)		0.000000

Tabelle 4: Spezifikation der AR(1)-Regressionsgleichung für die DAX-KGV-Reihe 01/89 – 12/03

Regressionsgleichung: $V_t = c + aV_{t-1} + Z_t$				
Variable	Koeffizient	Std. Fehler	t-Wert	p-Wert
c	1.302419	0.673534	1.933710	0.0556
a	0.923852	0.037100	24.90145	0.0000
R-Quadrat	0.841266	Durbin Watson-Stat.		2.304232
R-Quadrat adjustiert	0.839909	p-Wert (F-Statistik)		0.000000

Tabelle 5: Spezifikation der AR(1)-Regressionsgleichung für die DAX-KGV-Reihe 01/94 – 12/03

Hinsichtlich der Anpassungsgüte (R^2 und adjustiertes R^2) beinhalten der 30- und der 25-Jahreszeitraum die besten Werte. Knapp 90% der empirischen Variation werden durch die Regressionsgleichung erklärt. Im Rahmen der 20-, 15-, und 10 Jahreszeiträume liegt die Anpassungsgüte jeweils bei ca. 85%. Der Regressionskoeffizient a (Koeffizient bei der erklärenden Variablen) weist durchgängig einen p -Wert (Nullhypothese: Parameterwert ungleich null) von null auf und ist damit signifikant von null verschieden. Für den Regressionskoeffizienten c (Absolutterm der Regression) gilt diese Aussage bei Anlegen eines Signifikanzniveaus von 1% nur für die Zeiträume 30, 25 und 20 Jahre, bei einem Signifikanzniveau von 5% auch noch für den 15-Jahreszeitraum. Die F -Statistik, die testet, ob die Regressionskoeffizienten simultan gleich null sind, führt auf allen Konfidenzniveaus hingegen für alle betrachteten Zeiträume zu einer Verwerfung dieser Annahme (p -Wert gleich null). Schließlich ist noch die *Durbin/Watson* (DW)-Statistik zu beachten. Diese nimmt einen Idealwert von 2 an, wenn die Residuen nicht korreliert und die ausgewiesenen Schätzwerte somit valide sind. Für die Zeiträume 30, 25 und 20 Jahre ist die DW-Statistik sehr stark in der Nähe dieses Idealwertes, leichtere Abstriche sind diesbezüglich beim 15-Jahreszeithorizont und stärkere beim 10-Jahreszeithorizont zu machen.

Insgesamt sprechen die durchgeführten Regressionsanalysen dafür, dass sich ein Mean Reversion-Effekt auf der Ebene des DAX-KGV am stärksten und klarsten für die Zeiträume 30 sowie 25 Jahre manifestiert.

5. Einheitswurzeltests

Die Standardvorgehensweise zur Überprüfung der Hypothese

$$H_0 : V_t = c + V_{t-1} + Z_t \quad (\text{Random Walk})$$

gegen die Hypothese (4a)

$$H_1 : V_t = c + aV_{t-1} + Z_t \quad |a| < 1$$

bzw. kurz

$$H_0 : a = 1 \quad \text{gegen} \quad H_1 : a < 1 \quad (4b)$$

sind die sog. Einheitswurzeltests.⁴ Die erste Generation von Einheitswurzeltests wurde von *Dickey/Fuller* (1979) entwickelt. In allgemeiner Spezifikation⁵ (*Augmented Dickey/Fuller* (ADF)-Test) wird der Prozess

$$V_t - V_{t-1} = c + \mathbf{m}t + (a-1)V_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} a_i \Delta V_{t-i} + Z_t \quad (5)$$

betrachtet, d.h. es werden ein Trendterm $\mathbf{m}t$ sowie p verzögerte Differenzterme der rechten Seite der Regressionsgleichung hinzugefügt. Damit wird das Vorliegen eines differenzstationären $AR(p-1)$ -Prozesses gegen die Alternative eines trendstationären $AR(p)$ -Prozesses überprüft.

Im vorliegenden Fall kann das Auftreten eines Trendterms aus ökonomischen Gründen a priori ausgeschlossen werden, denn dies würde bedeuten, dass das KGV im Mittel systematisch über einen längeren Zeitraum steigen oder fallen würde. Die statistisch relevante Anzahl an verzögerten Termen ist Teil der statistischen Identifikation. Im Falle, dass dabei ein statistisch signifikantes Lag der Länge null identifiziert wird, reduziert sich (5) auf den Basisfall (3).

