# Die Integration der Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber in Unternehmensbewertungskalküle unter Unsicherheit

INAUGURALDISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors
der Fakultät für Betriebswirtschaftslehre der Universität Mannheim

vorgelegt von

Diplom-Kaufmann Jan Markus Mai

2008

| | |
|---|---|
| Dekan: | Prof. Dr. Hans H. Bauer |
| Referent: | Prof. Dr. Ulrich Schreiber |
| Korreferent: | Prof. Dr. Peter Albrecht |
| | |
| Tag der mündlichen Prüfung: | 06.11.2008 |

Meinen Eltern

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand von 2003 bis 2008 während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für allgemeine Betriebswirtschaftslehre und Betriebswirtschaftliche Steuerlehre von Prof. Dr. Ulrich Schreiber. Sie wurde im November 2008 von der Fakultät für Betriebswirtschaftslehre der Universität Mannheim als Dissertation angenommen.

Herrn Prof. Dr. Ulrich Schreiber danke ich für die aktive Begleitung meiner Dissertation und für die Gewährung des für die Erstellung derselben erforderlichen wissenschaftlichen Freiraums. Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr. Ulrich Schreiber für die – nicht nur steuerlichen – Erkenntnisse, die ich im Rahmen meiner Tätigkeit im Zusammenhang mit seinem Lehrbuch „Besteuerung der Unternehmen – Eine Einführung in Steuerrecht und Steuerwirkung“ gewinnen konnte. Herrn Prof. Dr. Peter Albrecht danke ich für die Erstellung des Zweitgutachtens. Meinen Kollegen am Lehrstuhl danke ich für die gute Zusammenarbeit.

Besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich immer unterstützt haben. Ihnen möchte ich die Arbeit widmen.

Jan Markus Mai

**Inhaltsverzeichnis**

**Abbildungsverzeichnis**



**Tabellenverzeichnis**

**Abkürzungsverzeichnis**

| | |
|---|---|
| Abs. | Absatz |
| APV | Adjusted Present Value |
| AStG | Außensteuergesetz |
| BGBl. | Bundesgesetzblatt |
| bzgl. | bezüglich |
| bzw. | beziehungsweise |
| CAPM | Capital Asset Pricing Model |
| c.p. | ceteris paribus |
| d | down |
| DCF | Discounted Cash-Flow |
| d.h. | das heißt |
| EStG | Einkommensteuergesetz |
| et al. | und andere |
| FB | Finanz Betrieb |
| ff. | fortfolgende |
| Fn. | Fußnote |
| GewStG | Gewerbesteuergesetz |
| ggf. | gegebenenfalls |
| HGB | Handelsgesetzbuch |
| Hrsg. | Herausgeber |
| IDW | Institut der Wirtschaftsprüfer |
| IFRS | International Financial Reporting Standards |
| i.S.d. | im Sinne des |
| i.V.m. | in Verbindung mit |
| insb. | insbesondere |
| KStG | Körperschaftsteuergesetz |
| LBO | Leraged Buy Out |
| Nr. | Nummer |
| RGBl. | Reichsgesetzblatt |
| S. | Satz (Angabe von Paragraphen) |
| S. | Seite (Quellenangabe) |
| s.t. | unter der Nebenbedingung |
| Tax-CAPM | Capital Asset Pricing Model mit Steuern |
| Tz. | Textziffer |
| u | up |
| US-GAAP | Generally Accepted Accounting Principles der USA |
| Vgl. | Vergleiche |
| WACC | Weighted Average Cost of Capital |
| z.B. | zum Beispiel |
| zfbf | Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung |
| § | Paragraph |
| % | Prozent |

**Symbolverzeichnis**

| | |
|---|---|
| $a$ | Anpassungszeitpunkt bei Finanzierungsstrategien |
| $a_1$ | Proportionalitätsfaktor |
| $a_{1,j}$ | Proportionalitätsfaktor des Wertpapiers $j$ |
| $a_2$ | Proportionalitätsfaktor |
| $a_d$ | Steuerpflichtiger Anteil der Ausschüttungen |
| $a_t$ | Anteil der Kredittilgung bei Cash-Flow-orientierter Finanzierung |
| $a_v$ | Steuerpflichtiger Anteil der Wertänderungen |
| $a^y$ | Anteil der Änderung der Anzahl des Wertpapiers $W$, in dessen Höhe bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch Investor $y$ im Vergleich zum Basisprogramm eine Veräußerung erfolgt (Erwerberkalkül) bzw. vermieden werden kann (Veräußererkalkül) |
| $a_a^y$ | Anteil der Kreditaufnahme (Erwerberkalkül) bzw. Kreditrückzahlung (Veräußererkalkül) an der Änderung des Bestands der sicheren Anlage bei bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch Investor $y$ |
| $\tilde{a}_{a,t}^y$ | Anteil der Kreditaufnahme (Erwerberkalkül) bzw. Kreditrückzahlung (Veräußererkalkül) an der Änderung des Bestands der sicheren Anlage bei bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch Investor $y$ in Periode $t$ |
| $a_w$ | Periodisch veräußerter Anteil einer Beteiligung |
| $A$ | Summand einer Summe |
| $A_n$ | Proportionalitätsfaktor |
| $A_{n,y}$ | Proportionalitätsfaktor des Investors $y$ |
| $\widetilde{AfA}_t$ | Abschreibung in Periode $t$ |
| $\widetilde{AfA}_{t,\tau}^j$ | Abschreibung eines in Periode $\tau$ erworbenen Wirtschaftsguts $j$ in Periode $t$ |
| $AK_B$ | Steuerliche Anschaffungskosten des Bewertungsobjekts |
| $AK_W^y$ | Steuerliche Anschaffungskosten des Wertpapiers $W$ bei Investor $y$ |
| $b^y$ | Beteiligungsquote des Investors $y$ |
| $b_{j,y}$ | Binärvariable |
| $\tilde{b}_{t,\tau}^j$ | Abschreibungsfaktor eines in Periode $\tau$ erworbenen Wirtschaftsguts $j$ in Periode $t$ |
| $B$ | Bemessungsgrundlage |
| $B^y$ | Bemessungsgrundlage des Investors $y$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms |
| $B^{*,y}$ | Bemessungsgrundlage des Investors $y$ bei Durchführung des Basisprogramms |
| $BF$ | Bewertungsfaktor |
| $\widetilde{BK}_t$ | Beteiligungskapital der unverschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $\widetilde{BK}_t^l$ | Beteiligungskapital der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |

| | |
|---|---|
| $\widetilde{BW}_t$ | Buchwert in Periode $t$ |
| $\widetilde{BW}_{t,\tau}^j$ | Buchwert eines in Periode $\tau$ erworbenen Wirtschaftsguts $j$ in Periode $t$ |
| $c$ | Adjustierter Kovarianzterm im Tax-CAPM mit nichtnegativen Anzahlen |
| $\overline{c}$ | Konstante |
| $\tilde{c}_t$ | Konsum bei Durchführung des Basisprogramms in Periode $t$ |
| $\tilde{c}_t^b$ | Konsum bei Durchführung des Bewertungsprogramms in Periode $t$ |
| $C$ | Sichere Zahlung des Bewertungsobjekts |
| $\overline{C}$ | Mittelwert beim Mean-Reverting Prozess |
| $\widetilde{C}$ | Unsichere Zahlung des Bewertungsobjekts |
| $\widetilde{C}_j$ | Unsichere Zahlung des Wertpapiers $j$ |
| $\widetilde{C}_{j,y}$ | Von Investor $y$ prognostizierte unsichere Zahlung des Wertpapiers $j$ |
| $\widetilde{C}_j^{ms}$ | Unsichere Zahlung des Wertpapiers $j$ in einer Welt mit Steuern |
| $\widetilde{C}_j^{os}$ | Unsichere Zahlung des Wertpapiers $j$ in einer Welt ohne Steuern |
| $\widetilde{C}_m$ | Unsichere Zahlung des Marktportfolios |
| $\widetilde{C}_m^{os}$ | Unsichere Zahlung des Marktportfolios in einer Welt mit Steuern |
| $\widetilde{C}_m^{ms}$ | Unsichere Zahlung des Marktportfolios in einer Welt ohne Steuern |
| $\widetilde{C}_{j,t}$ | Unsichere Zahlung des Wertpapiers $j$ in Periode $t$ |
| $\widetilde{C}_t$ | Unsichere Zahlung des Bewertungsobjekts in Periode $t$ |
| $\overline{C}_t$ | Unbedingter Erwartungswert der Zahlung des Bewertungsobjekts in Periode $t$ bei stochastisch unabhängigem Cash-Flow-Prozess |
| $C_z$ | Ausprägung der unsicheren Zahlung $\widetilde{C}$ im Zustand $z$ |
| $\widetilde{C}_W$ | Unsichere Zahlung des Wertpapiers $W$ |
| $C_{W,z}$ | Ausprägung der unsicheren Zahlung $\widetilde{C}_W$ im Zustand $z$ |
| $\mathrm{cov}(\widetilde{Z},\widetilde{X})$ | Kovarianz der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}$ und $\widetilde{X}$ |
| $\widetilde{\mathrm{cov}}_\tau(\widetilde{Z}_t,\widetilde{X}_t)$ | Auf den Informationsstand der Periode $\tau$ bedingte Kovarianz der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}_t$ und $\widetilde{X}_t$ |
| $d^j$ | Abschreibungsrate des Wirtschaftsguts $j$ bei geometrisch degressiver Abschreibung |
| $D$ | Zähler |
| $\widetilde{DIV}_t$ | Ausschüttung der unverschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $\widetilde{DIV}_t^l$ | Ausschüttung der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $E(\widetilde{Z})$ | Erwartungswert der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}$ |
| $\widetilde{E}_\tau(\widetilde{Z}_t)$ | Auf den Informationsstand der Periode $\tau$ bedingter Erwartungswert der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}_t$ |
| $E^Q(\widetilde{Z})$ | Risikoneutraler Erwartungswert der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}$ |

| | |
|---|---|
| $E_\tau^Q\left(\widetilde{Z}_t\right)$ | Auf den Informationsstand der Periode $\tau$ bedingter risikoneutraler Erwartungswert der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}_t$ |
| $E\widetilde{BI}T_t$ | Earnings before interest and taxes (Gewinn vor Zinsen und Steuern) in Periode $t$ |
| $EBI\widetilde{T}DA_t$ | Earnings before interest and taxes and depreciation allowances (Gewinn vor Zinsen und Steuern und Abschreibungen) in Periode $t$ |
| $EU\left(\widetilde{Z}\right)$ | Erwartungsnutzen der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}$ |
| $f_\tau$ | Durch den Ausschüttungsdifferenzeffekt bedingter Anpassungsfaktor bei der wertorientierten Finanzierung in Periode $\tau$ |
| $f_a$ | Durch den Ausschüttungsdifferenzeffekt bedingter Anpassungsfaktor bei der wertorientierten Finanzierung im Anpassungstermin $a$ |
| $F_t$ | Informationsstand (Filtration) der Periode $t$ |
| $F\widetilde{C}F_t$ | Free-Cash-Flow in Periode $t$ |
| $\widetilde{F}K_t$ | Fremdkapitalbestand in Periode $t$ |
| $FSF_t^C$ | Fremdfinanzierungsbedingter steuerlicher Anpassungsfaktor bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads in Periode $t$ |
| $FSF_t^B$ | Fremdfinanzierungsbedingter steuerlicher Anpassungsfaktor bei buchwertorientierter Finanzierung in Periode $t$ |
| $FSF_\infty^B$ | Fremdfinanzierungsbedingter steuerlicher Anpassungsfaktor bei bei buchwertorientierter Finanzierung und unendlicher Lebensdauer |
| $FSF_t^W$ | Fremdfinanzierungsbedingter steuerlicher Anpassungsfaktor bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads in Periode $t$ |
| $FSF_a^W$ | Fremdfinanzierungsbedingter steuerlicher Anpassungsfaktor bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads im Anpassungstermin $a$ |
| $F\widetilde{T}E_t$ | Flow-to-Equity der unverschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $F\widetilde{T}E_t^l$ | Flow-to-Equity der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $g_t$ | Wachstumsrate in Periode $t$ |
| $g_y$ | Gewichtungsfaktor des Investors $y$ |
| $g_{j,y}$ | Gewichtungsfaktor des Investors $y$ für Wertpapier $j$ im Tax-CAPM mit nichtnegativen Anzahlen |
| $\widetilde{G}R_t$ | Gewinnrücklagen der unverschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $\widetilde{G}R_t^l$ | Gewinnrücklagen der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $h$ | Steueradjustiertes Aggregat der Risikotoleranzen |
| $h_j$ | Steueradjustiertes Aggregat der Risikotoleranzen für Wertpapier $j$ im Tax-CAPM mit nichtnegativen Anzahlen |
| $\widetilde{H}^y$ | Exogenes Einkommen vor Steuern des Investors $y$ |
| $\widetilde{H}_s^y$ | Exogenes Einkommen nach Steuern des Investors $y$ |
| $\widetilde{H}_t^y$ | Exogenes Einkommen vor Steuern des Investors $y$ in Periode $t$ |

| | |
|---|---|
| $HS$ | Hebesatz der Gewerbesteuer |
| $i$ | Sicherer Zinssatz vor Steuern |
| $i_s$ | Steueradjustierter sicherer Zinssatz |
| $i_{se}$ | Sicherer Zinssatz nach Steuern |
| $i_{se,y}$ | Sicherer Zinssatz nach Steuern des Investors $y$ |
| $i_t^y$ | Deterministischer Mischzinssatz nach Steuern des Investors $y$ in Periode $t$ |
| $\tilde{i}_t^y$ | Stochastischer Mischzinssatz nach Steuern des Investors $y$ in Periode $t$ |
| $I\tilde{N}V_t$ | Investitionen in Periode $t$ |
| $INV_t^Z$ | Deterministische Zusatzinvestitionen in Periode $t$ |
| $j$ | Index für Wertpapiere bzw. Wirtschaftsgüter |
| $J$ | Anzahl der Wertpapiere bzw. der Wirtschaftsgüter |
| $k$ | Deterministische und konstante Kapitalkosten |
| $k_\tau$ | Deterministische Kapitalkosten der Periode $\tau$ |
| $k_{t,\tau}$ | Deterministische Kapitalkosten des in Periode $t$ realisierten Cash-Flows der Periode $\tau$ |
| $\tilde{k}_\tau^h$ | Stochastische Kapitalkosten der Periode $\tau$ unter dem Informationsstand der Periode $h$ |
| $\tilde{k}_{t,\tau}^h$ | Stochastische Kapitalkosten des in Periode $t$ realisierten Cash-Flows der Periode $\tau$ unter dem Informationsstand der Periode $h$ |
| $l_0$ | Fremdkapitalquote im Bewertungszeitpunkt |
| $\tilde{l}_t$ | Fremdkapitalquote in Periode $t$ |
| $l_t^B$ | Fremdkapitalquote in Periode $t$ bei buchwertorientierter Finanzierung |
| $l_a^B$ | Fremdkapitalquote im Anpassungstermin $a$ bei buchwertorientierter Finanzierung |
| $l_t^C$ | Dynamischer Verschuldungsgrad in Periode $t$ |
| $l_a^C$ | Dynamischer Verschuldungsgrad im Anpassungstermin $a$ |
| $l_t^W$ | Fremdkapitalquote in Periode $t$ bei wertorientierter Finanzierung |
| $l_a^W$ | Fremdkapitalquote im Anpassungstermin $a$ bei wertorientierter Finanzierung |
| $\tilde{L}_t^G$ | Verhältnis, in dem in Periode $t$ bei der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Gewinnrücklagen durch Fremdkapital ersetzt werden |
| $\tilde{L}_t^{G,MIN}$ | Minimales Verhältnis, in dem in Periode $t$ bei der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Gewinnrücklagen durch Fremdkapital ersetzt werden |
| $\tilde{L}_t^{G,*}$ | Zielverhältnis, in dem in Periode $t$ bei der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Gewinnrücklagen durch Fremdkapital ersetzt werden |
| $L_y$ | Lagrangefunktion des Investors $y$ |

| | |
|---|---|
| $LB_{aggr}$ | Aggregat der Schattenpreise im Tax-CAPM mit Kreditaufnahmebeschränkungen und betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen |
| $LB_y$ | Adjustierter Faktor für die Schattenpreise im Tax-CAPM mit Kreditaufnahmebeschränkungen und betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen |
| $M$ | Wert des Marktportfolios |
| $M^{ms}$ | Wert des Marktportfolios in einer Welt mit Steuern |
| $M^{os}$ | Wert des Marktportfolios in einer Welt ohne Steuern |
| $MZ$ | Messzahl der Gewerbesteuer |
| $\max(x, y)$ | Maximum der Zahlen $x$ und $y$ |
| $\min(x, y)$ | Minimum der Zahlen $x$ und $y$ |
| $n_0$ | Betrag der sicheren Anlage bzw. Kreditaufnahme |
| $n_0^y$ | Betrag der sicheren Anlage bzw. Kreditaufnahme im Zusatzportfolio bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch den Investor $y$ |
| $n_0^{*,y}$ | Optimaler Betrag der sicheren Anlage bzw. Kreditaufnahme bei Durchführung des Basisprogramms durch den Investor $y$ |
| $\overline{n}_0^y$ | Von Investor $y$ im Ausgangsportfolio gehaltener Betrag der sicheren Anlage bzw. Kreditaufnahme |
| $n_{0,y,\min}^0$ | Maximal zulässige Kreditaufnahme |
| $n_1^y$ | Anzahl von Wertpapier $W$ im Zusatzportfolio bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch den Investor $y$ |
| $n_1^{*,y}$ | Optimale Anzahl von Wertpapier $W$ bei Durchführung des Basisprogramms durch den Investor $y$ |
| $\overline{n}_1^y$ | Von Investor $y$ im Ausgangsportfolio gehaltene Anzahl von Wertpapier $W$ |
| $n_1^{**}$ | Anzahl von Wertpapier $W$, welche zu veräußern ist, um die Veräußerungsgewinnsteuerzahlung im Bewertungszeitpunkt zu minimieren |
| $n_j$ | Anzahl von Wertpapier $j$ |
| $\widetilde{n}_{j,t}^y$ | Anzahl von Wertpapier $j$ in Periode $t$ im Zusatzportfolio bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch den Investor $y$ |
| $\widetilde{n}_{j,t}^{*,y}$ | Optimale Anzahl von Wertpapier $j$ in Periode $t$ bei Durchführung des Basisprogramms durch den Investor $y$ |
| $\Delta\widetilde{n}_{j,t}^y$ | Änderung der Anzahl von Wertpapier $j$ in Periode $t$ im Zusatzportfolio bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch den Investor $y$ |
| $\Delta\widetilde{n}_{j,t}^{*,y}$ | Änderung der optimalen Anzahl von Wertpapier $j$ in Periode $t$ bei Durchführung des Basisprogramms durch den Investor $y$ |
| $n_{j,t}^z$ | Ausprägung von $\widetilde{n}_{j,t}^y$ in Zustand $z$ |
| $n_{j,t}^{*,z}$ | Ausprägung von $\widetilde{n}_{j,t}^{*,y}$ in Zustand $z$ |
| $\Delta n_{j,t}^z$ | Ausprägung von $\Delta\widetilde{n}_{j,t}^y$ in Zustand $z$ |
| $\Delta n_{j,t}^{*,z}$ | Ausprägung von $\Delta\widetilde{n}_{j,t}^{*,y}$ in Zustand $z$ |

| | |
|---|---|
| $n_{j,y}$ | Von Investor $y$ im Kapitalmarktgleichgewicht gehaltene Anzahl von Wertpapier $j$ |
| $n_j^0$ | Gesamte Anzahl von Wertpapier $j$ am Kapitalmarkt |
| $n_{j,y}^0$ | Von Investor $y$ im Ausgangsportfolio gehaltene Anzahl von Wertpapier $j$ |
| $n_T^y$ | Anzahl des Tobin-Fonds im Zusatzportfolio bei Durchführung des Bewertungsprogramms durch den Investor $y$ |
| $n_T^{*,y}$ | Optimale Anzahl des Tobin-Fonds bei Durchführung des Basisprogramms durch den Investor $y$ |
| $n_x^y$ | Anzahl von Wertpapier $W$, Abhängig von $x \in \{ a, b, c, d \}$ |
| $n(a)$ | Anpassungstermin bei Finanzierungsstrategien |
| $N$ | Nenner |
| $N^*$ | Sicherer Betrag |
| $p_z$ | Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Zustand $z$ |
| $p_{z,t}$ | Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Zustand $z$ in Periode $t$ |
| $\widetilde{P}$ | Preis eines Wertpapiers in Periode $t = 1$ |
| $P_0$ | Preis eines Wertpapiers |
| $P_{0,j}^{ms}$ | Preis des Wertpapiers $j$ in einer Welt mit Steuern |
| $P_{0,j}^{os}$ | Preis des Wertpapiers $j$ in einer Welt ohne Steuern |
| $P_{0,B}$ | Preis des durch das Bewertungsobjekt induzierten Hedgeportfolios |
| $P_{0,H}^y$ | Preis des durch das exogene Einkommen des Investors $y$ induzierten Hedgeportfolios |
| $P_{0,P}$ | Preis eines Portfolios |
| $P_{0,Q}$ | Preis des Preisportfolios |
| $P_{0,T}$ | Preis des Tobin-Fonds |
| $\widetilde{P}_j$ | Preis des Wertpapiers $j$ in Periode $t = 1$ |
| $\widetilde{P}_j^{ms}$ | Preis des Wertpapiers $j$ in einer Welt mit Steuern in Periode $t = 1$ |
| $\widetilde{P}_j^{os}$ | Preis des Wertpapiers $j$ in einer Welt ohne Steuern in Periode $t = 1$ |
| $\widetilde{P}_{j,t}$ | Preis des Wertpapiers $j$ in Periode $t$ |
| $\widetilde{P}_{j,y}$ | Von Investor  prognostizierter Preis des Wertpapiers $j$ in Periode $t = 1$ |
| $\widetilde{P}_m$ | Preis des Marktportfolios in Periode $t = 1$ |
| $\widetilde{P}_m^{os}$ | Preis des Marktportfolios in einer Welt mit Steuern in Periode $t = 1$ |
| $\widetilde{P}_m^{ms}$ | Preis des Marktportfolios in einer Welt ohne Steuern in Periode $t = 1$ |
| $\widetilde{P}_{P,t}$ | Preis eines Portfolios in Periode $t$ |
| $\widetilde{P}_t$ | Preis eines Wertpapiers in Periode $t$ |
| $\Delta\widetilde{P}_t$ | Änderung des Preises eines Wertpapiers in Periode $t$ |