Die Anwendung von Unit Root-Tests zur Überprüfung der Random Walk-Hypothese unterliegt der Kritik.⁶ Zum einen umfasst die Nullhypothese weitere Prozesse als den reinen Ran-

⁴ Vgl. hierzu etwa *Hamilton* (1994, Kapitel 17) sowie *Kugler* (2002, S. 264 ff.).

⁵ Vgl. *Kugler* (2002, S. 268).

⁶ Vgl. etwa *Campbell et al.* (1997, S. 64 f.) sowie *Hamilton* (1994, S. 444 ff.).

dom Walk, zum anderen gibt es zu jedem Unit Root-Prozess eine stationäre Variante, die auf der Basis einer endlichen Stichprobe nicht statistisch unterscheidbar ist. Schließlich weist die erste Generation von Unit Root-Tests eine geringe Macht (Wahrscheinlichkeit für die Verwerfung von H_0 , wenn H_1 korrekt ist) auf. Unser Ziel ist aber nicht die generelle Falsifikation des Random Walk. Für unsere Zwecke genügt es, wenn das Alternativmodell AR(1)-Prozess die Daten statistisch signifikant besser repräsentiert. Der Kritikpunkt der geringen Macht ist zudem nicht mehr relevant für moderne Varianten der Einheitswurzeltests, wie sie etwa von *Elliott/Rothenberg/Stock* (1996) und *Ng/Perron* (2001) entwickelt worden sind und die standardmäßig unter EViews 4.1 zur Verfügung stehen.

Kommen wir damit zu einem ersten Test von (4), einer modifizierten Variante⁷ des (Augmented) *Dickey/Fuller*-Tests nach *Elliott/Rothenberg/Stock* (ERS). Die Ergebnisse der Durchführung dieses Tests in EViews 4.1 sind in den Tabellen 6-10 enthalten.

Exogene Variable: Konstante		
Lag-Länge: 0 (SIC, MAXLAG = 16)		
DF-GLS Statistik		-2.961836
Kritische Werte:	1% Niveau	-2.571419
	5% Niveau	-1.941709
	10% Niveau	-1.616108

Tabelle 6: *Augmented Dickey/Fuller-GLS-Test (30 Jahreszeitraum)*

Exogene Variable: Konstante		
Lag-Länge: 0 (SIC, MAXLAG = 16)		
DF-GLS Statistik		-2.515590
Kritische Werte:	1% Niveau	-2.572719
	5% Niveau	-1.941888
	10% Niveau	-1.615990

Tabelle 7: *Augmented Dickey/Fuller-GLS-Test (25 Jahreszeitraum)*

Exogene Variable: Konstante		
Lag-Länge: 0 (SIC, MAXLAG = 16)		
DF-GLS Statistik		-2.697588
Kritische Werte:	1% Niveau	-2.574674
	5% Niveau	-1.942159
	10% Niveau	-1.615814

Tabelle 8: *Augmented Dickey/Fuller-GLS-Test (20 Jahreszeitraum)*

⁷ Die Grundidee besteht dabei darin, den ADF-Test auf die entsprechend mittels eines Generalized Least Squares (GLS)-Ansatzes trendbereinigten Daten anzuwenden, deswegen trägt der Test in EViews 4.1 die Bezeichnung *Dickey/Fuller-GLS Test*.

Exogene Variable: Konstante		
Lag-Länge: 0 (SIC, MAXLAG = 16)		
DF-GLS Statistik		-1.897370
Kritische Werte:	1% Niveau	-2.577945
	5% Niveau	-1.942614
	10% Niveau	-1.615522

Tabelle 9: *Augmented Dickey/Fuller-GLS-Test (15 Jahreszeitraum)*

Exogene Variable: Konstante		
Lag-Länge: 0 (SIC, MAXLAG = 16)		
DF-GLS Statistik		-2.057113
Kritische Werte:	1% Niveau	-2.584539
	5% Niveau	-1.943540
	10% Niveau	-1.614941

Tabelle 10: *Augmented Dickey/Fuller-GLS-Test (10 Jahreszeitraum)*

Zunächst ist festzuhalten, dass, wie auch schon beim ADF-Test, die Werte der Teststatistik die kritischen Werte *unterschreiten* müssen, damit die Nullhypothese verworfen werden kann. Dies ist vorliegend uneingeschränkt für den 30- sowie 20-Jahreszeitraum der Fall, der Wert der Teststatistik (einer Variante der *t*-Statistik) liegt hier jeweils (deutlich) unterhalb der kritischen Werte (nach *MacKinnon*) zum 10%-, 5%- und 1%- Konfidenzniveau. Für den 25- und den 10-Jahreszeitraum gilt diese Aussage noch auf dem 10%- und 5%-Konfidenzniveau, für den 15-Jahreszeitraum nur noch für das 10%-Konfidenzniveau.