| | |
|---|---|
| $P_z$ | Ausprägung des stochastischen Preises $\widetilde{P}$ im Zustand $z$ |
| $q_z$ | Risikoneutrale Wahrscheinlichkeit im Zustand $z$ |
| $\widetilde{Q}$ | Stochastischer Diskontierungsfaktor |
| $Q_z$ | Ausprägung des stochastischen Diskontierungsfaktors im Zustand $z$ |
| $\widetilde{Q}_t$ | Stochastischer Diskontierungsfaktor in Periode $t$ |
| $\widetilde{r}$ | Rendite des Bewertungsobjekts |
| $\widetilde{r}_j$ | Rendite des Wertpapiers $j$ |
| $\widetilde{r}_j^D$ | Dividendenrendite des Wertpapiers $j$ |
| $\widetilde{r}_j^K$ | Kursrendite des Wertpapiers $j$ |
| $\widetilde{r}_{j,y}$ | Von Investor $y$ prognostizierte Rendite des Wertpapiers $j$ |
| $\widetilde{r}_m$ | Rendite des Marktportfolios |
| $\widetilde{r}_m^D$ | Dividendenrendite des Marktportfolios |
| $\widetilde{r}_m^K$ | Kursrendite des Marktportfolios |
| $\widetilde{r}_{m,t}$ | Rendite des Marktportfolios in Periode $t$ |
| $\widetilde{r}_{m,t}^D$ | Dividendenrendite des Marktportfolios in Periode $t$ |
| $\widetilde{r}_{m,t}^K$ | Kursrendite des Marktportfolios in Periode $t$ |
| $\widetilde{r}_Q$ | Rendite des Preisportfolios |
| $\widetilde{r}_{s,j}$ | Rendite des Wertpapiers $j$ nach Steuern |
| $\widetilde{r}_{s,j,y}$ | Rendite des Wertpapiers $j$ des Investors $y$ |
| $\widetilde{r}_{s,j}^D$ | Dividendenrendite des Wertpapiers $j$ nach Steuern |
| $\widetilde{r}_{s,j}^K$ | Rendite des Wertpapiers $j$ nach Steuern |
| $\widetilde{r}_{s,m}$ | Rendite des Marktportfolios nach Steuern |
| $\widetilde{r}_{s,m}^D$ | Rendite des Marktportfolios nach Steuern |
| $\widetilde{r}_{s,m}^K$ | Kursrendite des Marktportfolios nach Steuern |
| $\widetilde{r}_{s,m,t}$ | Rendite des Marktportfolios nach Steuern in Periode $t$ |
| $\widetilde{r}_{s,aggr}^{D,D}$ | An die Besteuerung von Ausschüttungen angepasste aggregierte Dividendenrendite |
| $\widetilde{r}_{s,aggr}^{D,K}$ | An die Besteuerung von Ausschüttungen und Wertänderungen angepasste aggregierte Dividendenrendite |
| $\widetilde{r}_{s,aggr}^{K,D}$ | An die Besteuerung von Ausschüttungen und Wertänderungen angepasste aggregierte Kursrendite |
| $\widetilde{r}_{s,aggr}^{K,K}$ | An die Besteuerung von Wertänderungen angepasste aggregierte Kursrendite |
| $\widetilde{r}_P$ | Rendite des Portfolios $P$ |
| $\widetilde{r}_{s,P}$ | Rendite des Portfolios $P$ nach Steuern |

| | |
|---|---|
| $\tilde{r}_{s,P,y}$ | Rendite des Portfolios $P$ nach Steuern des Investors $y$ |
| $\tilde{r}_{s,T,y}$ | Rendite des Tangentialportfolios nach Steuern des Investors $y$ |
| $\tilde{r}_{s,W}$ | Rendite des Wertpapiers $W$ nach Steuern |
| $\tilde{r}_{s,W,y}$ | Rendite des Wertpapiers $W$ nach Steuern des Investors $y$ |
| $\tilde{r}_{t,\tau}$ | Einperiodige Rendite des in Periode $t$ realisierten Cash-Flows in Periode $\tau$ |
| $\tilde{r}_{\tau}$ | Einperiodige Rendite des Bewertungsobjekts in Periode $\tau$ |
| $\tilde{r}_{T}$ | Rendite des Tangentialportfolios |
| $\tilde{r}_{T,y}$ | Rendite des Tangentialportfolios von Investor $y$ |
| $\tilde{r}_{W}$ | Rendite des Wertpapiers $W$ |
| $\tilde{R}$ | Risikobewertungsfaktor |
| $R_z$ | Ausprägung des Risikobewertungsfaktors im Zustand $z$ |
| $s$ | Steuersatz |
| $s_{AZ}$ | Effektive Steuerentlastung aufgrund der Abzugsfähigkeit von Fremdkapitalzinsen |
| $\tilde{s}_{FB,t}$ | Effektive Steuerbelastung bzw. Steuerentlastung aufgrund der Änderung des Fremdkapitalbestands |
| $s_d$ | Steuersatz auf Ausschüttungen (Dividenden) |
| $s_{d,B}$ | Steuersatz auf Ausschüttungen des Bewertungsobjekts |
| $s_{d,j}$ | Steuersatz auf Ausschüttungen des Wertpapiers $j$ |
| $s_{d,y}$ | Steuersatz des Investors $y$ |
| $s_{d,y,B}$ | Steuersatz des Investors $y$ auf Ausschüttungen des Bewertungsobjekts |
| $s_{d,y,j}$ | Steuersatz des Investors $y$ auf Ausschüttungen des Wertpapiers $j$ |
| $s_e$ | Steuersatz auf Zinsen |
| $s_{e,y}$ | Steuersatz des Investors $y$ |
| $s_g$ | Gewerbesteuersatz |
| $s_h$ | Steuersatz auf Habenzinsen |
| $s_{h,y}$ | Steuersatz des Investors $y$ auf Habenzinsen |
| $s_k$ | Körperschaftsteuersatz |
| $s_{l,y}$ | Effektiver Steuersatz des Investors $y$ bei Vorliegen einer linearen Renditebeziehung im Tax-CAPM |
| $s_s$ | Steuersatz auf Sollzinsen |
| $s_{s,y}$ | Steuersatz des Investors $y$ auf Sollzinsen |
| $s_u$ | Unternehmensteuersatz |
| $s_v$ | Steuersatz auf Wertänderungen |
| $s_{v,B}$ | Steuersatz auf Wertänderungen des Bewertungsobjekts |

| | |
|---|---|
| $s_{v,j}$ | Steuersatz auf Wertänderungen des Wertpapiers $j$ |
| $s_{v,y}$ | Steuersatz des Investors $y$ auf Wertänderungen |
| $s_{v,y,B}$ | Steuersatz des Investors $y$ auf Wertänderungen des Bewertungsobjekts |
| $s_{v,y,j}$ | Steuersatz des Investors $y$ auf Wertänderungen des Wertpapiers $j$ |
| $s_w$ | Effektiver Wertänderungssteuersatz |
| $s_{w,y}$ | Effektiver Wertänderungssteuersatz des Investors $y$ |
| $s(B)$ | Durchschnittsteuersatz bei progressivem Tarifverlauf |
| $\mathrm{std}(\widetilde{Z})$ | Standardabweichung Zufallsvariablen $\widetilde{Z}$ |
| $S_d$ | Marktdurchschnittlicher Steuersatz auf Ausschüttungen |
| $S_e$ | Marktdurchschnittlicher Steuersatz auf Zinsen |
| $S_{FK}$ | Effektiver fremdkapitalbedingter Steuersatz |
| $S_v$ | Marktdurchschnittlicher Steuersatz auf Wertänderungen |
| $S_w$ | Marktdurchschnittlicher effektiver Wertänderungssteuersatz |
| $\widetilde{SD}_t^y$ | Steuerzahlung des Investors $y$ auf Ausschüttungen in Periode $t$ bei Durchführung des Basisprogramms |
| $\widetilde{SE}_t^y$ | Steuerzahlung des Investors $y$ auf Zinsen in Periode $t$ bei Durchführung des Basisprogramms |
| $\widetilde{SH}_t^y$ | Steuerzahlung des Investors $y$ auf das exogene Einkommen in Periode $t$ bei Durchführung des Basisprogramms |
| $\widetilde{SV}_t^y$ | Steuerzahlung des Investors $y$ auf Wertänderungen in Periode $t$ bei Durchführung des Basisprogramms |
| $\widetilde{SZ}_t^y$ | Steuerzahlung des Investors $y$ in Periode $t$ bei Durchführung des Basisprogramms |
| $\Delta\widetilde{SD}_t^y$ | Änderung der Steuerzahlung des Investors $y$ auf Ausschüttungen in Periode $t$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms |
| $\Delta\widetilde{SE}_t^y$ | Änderung der Steuerzahlung des Investors $y$ auf Zinsen in Periode $t$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms |
| $\Delta\widetilde{SV}_t^y$ | Änderung der Steuerzahlung des Investors $y$ auf Wertänderungen in Periode $t$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms |
| $\Delta\widetilde{SZ}_t^y$ | Änderung der Steuerzahlung des Investors $y$ in Periode $t$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms |
| $S\ddot{A}(\widetilde{Z})$ | Sicherheitsäquivalent der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}$ |
| $t$ | Periode, Zeitpunkt |
| $t_A^j$ | Abschreibungsdauer |
| $T$ | Veräußerungszeitpunkt bzw. Ende der Lebensdauer |
| $T^l$ | Liquidationszeitpunkt |
| $T^*$ | Ende des Planungshorizonts (Kapitel 2); Ende des Zeitraums, in dem ausschließlich eine autonome Finanzierung erfolgt (Kapitel 4) |

| | |
|---|---|
| $T\tilde{C}F_t$ | Total-Cash-Flow der unverschuldeten Unternehmung |
| $T\tilde{C}F_t^l$ | Total-Cash-Flow der verschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{T}S_t$ | Tax-Shield |
| $\tilde{T}S_t^{VN}$ | Tax-Shield aufgrund der Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{T}S_t^{ZA}$ | Tax-Shield aufgrund des Zinsabzugs |
| $u_y$ | Hälftige globale Risikotoleranz |
| $U$ | Nutzenfunktion |
| $U_y$ | Nutzenfunktion des Investors $y$ |
| $U'_y$ | Ableitung der Nutzenfunktion des Investors $y$ nach dem Erwartungswert |
| $U''_y$ | Ableitung der Nutzenfunktion des Investors $y$ nach der Varianz |
| $\tilde{U}_t$ | Abgeleitete Nutzenfunktion des Investors $y$ in Periode $t$ |
| $v_{1,y}$ | Schlupfvariable für die Kreditaufnahmebeschränkung |
| $v_{2,y}$ | Schlupfvariable für die betragsmäßige Leerverkaufsbeschränkung |
| $\mathrm{var}(\tilde{Z})$ | Varianz der Zufallsvariablen $\tilde{Z}$ |
| $\tilde{\mathrm{var}}_\tau(\tilde{Z}_t)$ | Auf den Informationsstand der Periode $\tau$ bedingte Varianz der Zufallsvariablen $\tilde{Z}_t$ |
| $V$ | Sicherer Wert des Bewertungsobjekts in Periode $t = 1$ |
| $\tilde{V}$ | Unsicherer Wert des Bewertungsobjekts in Periode $t = 1$ |
| $V_0$ | Wert (Grenzpreis) des Bewertungsobjekts |
| $V_0^a$ | Wert (Grenzpreis) eines Anteils am Bewertungsobjekts |
| $V_0^A$ | Wert bei autonomer Finanzierung |
| $V_0^B$ | Wert bei buchwertorientierter Finanzierung |
| $V_0^{B,A}$ | Wert bei buchwertorientierter Finanzierung und Kombination mit der autonomen Finanzierung |
| $V_0^C$ | Wert bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads |
| $V_0^{C,A}$ | Wert bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads und Kombination mit der autonomen Finanzierung |
| $V_0^T$ | Transaktionspreis |
| $V_0^y$ | Wert (Grenzpreis) des Investors $y$ |
| $V_0^{y,a}$ | Wert (Grenzpreis) eines Anteils am Bewertungsobjekts des Investors $y$ |
| $V_0^{y,R}$ | Wert (Grenzpreis) eines Anteils am Bewertungsobjekts des Investors $y$ bei Vorliegen des Referenzsteuersystems |
| $V_0^W$ | Wert bei wertorientierter Finanzierung |
| $V_0^{W,A}$ | Wert bei wertorientierter Finanzierung und Kombination mit der autonomen Finanzierung |

| | |
|---|---|
| $\tilde{V}_t$ | Wert (Grenzpreis) des Bewertungsobjekts in Periode $t$ |
| $V_t^y$ | Wert des Bewertungsobjekts des Investors $y$ in Periode $t$ |
| $\tilde{V}_t^{EK}$ | Wert des Eigenkapitals der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $\tilde{V}_t^l$ | Wert der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ |
| $\tilde{V}_T$ | Wert (Veräußerungspreis) in Periode $T$ |
| $\tilde{V}_{T^l}$ | Liquidationserlös |
| $\tilde{VN}_t$ | Verlustnutzung der unverschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VN}_t^G$ | Gewerbesteuerliche Verlustnutzung der unverschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VN}_t^K$ | Körperschaftsteuerliche Verlustnutzung der unverschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VN}_t^l$ | Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VN}_t^{l,G}$ | Gewerbesteuerliche Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VN}_t^{l,K}$ | Körperschaftsteuerliche Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung |
| $VN^*$ | Maximal zulässige Verlustnutzung |
| $\tilde{VR}_t^K$ | Körperschaftsteuerlicher Verlustrücktrag der unverschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VR}_t^{l,K}$ | Körperschaftsteuerlicher Verlustrücktrag der verschuldeten Unternehmung |
| $VR^*$ | Maximal zulässiger Verlustrücktrag |
| $\tilde{VV}_t$ | Verlustvortrag der unverschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VV}_t^G$ | Gewerbesteuerlicher Verlustvortrag der unverschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VV}_t^K$ | Körperschaftsteuerlicher Verlustvortrag der unverschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VV}_t^l$ | Verlustvortrag der verschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VV}_t^{l,G}$ | Gewerbesteuerlicher Verlustvortrag der verschuldeten Unternehmung |
| $\tilde{VV}_t^{l,K}$ | Körperschaftsteuerlicher Verlustvortrag der verschuldeten Unternehmung |
| $w_0$ | Anfangsausstattung |
| $w_{0,y_*}$ | Anfangsausstattung eines Steuerklientels |
| $\tilde{w}_P$ | Endvermögen |
| $\tilde{w}_{P,y}$ | Endvermögen des Investors $y$ |
| $\tilde{w}_{s,P}$ | Endvermögen nach Steuern |
| $\tilde{w}_{s,P,y}$ | Endvermögen nach Steuern des Investors $y$ |
| $\tilde{w}_t^*$ | Vermögen in Periode $t$ |
| $w\tilde{a}cc_\tau^h$ | Stochastische gewichtete durchschnittliche Kapitalkosten der Periode $\tau$ unter dem Informationsstand der Periode $h$ |
| $wacc^{MM}$ | Gewichtete durchschnittliche Kapitalkosten nach Modigliani und Miller |
| $W$ | Wertpapier |
| $WB_{\tau,T}$ | Wertbeitrag der autonomen Finanzierung im Zeitraum $t=\tau$ bis $t=T$ |

| | |
|---|---|
| $WB_{0,T}^{W}$ | An die wertorientierte Finanzierung angepassteR Wertbeitrag der autonomen Finanzierung |
| $\widetilde{WB}_{\tau}\left(\widetilde{C}_{t}\right)$ | Wertbeitrag der aus dem Cash-Flow $\widetilde{C}_{t}$ resultierenden Fremdkapitalbestände bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads |
| $\widetilde{WB}_{\tau}\left(\widetilde{FK}_{t-1}\right)$ | Wertbeitrag des Fremdkapitalbestands der Periode $t-1$ unter dem Informationsstand der Periode $\tau$ |
| $WB_{0}\left(\Delta\widetilde{BK}_{t}\right)$ | Wertbeitrag der Änderung des Bestands des Beteiligungskapitals in Periode $t$ |
| $\widetilde{WB}_{\tau}^{W}\left(\Delta\widetilde{BK}_{t}\right)$ | An die wertorientierte Finanzierung angepasster Wertbeitrag der Änderung des Beteiligungskapitals |
| $\widetilde{WB}_{t}\left(I\widetilde{N}V_{t}\right)$ | Wertbeitrag der Investition der Periode $t$ bei der buchwertorientierten Finanzierung |
| $\widetilde{WB}_{\tau}\left(\widetilde{X}_{t}\right)$ | Wertbeitrag der in Periode $t$ realisierten Zahlung unter dem Informationsstand der Periode $\tau$ |
| $WB_{0}\left(TS_{t}\right)$ | An die Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads angepasster Wertbeitrag der autonomen Finanzierung |
| $WBF_{a}$ | Wertbeitragsfaktor der autonomen Fremdfinanzierung im Anpassungsintervall $a$ |
| $WBF_{\tau,T}$ | Wertbeitragsfaktor der autonomen Fremdfinanzierung im Zeitraum $t=\tau$ bis $t=T$ |
| $WBF_{n(a),T}^{t}$ | Wertbeitragsfaktor der in Periode $t$ getätigten Investition bei der buchwertorientierten Finanzierung |
| $WBF_{n(a),T}$ | Wertbeitragsfaktor bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads und mehrperiodigem Anpassungsintervall |
| $WBF_{\infty}$ | Wertbeitragsfaktor bei unendlicher Lebensdauer der Unternehmung |
| $x$ | Zeitraum |
| $x_{j}$ | Anteil des Wertpapiers $j$ an einem Portfolio |
| $x_{j,y*}$ | Anteil des Wertpapiers $j$ an dem von einem Steuerklientel insgesamt investierten Betrag |
| $x_{t}$ | Proportionalitätsfaktor bei Finanzierungsstrategien |
| $x_{T}$ | Anteil des Tangentialportfolios an einem Portfolio |
| $x(a)$ | Dauer eines Anpassungsintervalls |
| $X$ | Sichere Zahlung des Bewertungsobjekts |
| $\widetilde{X}$ | Stochastische Zahlung des Bewertungsobjekts |
| $X_{z}$ | Ausprägung der Zahlung des Bewertungsobjekts im Zustand $z$ |
| $y$ | Investor |
| $y^{R}$ | Repräsentativer Investor |
| $y_{*}$ | Gruppe von Investoren mit identischen Steuersätzen |
| $Y$ | Zahl der Investoren |
| $\widetilde{Y}$ | Zahlung des Wertpapiers $W$ |

| | |
|---|---|
| $\widetilde{Y}_B$ | Zahlung des Bewertungsobjekts |
| $\widetilde{Y}_H^y$ | Zahlung des Hedgeportfolios des Investors $y$ |
| $\widetilde{Y}_P$ | Zahlung des Portfolios $P$ |
| $\widetilde{Y}_T$ | Zahlung des Tobin-Fonds |
| $Y_z$ | Ausprägung der Zufallsvariablen $\widetilde{Y}$ in Zustand $z$ |
| $Y_{z,y}$ | Ausprägung der investorspezifischen Zufallsvariablen $\widetilde{Y}$ in Zustand $z$ |
| $z$ | Zustand |
| $Z$ | Anzahl der Zustände |
| $\widetilde{Z}$ | Zufallsvariable |
| $Z_z$ | Ausprägung der Zufallsvariablen $\widetilde{Z}$ im Zustand $z$ |
| $\widetilde{ZA}_t$ | Steuerlich wirksamer Zinsabzug in Periode $t$ |
| $\widetilde{ZA}_t^G$ | Gewerbesteuerlich wirksamer Zinsabzug in Periode $t$ |
| $\widetilde{ZA}_t^K$ | Körperschaftsteuerlich wirksamer Zinsabzug in Periode $t$ |
| $\widetilde{ZA}_t^{MAX}$ | Maximal zulässiger Zinsabzug in Periode $t$ |
| $\widetilde{ZA}_t^{ZS}$ | Bei Anwendung der Zinsschranke zulässiger Zinsabzug in Periode $t$ |
| $\widetilde{ZE}_t$ | Zinserträge in Periode $t$ |
| $\widetilde{ZV}_t$ | Zinsvortrag in Periode $t$ |
| $\alpha_b$ | Proportionalitätsfaktor der Änderung des Beteiligungskapitals und des Cash-Flows |
| $\alpha_t$ | Investitionsquote in Periode $t$ |
| $\widetilde{\alpha}_t^j$ | Anteil des Wirtschaftsguts $j$ am Investitionsbetrag in Periode $t$ |
| $\beta$ | $\beta$-Faktor des Bewertungsobjekts |
| $\beta_j$ | $\beta$-Faktor des Wertpapiers $j$ |
| $\beta_j^{ms}$ | $\beta$-Faktor des Wertpapiers $j$ in einer Welt mit Steuern |
| $\beta_j^{os}$ | $\beta$-Faktor des Wertpapiers $j$ in einer Welt ohne Steuern |
| $\beta_s$ | $\beta$-Faktor des Bewertungsobjekts nach Steuern |
| $\beta_{s,j}$ | $\beta$-Faktor des Wertpapiers $j$ nach Steuern |
| $\beta_{j,s,aggr}$ | Aggregierter $\beta$-Faktor des Wertpapiers $j$ |
| $\beta_{s,aggr}$ | Aggregierter $\beta$-Faktor des Bewertungsobjekts |
| $\widetilde{\beta}_t$ | $\beta$-Faktor des Bewertungsobjekts in Periode $t$ |
| $\delta$ | Ausschüttungsquote des Bewertungsobjekts |
| $\delta_j$ | Ausschüttungsquote des Wertpapiers $j$ |
| $\widetilde{\delta}_j$ | Stochastische Ausschüttungsquote des Wertpapiers $j$ |
| $\delta_m$ | Ausschüttungsquote des Marktportfolios |
| $\widetilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ | Inkrement eines multiplikativen stochastischen Prozesses |

| | |
|---|---|
| $\overline{\varepsilon}_{t,\tau}$ | Marktbestimmtes Sicherheitsäquivalent des Inkrements eines multiplikativen stochastischen Prozesses |
| $\varepsilon_z$ | Ausprägung des Inkrements eines multiplikativen stochastischen Prozesses im Zustand $z$ |
| $\eta$ | Mean-Reversion Parameter |
| $\lambda$ | Marktpreis des Risikos |
| $\lambda_s$ | Marktpreis des Risikos nach Steuern |
| $\lambda_{s,aggr}$ | Aggregierter Marktpreis des Risikos |
| $\lambda_{s,y}$ | Marktpreis des Risikos nach Steuern des Investors $y$ |
| $\tilde{\lambda}_t$ | Marktpreis des Risikos |
| $\pi_z$ | Zustandspreis für Zustand $z$ |
| $\theta^y$ | Risikoaversionsparameter des Investors $y$ |
| $\tilde{\rho}_{t,\tau}$ | Inkrement eines additiven stochastischen Prozesses |
| $\overline{\rho}_{t,\tau}$ | Marktbestimmtes Sicherheitsäquivalent des Inkrements eines additiven stochastischen Prozesses |
| $\rho_{B,Y}$ | Korrelationskoeffizient der Rückflüsse des Bewertungsobjekts und des Wertpapiers $W$ |
| $\rho_{H,Y}^y$ | Korrelationskoeffizient des exogenen Einkommens und der Rückflüsse des Wertpapiers $W$ |
| $\rho_{H,B}^y$ | Korrelationskoeffizient des exogenen Einkommens und der Rückflüsse des Bewertungsobjekts |
| $\varsigma^y$ | Zeitpräferenz des Investors $y$ |
| $\tau$ | Zeitpunkt, Periode |
| $\tilde{\omega}_t$ | Binärvariable Periode $t$ |
| $\Pi$ | Produkt |
| $\Sigma$ | Summe |
| $\ell_y$ | Lagrangevariable |
| $\ell_{1,y}$ | Lagrangevariable für die Kreditaufnahmebeschränkung |
| $\ell_{2,y}$ | Lagrangevariable für die betragsmäßige Leerverkaufsbeschränkung |
| $\infty$ | Unendlich |
| $\partial f(x)/\partial x$ | Ableitung der Funktion $f(x)$ nach der Variablen $x$ |
| $\partial s(B)/\partial B$ | Grenzsteuersatz bei progressivem Tarifverlauf |

# 1 Einleitung

Transaktionen mit Unternehmen erfordern die Bestimmung eines Transaktionspreises mittels einer Unternehmensbewertung. Diese erfolgt durch Vergleich der durch die zu bewertende Unternehmung (Bewertungsobjekt) generierten Zahlungen mit den durch eine alternative Kapitalmarkttransaktion, der Alternativanlage, ausgelösten Zahlungen. Die Alternativanlage muss dem Bewertungsobjekt äquivalent sein. Konkret gefordert werden die Kriterien der Währungsäquivalenz, der Laufzeitäquivalenz, der Kapitaleinsatzäquivalenz, der Geldwertäquivalenz, der Risikoäquivalenz und der Verfügbarkeitsäquivalenz.[1] Währungsäquivalenz liegt vor, wenn die Zahlungen des Bewertungsobjekts und der Alternativanlage in der gleichen Währung ausgedrückt werden. Die Laufzeitäquivalenz bezieht sich auf die Ermittlung des sicheren Zinssatzes (des Basiszinssatzes) aus Staatsanleihen. Wird in der zu bewertenden Unternehmung eigene Arbeitskraft des Unternehmenseigners eingesetzt, so unterscheidet sich der Kapitaleinsatz vom Kapitaleinsatz einer alternativen Anlage am Kapitalmarkt. Kapitaleinsatzäquivalenz erfordert daher in diesem Fall den Abzug eines kalkulatorischen Unternehmerlohns. Geldwertäquivalenz erfordert, dass die zu berücksichtigenden Zahlungen entweder alle nominal oder alle unter Berücksichtigung der Kaufkraft zum Bewertungsstichtag real berechnet werden; in der Regel erfolgt eine Nominalrechnung. Die Cash-Flows des Bewertungsobjekts sind in der Regel unsicher. Risikoäquivalenz ist gegeben, wenn der Risikogehalt des Bewertungsobjekts dem Risikogehalt der Alternativanlage entspricht. Bewertungsobjekt und Alternativanlage unterliegen der Einkommensteuer des Investors. Nur die nach Zahlung aller Steuern verbleibenden Zahlungen sind für den Investor verfügbar. Verfügbarkeitsäquivalenz erfordert daher die Berücksichtigung der Besteuerung sowohl des Bewertungsobjekts als auch der Alternativanlage im Bewertungskalkül.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der modelltheoretisch konsistenten Abbildung der Einkommensbesteuerung der Investoren im Rahmen der Bewertung unsicherer Zahlungen von Unternehmen. Von besonderer Bedeutung für die Analyse sind daher die Kriterien der Risikoäquivalenz und der Verfügbarkeitsäquivalenz. Den übrigen Kriterien kommt dagegen in der folgenden Analyse keine Bedeutung zu.

Die in den Bewertungskalkülen zu berücksichtigende Besteuerung ist näher zu erläutern. Zunächst ist die Besteuerung abhängig von der Rechtsform der zu bewertenden Unternehmung. Während Kapitalgesellschaften nach dem Trennungsprinzip[2] sowohl auf der Ebene der Unternehmung als auch auf der Ebene der Kapitalgeber besteuert werden, erfolgt bei Personengesellschaften eine Besteuerung nach dem Transparenzprinzip,[3] bei dem die in der Gesellschaft erzielten Gewinne oder Verluste den Gesellschaftern zugerechnet werden. Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf die Bewertung von Kapitalgesellschaften; die Bewertung von Personengesellschaften wird nicht betrachtet. Die Besteuerung auf der Ebene der Kapitalgesellschaft wird – außer für Zwecke der Analyse des Einflusses der Kapitalstruktur

[1] Vgl. Ballwieser (2004), S. 82 ff.; Moxter (1991), S. 155 ff.: Schultze (2003), S. 248 ff.
[2] Vgl. Schreiber (2008), S. 211 ff.; Jacobs (2002), S. 150 ff.; Scheffler (2007), S. 58-59.
[3] Vgl. Schreiber (2008), S. 251 ff.; Jacobs (2002), S. 189 ff.; Scheffler (2007), S. 178-180.

auf den Unternehmenswert – ausgeblendet, so dass ausschließlich die Zahlungen der Unternehmung an die Kapitalgeber (und ggf. umgekehrt) in die Betrachtung eingehen. Zudem ist die Besteuerung der Zahlungen der Alternativanlage, welche in einer Anlage zum sicheren Zinssatz und ggf. Beteiligungen an Kapitalgesellschaften besteht, in das Bewertungskalkül einzubeziehen. Zu berücksichtigen ist demnach die Besteuerung von Ausschüttungen und Wertänderungen von Kapitalgesellschaften sowie die Besteuerung von Zinsen.

Die Einkommensbesteuerung der in das Modell eingehenden Zahlungen stellt in der Regel ein individuelles, d.h. investorspezifisches Merkmal dar. So sind die Steuersätze oftmals von den Investoren abhängig. Knüpft die Besteuerung von Wertänderungen der Kapitalgesellschaft an den Veräußerungszeitpunkt an, so hat der Investor die Möglichkeit, über den Zeitpunkt des Anfalls der Steuer zu entscheiden. Werden gezahlte Fremdkapitalzinsen abweichend von erhaltenen Fremdkapitalzinsen besteuert, so ist die Steuerzahlung eines Investors abhängig davon, ob er Mittel anlegt oder Kredite aufnimmt. Liegt ein progressiver Tarifverlauf vor, so beeinflussen neben den Einkünften aus dem Bewertungsobjekt und der Alternativanlage auch weitere Einkünfte des Investors dessen Steuersatz. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgt grundsätzlich eine Betrachtung stilisierter Einkommensteuersysteme, welche die wesentlichen bewertungsrelevanten Aspekte der Besteuerung enthalten, ohne jedoch die Gesamtheit der Detailregelungen des geltenden Steuerrechts abzubilden.

Im Folgenden ist zu unterscheiden zwischen dem subjektiven Individualansatz sowie dem objektivierten Marktansatz. Im Rahmen des subjektiven Individualansatzes erfolgt eine Bestimmung der Grenzpreise eines potentiellen Erwerbers und eines potentiellen Veräußerers unter Berücksichtigung der subjektiven Präferenzen sowie der Alternativanlagen der potentiellen Transaktionspartner.[4] Im Rahmen des objektivierten Marktansatzes erfolgt die Bestimmung von Grenzpreisen unter Rückgriff auf kapitalmarkttheoretische Modelle, insbesondere das Capital Asset Pricing Model (CAPM) und die arbitragebasierte Bewertung.[5] Individualansatz und Marktansatz sind nicht als miteinander nicht zu vereinbarende Modellwelten anzusehen.[6] Vielmehr ist es im Modell ohne Steuern möglich, den Individualansatz in den Marktansatz zu überführen, sofern individuelle Merkmale der Investoren nicht bewertungsrelevant[7] oder vernachlässigbar gering[8] sind. Beide Bewertungsansätze können somit in eine einheitliche Sichtweise integriert werden. Sind Steuern in die Bewertungsansätze zu integrieren, so ist zu beachten, dass sich der Marktansatz und der Individualansatz bezüglich der Möglichkeit zur Berücksichtigung individueller Merkmale der Investoren unterscheiden. Zur Integration der Besteuerung sind daher unterschiedliche Herangehensweisen zu wählen.

---

[4] Vgl. zum subjektiven Individualansatz Matschke/Brösel (2005), S. 18 ff.; Hering (1999), S. 13 ff.; Tschöpel (2004), S. 3.

[5] Vgl. zum objektivierten Marktansatz Matschke/Brösel (2005), S. 25 ff.; Tschöpel (2004), S. 3.

[6] Vgl. Tschöpel (2004), S. 4; Wilhelm (2005a), S. 632.

[7] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 637; Hering (1999), S. 97-98 für die arbitragebasierte Bewertung; von Nitzsch (1997), S. 114-116, 125-128 für das CAPM.

[8] Vgl. Tschöpel (2004), S. 245-246; von Nitzsch (1997), S. 116-118, 129-132; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 627-628 für das CAPM.

Für Zwecke der Bewertung im Rahmen des subjektiven Individualansatzes ist ein Modellrahmen zu wählen, welcher zum einen entscheidungstheoretisch fundiert ist und zum anderen die Abbildung der (möglicher Weise risikobehafteten) Alternativanlage im Bewertungskalkül ermöglicht. Das von Wilhelm (2005a) entwickelte Grenzpreismodell wird diesen Anforderungen gerecht und wird daher den Ausführungen der vorliegenden Arbeit zum Individualkalkül zu Grunde gelegt.[9] Insbesondere ist es im Modellrahmen von Wilhelm (2005a) möglich, unterschiedliche Kapitalmarktkonstellationen zu analysieren und Zusammenhänge zwischen dem Individualansatz und dem arbitragebasierten Marktansatz aufzuzeigen. Die oftmals mit dem Individualansatz der Unternehmensbewertung in Verbindung gebrachte traditionelle Sicherheitsäquivalentmethode, bei der in einem ersten Schritt mittels einer individuellen von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion die unsicheren Zahlungen zu einem Sicherheitsäquivalent verdichtet und in einem zweiten Schritt zur Ermittlung des Unternehmenswerts mit dem sicheren Zinssatz diskontiert werden,[10] ist dagegen entscheidungstheoretisch nur in Ausnahmefällen begründbar.[11] Die Analyse der traditionellen Sicherheitsäquivalentmethode wird daher im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt.

Die Anwendung des Individualansatzes impliziert die Möglichkeit der Berücksichtigung individueller Steuerzahlungen in den Bewertungskalkülen der potentiellen Transaktionspartner.[12] Die Besteuerung von Veräußerer und Erwerber wurde jedoch bislang nicht in das Grenzpreismodell von Wilhelm (2005a) integriert, so dass bezüglich der Berücksichtigung der Besteuerung Erweiterungsmöglichkeiten des Modells bestehen. In Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit wird daher die Besteuerung in das Individualkalkül integriert, wobei die Bestimmung von Erwerbergrenzpreisen und Veräußerergrenzpreisen sowie der Einfluss der Besteuerung auf das Bestehen eines Einigungsbereichs betrachtet werden. Im Rahmen der Analyse des Individualansatzes werden unterschiedliche Kapitalmarktkonstellationen und Steuersysteme unterschieden. Die Grenzpreisbestimmung unter Sicherheit lässt sich als Spezialfall aus dem allgemeinen Modellrahmen ableiten. Da die grundlegenden steuerlichen Effekte bereits im Modell unter Sicherheit deutlich werden, wird auch dieses dargestellt.

Der objektivierte Marktansatz ist insbesondere dann anzuwenden, wenn für eine große Anzahl von Beteiligten an einer börsennotierten Unternehmung ein gemeinsamer Grenzpreis zu ermitteln ist.[13] Eine Berücksichtigung individueller Merkmale der einzelnen Beteiligten im Marktansatz ist nicht möglich, so dass, soweit individuelle Merkmale bewertungsrelevant sind, von typisierenden Prämissen bezüglich der Präferenzen der Investoren[14] sowie der Möglichkeit der Investoren zur Durchführung von Kapitalmarkttransaktionen[15] auszugehen ist,

---

[9] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 632 ff. Einen konzeptionell vergleichbaren Modellrahmen stellt das allgemeine Zustands-Grenzpreismodell von Hering (2000) und Hering (1999) dar.
[10] Vgl. hierzu Schwetzler (2000); Kruschwitz (2001); Ballwieser (2004), S. 66 ff.; Drukarczyk (2007), S. 49 ff.; Wiese (2006a), S. 13 ff.
[11] Vgl. zur Kritik an der traditionellen Sicherheitsäquivalentmethode Kürsten (2002); Kürsten (2003); zur entscheidungstheoretischen Begründbarkeit Kruschwitz/Löffler (2003b); Laitenberger (2004).
[12] Vgl. IDW (2005), Tz. 66; IDW (2007), Tz. 58.
[13] Vgl. Tschöpel (2004), S. 245-248; von Nitzsch (1997), S. 125, 129.
[14] Vgl. Tschöpel (2004), S. 237.
[15] Vgl. Tschöpel (2004), S. 238 ff., 246-247; von Nitzsch (1997), S. 117, 129.

welche den Prämissen der zur Bewertung verwendeten Kapitalmarktmodelle entsprechen oder zumindest nahe kommen.[16] Im Zusammenhang mit der objektivierten Marktbewertung wird insbesondere das CAPM diskutiert, welches die Preisbildung risikobehafteter Wertpapiere im Kapitalmarktgleichgewicht erklärt.[17] Daneben kommen Modelle zur Anwendung, bei denen die Bewertung unter der Annahme eines vollständigen Kapitalmarkts ausschließlich auf Arbitrageüberlegungen basiert, ohne jedoch Markträumung zu unterstellen;[18] technisch erfolgt die Bewertung in diesen Modellen mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten oder stochastischer Diskontierungsfaktoren. Zwischen beiden Modellen besteht ein Zusammenhang: Liegt bei Vollständigkeit des Kapitalmarkts ein CAPM-Gleichgewicht vor, so sind die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten bzw. der stochastische Diskontierungsfaktor durch das CAPM determiniert.[19]

Die Besteuerung stellt, wie bereits erläutert, in der Regel ein individuelles, d.h. investorspezifisches Merkmal dar. Da jedoch investorspezifische Merkmale im Rahmen des Marktansatzes nicht abgebildet werden können, erfordert die Anwendung des Marktansatzes eine Typisierung hinsichtlich des in das Bewertungskalkül zu integrierenden Steuersystems. Konkret sind typisierende Prämissen bezüglich der im Kalkül zu verwendenden Steuersätze der Beteiligten[20] sowie ggf. der Besteuerung der in der Kapitalmarktalternative zu berücksichtigenden Zinsen und der Zeitpunkte der Besteuerung von Wertänderungen[21] erforderlich. Zur Bewertung im Rahmen des Marktansatzes ist demnach von den steuerlichen Merkmalen eines repräsentativen Investors auszugehen.[22]

Um eine Bewertung unter Berücksichtigung der Einkommensbesteuerung im Rahmen des Marktansatzes durchführen zu können, sind die dem Bewertungskalkül zu Grunde liegenden Kapitalmarktmodelle um Steuern zu erweitern. Seit der Empfehlung des IDW, zur Bewertung im Rahmen des Marktansatzes die Gleichgewichtsbeziehung des von Brennan (1970) entwickelten Tax-CAPM heranzuziehen,[23] ist insbesondere die Einbeziehung von Steuern in das Capital Asset Pricing Model Gegenstand der wissenschaftlichen Diskussion.[24] Daneben erfolgt auch eine Integration der Einkommensbesteuerung in das arbitragebasierte Bewertungskalkül.[25] Allerdings bestehen bezüglich der Kapitalmarktmodelle einige offene Fragen. So wurde bislang die Integration stochastischer Ausschüttungen in das Tax-CAPM bei Vorliegen von nach Investoren und nach Einkünften differenzierten Steuersätzen nicht zufrieden stellend

[16] Vgl. Tschöpel (2004), S. 234 ff.
[17] Vgl. Drukarczyk (2007), S. 68 ff.; Ballwieser (2004), S. 92 ff.; Matschke/Brösel (2005), S. 31 ff.; Tschöpel (2004), S. 61 ff.
[18] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 26 ff.; Rapp (2006); vgl. auch Wilhelm (2005a) zum Zusammenhang mit dem Individualansatz.
[19] Vgl. Löffler (1996), S. 11 ff.; Wilhelm (1985), S. 85-89; Wilhelm (1981); Chamberlain/Rothschild (1983).
[20] Vgl. IDW (2005), Tz. 53-54, 128-132; IDW (2007), Tz. 43-46, 118-122.
[21] Vgl. IDW (2007), Tz. 44.
[22] Vgl. zur Bedeutung des repräsentativen Investors im Marktansatz Ollmann/Richter (1999), S. 173 ff.
[23] Vgl. IDW (2005), Tz. 128-132; IDW (2007), Tz. 118-122.
[24] Vgl. Schwetzler (2005); Wiese (2005); Wagner/Jonas/Ballwieser/Tschöpel (2004); Richter (2004); Schwetzler/Piehler (2004); Dinstuhl (2002); Ollmann/Richter (1999); Drukarczyk/Richter (1995); Wiese (2006a); Wiese (2006b); Wiese (2007); Schwetzler/Rapp (2007); Mai (2006a).
[25] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 110-112; Wilhelm/Schosser (2007), S. 141 ff., insb. S. 147 für die Anwendung des Konzepts zur Bewertung.

gelöst. Auch ist unklar, ob durch das Tax-CAPM die Annahme der steuerlichen Merkmale eines repräsentativen Investors gerechtfertigt werden kann. Weiterhin wurde bislang nicht diskutiert, inwieweit die Zusammenhänge zwischen dem CAPM ohne Steuern und der Preisbildung auf einem arbitragefreien, vollständigen Kapitalmarkt auf das Modell mit Steuern übertragbar sind. Hierbei besteht insbesondere das Problem steuerlich bedingter Arbitragegelegenheiten.[26] Schließlich existieren Ansätze, welche die CAPM-basierte Bewertung aus individuellen Bewertungskalkülen ableiten und somit die Verbindung zum Individualansatz herstellen.[27] Eine Übertragung dieser Ansätze auf das Tax-CAPM fehlt bislang. Kapitel 3 der vorliegenden Arbeit beschäftigt sich mit den genannten Fragestellungen. Grundlage hierfür ist die formale Herleitung des Tax-CAPM, welche daher ausführlich betrachtet wird.

Ist die zu bewertende Unternehmung teilweise fremdfinanziert, so entfällt der Unternehmensgesamtwert anteilig auf die Eigenkapitalgeber und die Fremdkapitalgeber. Ziel der Bewertung im Rahmen des Marktansatzes ist die Bestimmung des Marktwerts des Eigenkapitals der zu bewertenden Unternehmung. Dieser kann im Rahmen des Bruttoverfahrens oder des Nettoverfahrens ermittelt werden.[28] Beim Bruttoverfahren werden zunächst die insgesamt an die Kapitalgeber fließenden Zahlungen bewertet. Der Wert des Eigenkapitals ergibt sich dann als Differenz des Unternehmensgesamtwerts und des Werts des Fremdkapitals; letzterer entspricht in der Regel dem Fremdkapitalbestand. Beim Nettoverfahren wird der Wert des Eigenkapitals dagegen direkt berechnet. Unabhängig von der Vorgehensweise stellt sich die Frage nach dem Einfluss der Kapitalstruktur auf den Marktwert der Unternehmung. Fremdkapitalzinsen mindern die steuerliche Bemessungsgrundlage der Unternehmung. Darüber hinaus werden Zahlungen zwischen der Unternehmung und den Eigenkapitalgebern und Zahlungen zwischen der Unternehmung und den Fremdkapitalgebern auf der Ebene der Kapitalgeber unterschiedlich besteuert. Aus diesen Gründen beeinflusst die Kapitalstruktur den Unternehmensgesamtwert, was sich auf den Marktwert des Eigenkapitals auswirkt.[29] Darüber hinaus ist auch bei der Bewertung einer unverschuldeten Unternehmung die Kapitalstruktur zu beachten, da Gewinnausschüttungen beim Eigenkapitalgeber der Besteuerung unterliegen, während Zahlungen aus dem steuerlichen Eigenkapital steuerfrei sind.

Der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung setzt sich zusammen aus dem Wert der Zahlungen, welche eine bis auf die Kapitalstruktur identische unverschuldete Unternehmung erzielt, und dem Wert der durch die Fremdfinanzierung ausgelösten Steuerzahlungen. Letztere werden durch Vergleich der Gesamtzahlungen beider Unternehmungen ermittelt.[30] Die Zahlungen der unverschuldeten Unternehmung sowie die steuerlichen Effekte der Kapitalstruktur sind unter Berücksichtigung ihres Risikogehalts zu bewerten. Die Bewertung der verschuldeten Unternehmung setzt demnach zum einen die Bestimmung des Werts der unverschuldeten

[26] Vgl. zu steuerlich bedingten Arbitragemöglichkeiten Dybvig/Ross (1986); Schaefer (1982).
[27] Vgl. Tschöpel (2004), S. 245 ff.; von Nitzsch (1997), S. 114 ff.; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 627-628.
[28] Vgl. Ballwieser (2004), S. 111-113; Drukarczyk (2007), S. 138-145; Schultze (2003), S. 359-360; Matschke/Brösel (2005), S. 558-559; IDW (2005), Tz. 108-109; IDW (2007), Tz. 99-100.
[29] Vgl. für viele Modigliani/Miller (1963) für den Fall ohne Kapitalgeberbesteuerung; Laitenberger (2003) für den Fall mit Kapitalgeberbesteuerung.
[30] Vgl. zur Vorgehensweise Schultze (2005); Schultze/Bachmann (2006).

Unternehmung und zum anderen die Ermittlung der Höhe und des Risikos der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen voraus.

Im Rahmen der Bewertung von verschuldeten Unternehmen wird regelmäßig davon ausgegangen, dass die Unsicherheit der zukünftigen Fremdkapitalbestände als einzige Risikoquelle in die fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen eingeht, während mögliche andere Risikoquellen wie das Steuersatzrisiko sowie das Risiko unsicherer Fremdkapitalzinsen vernachlässigt werden.[31] Auch sind die Annahmen erforderlich, dass auf der Ebene der Unternehmung ein sofortiger Verlustausgleich erfolgt[32] und dass im Fall der Berücksichtigung der Kapitalgeberbesteuerung auf der Ebene der Eigenkapitalgeber negative Ausschüttungen zulässig sind.[33] Unter diesen Annahmen werden konkrete Bewertungsgleichungen für den Unternehmensgesamtwert abgeleitet, wobei die Unsicherheit der Fremdkapitalbestände mittels Finanzierungsstrategien modelliert wird.[34] Die Entwicklung von Bewertungsgleichungen unter Berücksichtigung der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen auf der Ebene der Kapitalgeber wurde bislang nicht für alle Finanzierungsstrategien vorgenommen. Auch wurde bei der Integration der Kapitalgeberbesteuerung meist die Besteuerung von Wertänderungen vernachlässigt.[35] Die Einbeziehung von Verlustausgleichsbeschränkungen und Zinsabzugsbeschränkungen auf Unternehmensebene zeigt, dass die Ableitung geschlossener Bewertungsgleichungen in der Regel nicht mehr möglich ist.[36]

Kapitel 4 der vorliegenden Arbeit beschäftigt sich mit der Bewertung fremdfinanzierter Unternehmen im Rahmen des Marktansatzes. Da nunmehr die Bewertung fremdfinanzierungsbedingter Steuerzahlungen im Vordergrund steht, wird ein einfach zu handhabender arbitragebasierter Bewertungsansatz unter Berücksichtigung der Kapitalgeberbesteuerung gewählt. Zunächst wird ein allgemeiner Modellrahmen entwickelt, welcher es ermöglicht, die Besteuerung von Ausschüttungen, Wertänderungen und Zinsen im Bewertungskalkül abzubilden. Hierauf aufbauend werden für eine Konstellation, in der das Risiko der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen ausschließlich durch das Risiko der zukünftigen Fremdkapitalbestände determiniert ist, für die in der Literatur diskutierten Finanzierungsstrategien konkrete Bewertungsgleichungen unter Berücksichtigung der steuerlichen Effekte auf Ebene der Unternehmung und auf Ebene der Kapitalgeber abgeleitet. Schließlich werden weiterführende Überlegungen im Hinblick auf die Integration von Verlustausgleichsbeschränkungen und Zinsabzugsbeschränkungen auf Unternehmensebene, die Integration von Nichtnegativitätsbedingungen bezüglich der Ausschüttungen sowie die steuerliche Behandlung von Zinsaufwendungen bei den Eigenkapitalgebern vorgenommen.

---

[31] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2003a), S. 239.
[32] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 48; Rapp (2006), S. 776.
[33] Vgl. Laitenberger (2003), S. 1225.
[34] Vgl. zu einem Überblick über Finanzierungsstrategien Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 50.
[35] Eine Berücksichtigung der Besteuerung von Wertänderungen erfolgt bei Wiese (2006a); Clubb/Doran (1992).
[36] Vgl. Richter (2002b), S. 197-198; Drukarczyk (2007), S. 399-400; Mai (2008).

Der Aufbau der vorliegenden Arbeit lässt sich wie folgt zusammenfassen: Kapitel 2 beschäftigt sich mit der Bewertung im Individualansatz. In Kapitel 3 erfolgt die Analyse des Marktansatzes; Kapitalstruktureffekte werden hier nicht im Kalkül berücksichtigt. Der Einbezug der Kapitalstruktur in das Bewertungskalkül des Marktansatzes erfolgt in Kapitel 4. Die Arbeit schließt mit einer thesenförmigen Zusammenfassung in Kapitel 5.

# 2 Die Bestimmung von Grenzpreisen im Individualkalkül

## 2.1 Der Modellrahmen

### 2.1.1 Modell ohne Steuern

#### 2.1.1.1 Prämissen

Im Folgenden werden die individuellen Grenzpreiskalküle einzelner Investoren (Erwerber oder Veräußerer) betrachtet. Die Grenzpreiskalküle ergeben sich aus den individuellen Entscheidungssituationen der Investoren und stellen daher in der Regel investorspezifische Größen dar. Die Grenzpreise ergeben sich durch Vergleich des Erwerbs (der Veräußerung) mit dem Erwerb (der Veräußerung) einer alternativen Investition am Kapitalmarkt im Hinblick auf die Zielsetzung des Erwerbers (Veräußerers).[37] Hiermit sind die drei grundlegenden Elemente des Bewertungskalküls bereits geklärt: das Bewertungsobjekt, die Investitionsmöglichkeiten am Kapitalmarkt sowie die Ziele der Investoren. Diese Elemente sind im Folgenden mittels Prämissen zu modellieren.