Zum zweiten ist festzuhalten, dass die Wahl der adäquaten Lag-Länge nach dem *Schwartz-Information Criterion*⁸ (SIC) einheitlich für alle betrachteten Zeiträume zu einer Lag-Länge von null führt. Das statistisch präferierte Alternativmodell ist somit – wie erhofft – der AR(1)-Prozess.

Als zweiten Test betrachten wir den ebenfalls von ERS entwickelten ERS Point-Optimal Unit Root-Test.⁹ Die entsprechenden Resultate sind in den Tabellen 11-15 enthalten.

⁸ Das *Schwartz-Information Criterion* ist bei EViews standardmäßig voreingestellt. Aber auch die Wahl eines alternativen Kriteriums (*Akaike*, *Hannan-Quinn*, *Modified Akaike*, *Modified Schwartz*, *Modified Hannan-Quinn*) führt zu demselben Resultat.

⁹ Für die Details müssen wir an dieser Stelle auf *Elliott et al. (1996)* verweisen.

Exogene Variable: Konstante	
Lag-Länge: 0 (Spectral OLS AR based on SIC, MAXLAG = 16)	
Elliott-Rothenberg-Stock Statistik	1.479099
Kritische Werte:	1% Niveau
	5% Niveau
	10% Niveau

Tabelle 11: ERS Point-Optimal Unit Root-Test (30 Jahreszeitraum)

Exogene Variable: Konstante	
Lag-Länge: 0 (Spectral OLS AR based on SIC, MAXLAG = 16)	
Elliott-Rothenberg-Stock Statistik	2.087147
Kritische Werte:	1% Niveau
	5% Niveau
	10% Niveau

Tabelle 12: ERS Point-Optimal Unit Root-Test (25 Jahreszeitraum)

Exogene Variable: Konstante	
Lag-Länge: 0 (Spectral OLS AR based on SIC, MAXLAG = 16)	
Elliott-Rothenberg-Stock Statistik	2.099863
Kritische Werte:	1% Niveau
	5% Niveau
	10% Niveau

Tabelle 13: ERS Point-Optimal Unit Root-Test (20 Jahreszeitraum)

Exogene Variable: Konstante	
Lag-Länge: 0 (Spectral OLS AR based on SIC, MAXLAG = 16)	
Elliott-Rothenberg-Stock Statistik	3.986225
Kritische Werte:	1% Niveau
	5% Niveau
	10% Niveau

Tabelle 14: ERS Point-Optimal Unit Root-Test (15 Jahreszeitraum)

Exogene Variable: Konstante	
Lag-Länge: 0 (Spectral OLS AR based on SIC, MAXLAG = 16)	
Elliott-Rothenberg-Stock Statistik	3.204039
Kritische Werte:	1% Niveau
	5% Niveau
	10% Niveau

Tabelle 15: ERS Point-Optimal Unit Root-Test (10 Jahreszeitraum)

Wiederum muss die Testgröße einen Wert *unterhalb* der kritischen Werte annehmen, damit die Nullhypothese (Random Walk) verworfen wird. Dies ist vorliegend auf allen Konfidenzniveaus (10%, 5% und 1%) nur noch für den 30-Jahreszeitraum der Fall. Auf den Konfidenzniveaus 10% und 5% gilt diese Aussage auch noch für den 25- und 20-Jahreszeitraum, auf dem Konfidenzniveau von 10% schließlich für alle Zeiträume.

Die statistisch adäquate Lag-Länge ist einheitlich gleich null. Die statistisch präferierte Alternative ist somit wiederum der AR(1)-Prozess.

Ng/Perron (2001) entwickelten schließlich eine ganze Batterie von (insgesamt vier) Tests, Varianten des M-Tests von Perron/Ng (1996), zur Überprüfung der Einheitswurzelhypothese mit erhöhter Macht.¹⁰ Die Resultate unter EViews 4.1 sind in den Tabellen 16-20 enthalten.

Exogene Variable: Konstante					
Lag-Länge: 0 (Spectral GLS-detrended AR based on SIC, MAXLAG = 16)					
		MZa	MZt	MSB	MPT
Ng-Perron Statistiken		-16.8068	-2.89474	0.17224	1.47341
Asympt. kritische Werte:	1% Niveau	-13.8000	-2.58000	0.17400	1.78000
	5% Niveau	-8.10000	-1.98000	0.23300	3.17000
	10% Niveau	-5.70000	-1.62000	0.27500	4.45000

Tabelle 16: Ng/Perron Modified M-Test (30 Jahreszeitraum)

Exogene Variable: Konstante					
Lag-Länge: 0 (Spectral GLS-detrended AR based on SIC, MAXLAG = 15)					
		MZa	MZt	MSB	MPT
Ng-Perron Statistiken		-12.1802	-2.46677	0.20252	2.01565
Asympt. kritische Werte:	1% Niveau	-13.8000	-2.58000	0.17400	1.78000
	5% Niveau	-8.10000	-1.98000	0.23300	3.17000
	10% Niveau	-5.70000	-1.62000	0.27500	4.45000

Tabelle 17: Ng/Perron Modified M-Test (25 Jahreszeitraum)

Exogene Variable: Konstante					
Lag-Länge: 0 (Spectral GLS-detrended AR based on SIC, MAXLAG = 14)					
		MZa	MZt	MSB	MPT
Ng-Perron Statistiken		-14.5454	-2.61703	0.17992	1.99247
Asympt. kritische Werte:	1% Niveau	-13.8000	-2.58000	0.17400	1.78000
	5% Niveau	-8.10000	-1.98000	0.23300	3.17000
	10% Niveau	-5.70000	-1.62000	0.27500	4.45000

Tabelle 18: Ng/Perron Modified M-Test (20 Jahreszeitraum)

Exogene Variable: Konstante					
Lag-Länge: 0 (Spectral GLS-detrended AR based on SIC, MAXLAG = 13)					
		MZa	MZt	MSB	MPT
Ng-Perron Statistiken		-6.93336	-1.86047	0.26834	3.53889
Asympt. kritische Werte:	1% Niveau	-13.8000	-2.58000	0.17400	1.78000
	5% Niveau	-8.10000	-1.98000	0.23300	3.17000
	10% Niveau	-5.70000	-1.62000	0.27500	4.45000

Tabelle 19: Ng/Perron Modified M-Test (15 Jahreszeitraum)

¹⁰ Für Details muss an dieser Stelle auf Ng/Perron (2001) verwiesen werden.

Exogene Variable: Konstante					
Lag-Länge: 0 (Spectral GLS-detrended AR based on SIC, MAXLAG = 12)					
		MZa	MZt	MSB	MPT
Ng-Perron Statistiken		-8.69987	-1.98642	0.22833	3.19935
Asympt. kritische Werte:	1% Niveau	-13.8000	-2.58000	0.17400	1.78000
	5% Niveau	-8.10000	-1.98000	0.23300	3.17000
	10% Niveau	-5.70000	-1.62000	0.27500	4.45000

Tabelle 20: Ng/Perron Modified M-Test (10 Jahreszeitraum)

Das Resultat bestätigt eindrucksvoll die bisherigen Ergebnisse. Nur im Fall des 30-Jahreszeithorizonts wird die Nullhypothese auf allen Konfidenzniveaus (10%, 5% und 1%) verworfen. Die statistisch adäquate Lag-Länge ist wiederum null. Entsprechend schwächere Aussagen (höhere Konfidenzniveaus) gelten für die anderen betrachteten Zeiträume.

6. Schlussfolgerungen

Die kombinierte Evidenz der durchgeführten Regressionsanalysen sowie der Einheitswurzeltests lässt zwei zentrale Schlussfolgerungen zu:

- 1) Der AR(1)-Prozess repräsentiert aus statistischer Sicht die Daten besser als der Random Walk.
- 2) Die Mean Reversion-Effekte sind am stärksten über den betrachteten Gesamtzeitraum von 30 Jahren.

Die entsprechend identifizierte Regressionsgleichung besitzt die Form

$$V_t = 0.765379 + 0.948214 \cdot V_{t-1} + Z_t \quad . \quad (6a)$$

Bringen wir nun die spezifizierete Regressionsgleichung in die äquivalente Form eines AR(1)-Prozesses gemäß (1a). Aufgrund von $c = m(1 - a)$ ergibt sich die folgende Repräsentation:

$$V_t - 14.78 = 0.948214 (V_{t-1} - 14.78) + Z_t \quad . \quad (6b)$$

Der langfristige Gleichgewichtswert des AR(1)-Prozesses ist damit ein KGV-Wert von $m = 14.78$, auf den die empirischen KGV-Werte im Zeitablauf hingezogen werden.