Dem Bewertungskalkül liegen die folgenden Prämissen bezüglich des Kapitalmarkts zu Grunde:[38]

- Gegeben ist ein Kapitalmarkt, auf dem $J$ Wertpapiere zum Ende einer jeden Periode $t$ zu gegebenen, unsicheren Marktpreisen $\widetilde{P}_{j,t}$ gehandelt werden können.[39] Einzelne Investoren können diese Marktpreise nicht beeinflussen. Die Wertpapiere sind beliebig teilbar. Die Wertpapiere generieren in jeder Periode $t$ unsichere Ausschüttungen der Höhe $\widetilde{C}_{j,t}$. Die Rückflüsse der Wertpapiere setzen sich zusammen aus den Ausschüttungen und den Preisen.
- Es existiert eine risikolose Anlage- und Verschuldungsmöglichkeit zum sicheren und im Zeitablauf konstanten Zinssatz $i$.[40]
- Der Kapitalmarkt ist arbitragefrei. Dies schließt Portfoliostrategien aus, welche bei einem heutigen Mitteleinsatz von null (oder einem heutigen Mittelzufluss) in zukünftigen Perioden ausschließlich nichtnegative Zahlungen und in mindestens einem Zustand einer zukünftigen Periode eine positive Zahlung generieren (Arbitragemöglichkeit vom Typ 1). Weiterhin sind Portfoliostrategien ausgeschlossen, welche eine heutige positive Zahlung generieren, während die Zahlungen in allen zukünftigen Zuständen der zukünftigen Perioden null betragen (Arbitragemöglichkeit vom Typ 2).[41]
- Es existieren keine Leerverkaufs- bzw. Kreditaufnahmebeschränkungen bezüglich der Basiswertpapiere.

---

[37] Die folgende Modellierung orientiert sich an dem Grenzpreismodell von Wilhelm (2005a). Einen vergleichbaren Modellrahmen stellt das allgemeine Zustands-Grenzpreismodell von Hering (2000) und Hering (1999) dar.

[38] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 634 ff.; Nietert (2005), S. 543-544.

[39] Das Symbol „~" bezeichnet im Folgenden Zufallsvariablen. Die Preisbildung für die Basiswertpapiere ist nicht Gegenstand der Analyse.

[40] Wilhelm (2005a), S. 634 bezieht Zinsunsicherheit in die Modellierung ein.

[41] Vgl. zu Arbitragegelegenheiten Zimmermann (1998), S. 16-17; Sandmann (2001), S. 15; Kruschwitz (2002), S. 137 ff.; Wilhelm (1985), S. 50-54.

- Die Basiswertpapiere mit unsicheren Rückflüssen sind Anteile an Kapitalgesellschaften.[42]
- Es liegen homogene Erwartungen der Investoren bezüglich der Verteilungen der Rückflüsse der am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere vor; dies bedeutet, dass alle Investoren die Verteilungen der Rückflüsse identisch einschätzen.

Bezüglich der Investoren (Erwerber oder Veräußerer), welche die individuellen Grenzpreise des Bewertungsobjekts bestimmen, wird Folgendes angenommen:[43]

- Der Planungshorizont der Investoren beträgt $T^*$ Perioden.
- Das Ziel der Investoren besteht in der Maximierung des erwarteten Konsumnutzens $EU\left(c_0, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \cdots \tilde{c}_t, \cdots \tilde{c}_{T*-1}, \tilde{c}_{T*}\right)$, welcher aus den in Geldeinheiten gemessenen Konsumzahlungen $\tilde{c}_t$ der einzelnen Perioden des Planungshorizonts entsteht.[44] Die Funktion $U\left(c_0, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \cdots \tilde{c}_t, \cdots \tilde{c}_{T*-1}, \tilde{c}_{T*}\right)$ stellt hierbei eine mehrattributive Nutzenfunktion dar.[45]
- Die Investoren verfügen im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ über eine Anfangsausstattung, welche die am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere enthält.
- Die Investoren können in jeder Periode mit den Basiswertpapieren des Kapitalmarkts handeln und somit Konsumzahlungen in unterschiedliche Perioden transferieren.
- Die Investoren $y$ erzielen in jeder Periode des Planungshorizonts ein exogenes (unsicheres) Einkommen (beispielsweise Einkommen aus nichtselbstständiger Arbeit), welches sich auf $\tilde{H}_t^y$ beläuft; $y = E$ steht im Folgenden für den Erwerber und $y = V$ für den Veräußerer.

Zu bewerten ist ein Bewertungsobjekt, welches die folgenden Eigenschaften aufweist:

- Das Bewertungsobjekt ist ein exogen vorgegebener Anteil an einer Kapitalgesellschaft. Die Höhe dieses Anteils stellt keine Handlungsvariable des Käufers oder des Verkäufers dar.[46]

---

[42] Diese Prämisse wird insbesondere zur Integration der Besteuerung in das Modell benötigt.
[43] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 635-637; Nietert (2005), S. 545-546.
[44] Nichtmonetäre Zielsetzungen, welche mit dem Erwerb oder der Veräußerung eines Bewertungsobjekts verbunden sein können, werden nicht im Bewertungskalkül berücksichtigt; vgl. zu nichtmonetären Zielsetzungen Matschke/Brösel(2005), S. 119.
[45] Vgl. Nietert (2005), S. 545. Vgl. Hering (2000), S. 364; Hering (1999), S. 184 zu einer Operationalisierung der Nutzenfunktion durch zeit- und zustandsspezifische Gewichtungsfaktoren.
[46] Vgl. Nietert (2005), S. 547-548.

- In Periode $T$ wird das Bewertungsobjekt zu einem exogen gegebenen Preis $\widetilde{V}_T$ vollständig veräußert.[47] Die Veräußerung des Bewertungsobjekts erfolgt spätestens in Periode $T^*$, d.h. es gilt $T \leq T^*$.
- Das Bewertungsobjekt generiert in jeder Periode $t$ Ausschüttungen der Höhe $\widetilde{C}_t$.
- Bezüglich der Verteilungen der Rückflüsse aus dem Bewertungsobjekt bestehen homogene Erwartungen der Investoren.[48]
- Beim Veräußerer ist das Bewertungsobjekt in der Anfangssausstattung des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ enthalten.
- Ein Leerverkauf des Bewertungsobjekts ist nicht möglich.

#### 2.1.1.2 Erwerberkalkül

Der Erwerber steht vor den Alternativen, das Bewertungsobjekt im Zeitpunkt $t = 0$ zu erwerben oder den Erwerb zu unterlassen. Der Grenzpreis des Erwerbers $V_0^E$ ist der maximale Preis, zu dem er bereit ist, das Bewertungsobjekt zu erwerben.[49] Entspricht der Transaktionspreis dem Grenzpreis, so ist er indifferent zwischen den beiden Handlungsalternativen. Um $V_0^E$ zu bestimmen, ist die Situation im Fall ohne den Erwerb mit der Situation im Fall des Erwerbs im Hinblick auf die Zielsetzung des Erwerbers zu vergleichen.

Das Ziel des Erwerbers besteht in der Maximierung des erwarteten Nutzens, welcher aus den Konsumzahlungen in den einzelnen Perioden des Planungshorizonts resultiert. Da Einzahlungen einer Periode durch Investitionen am Kapitalmarkt in Konsumzahlungen in anderen Perioden transformiert werden können, erfolgt die Nutzenmaximierung im Rahmen eines intertemporalen Portfoliooptimierungsproblems über die Anzahlen der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere. Die optimale Investitionsstrategie des Erwerbers im Fall des Verzichts auf den Erwerb sei im Folgenden als Basisprogramm bezeichnet, diejenige im Fall des Erwerbs als Bewertungsprogramm.[50]

---

[47] Der Preis $\widetilde{V}_T$ ergibt sich aus den zukünftigen Zahlungen des Bewertungsobjekts. Um das Bewertungskalkül entwickeln zu können, wird davon ausgegangen, dass dieser Preis bereits bestimmt und somit exogen gegeben ist. Wird das Bewertungsobjekt in Periode $T$ liquidiert, so ist der Preis $\widetilde{V}_T$ als Liquidationserlös zu interpretieren. Es wird davon ausgegangen, dass der Zeitpunkt der Liquidation des Bewertungsobjekts exogen gegeben ist. Vor diesem Zeitpunkt sei eine Liquidation für die Investoren nicht vorteilhaft. Alternativ könnte der Liquidationszeitpunkt durch Modellierung einer Abbruchoption modellendogen bestimmt werden; vgl. hierzu Richter (2002b), S. 287 ff.; Dück-Rath (2004), S. 218 ff. Dies soll jedoch im Folgenden aus Vereinfachungsgründen unterbleiben.

[48] Unterschiedliche Einschätzungen der Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die an der Transaktion Beteiligten liegen beispielsweise vor, wenn der Erwerber Synergieeffekte nutzen kann, welche beim Veräußerer nicht auftreten. Eine Erweiterung des Modells im Hinblick auf Synergieeffekte ist möglich; vgl. Nietert (2005), S. 544; Pfaff et al. (2002), S. 198 ff, insb. 205-207. Synergieeffekte werden im Folgenden nicht berücksichtigt, da sich die Analyse auf die Integration der Besteuerung in das Bewertungskalkül konzentriert.

[49] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 637; Hering (2000), S. 364; Matschke/Brösel (2005), S. 113.

[50] Vgl. zu den Begriffen Basisprogramm und Bewertungsprogramm Matschke (1972), S. 146 ff.; Matschke/Brösel (2005), S. 125-126. Vgl. zu einer hierauf aufbauenden Formulierung des allgemeinen Zustands-Grenzpreismodells Hering (2000); Hering (1999), S. 27 ff., 181 ff.; Matschke/Brösel (2005), S. 182 ff.

Die Anzahl eines bei Durchführung des Basisprogramms, d.h. Verzicht auf den Erwerb des Bewertungsobjekts, in Periode $t$ im Wertpapierportfolio des Erwerbers enthaltenen Wertpapiers $j$ sei gegeben durch $\tilde{n}_{j,t}^{*,E}$;[51] die Änderung der Anzahl von Wertpapier $j$ einer Periode $t$ im Bestand des Erwerbers sei gegeben durch $\Delta\tilde{n}_{j,t}^{*,E} = \tilde{n}_{j,t}^{*,E} - \tilde{n}_{j,t-1}^{*,E}$. Die Zielfunktion des Erwerbers bei Durchführung des Basisprogramms lautet dann[52]

$$(2.1) \quad \max_{\tilde{n}_{j,t}^{*,E}} EU\left(c_0, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \cdots \tilde{c}_t, \cdots \tilde{c}_{T^*-1}, \tilde{c}_{T^*}\right) \ ,$$

wobei die Konsumzahlungen $\tilde{c}_t \geq 0$ einer Periode $t$ gegeben sind durch

$$(2.2) \quad \tilde{c}_t = \underbrace{\tilde{H}_t^E}_{I} + \underbrace{\tilde{n}_{0,t-1}^{*,E} \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1}^{*,E} \cdot \tilde{C}_{j,t}}_{II} - \underbrace{\Delta\tilde{n}_{0,t}^{*,E} - \sum_{j=1}^{J} \Delta\tilde{n}_{j,t}^{*,E} \cdot \tilde{P}_{j,t}}_{III} \ .$$

Die Konsumzahlungen $\tilde{c}_t$ setzen sich nach Gleichung (2.2) zusammen aus dem Einkommen des Erwerbers (I), dem Zinszufluss und den Ausschüttungen (II), welche aus den Kapitalmarktinvestitionen der Vorperiode resultieren, sowie den Zahlungen aufgrund von Bestandsänderungen der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere (III). Die Anzahlen $\tilde{n}_{j,t}^{*,E}$ determinieren das nutzenoptimale Basisprogramm des Erwerbers.

Im Fall des Erwerbs des Bewertungsobjekts fließen dem Erwerber die Rückflüsse des Bewertungsobjekts zu. Diese zusätzlichen Zahlungen veranlassen ihn, durch Bildung eines Zusatzportfolios die Anzahlen der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere gegenüber dem Basisprogramm zu ändern, um die nutzenoptimalen Konsumzahlungen $\tilde{c}_t^b \geq 0$ im Bewertungsprogramm zu erzielen. Die (positive oder negative) Anzahl eines im Zusatzportfolio enthaltenen Wertpapiers $j$ in Periode $t$, sei gegeben durch $\tilde{n}_{j,t}^{E}$; für die Bestandsänderungen im Zusatzportfolio gelte $\Delta\tilde{n}_{j,t}^{E} = \tilde{n}_{j,t}^{E} - \tilde{n}_{j,t-1}^{E}$. Der Investor bestimmt dann das Bewertungsprogramm mittels[53]

$$(2.3) \quad \max_{\tilde{n}_{j,t}^{*,E} - \tilde{n}_{j,t}^{E}} EU\left(c_0^b, \tilde{c}_1^b, \tilde{c}_2^b, \cdots \tilde{c}_t^b, \cdots \tilde{c}_{T^*-1}^b, \tilde{c}_{T^*}^b\right) \ .$$

Für die bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgende Konsumzahlung $\tilde{c}_t^b$ im Bewertungsprogramm einer Periode $0 < t < T$ resultiert

$$(2.4) \quad \tilde{c}_t^b = \underbrace{\tilde{c}_t}_{I} + \underbrace{\tilde{C}_t}_{II} - \underbrace{\tilde{n}_{0,t-1}^{E} \cdot i - \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1}^{E} \cdot \tilde{C}_{j,t}}_{III} + \underbrace{\Delta\tilde{n}_{0,t}^{E} + \sum_{j=1}^{J} \Delta\tilde{n}_{j,t}^{E} \cdot \tilde{P}_{j,t}}_{IV} \ .$$

---

[51] Diese Anzahl ist aus Sicht des Bewertungszeitpunkts in der Regel stochastisch, was durch Verwendung des Symbols „~“ zum Ausdruck gebracht wird.

[52] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 635-636; Nietert (2005), S. 545-546, 564. Eine ausführliche Diskussion des Optimierungsproblems (2.2), welches mittels stochastischer dynamischer Optimierung zu lösen ist, findet sich bei Wilhelm (1983a), S. 21 ff.

[53] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 636; ähnlich Hering (2000), S. 364-365; Hering (1999), S. 184.

Die Konsumzahlung (2.4) setzt sich zusammen aus der Konsumzahlung des Basisprogramms (I), der Zahlung des Bewertungsobjekts (II), den Zahlungen, welche aus dem Zusatzportfolio der Vorperiode resultieren (III) sowie den Zahlungen aufgrund von Bestandsänderungen des Zusatzportfolios (IV). In der Periode $T$, in der das Bewertungsobjekt veräußert oder aufgelöst wird, ist die Komponente II in Gleichung (2.4) durch $\widetilde{C}_T + \widetilde{V}_T$ zu ersetzen. Nach der Veräußerung oder Auflösung $(t > T)$ gilt $\widetilde{C}_t = 0$, so dass die Perioden $t > T$ nicht bewertungsrelevant sind.

Ausgehend von den intertemporalen Portfoliooptimierungsproblemen des Erwerbers ist der Erwerbergrenzpreis definiert als der maximale Preis $V_0^E$, welcher zur Identität der Nutzen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm führt, d.h. also die Bedingung[54]

$$(2.5) \quad EU\left(c_0, \widetilde{c}_1, \widetilde{c}_2, \cdots \widetilde{c}_t, \cdots \widetilde{c}_{T*-1}, \widetilde{c}_{T*}\right) = EU\left(c_0^b, \widetilde{c}_1^{\,b}, \widetilde{c}_2^{\,b}, \cdots \widetilde{c}_t^{\,b}, \cdots \widetilde{c}_{T*-1}^{\,b}, \widetilde{c}_{T*}^{\,b}\right)$$

erfüllt. Der Grenzpreis $V_0^E$ stellt die maximale Zahlungsbereitschaft des Erwerbers dar. Er ist gegeben durch die Bedingung

$$(2.6) \quad c_0^b = c_0 - V_0^E + n_{0,0}^E + \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^E \cdot P_{j,0} \,.$$

Der Erwerb des Bewertungsobjekts wird demnach finanziert durch die erstmalige Bildung des Zusatzportfolios in $t = 0$ sowie eine mögliche Änderung der Konsumzahlungen in $t = 0$.

#### 2.1.1.3 Veräußererkalkül

Der Veräußerer steht vor den Alternativen, das Bewertungsobjekt im Zeitpunkt $t = 0$ zu veräußern oder die Veräußerung zu unterlassen. Der Grenzpreis des Veräußerers $V_0^V$ ist der minimale Preis, zu dem er das Bewertungsobjekt veräußern würde.[55] Bei diesem Preis ist er indifferent zwischen beiden Handlungsalternativen. Im Bewertungskalkül des Veräußerers bestehen die Konsumzahlungen des Basisprogramms aus den Zahlungen des Bewertungsobjekts, Zahlungen aufgrund von Kapitalmarktinvestitionen und dem Einkommen des Veräußerers. Das Bewertungsprogramm enthält dagegen die Zahlungen des Bewertungsobjekts nicht mehr. Die Grenzpreisbestimmung erfolgt analog zur Vorgehensweise im Erwerberkalkül.

Bei Durchführung des Basisprogramms maximiert der Veräußerer den erwarteten Nutzen aus den Konsumzahlungen mittels

$$(2.7) \quad \max_{\widetilde{n}_{j,t}^{*,V}} EU\left(c_0, \widetilde{c}_1, \widetilde{c}_2, \cdots \widetilde{c}_t, \cdots \widetilde{c}_{T*-1}, \widetilde{c}_{T*}\right),$$

wobei bei Definition von $\widetilde{n}_{j,t}^{*,V}$ und $\Delta\widetilde{n}_{j,t}^{*,V}$ analog zum Erwerberkalkül

$$(2.8) \quad \widetilde{c}_t = \widetilde{H}_t^V + \widetilde{C}_t + \widetilde{n}_{0,t-1}^{*,V} \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1}^{*,V} \cdot \widetilde{C}_{j,t} - \Delta\widetilde{n}_{0,t}^{*,V} - \sum_{j=1}^{J} \Delta\widetilde{n}_{j,t}^{*,V} \cdot \widetilde{P}_{j,t}$$

---

[54] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 637.

[55] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 637; Matschke/Brösel (2005), S. 113.

den Konsum einer Periode $0 < t < T$ darstellt. In Periode $T$ ist wiederum $\widetilde{C}_t$ durch $\widetilde{C}_T + \widetilde{V}_T$ zu ersetzen. Für $t > T$ gilt wiederum $\widetilde{C}_t = 0$, so dass die Perioden $t > T$ nicht bewertungsrelevant sind.

Die Zusammensetzung der Konsumzahlung $\widetilde{c}_t^b$ des Bewertungsprogramms einer Periode $t$ unterscheidet sich von der Konsumzahlung $\widetilde{c}_t$ des Basisprogramms durch den Wegfall der Zahlungen des Bewertungsobjekts und die Zahlungen aus einem Zusatzportfolio, welches die Nutzenmaximierung sicherstellt. Es resultieren bei zum Erwerberkalkül analoger Definition von $\widetilde{n}_{j,t}^V$ und $\Delta\widetilde{n}_{j,t}^V$ das Optimierungsproblem

$$(2.9) \quad \max_{\widetilde{n}_{j,t}^{*,V} - \widetilde{n}_{j,t}^V} EU\left(c_0^b, \widetilde{c}_1^b, \widetilde{c}_2^b, \cdots \widetilde{c}_t^b, \cdots \widetilde{c}_{T*-1}^b, \widetilde{c}_{T*}^b\right)$$

und die Konsumzahlungen

$$(2.10) \quad \widetilde{c}_t^b = \widetilde{c}_t - \widetilde{C}_t + \widetilde{n}_{0,t-1}^V \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1}^V \cdot \widetilde{C}_{j,t} - \Delta\widetilde{n}_{0,t}^V - \sum_{j=1}^{J} \Delta\widetilde{n}_{j,t}^V \cdot \widetilde{P}_{j,t} .$$

Analog zum Erwerbergrenzpreis ist der Veräußerergrenzpreis definiert als der minimale Preis $V_0^V$, welcher zur Identität der Nutzen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm führt, d.h. also die Bedingung[56]

$$(2.11) \quad EU\left(c_0, \widetilde{c}_1, \widetilde{c}_2, \cdots \widetilde{c}_t, \cdots \widetilde{c}_{T*-1}, \widetilde{c}_{T*}\right) = EU\left(c_0^b, \widetilde{c}_1^b, \widetilde{c}_2^b, \cdots \widetilde{c}_t^b, \cdots \widetilde{c}_{T*-1}^b, \widetilde{c}_{T*}^b\right)$$

erfüllt. Der Grenzpreis $V_0^V$ stellt den Preis dar, den der Veräußerer mindestens erzielen muss, um sich nicht schlechter zu stellen als bei Verzicht auf die Veräußerung. Er ist gegeben durch die Bedingung

$$(2.12) \quad c_0^b = c_0 + V_0^V - n_{0,0}^V - \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^V \cdot P_{j,0} .$$

Dem Zufluss des Veräußerungspreises stehen demnach Zahlungen aufgrund der erstmaligen Bildung des Zusatzportfolios in $t = 0$ sowie einer möglichen Änderung der Konsumzahlungen in $t = 0$ gegenüber.

### 2.1.2 Modell mit Steuern

#### 2.1.2.1 Prämissen

Einkünfte der Investoren, welche sich aus Zinsen, Ausschüttungen, steuerpflichtigen Wertänderungen sowie dem exogenen Einkommen zusammensetzen unterliegen der Einkommensteuer. Steuerzahlungen mindern die den Investoren für Konsumausgaben zur Verfügung stehenden finanziellen Mittel und somit die Zielgröße der Investoren. Die Einkommensbesteuerung der Investoren geht daher neben den in Abschnitt 2.1.1 genannten drei Elementen als viertes Element in das Bewertungskalkül ein. Es sind sowohl die Besteuerung des Bewer-

[56] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 637.

tungsobjekts als auch die Besteuerung der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere und des exogenen Einkommens zu berücksichtigen. Die Besteuerung hat auch Konsequenzen für die Arbitragefreiheitsbedingung. Werden die Einkünfte der Investoren besteuert, so ist zu fordern, dass nach Abzug aller Steuerzahlungen keine globalen Arbitragemöglichkeiten vorliegen. Lokale Arbitragemöglichkeiten können dagegen in einem Modell mit Steuern nicht generell ausgeschlossen werden. Globale Arbitragemöglichkeiten implizieren, dass unendliche Arbitragegewinne erzielbar sind. Bei Vorliegen einer lokalen Arbitragemöglichkeit sind die erzielbaren Arbitragegewinne dagegen betragsmäßig begrenzt.[57] Inwieweit steuerlich bedingte lokale Arbitragemöglichkeiten bestehen, wird im Folgenden anhand konkreter Steuersysteme analysiert.

Die in einer Periode $t$ zu leistende Steuerzahlung bei Durchführung des Basisprogramms sei im Folgenden allgemein definiert durch

$$(2.13)\quad \widetilde{S}Z_t^y = \widetilde{S}H_t^y + \widetilde{S}E_t^y + \widetilde{S}D_t^y + \widetilde{S}V_t^y,$$

wobei $\widetilde{S}H_t^y$ die Steuerzahlungen auf das exogene Einkommen, $\widetilde{S}E_t^y$ die Steuerzahlungen auf Zinseinkünfte, $\widetilde{S}D_t^y$ die Steuerzahlungen auf Ausschüttungen und $\widetilde{S}V_t^y$ die Steuerzahlungen auf steuerpflichtige Wertänderungen bezeichnet. Die Veränderung der Steuerzahlung des Bewertungsprogramms gegenüber dem Basisprogramm sei analog definiert durch[58]

$$(2.14)\quad \Delta\widetilde{S}Z_t^y = \Delta\widetilde{S}E_t^y + \Delta\widetilde{S}D_t^y + \Delta\widetilde{S}V_t^y.$$

Um konkrete Bewertungskalküle abzuleiten, sind die mittels der Gleichungen (2.13) und (2.14) in allgemeiner Form definierten Steuerzahlungen zu konkretisieren. Hierzu werden im Folgenden stilisierte Einkommensteuersysteme betrachtet, welche die bewertungsrelevanten Aspekte der Besteuerung für unterschiedliche Ausgestaltungen der Einkommensbesteuerung modellieren, ohne jedoch die Gesamtheit der Detailregelungen des Steuerrechts abzubilden.

Das erste zu betrachtende Steuersystem wird im Folgenden als Referenzsteuersystem bezeichnet. Es sei charakterisiert durch die folgenden Merkmale:[59]

- Die Steuersätze sind linear und nicht nach Investoren differenziert.
- Zinsen aus der sicheren Anlage werden im Zeitpunkt des Zuflusses mit dem Steuersatz $s_e$ besteuert. Gezahlte Kreditzinsen mindern die Bemessungsgrundlage der Zinssteuer. Der Zinssatz nach Steuern beläuft sich auf $i_{se} = i \cdot (1 - s_e)$.
- Ausschüttungen von Kapitalgesellschaften unterliegen im Zeitpunkt des Zuflusses der Besteuerung mit dem Steuersatz $s_d$. Im Fall eines Leerverkaufs wird angenommen, dass

[57] Vgl. Ross (1987), S. 375 ff. (grundlegend) zur Analyse steuerlich bedingter globaler und lokaler Arbitragemöglichkeiten.
[58] Die Steuerzahlung aufgrund des exogenen Einkommens ändert sich im Vergleich zum Basisprogramm nicht.
[59] Vgl. hierzu auch Wilhelm/Schosser (2007), S. 141-142.

die vom Leerverkäufer zu leistende Zahlung aufgrund der Ausschüttung zu einer Minderung der Bemessungsgrundlage der Ausschüttungssteuer führt.

- Wertänderungen von Kapitalgesellschaften werden in jeder Periode mit dem Steuersatz $s_v$ besteuert. Im Fall eines Leerverkaufs wird angenommen, dass die Wertänderung der Leerverkaufsposition dem Steuersatz $s_v$ unterliegt.[60]
- Das exogene Einkommen unterliegt im Zeitpunkt des Zuflusses dem Steuersatz $s_e$.
- Im Fall einer negativen Bemessungsgrundlage erfolgt ein sofortiger Verlustausgleich.
- Die Steuersätze sind im Zeitablauf konstant.

Während die Besteuerung von Ausschüttungen und Zinsen regelmäßig im Zeitpunkt des Zuflusses erfolgt, werden Wertänderungen oftmals erst in dem Zeitpunkt besteuert, in dem sie durch einen Veräußerungsvorgang realisiert werden,[61] so dass der Zeitpunkt der Realisierung der Wertänderungen explizit in das Bewertungskalkül eingeht. Dieser Aspekt wird berücksichtigt durch das Steuersystem mit an die Realisierung anknüpfender Besteuerung von Wertänderungen. Dieses sei charakterisiert durch die folgenden Merkmale:

- Wertänderungen von Kapitalgesellschaften werden abweichend vom Referenzsteuersystem nicht in jeder Periode besteuert, sondern nur in den Perioden, in denen sie durch eine Veräußerung realisiert werden. Bemessungsgrundlage der Wertänderungssteuer ist der Veräußerungsgewinn bzw. Veräußerungsverlust, welcher sich als Differenz zwischen dem Veräußerungserlös und den steuerlichen Anschaffungskosten ergibt. Die steuerlichen Anschaffungskosten sind gegeben durch den Preis, zu dem die Kapitalgesellschaftsbeteiligung zu einem früheren Zeitpunkt erworben wurde. Im Fall eines Leerverkaufs wird angenommen, dass die steuerlichen Anschaffungskosten null betragen.
- Ansonsten gelten die Annahmen des Referenzsteuersystems.

Während Zinseinkünfte vollständig besteuert werden, ist es möglich, dass Zinsaufwendungen nur anteilig von der steuerlichen Bemessungsgrundlage abzugsfähig sind.[62] Dieser Aspekt wird berücksichtigt durch das Steuersystem mit unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen. Dieses sei charakterisiert durch die folgenden Merkmale:

---

[60] Die Differenzierung der Steuersätze nach Einkünften kann beispielsweise auch eine Situation abbilden, in der alle steuerpflichtigen Einkünfte einem einheitlichen, linearen Steuersatz $s_e$ unterliegen, Ausschüttungen bzw. Wertänderungen jedoch nur anteilig mit den Anteilen $a_d$ bzw. $a_v$ in die Bemessungsgrundlage eingehen. Dies ist (bei Vernachlässigung von Progressionseffekten) für das derzeit im deutschen Steuerrecht geltende Teileinkünfteverfahren (§ 3 Nr. 40 EStG) mit $a_d = a_v = 0{,}6$ gegeben.

[61] Vgl. für das geltende deutsche Steuerrecht §§ 17, 20 Abs. 2 EStG.

[62] Vgl. zur Problematik der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen Georgi (1994), S. 20-21. Im derzeit geltenden Steuerrecht sind Fremdkapitalzinsen bei der Einkommensteuer mit dem Anteil $a_d = a_v = 0{,}6$ abzugsfähig, wenn das Fremdkapital mit den Einkünften aus der Beteiligung an einer Kapitalgesellschaft in Zusammenhang steht (§ 3c Abs. 2 EStG).

- Zinseinkünfte (Habenzinsen) unterliegen dem Steuersatz $s_h$. Der Habenzinssatz nach Steuern beläuft sich dann auf $i \cdot (1 - s_h)$.
- Zinsaufwendungen (Sollzinsen) unterliegen dem Steuersatz $s_s$. Der Sollzinssatz nach Steuern beläuft sich dann auf $i \cdot (1 - s_s)$.
- Es gilt $s_h > s_s$. Diese Relation bildet die beschränkte Abzugsfähigkeit von Zinsaufwendungen ab.
- Ansonsten gelten alternativ die Annahmen des Referenzsteuersystems oder des Steuersystems mit an die Realisierung anknüpfender Besteuerung von Wertänderungen.

Die bislang betrachteten Steuersysteme gehen von linearen Steuersätzen aus. Liegt dagegen ein progressives Einkommensteuersystem vor, so ergibt sich die Steuerzahlung aus der steuerlichen Bemessungsgrundlage, in welche die oben genannten Einkunftsarten eingehen, und der Tariffunktion.[63] Das progressive Einkommensteuersystem sei charakterisiert durch die folgenden Merkmale:

- Zinsen aus der sicheren Anlage gehen im Zeitpunkt des Zuflusses vollständig in die einkommensteuerliche Bemessungsgrundlage ein. Kreditzinsen mindern die einkommensteuerliche Bemessungsgrundlage vollständig.
- Ausschüttungen von Kapitalgesellschaften gehen im Zeitpunkt des Zuflusses mit einem Anteil $a_d$ in die einkommensteuerliche Bemessungsgrundlage ein.
- Wertänderungen von Kapitalgesellschaften werden in jeder Periode mit dem Anteil $a_v$ in der einkommensteuerlichen Bemessungsgrundlage berücksichtigt.
- Das exogene Einkommen geht im Zeitpunkt des Zuflusses vollständig in die einkommensteuerliche Bemessungsgrundlage ein.
- Die Steuerzahlung ergibt sich als Produkt aus dem Durchsschnittsteuersatz $s(B)$ und der Bemessungsgrundlage $B$ zu $s(B) \cdot B$.
- Für den Grenzsteuersatz gilt aufgrund der Progression $\partial s(B)/\partial B \geq 0$.
- Für $B \leq 0$ gilt $s(B) = 0$. Die Möglichkeit eines steuerlichen Verlustvortrags wird vernachlässigt.

Mittels der vorstehend definierten Modellsteuersysteme ist es möglich, die im Bewertungskalkül zu berücksichtigenden Steuerzahlungen $\Delta\tilde{S}Z_t^y$ und $\tilde{S}Z_t^y$ zu konkretisieren. Bevor dies erfolgt, wird jedoch das Bewertungskalkül in allgemeiner Form dargestellt.

---

[63] Im derzeit geltenden Steuerrecht ist der Tarifverlauf in § 32 a EStG geregelt.

### 2.1.2.2 Erwerberkalkül

Für das Erwerberkalkül folgen die Optimierungskalküle (2.1) und (2.3) für Basisprogramm und Bewertungsprogramm analog. Zusätzlich zu berücksichtigen sind nunmehr die periodischen Steuerzahlungen, welche sich auf die Konsumzahlungen und somit auch auf die optimalen Anzahlen der Basiswertpapiere auswirken.[64] Mit Gleichung (2.13) folgen für das Basisprogramm die periodischen Konsumzahlungen[65]

$$(2.15)\quad \widetilde{c}_t = \widetilde{H}_t^E + \widetilde{n}_{0,t-1}^{*,E} \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1}^{*,E} \cdot \widetilde{C}_{j,t} - \Delta\widetilde{n}_{0,t}^{*,E} - \sum_{j=1}^{J} \Delta\widetilde{n}_{j,t}^{*,E} \cdot \widetilde{P}_{j,t} - \widetilde{SZ}_t^E .$$

Der Erwerb des Bewertungsobjekts und die Bildung des Duplikationsportfolios bei Durchführung des Bewertungsprogramms wirken sich auf die Steuerzahlungen auf Zinsen, Ausschüttungen und Wertänderungen aus. Mit Gleichung (2.14) folgen daher die Konsumzahlungen

$$(2.16)\quad \widetilde{c}_t^b = \widetilde{c}_t + \widetilde{C}_t - \widetilde{n}_{0,t-1}^E \cdot i - \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1}^E \cdot \widetilde{C}_{j,t} + \Delta\widetilde{n}_{0,t}^E + \sum_{j=1}^{J} \Delta\widetilde{n}_{j,t}^E \cdot \widetilde{P}_{j,t} - \Delta\widetilde{SZ}_t^E$$

im Bewertungsprogramm. Der Grenzpreis des Erwerbers ist definiert als der maximale Preis $V_0^E$, bei dem Identität der Nutzen von Bewertungsprogramm und Basisprogramm vorliegt. Er ist gegeben durch die Bedingung

$$(2.17)\quad c_0^b = c_0 - V_0^E + n_{0,0}^E + \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^E \cdot P_{j,0} - \Delta SZ_0^E .$$

Unterschiede zum Modell ohne Steuern ergeben sich im Modell mit Steuern zum einen unmittelbar aus den Steuerzahlungen und den durch die Steuerzahlungen bedingten Änderungen der optimalen Anzahlen der Basiswertpapiere sowie zum anderen mittelbar durch einen möglichen Einfluss der Besteuerung auf die Preise der Basiswertpapiere.[66] Um konkrete Bewertungsgleichungen zu erhalten, ist zwischen den vorstehend erläuterten Steuersystemen zu differenzieren. Diese Differenzierung wird im Folgenden vorgenommen.

### 2.1.2.3 Veräußererkalkül

Das Veräußererkalkül im Modell mit Steuern ergibt sich analog zum Erwerberkalkül im Modell mit Steuern. Der Veräußerer ermittelt das optimale Basisprogramm bzw. Bewertungsprogramm mittels der Gleichungen (2.7) und (2.9). Die periodischen Steuerzahlungen finden bei der Determinierung der den Optimierungskalkülen zu Grunde liegenden Konsumzahlungen Berücksichtigung. Es folgt daher

$$(2.18)\quad \widetilde{c}_t = \widetilde{H}_t^V + \widetilde{C}_t + \widetilde{n}_{0,t-1}^{*,V} \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1}^{*,V} \cdot \widetilde{C}_{j,t} - \Delta\widetilde{n}_{0,t}^{*,V} - \sum_{j=1}^{J} \Delta\widetilde{n}_{j,t}^{*,V} \cdot \widetilde{P}_{j,t} - \widetilde{SZ}_t^V$$

und

---

[64] Vgl. zur Formulierung des Optimierungsproblems bei an die Realisierung anknüpfender Besteuerung von Wertänderungen DeMiguel/Uppal (2003); Dammon et al. (2001a); Dammon et al. (2001b); Gallmeyer et al. (2006).

[65] Vgl. zur Berücksichtigung der Steuerzahlungen Wilhelm/Schosser (2007), S. 141-142.

[66] Vgl. Abschnitt 2.4.3.

$$(2.19)\quad \tilde{c}_t^b = \tilde{c}_t - \tilde{C}_t + \tilde{n}_{0,t-1}^V \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1}^V \cdot \tilde{C}_{j,t} - \Delta\tilde{n}_{0,t}^V - \sum_{j=1}^{J} \Delta\tilde{n}_{j,t}^V \cdot \tilde{P}_{j,t} - \Delta\tilde{S}Z_t^V .$$

Der Grenzpreis des Veräußerers ist analog zum Modell ohne Steuern definiert als der minimale Preis $V_0^V$, bei dem Identität der Nutzen von Bewertungsprogramm und Basisprogramm vorliegt. Er ist gegeben durch die Bedingung

$$(2.20)\quad c_0^b = c_0 + V_0^V - n_{0,0}^V - \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^V \cdot P_{j,0} - \Delta SZ_0^V .$$

### 2.1.3 Vollständigkeit des Kapitalmarkts und Duplikation

#### 2.1.3.1 Modell ohne Steuern

Nunmehr ist der Kapitalmarkt genauer zu betrachten: Ein Kapitalmarkt ist vollständig, wenn die Anzahl der in einer Periode $t$ vorhandenen Wertpapiere zuzüglich der sicheren Anlage, d.h. $J+1$, welche linear unabhängige Rückflüsse aufweisen, unter dem Informationsstand der Periode $t$ der Anzahl der in der Folgeperiode $t+1$ möglichen Umweltzustände entspricht.[67] Ist der Kapitalmarkt vollständig, so können alle zustandsabhängigen Zahlungsströme durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere dupliziert werden. Der Erwerb des Bewertungsobjekts führt demnach nicht zu einer Erweiterung der Konsummöglichkeiten des Erwerbers.[68] Die Anzahlen $\tilde{n}_{j,t}^E$ oder $\tilde{n}_{j,t}^V$ können daher so gewählt werden, dass die Konsumzahlungen bei Durchführung des Bewertungsprogramms in jeder Periode $t$ den Konsumzahlungen bei Durchführung des Basisprogramms entsprechen,[69] d.h.

$$(2.21)\quad \tilde{c}_t^b = \tilde{c}_t .$$

Die Konsumnutzen von Bewertungsprogramm und Basisprogramm sind dann folglich identisch.

Aus den Gleichungen (2.4) und (2.21) folgt in diesem Fall für das Erwerberkalkül[70]

$$(2.22)\quad \tilde{C}_t - \tilde{n}_{0,t-1}^E \cdot i - \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1}^E \cdot \tilde{C}_{j,t} + \Delta\tilde{n}_{0,t}^E + \sum_{j=1}^{J} \Delta\tilde{n}_{j,t}^E \cdot \tilde{P}_{j,t} = 0 .$$

Nach Gleichung (2.22) entsprechen in jeder Periode die Zahlungen aus dem Bewertungsobjekt den Zahlungen aus dem Zusatzportfolio. Das Zusatzportfolio dupliziert demnach die Zahlungen des Bewertungsobjekts;[71] es sei daher im Folgenden als Duplikationsportfolio bezeichnet. Die Portfoliostrategie, welche die Gleichung (2.22) erfüllt, stellt eine selbstfinanzierende Strategie dar.[72]

---

[67] Vgl. zur Eigenschaft der Vollständigkeit des Kapitalmarkts Kruschwitz (2002), S. 147; Albrecht/Maurer (2005), S. 197, 212; Zimmermann (1998), S. 13.
[68] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638.
[69] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638; Wilhelm (1983a), S. 529-530.
[70] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638, 660.
[71] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 637-638.
[72] Vgl. zu selbstfinanzierenden Strategien bei Vorliegen eines arbitragefreien Kapitalmarkts Harrison/Kreps (1979) (grundlegend); Albrecht/Maurer (2005), S. 209; Sandmann (2001), S. 118-119.

Im Bewertungszeitpunkt $t=0$ erfolgt im Bewertungsprogramm eine Auszahlung in Höhe des Erwerbergrenzpreises $V_0^E$; weiterhin sind Zahlungen zu berücksichtigen, welche sich aus der erstmaligen Bildung des Zusatzportfolios ergeben. Da in allen zukünftigen Perioden die Konsumzahlungen von Bewertungsprogramm und Basisprogramm identisch sind, besteht Indifferenz zwischen dem Basisprogramm und dem Bewertungsprogramm, wenn die Identität der Konsumzahlungen auch in $t=0$ gilt.[73] Wegen $c_0^b = c_0$ folgt aus Gleichung (2.6) die Indifferenzbedingung

$$(2.23)\quad -V_0^E + n_{0,0}^E + \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^E \cdot P_{j,0} = 0\,.$$

Nach Gleichung (2.23) wird der Erwerb des Bewertungsobjekts durch die erstmalige Bildung des Duplikationsportfolios in $t=0$ finanziert. Wäre der Transaktionspreis geringer als $V_0^E$, so könnte durch den Erwerb des Bewertungsobjekts eine Arbitragemöglichkeit ausgenutzt werden, da aus der selbstfinanzierenden Portfoliostrategie eine heutige positive Zahlung folgt, während in allen zukünftigen Perioden Zahlungen von null resultieren; da Leerverkäufe des Bewertungsobjekts annahmegemäß ausgeschlossen sind, würde es sich um eine lokale Arbitragemöglichkeit handeln. Der Preis $V_0^E$ stellt daher den arbitragefreien Wert für das Bewertungsobjekt dar. Wäre der Transaktionspreis dagegen höher als $V_0^E$, so würde ein Erwerb nicht erfolgen, da durch den Verzicht auf die Transaktion bei geringerem heutigen Mitteleinsatz identische zukünftige Konsumzahlungen resultieren würden. Der mittels Gleichung (2.23) durch Duplikation bestimmte arbitragefreie Wert des Bewertungsobjekts stellt somit den Preis dar, den der Erwerber maximal für das Bewertungsobjekt zahlen würde und ist somit der Erwerbergrenzpreis.

Für das Veräußererkalkül[74] folgt analog die selbstfinanzierende Strategie

$$(2.24)\quad -\widetilde{C}_t + \widetilde{n}_{0,t-1}^V \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1}^V \cdot \widetilde{C}_{j,t} - \Delta\widetilde{n}_{0,t}^V - \sum_{j=1}^{J} \Delta\widetilde{n}_{j,t}^V \cdot \widetilde{P}_{j,t} = 0$$

und als Veräußerergrenzpreis folgt aus Gleichung (2.12) die Indifferenzbedingung

$$(2.25)\quad V_0^V - n_{0,0}^V - \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^V \cdot P_{j,0} = 0\,.$$

Durch Gleichung (2.25) ist der arbitragefreie Preis aus Sicht des Veräußerers gegeben. Dieser Preis stellt den Grenzpreis des Veräußerers dar.

Ist der Kapitalmarkt vollständig, so folgt aus den vorstehenden Ausführungen, dass zur Ermittlung der Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer jeweils eine selbstfinanzierende Portfoliostrategie zu bestimmen ist, welche die Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts durch die am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere ermöglicht. Da sich die Zahlungen

[73] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638, 660.
[74] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638, 660.

des Bewertungsobjekts für Veräußerer und Erwerber lediglich durch das Vorzeichen unterscheiden, unterscheiden sich die Anzahlen der in den Duplikationsportfolios enthaltenen Wertpapiere ebenfalls ausschließlich durch das Vorzeichen. Hieraus folgt, dass die gesuchten Größen $V_0^E$ und $V_0^V$ identisch sind.[75] Weiterhin ist bei vollständigem Kapitalmarkt eine Bestimmung des nutzenoptimalen Basisprogramms und des nutzenoptimalen Bewertungsprogramms nicht für die Bewertung erforderlich; vielmehr reicht die Ermittlung des Duplikationsportfolios aus. Auch hat das exogene Einkommen des Investors keinen Einfluss auf die Bewertung. Die Bewertung kann daher in einem Partialkalkül bzw. Separationsansatz erfolgen.[76]

Abschließend ist der Fall des unvollständigen Kapitalmarkts zu betrachten. Ein Kapitalmarkt ist unvollständig, wenn die Anzahl der in einer Periode $t$ vorhandenen Wertpapiere zuzüglich der sicheren Anlage, d.h. $J+1$, welche linear unabhängige Rückflüsse aufweisen, geringer ist als die unter dem Informationsstand der Periode $t$ gegebene Anzahl der in der Folgeperiode $t+1$ möglichen Umweltzustände. Die Zahlungen des Bewertungsobjekts führen daher in der Regel zu einer Änderung der erreichbaren Konsummöglichkeiten gegenüber einer Situation, in der das Bewertungsobjekt nicht gehalten wird. Eine Duplikation ist dann meist nicht mehr möglich. Ist der Kapitalmarkt unvollständig, so ist daher das Optimierungsproblem sowohl für das Basisprogramm als auch für das Bewertungsprogramm zu lösen, um die optimalen Anzahlen des Basisprogramms $\tilde{n}_{j,t}^{*,E}$ sowie des Bewertungsprogramms $\tilde{n}_{j,t}^{*,E} - \tilde{n}_{j,t}^{E}$ zu erhalten.[77] Die Grenzpreise ergeben sich dann aus den allgemeinen Bedingungen (2.5) und (2.11) im Rahmen eines Totalmodells.

#### 2.1.3.2 Modell mit Steuern

Auch im Modell mit Steuern ist zu unterscheiden zwischen dem Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts, bei dem die Bewertung mittels der allgemeinen Bedingungen (2.5) und (2.11) im Rahmen eines Totalmodells zu erfolgen hat, und dem Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts. Ist der Kapitalmarkt vollständig, so können auch im Modell mit Steuern unter den gegebenen Prämissen alle zustandsabhängigen Zahlungen durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere dupliziert werden, so dass die Anzahlen $\tilde{n}_{j,t}^{E}$ oder $\tilde{n}_{j,t}^{V}$ so gewählt werden können, dass $\tilde{c}_t^b = \tilde{c}_t$ gilt.

Für das Erwerberkalkül existieren dann selbstfinanzierende Strategien, welche für jede Periode die Bedingung

$$(2.26)\quad \tilde{C}_t - \tilde{n}_{0,t-1}^{E} \cdot i - \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1}^{E} \cdot \tilde{C}_{j,t} + \Delta\tilde{n}_{0,t}^{E} + \sum_{j=1}^{J} \Delta\tilde{n}_{j,t}^{E} \cdot \tilde{P}_{j,t} - \Delta\tilde{S}Z_t^E = 0$$

erfüllen. Der Preis, welcher Arbitragemöglichkeiten ausschließt, ist daher gegeben durch

[75] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638.
[76] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 637-638; von Nitzsch (1997), S. 92-94; Hering (2000), S. 374-375; Hering (1999), S. 125 ff., 185.
[77] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 648 ff. Im Modell von Nietert (2005) erfolgt die Bewertung anhand der Konsumgrenznutzen; vgl. Nietert (2005), S. 547. Eine Bestimmung des Basisprogramms ist daher nicht erforderlich.

$$(2.27)\quad -V_0^E + n_{0,0}^E + \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^E \cdot P_{j,0} - \Delta SZ_0^E = 0\,.$$

Bei einem niedrigeren Preis könnte der Erwerber eine Arbitragemöglichkeit ausnutzen; insoweit ist das Modell mit Steuern dem Modell ohne Steuern vergleichbar. Ob der nach Gleichung (2.27) ermittelte Wert jedoch auch die maximale Zahlungsbereitschaft des Erwerbers darstellt, ist im Modell mit Steuern erst noch für konkrete Steuersysteme zu analysieren.