7. Anwendung: Eine DAX-Projektion

In diesem Abschnitt sollen nunmehr noch die Implikationen des Vorliegens eines AR(1)-Prozesses auf KGV-Ebene für die Prognose der weiteren DAX-Entwicklung aufgezeigt werden.

Ansatzpunkt hierfür ist zunächst die in Abschnitt 6 identifizierte Regressionsgleichung (6b) und der damit verbundene langfristige Gleichgewichtswert des AR(1)-Prozesses in Höhe des KGV-Wertes von 14.78. Als weiterer Ausgangspunkt dienen die empirischen Verhältnisse per Ultimo 2003. Zu diesem Zeitpunkt ist ein DAX-Stand von 3965.16 zu verzeichnen, das zugehörige DAX-KGV weist einen Wert von 12.50 auf. Gegeben diese Ausgangssituation beträgt die rechnerische Gewinngröße pro DAX-KGV-Punkt 317.21. Unter Anwendung des langfristigen Gleichgewichtswertes für die DAX-KGV-Reihe in Höhe von $m = 14.78$ ergibt sich daraus ein entsprechender DAX-Stand von 4688.41. Dies beinhaltet zunächst eine DAX-Projektion bei Anwendung des Gleichgewichts-KGVs und bei *unveränderter Gewinnsituation*. Eine DAX-Projektion unter Berücksichtigung des künftigen *Gewinnwachstums* erhält man des Weiteren auf die folgende Weise.

Bezeichnet man mit K_t den DAX-Kurs zum Zeitpunkt t und G_t den (akkumulierten) DAX-Gewinn zum Zeitpunkt t , so ergibt sich das Kurs/Gewinn-Verhältnis KGV_t zum Zeitpunkt t zu $KGV_t = K_t / G_t$. Für die relative Kursveränderung zweier aufeinander folgender Perioden gilt dann

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = \frac{KGV_{t+1}}{KGV_t} \cdot \frac{G_{t+1}}{G_t} \quad (7a)$$

und damit

$$K_{t+1} = \frac{KGV_{t+1}}{KGV_t} \cdot \frac{G_{t+1}}{G_t} \cdot K_t \quad (7b)$$

Der projizierte DAX-Stand hängt somit ab vom KGV-Wachstum, vom Gewinnwachstum und vom angenommenen Startwert des DAX. Ausgangskurs K_t und Ausgangs-KGV KGV_t sind bekannt. Als KGV zum Zeitpunkt $t + 1$ wäre das Gleichgewichts-KGV in Höhe von 14.78 zu wählen. Offen ist damit nur noch die Substantiierung der Gewinnwachstumsrate. Diese kann

man auf Basis der Beziehung $G_t = K_t / KGV_t$ aus den entsprechenden Werten der Datastream-Datenbank für die Entwicklung des DAX sowie des DAX-KGVs berechnen. Für die Jahre 1974-2003 ergibt sich dabei ein durchschnittliches Gewinnwachstum von 6.79%.

Unter Ansatz dieses mittleren Wertes sowie der sonstigen bereits spezifizierten Annahmen ergibt sich auf der Basis der Beziehung (7b) ein prognostizierter DAX-Stand von 5006.75. Diese Vorgehensweise nimmt eine einjährige Sichtweise ein, d.h. unterstellt, dass das mittlere DAX-Wachstum für eine Projektionsperiode von einem Jahr wirksam ist. Entsprechend kann man vorgehen, wenn man einen mehrjährigen Projektionszeitraum ansetzt und unterstellt, dass das angenommene mittlere DAX-Gewinnwachstum in Höhe von 6.79% über den gesamten Projektionszeitraum gültig ist. Die Wahl eines mehrperiodigen Projektionszeitraums ist auch deswegen plausibler, weil dann das KGV entsprechende Zeit bekommt, sich auf sein Langfristmittel hin zu bewegen. Unterstellt man einen Projektionszeitraum von 3 Jahren, so führt dies zu einem DAX-Stand von 5709.75, bei einem Projektionszeitraum von 5 Jahren führt dies zu einem Wert von 6511.46. Unterstellt wird dabei jeweils eine Bewertung der Gewinnsituation zum Gleichgewichts-KGV von 14.78. Die Tabelle 21 fasst die vorstehend gewonnenen Ergebnisse zusammen.