Für das Veräußererkalkül folgt analog

$$(2.28)\quad -\widetilde{C}_t + \widetilde{n}_{0,t-1}^V \cdot i + \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1}^V \cdot \widetilde{C}_{j,t} - \Delta\widetilde{n}_{0,t}^V - \sum_{j=1}^{J} \Delta\widetilde{n}_{j,t}^V \cdot \widetilde{P}_{j,t} - \Delta\widetilde{S}Z_t^V = 0$$

für die selbstfinanzierenden Strategien und

$$(2.29)\quad V_0^V - n_{0,0}^V - \sum_{j=1}^{J} n_{j,0}^V \cdot P_{j,0} - \Delta SZ_0^V = 0$$

für den arbitragefreien Preis. Bei einem höheren Preis könnte der Veräußerer eine Arbitragemöglichkeit ausnutzen; insoweit ist das Modell mit Steuern dem Modell ohne Steuern vergleichbar. Ob der nach Gleichung (2.29) ermittelte Wert jedoch auch den minimalen Verkaufspreis darstellt, den der Veräußerer zu akzeptieren bereit ist, ist im Modell mit Steuern erst noch für konkrete Steuersysteme zu analysieren.

Auch ist durch das Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts im Modell mit Steuern keineswegs garantiert, dass sich die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer entsprechen oder dass zur Bestimmung des Duplikationsportfolios die Bestimmung des optimalen Basisprogramms nicht erforderlich ist, was die Voraussetzung dafür ist, dass die Bewertung im Rahmen eines Partialkalküls durchgeführt werden kann. Auch ist nicht auszuschließen, dass das exogene Einkommen des Investors den Grenzpreis beeinflusst. Es ist jedoch klar, dass zur Bestimmung des Duplikationsportfolios im Modell mit Steuern die Bestimmung des optimalen Bewertungsprogramms nicht erforderlich ist.

### 2.1.4 Vorteilhaftigkeit der Transaktion und Einigungsbereiche

Der Erwerb des Bewertungsobjekts zum Transaktionspreis $V_0^T$ ist für den Erwerber vorteilhaft, wenn der Transaktionspreis den Grenzpreis unterschreitet, d.h. $V_0^E > V_0^T$; für $V_0^E = V_0^T$ besteht Indifferenz.[78] Umgekehrt ist für den Veräußerer die Transaktion vorteilhaft, wenn der Transaktionspreis den Grenzpreis übersteigt, d.h. $V_0^T > V_0^V$; für $V_0^T = V_0^V$ besteht Indifferenz.

Eine Transaktion erfolgt, wenn ein Einigungsbereich vorliegt.[79] Das Vorliegen eines Einigungsbereichs ergibt sich aus den Vorteilhaftigkeitsbedingungen des Erwerbers und des Ver-

[78] Bei der Gründung einer Kapitalgesellschaft wird im Zeitpunkt der Gründung $t = 0$ eine Einlage getätigt. In späteren Perioden erhält der Gründer Ausschüttungen der Kapitalgesellschaft. Die Gründung kann somit als Erwerb angesehen werden, bei dem der Transaktionspreis der Kapitaleinlage entspricht. Die Gründung der Kapitalgesellschaft ist demnach vorteilhaft, wenn die Kapitaleinlage geringer ist als der nach dem hier verwendeten Modell bestimmte Erwerbergrenzpreis.

[79] Vgl. Matschke/Brösel (2005), S. 114-115.

äußerers. Ein Einigungsbereich besteht demnach, wenn der Grenzpreis des Erwerbers den Grenzpreis des Veräußerers übersteigt oder zumindest nicht unterschreitet, d.h. $V_0^E \geq V_0^V$. Besteht ein positiver Einigungsbereich, d.h. $V_0^E > V_0^V$, so kann dieser zwischen Erwerber und Veräußerer aufgeteilt werden. Für den Transaktionspreis $V_0^T$ folgt dann $V_0^E > V_0^T > V_0^V$. Dies impliziert, dass eine Transaktion zu Stande kommt, da sich bei einem Transaktionspreis, welcher sich innerhalb des Einigungsbereichs befindet, Erwerber und Veräußerer besser stellen als im Fall des Verzichts auf die Transaktion. Im Fall $V_0^E = V_0^V$ sind dagegen Erwerber und Veräußerer indifferent zwischen der Durchführung der Transaktion und dem Verzicht auf die Transaktion; in diesem Fall kann ebenfalls eine Transaktion zu Stande kommen. Existieren mehrere Kaufinteressenten, so wird die Veräußerung des Bewertungsobjekts an denjenigen Interessenten erfolgen, welcher den maximalen Erwerbergrenzpreis aufweist, sofern ein Einigungsbereich vorliegt. Im Fall $V_0^E < V_0^V$ liegt dagegen kein Einigungsbereich vor; eine Transaktion kommt demnach nicht zu Stande.

Ist der Kapitalmarkt vollständig, so impliziert das Vorliegen eines aus den arbitragefreien Preisen resultierenden, positiven Einigungsbereichs, dass eine lokale Arbitragemöglichkeit vorliegt, da jeweils von Bewertungsobjekt und Duplikationsportfolio insgesamt in $t = 0$ eine positive Zahlung generiert wird, während in allen Zuständen von $t = 1$ eine Zahlung von null resultiert. Derartige lokale Arbitragemöglichkeiten können sich bei Integration der Besteuerung in das Bewertungskalkül ergeben, wie die folgenden Ausführungen zeigen werden.

### 2.1.5 Weitere Vorgehensweise

Im Folgenden ist das bislang in allgemeiner Form dargestellte Bewertungskalkül für unterschiedliche Konstellationen bezüglich des Kapitalmarkts und der Besteuerung zu spezifizieren. Hierbei werden für jede Kapitalmarktkonstellation ausgehend vom Modell ohne Steuern jeweils die in Abschnitt 2.1.2.1 erläuterten Modellsteuersysteme in das Bewertungskalkül integriert. Durch die Modellsteuersysteme werden die Steuerzahlungen $\Delta\widetilde{S}Z_t^y = \Delta\widetilde{S}E_t^y + \Delta\widetilde{S}D_t^y + \Delta\widetilde{S}V_t^y$ und $\widetilde{S}Z_t^y = \widetilde{S}H_t^y + \widetilde{S}E_t^y + \widetilde{S}D_t^y + \widetilde{S}V_t^y$ konkretisiert.

Um die grundlegenden steuerlichen Effekte auf den Grenzpreis herauszuarbeiten, wird zunächst ein Modell unter Sicherheit betrachtet. Hiervon ausgehend werden arbitragefreie Preise im Modell unter Unsicherheit bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts betrachtet. Im Rahmen der Bestimmung arbitragefreier Preise erfolgt keine explizite Bestimmung des optimalen Basisprogramms. Vielmehr wird davon ausgegangen, dass die optimalen Anzahlen $\widetilde{n}_{j,t}^{*,E}$ bzw. $\widetilde{n}_{j,t}^{*,V}$ des Basisprogramms bereits ermittelt sind, so dass sich die Darstellung auf die Analyse des Duplikationsportfolios beschränken kann. Abschließend wird die Grenzpreisbestimmung bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts bei Unsicherheit unter expliziter Bestimmung der nutzenoptimalen Basisprogramme und Bewertungsprogramme von Erwerber und Veräußerer diskutiert. Das progressive Steuersystem wird ausschließlich im Modell unter Sicherheit analysiert, da bei Vorliegen von Unsicherheit stochastische Bemessungsgrundlagen und somit stochastische Durchschnittsteuersätze und Grenzsteuersätze vorliegen würden; die Betrachtung stochastischer Steuersätze soll jedoch im Folgenden vereinfachend unterbleiben.

Es wird jeweils zunächst ein einperiodiges Kalkül betrachtet, welches bei einem Planungshorizont von $T^* = 1$ davon ausgeht, dass die Entscheidung, das Bewertungsobjekt zu erwerben bzw. zu veräußern im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ erfolgt und in einer Periode, d.h. im Zeitpunkt $t = T^* = 1$, alle Wertpapiere sowie das Bewertungsobjekt veräußert werden. Die Analyse differenziert jeweils zwischen Erwerberkalkül und Veräußererkalkül, sofern diese nicht zusammenfallen, und analysiert hiervon ausgehend, ob ein Einigungsbereich bestehen kann. Auf die Zeitindizes wird im Einperiodenkalkül verzichtet, da lediglich eine Periode betrachtet wird; bei $P_{j,0}$ und $V_0^E$ bzw. $V_0^V$ wird der Zeitindex zur Unterscheidung von den entsprechenden Größen in $t = 1$ beibehalten.

Ausgehend von den Erkenntnissen des Einperiodenkalküls werden spezifische Probleme diskutiert, welche sich im Mehrperiodenkalkül ergeben. Hierbei wird auch auf Möglichkeiten der Bestimmung des vorstehend als exogen gegeben angenommenen Werts $\widetilde{V}_T$, zu dem das Bewertungsobjekts in Periode $T$ veräußert wird, eingegangen. Die Analyse des Mehrperiodenkalküls beschränkt sich auf die Preisbestimmung im Modell unter Sicherheit und die Bestimmung arbitragefreier Preise im Modell unter Unsicherheit bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts. Das bereits im Einperiodenfall unter Einbezug der Besteuerung sehr komplexe Bewertungskalkül bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts wird dagegen nicht auf den Mehrperiodenfall erweitert.[80]

Abschließend werden weitere Aspekte der Grenzpreisbestimmung erörtert. Diese bestehen in der Änderung der bislang verwendeten Prämissen, der Analyse von Eigenschaften des Bewertungskalküls sowie der Diskussion der Auswirkung von Änderungen der steuerlichen Rahmenbedingungen auf den Grenzpreis.

## 2.2 Einperiodige Bewertungskalküle

### 2.2.1 Kapitalmarkt bei Sicherheit

#### 2.2.1.1 Modell ohne Steuern

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass in $t = T^* = 1$ lediglich ein Umweltzustand eintreten kann, welcher somit aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ mit Sicherheit bekannt ist. Folglich ist auch die aus dem Bewertungsobjekt resultierende Zahlung $X = C + V$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ mit Sicherheit bekannt. Der Kapitalmarkt besteht im Modell unter Sicherheit ausschließlich aus der sicheren Anlage- und Kreditaufnahmemöglichkeit zum Zinssatz $i$. Da somit ein Basiswertpapier und ein zukünftiger Umweltzustand vorliegen, weist der Kapitalmarkt die Eigenschaft der Vollständigkeit auf, so dass die Bewertung des Bewertungsobjekts durch Duplikation erfolgen kann.[81]

[80] Vgl. Nietert (2005) zur mehrperiodigen Bewertung bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts.
[81] Vgl. Kruschwitz (2002), S. 46.

Ausgehend von der allgemeinen Bewertungsgleichung (2.23), ergeben sich im Erwerberkalkül für $t = 0$ die Bedingung[82]

(2.30) $-V_0^E + n_0^E = 0$

und für $t = 1$ die Bedingung

(2.31) $X - n_0^E \cdot (1 + i) = 0$.

Für das Veräußererkalkül folgt analog $V_0^V - n_0^V = 0$ und $-X + n_0^V \cdot (1 + i) = 0$. Es resultiert der für Erwerber und Veräußerer identische Grenzpreis

(2.32) $V_0 = V_0^E = V_0^V = \frac{X}{(1 + i)}$.

Der Grenzpreis entspricht, wie nicht anders zu erwarten, dem Barwert der Zahlung $X = C + V$. Dieses Ergebnis resultiert auch bei expliziter Bestimmung nutzenoptimaler Basisprogramme und Bewertungsprogramme[83] aufgrund der unter den gegebenen Prämissen gültigen Fisher-Separation.[84] Aufgrund der Identität der Grenzpreise besteht immer ein Einigungsbereich, jedoch niemals ein positiver Einigungsbereich.

### 2.2.1.2 Modell mit Steuern

#### 2.2.1.2.1 Referenzsteuersystem

Auch im Modell mit Steuern weist der Kapitalmarkt im Fall der Sicherheit die Eigenschaft der Vollständigkeit auf, so dass die Bewertung durch Duplikation erfolgen kann. Die sichere Anlage (oder Kreditaufnahme) verzinst sich nunmehr aufgrund der einheitlichen steuerlichen Behandlung von Sollzinsen und Habenzinsen grundsätzlich mit dem Zinssatz nach Steuern $i_{se} = i \cdot (1 - s_e)$.

Der Erwerber erhält im Fall des Erwerbs des Bewertungsobjekts die Zahlung aus dem Bewertungsobjekt, welche sich aus den Ausschüttungen nach Steuern $C \cdot (1 - s_d)$, dem Veräußerungserlös $V$, sowie der Steuerzahlung $(V - V_0^E) \cdot s_v$ auf den Veräußerungserfolg zusammensetzt. Der Veräußerungserfolg ergibt sich durch Abzug des Grenzpreises $V_0^E$ vom Veräußerungserlös $V$. Mit der Definition

(2.33) $X = C \cdot (1 - s_d) + V \cdot (1 - s_v)$

ergeben sich für $t = 0$ die Bedingung[85]

(2.34) $-V_0^E + n_0^E = 0$

und für $t = 1$ die Bedingung

---

[82] Vgl. Kruschwitz (2002), S. 44-45.
[83] Vgl. Tschöpel (2004), S. 100 ff. insb. 107-108.
[84] Vgl. Fisher (1930) (grundlegend); Kruschwitz (2002), S. 20-23; Schmidt/Terberger (1999), S. 111-114; von Nitzsch (1997), S. 39-40.
[85] Vgl. die Herleitung bei Kruschwitz (2007), S. 144 ff. für ein Modell mit abweichendem Steuersystem.

(2.35) $X + V_0^E \cdot s_v - n_0^E \cdot (1 + i_{se}) = 0$.

Nunmehr ist das Veräußererkalkül zu betrachten. Der Veräußerer versteuert in $t = 0$ aufgrund der Annahme der periodischen Besteuerung von Wertänderungen unabhängig von einer Transaktion die Wertänderung des bislang von ihm gehaltenen Bewertungsobjekts im Vergleich zur Vorperiode $t = -1$. Eine Veräußerung des Bewertungsobjekts löst daher im Vergleich zum Basisprogramm keine zusätzlichen Wertänderungssteuerzahlungen aus, so dass $\Delta SZ_0^V = \Delta SV_0^V = 0$ gilt. Die in $t = 0$ aus der Veräußerung des Bewertungsobjekts resultierenden Zahlungen sind daher durch den Veräußerergrenzpreis $V_0^V$ gegeben. In $t = 1$ verzichtet der Veräußerer bei Durchführung des Bewertungsprogramms auf die Zahlungen aus dem Bewertungsobjekt einschließlich der periodischen Wertänderungsbesteuerung von $(V - V_0^V) \cdot s_v$, so dass er bei Veräußerung des Bewertungsobjekts auf Zahlungen von $-X - V_0^V \cdot s_v$ verzichtet. Die Bedingungen für den Veräußerer lauten daher für $t = 0$

(2.36) $V_0^V - n_0^V = 0$

und für $t = 1$

(2.37) $-X - V_0^V \cdot s_v + n_0^V \cdot (1 + i_{se}) = 0$.

Aus den Bedingungen (2.33) bis (2.37) folgt der für Erwerber und Veräußerer identische Grenzpreis[86]

(2.38) $V_0 = V_0^E = V_0^V = \dfrac{X}{1 + i_{se} - s_v}$,

welcher dem mit dem Nettozinssatz ermittelten Barwert der Zahlungen des Bewertungsobjekts entspricht. Die Bestimmung der Wertänderungssteuerzahlung in $t = 1$ erfordert die Kenntnis der erst noch zu bestimmenden Größen $V_0^E$ bzw. $V_0^V$, so dass ein Zirkularitätsproblem vorliegt. Dieses wird durch Abzug des Wertänderungssteuersatzes vom Diskontierungssatz gelöst. Eine alternative Darstellung von Gleichung (2.38) ergibt sich durch Erweiterung mit $[1/(1 - s_v)]/[1/(1 - s_v)]$ zu

(2.39) $V_0 = \dfrac{X/(1 - s_v)}{1 + i_{se}/(1 - s_v)}$.

Die Gleichungen (2.32) und (2.38) zeigen, dass sich die Ergebnisse des Modells ohne Steuern und des Modells bei Vorliegen von Steuern strukturell nicht unterscheiden. In beiden Modellen ergeben sich jeweils identische Grenzpreise für Erwerber und Veräußerer, so dass immer ein Einigungsbereich, jedoch niemals ein positiver Einigungsbereich besteht. Weiterhin kann in beiden Modellen die Bewertung ohne Kenntnis des Basisprogramms, d.h. im Rahmen eines Partialkalküls erfolgen. Im Ergebnis erfolgt in beiden Modellen die Bewertung unabhängig

---

[86] Vgl. Schreiber (2008), S. 642 für ein Mehrperiodenkalkül mit $s_v = 0$.

von den Konsumentscheidungen der Investoren, so dass jeweils ein Separationsansatz vorliegt.

#### 2.2.1.2.2 Besteuerung realisierter Wertänderungen

Nunmehr wird davon ausgegangen, dass Wertänderungen ausschließlich bei Realisierung durch einen Veräußerungsvorgang besteuert werden. Für den Erwerber, welcher den Grenzpreis in $t = 0$ ermittelt und das Bewertungsobjekt annahmegemäß in $t = 1$ wieder veräußert, ändert sich hierdurch überhaupt nichts, so dass bei Definition von $V_0$ entsprechend Gleichung (2.38) weiterhin $V_0^E = V_0$ gilt.

Bezüglich des Veräußerers wird angenommen, dass dieser das Bewertungsobjekt in der Vergangenheit, d.h. in einem vor $t = 0$ befindlichen Zeitpunkt, zu einem Preis von $AK_B$ erworben hat. Aus diesem in der Vergangenheit liegenden Erwerb ergeben sich die im Rahmen der Ermittlung des steuerpflichtigen Veräußerungserfolgs zu berücksichtigenden steuerlichen Anschaffungskosten von $AK_B$. Die Steuerzahlung von $\left(V_0^V - AK_B\right) \cdot s_v$ auf den in $t = 0$ realisierten Veräußerungserfolg ist nunmehr im Gegensatz zum Fall der periodischen Besteuerung von Wertänderungen im Bewertungskalkül zu berücksichtigen, da sie ausschließlich bei Realisierung durch Veräußerung zu zahlen ist und somit explizit von der Veräußerungsentscheidung abhängt. Es gilt daher

(2.40) $\Delta SZ_0^V = \Delta SV_0^V = \left(V_0^V - AK_B\right) \cdot s_v$.

Würde die Veräußerung dagegen erst in $t = 1$ erfolgen, so würde der Veräußerer einen Betrag in Höhe der Ausschüttung nach Steuern $C \cdot (1 - s_d)$ zuzüglich des Veräußerungserlöses $V$ und abzüglich der Steuerzahlung $(V - AK_B) \cdot s_v$ auf die durch Veräußerung realisierte Wertänderung $V - AK_B$ erhalten, so dass er bei Veräußerung daher insgesamt auf den Rückfluss des Bewertungsobjekts von $X + AK_B \cdot s_v$ verzichtet. Für den Veräußerer folgen demnach die Bedingungen[87]

(2.41) $V_0^V - \left(V_0^V - AK_B\right) \cdot s_v - n_0^V = 0$

und

(2.42) $-X - AK_B \cdot s_v + n_0^V \cdot (1 + i_{se}) = 0$.

Unter Beachtung der Definition von $V_0$ entsprechend Gleichung (2.38) folgt somit der Veräußerergrenzpreis[88]

(2.43) $V_0^V = V_0 + \dfrac{i_{se} \cdot (V_0 - AK_B) \cdot s_v}{(1 + i_{se}) \cdot (1 - s_v)}$.

[87] Vgl. Schreiber (2008), S. 755.
[88] Ähnlich Schreiber (2008), S. 755.

Der Veräußerergrenzpreis (2.43) entspricht demnach dem bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen ermittelten Veräußerergrenzpreis (2.38) zuzüglich eines aus der Veräußerungsgewinnbesteuerung resultierenden Terms.

Der zusätzliche Term stellt den Barwert der einperiodigen Verzinsung der Steuerzahlung aufgrund des Erfolgs aus der Veräußerung des Bewertungsobjekts im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ dar. Dieser Effekt wird zunächst anhand des Gewinnfalls, d.h. $V_0^V > V_0 > AK_B$ erläutert. Bei Veräußerung des Bewertungsobjekts in $t = 0$ mit Gewinn (Bewertungsprogramm) fällt die Steuer $\left(V_0^V - AK_B\right) \cdot s_v$ auf den Veräußerungsgewinn sofort an, während bei Veräußerung des Bewertungsobjekts in $t = 1$ (Basisprogramm) ein Aufschub dieser Steuerzahlung um eine Periode erreicht wird. Der zusätzliche Term bildet somit einen Zinsnachteil ab, der aus der sofortigen Veräußerung mit Gewinn bei Durchführung des Bewertungsprogramms entsteht. Bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen tritt dieser Zinsnachteil im Bewertungsprogramm nicht auf, da ein Aufschub der Besteuerung hier nicht möglich ist. Der Veräußerer erhöht somit im Ergebnis den Grenzpreis gegenüber $V_0$, um den Zinsnachteil der sofortigen Besteuerung zu kompensieren.

Im Fall $V_0 = AK_B$ beträgt der Grenzpreis $V_0^V = V_0$ und es resultiert ein Veräußerungserfolg von $V_0^V - AK_B = 0$; der Zinseffekt wird dann nicht wirksam. Für $V_0^V < V_0 < AK_B$ entsteht ein Veräußerungsverlust, welcher den Grenzpreis gegenüber $V_0$ senkt. Dies ist damit zu begründen, dass im Verlustfall ein Zinsvorteil aus der um eine Periode vorgezogenen Realisierung der Wertminderung des Bewertungsobjekts resultiert, welcher im Fall der periodischen Besteuerung von Wertänderungen nicht besteht. Der Veräußerer ist deswegen bereit, einen gegenüber dem Fall der periodischen Besteuerung niedrigeren Grenzpreis zu akzeptieren.

Die bei Realisierung von Wertänderungen erfolgende Besteuerung hat Konsequenzen für das Bestehen eines Einigungsbereichs. Aus der Bedingung $V_0^E \geq V_0^V$ folgt, dass ein Einigungsbereich unter der Bedingung

$$(2.44) \quad 0 \geq \frac{i_{se} \cdot \left(V_0 - AK_B\right) \cdot s_v}{\left(1 + i_{se}\right) \cdot \left(1 - s_v\right)}$$

vorliegt. Im Fall eines Veräußerungsgewinns, d.h. $V_0^V > V_0 > AK_B$ ist Bedingung (2.44) nie erfüllt. Es gilt dann $V_0^E < V_0^V$ und es existiert kein Einigungsbereich. Der aus der Veräußerungsgewinnbesteuerung resultierende Zinseffekt behindert daher die Transaktion, weshalb er als Lock-In-Effekt bezeichnet wird.[89] Für $V_0 = AK_B$ ist Bedingung (2.44) mit Gleichheitszeichen erfüllt, so dass immer ein Einigungsbereich besteht. Im Fall eines Veräußerungsverlusts, d.h. $V_0^V < V_0 < AK_B$, besteht immer ein positiver Einigungsbereich $V_0^E > V_0^V$, welcher die Transaktion begünstigt (Lock-Out-Effekt).[90] Bei Aufteilung des positiven Einigungsbereichs zwischen den Transaktionspartnern besteht demnach aufgrund der Besteuerung realisierter Wertänderungen sowohl für den Erwerber als auch für den Veräußerer eine lokale Arbitragemöglichkeit.

Wie im vorstehend betrachteten Referenzsteuersystem ist eine Durchführung der Bewertung ohne Kenntnis des optimalen Basisprogramms, d.h. im Rahmen eines Separationsansatzes möglich. Diesbezüglich hat das Anknüpfen der Besteuerung an die Realisierung der Wertänderung keine Änderung gegenüber den bisher betrachteten Modellvarianten zur Folge.

#### 2.2.1.2.3 Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen

Nunmehr ist zu analysieren, wie sich die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen auf die Grenzpreise auswirkt. Hierbei wird zunächst von einer periodischen Besteuerung von Wertänderungen ausgegangen und anschließend das Modell auf den Fall der ausschließlich bei Realisierung erfolgenden Besteuerung von Wertänderungen erweitert. Im Fall der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen beträgt der Sollzinssatz nach Steuern $i \cdot (1 - s_s)$ und der Habenzinssatz nach Steuern $i \cdot (1 - s_h)$. Wegen $s_h > s_s$ gilt $i \cdot (1 - s_h) < i \cdot (1 - s_s)$.[91]

Für den Erwerber ergibt sich in $t = 0$ weiterhin die Bedingung

(2.45) $-V_0^E + n_0^E = 0$.

Er zahlt daher den Erwerbergrenzpreis und kompensiert diese Zahlung alternativ durch die Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage oder durch eine Erhöhung der Kreditaufnahme jeweils im Vergleich zum Basisprogramm;[92] die im Bewertungskalkül zu berücksichtigende Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage kann auch dadurch erfolgen, dass er auf eine im Basisprogramm vorgesehene Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage verzichtet. Um das allgemeine Bewertungskalkül herzuleiten, wird zunächst davon ausgegangen, dass er den Bestand der sicheren Anlage um den nichtnegativen Anteil $1 - a_a^E$ von $n_0^E$ mindert und folg-

---

[89] Vgl. zum Lock-In-Effekt Holt/Shelton (1962), 337 ff.; Gravelle (1994), S. 136-151; Auerbach (1991), S. 167-168; Auerbach (1989), S. 395; Rogall (2003), S. 8-10; Schreiber (2008), S. 755-756; Schreiber (2007), S. 1685. Durch Steuerplanung kann es gelingen, den Lock-In-Effekt zu vermeiden und ggf. sogar einen positiven Einigungsbereich zu erreichen; vgl. hierzu Rogall (2003), S. 101 ff.; Schreiber (2008), S. 764 ff.; Schreiber (2007), S. 1685; Schreiber/Mai (2008), S. 19-20; Elser (2000), S. 120 ff.

[90] Vgl. Schreiber (2008), S. 756; Schreiber (2007), S. 1685.

[91] Es liegt somit eine Konstellation vor, welche dem unvollkommenen Kapitalmarkt im Modell ohne Steuern entspricht; vgl. hierzu Hirshleifer (1958) (grundlegend); von Nitzsch (1997), S. 41 ff.; von Nitzsch (2003), S. 26 ff.; Schmidt/Terberger (1999), S. 114 ff. Die Kombination der Annahme eines unvollkommenen Kapitalmarkts und der Annahme der Sicherheit wirft im Modell ohne Steuern logische Probleme auf; vgl. Schmidt/Terberger (1999), S. 97, 181 ff. Im Modell mit Steuern ergeben sich diese Probleme nicht; Soll- und Habenzinsen sind hier annahmegemäß vor Steuern identisch und unterscheiden sich ausschließlich aufgrund der Besteuerung.

[92] Vgl. von Nitzsch (1997), S. 44.

lich eine Kreditaufnahme in Höhe eines nichtnegativen Anteils $a_a^E$ von $n_0^E$ tätigt. Für $t = 1$ folgt dann unter Beachtung von $X = C \cdot (1 - s_d) + V \cdot (1 - s_v)$ die Bedingung

$$
(2.46)\quad \begin{aligned}
&X + V_0^E \cdot s_v - \left(1 - a_a^E\right) \cdot n_0^E \cdot \left[1 + i \cdot (1 - s_h)\right] - a_a^E \cdot n_0^E \cdot \left[1 + i \cdot (1 - s_s)\right] = 0 \;\Leftrightarrow \\
&X + V_0^E \cdot s_v - n_0^E \cdot \left[\; 1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)\right] \;\right].
\end{aligned}
$$

Aus den Gleichungen (2.45) und (2.46) folgt der Grenzpreis

$$
(2.47)\quad V_0^E = \frac{X}{1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)\right] \; - s_v}.
$$

Der Erwerbergrenzpreis ergibt sich erneut als Barwert der Rückflüsse des Bewertungsobjekts. Im Vergleich zu Gleichung (2.38) mit identischer Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen ist nunmehr jedoch ein Mischzinssatz anzuwenden, welcher die Anteile der Reduzierung der sicheren Anlage und der Kreditaufnahme widerspiegelt.[93]

Zur Konkretisierung des Anteils $a_a^E$ ist zu berücksichtigen, dass der Steuersatz auf Habenzinsen den Steuersatz auf Sollzinsen übersteigt, d.h. $s_h > s_s$. Für den Steuerpflichtigen ist es daher vorteilhaft, im Bewertungsprogramm zunächst den Bestand der sicheren Anlage zu reduzieren und nur, wenn dies zur Finanzierung des Bewertungsobjekts nicht ausreicht, eine Kreditaufnahme zu tätigen.[94] Würde er bei Vorliegen eines positiven Bestands der sicheren Anlage eine Kreditaufnahme in gleicher Höhe tätigen, so würde er, bezogen auf eine Einheit, Steuern der Höhe $i \cdot s_h$ zahlen und aufgrund des Zinsabzugs eine Steuerersparnis von $i \cdot s_s$ erzielen. Dies ist jedoch wegen $i \cdot s_h > i \cdot s_s$ nachteilig. Er wird daher versuchen, die Kreditaufnahme zu minimieren. Der Anteil $a_a^E$ der Kreditaufnahme ergibt sich somit aus der Funktion

$$
(2.48)\quad a_a^E \rightarrow \min \qquad \text{s. t.} \qquad n_0^E \cdot \left(1 - a_a^E\right) \leq \max\left(n_0^{*,E}\ , 0\right) \;;\; 0 \leq a_a^E \leq 1 \;;\; n_0^E > 0.
$$

Die erste Nebenbedingung besagt, dass eine Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage maximal in Höhe des im Basisprogramm vorgesehenen Bestands der sicheren Anlage erfolgen kann. Die zweite Nebenbedingung schließt negative Anteilswerte $a_a^E$ und $1 - a_a^E$ aus. Die dritte Nebenbedingung ergibt sich unmittelbar aus Gleichung (2.45), da der Erwerbergrenzpreis positiv sein muss.

---

[93] Vgl. auch Hering (1999), S. 36, 45, 60-63; Hering (2000), S. 366. Im Zustands-Grenzpreismodell von Hering (1999), Hering (2000) wird ein formal unterschiedlicher Ansatz gewählt, welcher die Umstrukturierung des Basisprogramms über die Berechnung der Differenz des Kapitalwerts des Bewertungsprogramms und des Kapitalwerts des Basisprogramms abbildet, wobei als Diskontierungssatz die Rendite des jeweiligen Grenzobjekts (hier: Nettohabenzins oder Nettosollzins) zur Anwendung kommt. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewählte Abbildung der unterschiedlichen Besteuerung von Soll- und Habenzinsen über die Anteile $a_a^E$ und $1 - a_a^E$ ist der Vorgehensweise von Hering (1999), Hering (2000) äquivalent. Im Vergleich zu Hering (1999), Hering (2000) wird lediglich die Kapitalwertdifferenz in den Nenner des Bewertungskalküls verschoben.

[94] Vgl. Wilhelm (1983b), S. 519-520.

Ausgehend von Gleichung (2.48) können drei Bereiche unterschieden werden: Für $n_0^{*,E} \leq 0$ folgt $a_a^E = 1$. Die im Basisprogramm erfolgende Kreditaufnahme wird im Bewertungsprogramm demnach weiter erhöht. Es ergibt sich ein Diskontierungsfaktor von $1 + i \cdot (1 - s_s) - s_v$. Für $0 < n_0^{*,E} < n_0^E$ resultiert $a_a^E = \left(n_0^E - n_0^{*,E}\right)/n_0^E$; es erfolgt eine Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage um $n_0^E \cdot \left(1 - a_a^E\right)$ und eine Kreditaufnahme von $n_0^E \cdot a_a^E$. Der resultierende Diskontierungsfaktor $1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)\right] - s_v$ enthält nunmehr den Mischzinssatz. Für $n_0^E \leq n_0^{*,E}$ folgt $a_a^E = 0$, d.h. es erfolgt ausschließlich eine Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage und es ergibt sich ein Diskontierungsfaktor von $1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v$.[95]

Abschließend ist für das Erwerberkalkül die Vorgehensweise bei der Bestimmung des Anteils $a_a^E$ genauer zu betrachten. Für den Bereich $n_0^{*,E} \leq 0$ ist diese unproblematisch, da auf jeden Fall eine zusätzlich Kreditaufnahme erfolgt. Im Fall $n_0^{*,E} > 0$ kann jedoch erst bestimmt werden, ob der Bereich $0 < n_0^{*,E} < n_0^E$ oder der Bereich $n_0^E \leq n_0^{*,E}$ vorliegt, wenn das Bewertungsproblem bereits gelöst wurde. Es liegt somit ein Zirkularitätsproblem bezüglich der Bestimmung des zur Diskontierung heranzuziehenden Mischzinssatzes vor. Die Ermittlung des Bewertungsprogramms, aus dem die Mischzinssätze bei gegebenem Basisprogramm abzuleiten sind, kann mittels des Simplexalgorithmus gelöst werden.[96] Vereinfachungen ergeben sich, wenn der Erwerber im Vergleich zu den Zahlungen des Bewertungsobjekts einen sehr hohen Bestand der sicheren Anlage aufweist, so dass das Erreichen des Bereichs $0 < n_0^{*,E} < n_0^E$ ausgeschlossen ist. In diesem Fall kann von einem Anteil $a_a^E = 0$ ausgegangen werden.[97]

Nunmehr ist das Veräußererkalkül[98] zu betrachten. Für $t = 0$ gilt weiterhin die Bedingung

(2.49) $V_0^V - n_0^V = 0$.

Der Zufluss des Veräußerungserlöses kann alternativ durch eine Kreditrückzahlung oder durch eine Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage ausgeglichen werden; die im Bewertungskalkül zu berücksichtigende Kreditrückzahlung kann auch im Rahmen des Verzichts auf eine im Basisprogramm vorgesehene zusätzliche Kreditaufnahme erfolgen. Um das allgemeine Bewertungskalkül herzuleiten, wird zunächst davon ausgegangen, dass der Veräußerer den Bestand der sicheren Anlage um den nichtnegativen Anteil $1 - a_a^V$ von $n_0^V$ erhöht und folglich eine Kreditrückzahlung in Höhe eines nichtnegativen Anteils $a_a^V$ von $n_0^V$ vornimmt. Für $t = 1$ folgt dann unter Beachtung von $X = C \cdot (1 - s_d) + V \cdot (1 - s_v)$ die Bedingung

---

[95] Vgl. Georgi (1994), S. 24-25 zu den beiden Grenzfällen $a_a^E = 1$ und $a_a^E = 0$.

[96] Vgl. Hering (1999), S. 34; Hering (2000), S. 365.

[97] Eine Überprüfung der Korrektheit des Diskontierungsfaktors erfolgt mittels des Zusammenhangs $n_0^E = V_0^E$.

[98] Vgl. zum Veräußererkalkül bei Vorliegen eines unvollkommenen Kapitalmarkts Hering (1999), S. 49 ff.; Hering (2000), S. 366 ff.

$$(2.50)\quad \begin{aligned} & -X - V_0^V \cdot s_v + \left(1-a_a^V\right)\cdot n_0^V \cdot \left[1+i\cdot\left(1-s_h\right)\right] + a_a^V \cdot n_0^V \cdot \left[1+i\cdot\left(1-s_s\right)\right] = 0 \;\Leftrightarrow \\ & -X - V_0^V \cdot s_v + n_0^V \cdot \left[\;1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^V\cdot\left(s_h-s_s\right)\right]\;\right]. \end{aligned}$$

Aus den Gleichungen (2.49) und (2.50) folgt der Grenzpreis

$$(2.51)\quad V_0^V = \frac{X}{1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^V\cdot\left(s_h-s_s\right)\right]\;-s_v}.$$

Der Veräußerergrenzpreis ergibt sich analog zum Erwerbergrenzpreis durch Diskontierung mit einem Mischzinssatz, welcher die Anteile der Kreditrückzahlung und der Erhöhung der sicheren Anlage widerspiegelt.

Der Anteil $a_a^V$ ist unter Beachtung von $s_h > s_s$ zu konkretisieren. Für den Steuerpflichtigen ist es vorteilhaft, im Bewertungsprogramm zunächst Kreditrückzahlungen vorzunehmen, und nur, wenn dies zum Ausgleich des Zuflusses des Veräußerungserlöses nicht ausreicht, den Bestand der sicheren Anlage zu erhöhen. Der Anteil $a_a^V$ der Kreditrückzahlungen ergibt sich daher aus der Funktion

$$(2.52)\quad a_a^V \rightarrow \max \qquad \text{s. t.} \qquad n_0^V \cdot a_a^V \le \max\left(-n_0^{*,V}\;,0\right)\;;\; 0 \le a_a^V \le 1\;;\; n_0^V > 0.$$

Die erste Nebenbedingung besagt, dass eine Kreditrückzahlung maximal in Höhe des im Basisprogramm vorgesehenen Fremdkapitalbestands erfolgen kann. Die zweite Nebenbedingung schließt negative Anteilswerte $a_a^V$ und $1-a_a^V$ aus. Die dritte Nebenbedingung ergibt sich unmittelbar aus Gleichung (2.49), da der Veräußerergrenzpreis positiv sein muss.

Ausgehend von Gleichung (2.52) können drei Bereiche unterschieden werden: Für $n_0^{*,V} \ge 0$ folgt $a_a^V = 0$. Der im Basisprogramm vorgesehene nichtnegative Bestand der sicheren Anlage wird im Bewertungsprogramm demnach weiter erhöht. Es ergibt sich ein Diskontierungsfaktor von $1+i\cdot\left(1-s_h\right)-s_v$. Für $0 < -n_0^{*,V} < n_0^V$ resultiert $a_a^V = -n_0^{*,V} / n_0^V$; es erfolgt eine Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage um $n_0^V \cdot \left(1-a_a^V\right)$ und eine Kreditrückzahlung von $n_0^V \cdot a_a^V$. Der resultierende Diskontierungsfaktor $1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^V\cdot\left(s_h-s_s\right)\right]\;-s_v$ enthält nunmehr den Mischzinssatz. Für $n_0^V \le -n_0^{*,V}$ folgt $a_a^V = 1$, d.h. es erfolgt ausschließlich eine Kreditrückzahlung und es ergibt sich ein Diskontierungsfaktor von $1+i\cdot\left(1-s_s\right)-s_v$.

Die Ermittlung des Anteils $a_a^E$ ist für den Bereich $n_0^{*,V} \ge 0$ unproblematisch, da auf jeden Fall eine Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage erfolgt. Im Fall $n_0^{*,V} < 0$ ergibt sich dagegen wiederum ein Zirkularitätsproblem bei der Bestimmung des Diskontierungsfaktors, da erst nach der Lösung des Bewertungsproblems bekannt ist, ob der Bereich $0 < -n_0^{*,V} < n_0^V$ oder der Bereich $n_0^V \le -n_0^{*,V}$ vorliegt. Im Fall eines stark verschuldeten Veräußerers kann von einem

Anteil $a_a^V = 1$ ausgegangen werden, wenn das Erreichen des Bereichs $0 < -n_0^{*,V} < n_0^V$ ausgeschlossen ist.[99]

Ausgehend von den Grenzpreisen von Erwerber und Veräußerer ist das Bestehen eines Einigungsbereichs zu analysieren. Unter Berücksichtigung der Grenzpreise (2.47) und (2.51) konkretisiert sich die Bedingung $V_0^E \geq V_0^V$ wegen $s_h > s_s$ zu

(2.53) $a_a^V \geq a_a^E$ .

Der Anteil der Kreditrückzahlung des Veräußerers muss daher mindestens so hoch sein wie der Anteil der Kreditaufnahme des Erwerbers, damit ein Einigungsbereich zu Stande kommt. Im Fall $a_a^V > a_a^E$ besteht ein positiver Einigungsbereich und somit eine lokale Arbitragemöglichkeit, während im umgekehrten Fall $a_a^V < a_a^E$ eine Transaktion nicht zu Stande kommt. Dies ist wie folgt zu erklären: Der Erwerber reduziert durch die Minderung des Bestands der sicheren Anlage und die Kreditaufnahme die Steuerzahlung in $t = 1$ um

(2.54) $n_0^E \cdot i \cdot \left[\left(1 - a_a^E\right) \cdot s_h + a_a^E \cdot s_s\right]$ ,

während der Veräußerer aufgrund der Kreditrückzahlung und der Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage die Steuerbelastung um

(2.55) $n_0^V \cdot i \cdot \left[\left(1 - a_a^V\right) \cdot s_h + a_a^V \cdot s_s\right]$

erhöht. Wegen $n_0^E = V_0^E$ und $n_0^V = V_0^V$ sowie $V_0^E \geq V_0^V$ für $a_a^V \geq a_a^E$ ergibt sich nunmehr die folgende Interpretation der Bedingung (2.53): Ein Einigungsbereich besteht, wenn die Erhöhung der Steuerbelastung des Veräußerers aufgrund der Kreditrückzahlung und der Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage geringer ausfällt als die Steuerentlastung des Erwerbers aufgrund der Minderung des Bestands der sicheren Anlage und der Kreditaufnahme. Der steuerliche Vorteil des Erwerbers aus der Transaktion übersteigt demnach den steuerlichen Nachteil des Veräußerers aus der Transaktion.

Nunmehr ist der Fall der Besteuerung realisierter Wertänderungen zu betrachten. Treffen die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen sowie die Besteuerung durch Veräußerungsvorgänge realisierter Wertänderungen aufeinander, so ergeben sich die Grenzpreise von Erwerber bzw. Veräußerer entsprechend dem Modell mit identischer Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen, wobei jedoch der zur Diskontierung zu verwendende Zinssatz entsprechend der Gleichungen (2.47) und (2.51) an die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen anzupassen ist; eine formale Darstellung kann insoweit unterbleiben.

Zu analysieren sind die Auswirkungen auf das Bestehen eines Einigungsbereichs. Hierzu wird eine Konstellation betrachtet, in der der Erwerber mit $1 + i \cdot \left(1 - s_h\right) - s_v$ und der Veräußerer

[99] Selbstverständlich bietet sich auch hier eine Überprüfung mittels des Zusammenhangs $n_0^V = V_0^V$ an.

mit $1+i\cdot(1-s_s)-s_v$ diskontiert. Weiterhin wird unterstellt, dass der Veräußerer bei Veräußerung zum Grenzpreis einen Gewinn erzielt. Es resultiert ein Erwerbergrenzpreis von

$$(2.56)\quad V_0^E = \frac{X}{1+i\cdot(1-s_h)-s_v}$$

und entsprechend Gleichung (2.43) ein Veräußerergrenzpreis von

$$(2.57)\quad V_0^V = \frac{X}{1+i\cdot(1-s_s)-s_v} + \frac{i\cdot(1-s_s)\cdot[X/(1+i\cdot(1-s_s)-s_v)-AK_B]\cdot s_v}{[1+i\cdot(1-s_s)]\cdot(1-s_v)} .$$

Die Bedingung $V_0^E \geq V_0^V$ für das Bestehen eines Einigungsbereichs konkretisiert sich dann zu

$$(2.58)\quad \begin{aligned} s_h - s_s \geq & \frac{(1-s_s)\cdot[X/(1+i\cdot(1-s_s)-s_v)-AK_B]\cdot s_v}{[1+i\cdot(1-s_s)]\cdot(1-s_v)} \\ & \cdot[1+i\cdot(1-s_s)-s_v]\cdot[1+i\cdot(1-s_h)-s_v]\cdot\frac{1}{X} . \end{aligned}$$

Da ein Veräußerungsgewinn vorausgesetzt wurde, ist die rechte Seite von Gleichung (2.58) positiv. Ein Einigungsbereich besteht im Ergebnis dann, wenn die Differenz zwischen dem Steuersatz auf Habenzinsen und dem Steuersatz auf Sollzinsen einen aus dem Zinseffekt der Veräußerungsgewinnbesteuerung resultierenden Term übersteigt. Dies ist wie folgt zu erklären: Einerseits ist die Steuerbelastung des Veräußerers aufgrund der im Fall der Veräußerung erfolgenden Kreditrückzahlung geringer als die Steuerentlastung des Erwerbers aufgrund der im Fall des Erwerbs wegen der Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage erfolgenden Steuerentlastung. Dies begünstigt für sich genommen die Transaktion. Andererseits besteht aufgrund der Veräußerungsgewinnbesteuerung ein Zinsnachteil, welcher für sich genommen die Transaktion benachteiligt. Überwiegt der erste Effekt den zweiten Effekt, so besteht ein Einigungsbereich. Ein Lock-In-Effekt der Veräußerungsgewinnbesteuerung ist daher bei unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen nicht zwingend gegeben.

Abschließend ist anzumerken, dass bei unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen die Kenntnis der Anzahlen $n_0^{*,E}$ sowie $n_0^{*,V}$ und somit die Kenntnis des optimalen Basisprogramms erforderlich ist. Die Bewertung erfolgt demnach – anders als bei den vorstehend betrachteten Modellvarianten – im Rahmen eines Totalmodells.[100]

#### 2.2.1.2.4 Progressive Besteuerung

Nunmehr wird von einem progressiven Verlauf des Einkommensteuertarifs ausgegangen, wobei das exogene Einkommen sowie gezahlte und erhaltene Fremdkapitalzinsen vollständig in die Bemessungsgrundlage eingehen, während Ausschüttungen (Wertänderungen) mit dem Anteil $a_d$ $(a_v)$ berücksichtigt werden. Es wird unterstellt, dass die Bemessungsgrundlage positiv ist. Im Fall einer negativen Bemessungsgrundlage bei progressivem Tarifverlauf müsste

---

[100] Vgl. Hering (1999), S. 39; Hering (2000), S. 366.

auch die Behandlung eines steuerlichen Verlustvortrags im Bewertungskalkül berücksichtigt werden; hiervon soll im Folgenden jedoch abgesehen werden.

Zunächst ist das Erwerberkalkül zu betrachten. Im Fall des Verzichts auf den Erwerb ergibt sich in $t = 1$ eine Bemessungsgrundlage von

(2.59) $B^{*,E} = H^E + n_0^{*,E} \cdot i$ .

Im Fall des Erwerbs ändert sich die Bemessungsgrundlage zu

(2.60) $B^E = H^E + \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \cdot i + a_d \cdot C + a_v \cdot \left(V - V_0^E\right)$.

Die aus den Bemessungsgrundlagen resultierenden Durchschnittsteuersätze sind gegeben durch $s\left(B^{*,E}\right)$ sowie $s\left(B^E\right)$. Die Änderung der Steuerzahlung des Erwerbers bei Durchführung des Bewertungsprogramms gegenüber dem Basisprogramm ist daher gegeben durch[101]

$$\begin{aligned}\Delta SZ^E &= s\left(B^E\right) \cdot B^E - s\left(B^{*,E}\right) \cdot B^{*,E} \\ &= s\left(B^E\right) \cdot a_d \cdot C + s\left(B^E\right) \cdot a_v \cdot V - s\left(B^E\right) \cdot a_v \cdot V_0^E - s\left(B^E\right) \cdot n_0^E \cdot i \\ &\quad - \left[s\left(B^{*,E}\right) - s\left(B^E\right)\right] \cdot \left(H^E + n_0^{*,E} \cdot i\right) \ .\end{aligned} \tag{2.61}$$

Da die Bewertung aufgrund der Vollständigkeit des Kapitalmarkts durch Duplikation durchgeführt werden kann ergeben sich die Bedingungen

(2.62) $-V_0^E + n_0^E = 0$

für $t = 0$

(2.63) $C + V - n_0^E \cdot (1 + i) - \Delta SZ^E = 0$

für $t = 1$. Unter Berücksichtigung von Gleichung (2.61) ergibt sich der Grenzpreis

(2.64) $V_0^E = \dfrac{C \cdot \left[1 - a_d \cdot s\left(B^E\right)\right] + V \cdot \left[1 - a_v \cdot s\left(B^E\right)\right]}{1 + i \cdot \left[1 - s\left(B^E\right)\right] - a_v \cdot s\left(B^E\right)} + \dfrac{\left(H^E + n_0^{*,E} \cdot i\right) \cdot \left[s\left(B^{*,E}\right) - s\left(B^E\right)\right]}{1 + i \cdot \left[1 - s\left(B^E\right)\right] - a_v \cdot s\left(B^E\right)}$.