Gleichgewichts-DAX-Stand bei		
(a) unveränderter Gewinnsituation		4688.41
(b) mittlerem Gewinnwachstum von 6.79% für	1 Jahr	5006.75
	3 Jahre	5709.75
	5 Jahre	6511.46

Tabelle 21: Gleichgewichts-DAX-Stände bei Annahme eines Gleichgewichts-KGVs von 14.78.

Kommen wir damit zu einer Zusammenfassung der Ergebnisse.

8. Zusammenfassung

Im Zentrum der vorliegenden Ausarbeitung steht die Untersuchung von Mean Reversion-Effekten im Rahmen der Entwicklung des Kurs/Gewinn-Verhältnisses des Deutschen Aktienindex. Analysiert werden dabei der 10-Jahreszeitraum 01/94 – 12/03, der 15-Jahreszeitraum 01/89 – 12/03, der 20-Jahreszeitraum 01/84 – 12/03, der 25-Jahreszeitraum 01/79 – 12/03 sowie schließlich der 30-Jahreszeitraum 01/74 – 12/03. Als Instrumente der statistischen Analyse werden dabei sowohl Regressionsanalysen als auch Einheitswurzeltests eingesetzt. Als Er-

gebnis ist festzuhalten, dass über alle diese Zeiträume Mean Reversion, wenn auch in verschieden starker Form, existent ist. Am stärksten manifestiert sich aus statistischer Sicht dabei der Mean Reversion-Effekt über den betrachteten 30-Jahreszeitraum 01/74 – 12/03. Dieses Resultat bildet dann den Ausgangspunkt für die Ermittlung eines langfristigen Gleichgewichtswertes von 14.78 für das DAX-KGV sowie für eine darauf aufbauende DAX-Projektion.

Literatur

- Albrecht, P.* (2001): Welche Aktienperformance ist über die nächsten Dekaden realistischerweise zu erwarten? Eine Fundamentalanalyse, *Zeitschrift für Versicherungswesen* 23/2001, 803 – 812.
- Albrecht, P., C. Kantar* (2004): Random Walk oder Mean Reversion? Eine statistische Analyse des Kurs/Gewinn-Verhältnisses für den deutschen Aktienmarkt, erscheint in: *Kredit und Kapital*.
- Buscher, H.S.* (2002): Angewandte Zeitreihenanalyse, in: *Schröder, M.* (Hrsg.): *Finanzmarkt-Ökonometrie*, Stuttgart, S. 131 – 212.
- Campbell, J.Y., A.W. Lo, A.C. MacKinlay* (1997): *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton, New Jersey.
- Campbell, J.Y., L.M. Viceira* (1999): Consumption and Portfolio Decisions when Expected Returns are Time Varying, *Quarterly Journal of Economics* 114, 433 – 495.
- Campbell, J.Y., L.M. Viceira* (2002): *Strategic Asset Allocation*, Oxford, New York.
- Dickey, D.A., W.A. Fuller* (1979): Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association* 74, S. 427 – 431.
- Elliott, G., T.J. Rothenberg, J.H. Stock* (1996): Efficient tests for an autoregressive unit root, *Econometrica* 64, 813 – 836.
- Fama, E.F., K. French* (1988): Permanent and Temporary Components of Stock Prices, *Journal of Political Economy* 96, 246 – 273.
- Franke, J., W. Härdle, C. Hafner* (2001): *Einführung in die Statistik der Finanzmärkte*, Berlin, Heidelberg.
- Gujarati, D.N.* (1995): *Basic Econometrics*, 3. Aufl., New York u.a.
- Hamilton, J.O.* (1994): *Time Series Analysis*, Princeton, New Jersey.
- Kugler, P.* (2002): Nicht-Stationarität und Kointegration, in: *Schröder, M.* (Hrsg.): *Finanzmarkt-Ökonometrie*, Stuttgart, S. 263 – 299.
- Lo, A.W., A.C. MacKinlay* (1988): Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test, *Review of Financial Studies* 1, 41 – 46.
- Ng, S., P. Perron* (2001): Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power, *Econometrica* 69, 1519 – 1554.
- Perron, P., S. Ng* (1996): Useful modifications to unit root tests with dependent errors and their local asymptotic properties, *Review of Economic Studies* 63, 435 – 465.
- Poterba, J.M., L.H. Summers* (1988): Mean Reversion in Stock Returns: Evidence and Implications, *Journal of Financial Economics* 22, S. 27 – 59.