Der erste Term der rechten Seite von Gleichung (2.64) entspricht strukturell der Bewertungsgleichung (2.38) mit linearen Steuersätzen. Der zweite Term ist auf die Progression zurückzuführen. Die Bemessungsgrundlagen und somit auch die Durchschnittsteuersätze sind bei beiden Investitionsalternativen unterschiedlich. Einzelne Komponenten der Bemessungsgrundlage sind jedoch bei beiden Investitionsalternativen identisch. Hierbei handelt es sich um das exogene Einkommen $H^E$ und die Verzinsung $n_0^{*,E} \cdot i$ der im Basisprogramm getätigten Kapitalmarktanlage. Auf den identischen Teil der Bemessungsgrundlage entfallen im Basisprogramm und im Bewertungsprogramm aufgrund der unterschiedlichen Durchschnittsteuersätze unterschiedliche Steuerbelastungen. Die Steuersatzdifferenz bezogen auf den identischen Teil der Bemessungsgrundlagen wird durch das Bewertungskalkül erfasst und beeinflusst daher

[101] Vgl. zur Ermittlung der Differenz der Steuerzahlungen Kruschwitz (2007), S. 130-131.

den Grenzpreis. Unter der Annahme $0 \le a_d < 1$ und $0 \le a_v < 1$ ist die Bemessungsgrundlage bei Durchführung des Bewertungsprogramms geringer als die Bemessungsgrundlage bei Durchführung des Basisprogramms, d.h. $B^E < B^{*,E}$. Hieraus ergibt sich aufgrund der Progression die Relation der Durchschnittsteuersätze $s(B^E) < s(B^{*,E})$, so dass bezüglich des identischen Teils der Bemessungsgrundlagen eine Steuerersparnis eintritt. Der Progressionseffekt hat somit eine Steigerung der maximalen Zahlungsbereitschaft des Erwerbers zur Folge und erhöht daher den Grenzpreis.

Das Veräußererkalkül ergibt sich weitgehend analog zum Erwerberkalkül. Im Fall des Verzichts auf die Veräußerung ergibt sich die Bemessungsgrundlage

$$\text{(2.65)} \quad B^{*,V} = H^V + n_0^{*,V} \cdot i + a_d \cdot C + a_v \cdot \left(V - V_0^V\right).$$

Im Fall der Veräußerung ändert sich die Bemessungsgrundlage zu

$$\text{(2.66)} \quad B^V = H^V + \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) \cdot i\,.$$

Die aus den Bemessungsgrundlagen resultierenden Durchschnittsteuersätze sind gegeben durch $s(B^{*,V})$ sowie $s(B^V)$. Die Änderung der Steuerzahlung des Veräußerers bei Durchführung des Bewertungsprogramms gegenüber dem Basisprogramm ist daher gegeben durch

$$\begin{aligned} \Delta SZ^V &= s\left(B^V\right) \cdot B^V - s\left(B^{*,V}\right) \cdot B^{*,V} \\ \text{(2.67)} \qquad &= -s\left(B^{*,V}\right) \cdot a_d \cdot C - s\left(B^{*,V}\right) \cdot a_v \cdot V + s\left(B^{*,V}\right) \cdot a_v \cdot V_0^E + s\left(B^V\right) \cdot n_0^V \cdot i \\ &\quad + \left[s\left(B^V\right) - s\left(B^{*,V}\right)\right] \cdot \left(H^V + n_0^{*,V} \cdot i\right)\ . \end{aligned}$$

Es ergeben sich die Bedingungen

$$\text{(2.68)} \quad V_0^V - n_0^V = 0$$

für $t = 0$

$$\text{(2.69)} \quad -C - V + n_0^V \cdot (1 + i) - \Delta SZ^V = 0$$

für $t = 1$. Unter Berücksichtigung von Gleichung (2.67) resultiert der Grenzpreis

$$\text{(2.70)} \quad V_0^V = \frac{C \cdot \left[1 - a_d \cdot s\left(B^{*,V}\right)\right] + V \cdot \left[1 - a_v \cdot s\left(B^{*,V}\right)\right]}{1 + i \cdot \left[1 - s\left(B^V\right)\right] - a_v \cdot s\left(B^{*,V}\right)} + \frac{\left(H^V + n_0^{*,V} \cdot i\right) \cdot \left[s\left(B^V\right) - s\left(B^{*,V}\right)\right]}{1 + i \cdot \left[1 - s\left(B^V\right)\right] - a_v \cdot s\left(B^{*,V}\right)}.$$

Neben dem strukturell zu Gleichung (2.38) identischen ersten Term von Gleichung (2.70) tritt wiederum ein Progressionseffekt hinzu. Wegen $a_d < 0$ und $a_v < 0$ gilt nunmehr $B^V > B^{*,V}$ und somit $s(B^V) > s(B^{*,V})$. Der identische Anteil der Bemessungsgrundlagen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm wird somit bei Durchführung des Bewertungsprogramms mit einem höheren Steuersatz besteuert als bei Durchführung des Basisprogramms. Um diesen Progressionsnachteil zu kompensieren, fordert der Veräußerer einen höheren Preis. Der Veräußerergrenzpreis steigt daher an.

Das Bewertungskalkül bei progressiver Besteuerung erfordert im Ergebnis wie das Modell mit unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen die Kenntnis des optimalen Basisprogramms. Darüber hinaus beeinflusst auch erstmals das exogene Einkommen die Grenzpreise. Dies ist darauf zurückzuführen, dass das exogene Einkommen in die steuerliche Bemessungsgrundlage eingeht und sich daher auf den Durchschnittssteuersatz auswirkt. Bezüglich der Existenz eines Einigungsbereichs soll hier lediglich auf die allgemeine Bedingung $V_0^E \geq V_0^V$ verwiesen werden; weiter gehende Interpretationen des Einigungsbereichs lassen sich aus den Gleichungen (2.64) und (2.70) nicht gewinnen.

Die Bewertungsgleichungen bei Progression weisen eine einfach zu interpretierende Struktur auf. Bei der Ermittlung konkreter Zahlenwerte für die Grenzpreise treten jedoch Probleme auf, welche am Beispiel des Erwerberkalküls erläutert werden. Der Durchschnittssteuersatz $s(B^E)$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms ist von der Bemessungsgrundlage (2.60) und somit von dem gesuchten Grenzpreis abhängig. Dies gilt wegen der aus Gleichung (2.62) resultierenden Bedingung $V_0^E = n_0^E$ selbst dann, wenn Wertänderungen steuerfrei sind, d.h. $a_v = 0$ gilt. Es liegt somit ein Zirkularitätsproblem vor. Zur analytischen Lösung des Bewertungsproblems müsste Gleichung (2.64) unter Berücksichtigung der funktionalen Gestalt des Durchschnittssteuersatzes nach $V_0^E$ aufgelöst werden. Alternativ wäre eine Bestimmung des Grenzpreises mittels numerischer Simulation denkbar.[102]

### 2.2.2 Vollständiger Kapitalmarkt bei Unsicherheit

#### 2.2.2.1 Modell ohne Steuern

Das Bewertungskalkül wird im Folgenden im Rahmen des einperiodigen Binomialmodells[103] entwickelt. Dieses geht von den folgenden Prämissen aus:

- In $t = 1$ können zwei Umweltzustände u (up, günstige Entwicklung) und d (down, ungünstige Entwicklung) eintreten.
- Alle im Folgenden betrachteten Zufallsvariablen $\tilde{Z}$ nehmen in $t = 1$ in Abhängigkeit vom Umweltzustand die beiden Ausprägungen $Z_u$ und $Z_d$ mit $Z_u > Z_d$ an.
- Der Kapitalmarkt enthält zwei Basiswertpapiere und ist somit unter der Annahme zweier zukünftiger Zustände vollständig.[104] Ein Basiswertpapier ist durch die sichere Anlage gegeben, deren Verzinsung $i$ beträgt. Daneben existiert ein weiteres Basiswertpapier $W$, welches in $t = 1$ pro Einheit eine Ausschüttung $\tilde{C}_W$ generiert und zu einem zustandsab-

[102] Vgl. Wagner/Rümmele (1995), S. 440. Konkret wäre eine Veranlagungssimulation unter Variation des Zahlenwerts für $V_0^E$ durchzuführen und der Wert zu wählen, welcher die Bedingungen (2.62) und (2.63) simultan erfüllt. Vgl. zur Veranlagungssimulation bei gegebenem Investitionsbetrag Kruschwitz (2007), S. 134 ff.

[103] Das Binomialmodell wurde von Cox/Ross/Rubinstein (1979) für Zwecke der Bewertung von Optionen entwickelt. Anwendungen im Rahmen der Unternehmensbewertung unter Berücksichtigung der Besteuerung finden sich beispielsweise bei Kruschwitz/Löffler (2004); Kruschwitz/Löffler (2005b); Kruschwitz/Löffler (2005c); Kruschwitz/Löffler (2006a); Kruschwitz/Löffler (2006b); Wilhelm (2005b); Wilhelm (2005c); Richter (2004); Richter (2006).

[104] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2004), S. 1178.

hängigen Preis $\widetilde{P}$ gehandelt werden kann. Der heutige Preis einer Einheit des Wertpapiers $W$ sei gegeben durch $P_0$.

- Das Bewertungsobjekt generiert in $t=1$ zustandsabhängige Ausschüttungen in Höhe von $\widetilde{C}$ und wird in $t=1$ zu einem Preis $\widetilde{V}$ veräußert.
- Es gelten die Definitionen $\widetilde{Y}=\widetilde{C}_W+\widetilde{P}$, sowie $\widetilde{X}=\widetilde{C}+\widetilde{V}$.
- Es gilt die Arbitragefreiheitsbedingung $Y_d < P_0 \cdot (1+i) < Y_u$.[105] Diese besagt, dass durch Erwerb (Veräußerung) einer Einheit von $W$ in $t=0$ zum Preis $P_0$ und Minderung (Erhöhung) des Bestands der sicheren Anlage um $P_0$ in $t=0$ keine risikolosen Gewinne in $t=1$ erzielt werden können. Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1 sind demnach ausgeschlossen.

Da ein vollständiger Kapitalmarkt im Modell ohne Steuern vorliegt, kann die Bewertung von den Konsumentscheidungen der Investoren separiert werden. Da zudem die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer identisch sind, d.h. $V_0 = V_0^E = V_0^V$, ist lediglich das Erwerberkalkül zu betrachten.

Der Erwerber zahlt in $t=0$ den Erwerbergrenzpreis und kompensiert dies durch eine Änderung des Bestands der sicheren Anlage sowie der Anzahl von Wertpapier $W$. Die bewertungsrelevanten Zahlungen sind im Bewertungszeitpunkt $t=0$ daher gegeben durch

(2.71) $-V_0 + n_0^E + n_1^E \cdot P_0$.

In $t=1$ erhält der Erwerber bei Durchführung des Bewertungsprogramms die Zahlungen aus dem Bewertungsobjekt und verzichtet auf die Zahlungen aus dem Duplikationsportfolio. Für $t=1$ folgen daher die unsicheren Zahlungen

(2.72) $\widetilde{X} - n_0^E \cdot (1+i) - n_1^E \cdot \widetilde{Y}$.

Auf Basis der Gleichungen (2.71) und (2.72), welche jeweils für jeden Zustand eines jeden Zeitpunkts erfüllt sein müssen, bestimmt der Erwerber den Grenzpreis mittels des linearen Gleichungssystems[106]

$$
\begin{aligned}
& -V_0 + n_1^E \cdot P_0 + n_0^E = 0 \\
(2.73)\quad & X_u - n_1^E \cdot Y_u - n_0^E \cdot (1+i) = 0 \\
& X_d - n_1^E \cdot Y_d - n_0^E \cdot (1+i) = 0\ .
\end{aligned}
$$

Dessen Lösung ist gegeben durch

---

[105] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2004), S. 1178; Albrecht/Maurer (2005), S. 200; Wilhelm (2005b), S. 1009; Kruschwitz (2002), S. 288; Sandmann (2001), S. 162-163.

[106] Vgl. zur Lösung von Bewertungsproblemen im Rahmen des Binomialmodells mittels linearer Gleichungssysteme Kruschwitz/Löffler (2004), S. 1178; Sandmann (2001), S. 164. Eine allgemeinere Formulierung des Bewertungsproblems bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts findet sich bei Wilhelm (2002), S. 7.

(2.74) $n_1 = \frac{X_u - X_d}{Y_u - Y_d}$ und

(2.75) $n_0 = \frac{X_u}{1+i} - \frac{X_u - X_d}{Y_u - Y_d} \cdot \frac{Y_u}{1+i}$

sowie dem Erwerbergrenzpreis

(2.76) $V_0 = \left[ X_u \cdot \frac{-Y_d + P_0 \cdot (1+i)}{Y_u - Y_d} + X_d \cdot \frac{Y_u - P_0 \cdot (1+i)}{Y_u - Y_d} \right] \cdot (1+i)^{-1}$ ,

welcher gleichzeitig auch den Veräußerergrenzpreis darstellt.

Gleichung (2.76), welche den arbitragefreien Preis des Bewertungsobjekts darstellt, kann alternativ mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten, Zustandspreisen, stochastischer Diskontierungsfaktoren oder Risikobewertungsfaktoren dargestellt werden, worauf im Folgenden eingegangen wird.

1) Risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten

Die Bewertung auf Basis von risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten[107] erfolgt, indem mittels eines aus den Basiswertpapieren abgeleiteten risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaßes der Erwartungswert der zu bewertenden unsicheren Zahlung gebildet und dieser mit dem sicheren Zinssatz diskontiert wird. Bei Definition der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten $q_u = [-Y_d + P_0 \cdot (1+i)]/(Y_u - Y_d)$ für den Zustand u und $q_d = 1 - q_u$ für den Zustand d folgt demnach der Wert der unsicheren Zahlung $\widetilde{X}$

(2.77) $V_0 = \frac{X_u \cdot q_u + X_d \cdot q_d}{(1+i)} = \frac{E^Q(\widetilde{X})}{(1+i)}$ .

2) Zustandspreise

Die Bewertung auf Basis von Zustandspreisen[108] erfolgt, indem zunächst der heutige Wert $\pi_u$ $(\pi_d)$ einer Zahlung von eins in Zustand u (d) mittels Duplikation durch die Basiswertpapiere abgeleitet wird. Der Wert der unsicheren Zahlung $\widetilde{X}$ ist dann gegeben durch

(2.78) $V_0 = X_u \cdot \pi_u + X_d \cdot \pi_d$ .

Es besteht der folgende Zusammenhang zwischen Zustandspreisen und risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten in Zustand z:

(2.79) $q_z = \pi_z \cdot (1+i)$.

3) Stochastischer Diskontierungsfaktor und Preisportfolio

---

[107] Vgl. Cox/Ross/Rubinstein (1979), S. 323 ff. (grundlegend); Albrecht/Maurer (2005), S. 201 ff.; Sandmann (2001), S. 165; Kruschwitz (2002), S. 288.

[108] Vgl. Kruschwitz (2002), S. 144; Albrecht/Maurer (2005), S. 205; Sandmann (2001), S. 33-34. Vgl. zur Ableitung von Zustandspreisen aus dem Zustands-Grenzpreismodell Hering (1999), S. 125 ff.; Hering (2000), S. 374-375.

Die Bewertung auf Basis stochastischer Diskontierungsfaktoren[109] erfolgt, indem die unsichere Zahlung $\tilde{X}$ mit einem stochastischen Diskontierungsfaktor $\tilde{Q}$ multipliziert wird und aus dieser Größe der Erwartungswert mittels der subjektiven Eintrittswahrscheinlichkeiten der zukünftigen Umweltzustände gebildet wird. Mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten $p_u$ für den Zustand u und $p_d = 1 - p_u$ für den Zustand d folgt die Bewertungsgleichung

$$(2.80)\quad V_0 = E\left(\tilde{X} \cdot \tilde{Q}\right) = p_u \cdot X_u \cdot Q_u + p_d \cdot X_d \cdot Q_d .$$

Es besteht der folgende Zusammenhang zwischen dem stochastischen Diskontierungsfaktor und den risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten in Zustand z:[110]

$$(2.81)\quad q_z = p_z \cdot Q_z \cdot (1+i).$$

Unter Anwendung des Verschiebungssatzes der Kovarianzen lässt sich Gleichung (2.80) unter Beachtung von $E\left(\tilde{Q}\right) = p_u \cdot Q_u + p_d \cdot Q_d = (q_u + q_d)/(1+i) = 1/(1+i)$ wie folgt darstellen:[111]

$$(2.82)\quad V_0 = E\left(\tilde{X} \cdot \tilde{Q}\right) = E\left(\tilde{X}\right) \cdot E\left(\tilde{Q}\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{X}, \tilde{Q}\right) = \frac{E\left(\tilde{X}\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{X}, \tilde{Q}\right) \cdot (1+i)}{(1+i)} .$$

Der Zähler von Gleichung (2.82) enthält den Erwartungswert der Rückflüsse des Bewertungsobjekts sowie einen Risikokorrekturterm. Der Zähler von Gleichung (2.82) kann daher als kapitalmarktorientiertes Sicherheitsäquivalent[112] interpretiert werden. Da das Vorzeichen der Kovarianz unbestimmt ist, kann es sich bei dem Risikokorrekturterm um einen Risikozuschlag oder einen Risikoabschlag handeln.[113]

Der Grenzpreis ergibt sich somit durch Diskontierung des kapitalmarktorientierten Sicherheitsäquivalents mit dem sicheren Zinssatz. Die Parameter $Q_z$ können als Rückflüsse eines Portfolios interpretiert werden, welches als Preisportfolio bezeichnet wird.[114] Neben den Rückflüssen des Bewertungsobjekts und dem sicheren Zinssatz gehen demnach die Rückflüsse des durch die Basiswertpapiere determinierten Preisportfolios in die Bewertungsgleichung ein.

4) Risikobewertungsfaktor

Der Risikobewertungsfaktor[115] ist definiert durch $\tilde{R} = \tilde{Q} \cdot (1+i)$. Es folgt die Bewertungsgleichung

$$(2.83)\quad V_0 = \frac{E\left(\tilde{X} \cdot \tilde{R}\right)}{(1+i)} = \frac{p_u \cdot X_u \cdot R_u + p_d \cdot X_d \cdot R_d}{(1+i)} .$$

[109] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638; Wilhelm (2002), S. 1-2.
[110] Vgl. Wilhelm (1983a), S. 140.
[111] Vgl. Wilhelm (2002), S. 2.
[112] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638 ff.; Wilhelm (2002), S. 2.
[113] Vgl. Wilhelm (2002), S. 2.
[114] Vgl. Löffler (1996), S. 8-9.
[115] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 638-639.

Der Zusammenhang zu den risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten ist gegeben durch

(2.84) $q_z = p_z \cdot R_z$.

Unter Anwendung des Verschiebungssatzes der Kovarianzen lässt sich Gleichung (2.83) unter Beachtung von $E(\tilde{R}) = p_u \cdot R_u + p_d \cdot R_d = q_u + q_d = 1$ wie folgt darstellen:[116]

(2.85) $$V_0 = \frac{E(\tilde{X} \cdot \tilde{R})}{(1+i)} = \frac{E(\tilde{X}) \cdot E(\tilde{R}) + \operatorname{cov}(\tilde{X}, \tilde{R})}{(1+i)} = \frac{E(\tilde{X}) + \operatorname{cov}(\tilde{X}, \tilde{R})}{(1+i)}.$$

Der Wert ergibt sich demnach durch Diskontierung des kapitalmarktorientierten Sicherheitsäquivalents $E(\tilde{X}) + \operatorname{cov}(\tilde{X}, \tilde{R})$ mit dem sicheren Zinssatz. Das kapitalmarktorientierte Sicherheitsäquivalent setzt sich zusammen aus dem Erwartungswert der zu bewertenden Zahlung zuzüglich eines Risikokorrekturterms, welcher durch die Kovarianz der zu bewertenden Zahlung und des Risikobewertungsfaktors gegeben ist. Bei dem Risikokorrekturterm handelt es sich in Abhängigkeit vom Vorzeichen der Kovarianz um einen Risikoabschlag oder einen Risikozuschlag.[117]

Die vorstehend dargestellten Zusammenhänge gelten bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts auch in Konstellationen, in denen mehr als zwei zukünftige Umweltzustände vorliegen.[118] Im weiteren Verlauf der Arbeit wird meist die Darstellung mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten gewählt. Für die Erläuterung des Zusammenhangs zwischen arbitragefreier Bewertung und Bewertung mittels des Capital Asset Pricing Model ist die Darstellung (2.82) der Bewertungsgleichung mittels des stochastischen Diskontierungsfaktors von Nutzen.[119]

Weiterhin ist darauf hinzuweisen, dass bezüglich der Basiswertpapiere (hier: risikobehaftetes Wertpapier $W$ und sichere Anlage) per Definitionem die Zusammenhänge

(2.86) $$P_0 = \frac{E^Q(\tilde{Y})}{(1+i)} = E(\tilde{Y} \cdot \tilde{Q})$$

und

(2.87) $$1 = \frac{E^Q(1+i)}{(1+i)} = E((1+i) \cdot \tilde{Q})$$

gelten.[120] Für ein aus den Basiswertpapieren bestehendes Portfolio $P$ mit den Rückflüssen $\tilde{Y}_P = n_1 \cdot \tilde{Y} + n_0 \cdot (1+i)$ folgt dann der heutige Preis

[116] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 639.
[117] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 639.
[118] Vgl. Wilhelm (2002), S. 1 ff. zur allgemeinen Formulierung des Bewertungsmodells.
[119] Vgl. Abschnitt 3.5.
[120] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 635; Wilhelm/Schosser (2007), S. 139 für ein mehrperiodiges Modell. Zu beachten ist die Definition $Q_0 = 1$, aus der $\tilde{Q}/Q_0 = \tilde{Q}$ folgt.

(2.88) $P_{P,0} = \frac{E^Q\left(\widetilde{Y}_P\right)}{\left(1+i\right)} = E\left(\widetilde{Y}_P \cdot \widetilde{Q}\right) = n_1 \cdot P_0 + n_0$ .

Hieraus kann wiederum die Bewertungsgleichung für das Bewertungsobjekt abgeleitet werden. Stellt das Portfolio $P$ das Duplikationsportfolio dar, d.h. es gilt $\widetilde{Y}_P = \widetilde{X}$, so folgt

(2.89) $V_0 = n_1 \cdot P_0 + n_0 = \frac{E^Q\left(\widetilde{Y}_P\right)}{\left(1+i\right)} = \frac{E^Q\left(\widetilde{X}\right)}{\left(1+i\right)} = E\left(\widetilde{Y}_P \cdot \widetilde{Q}\right) = E\left(\widetilde{X} \cdot \widetilde{Q}\right)$ .

Der Zusammenhang (2.89) ist insbesondere im Fall des mehrperiodigen Bewertungskalküls von Nutzen, wie die Ausführungen in Abschnitt 2.3.2.1 zeigen werden.

### 2.2.2.2 Modell mit Steuern

#### 2.2.2.2.1 Referenzsteuersystem

Nunmehr wird die Besteuerung nach dem Referenzsteuersystem in das Modell integriert. Im Folgenden werden die Definitionen $\widetilde{Y} = \widetilde{C}_W \cdot \left(1 - s_d\right) + \widetilde{P} \cdot \left(1 - s_v\right)$ sowie $\widetilde{X} = \widetilde{C} \cdot \left(1 - s_d\right) + \widetilde{V} \cdot \left(1 - s_v\right)$ verwendet. Die Integration der Besteuerung erfordert eine Modifikation der Arbitragefreiheitsbedingung, da nunmehr Arbitragemöglichkeiten nach Berücksichtigung der Besteuerung ausgenutzt werden.[121] Als Arbitragefreiheitsbedingung folgt somit

(2.90) $Y_d + P_0 \cdot s_v < P_0 \cdot \left(1 + i_{se}\right) < Y_u + P_0 \cdot s_v$.

Die Bedingung (2.90) besagt, dass durch Erwerb (Veräußerung) einer Einheit von $W$ in $t = 0$ zum Preis $P_0$ und Minderung (Erhöhung) des Bestands der sicheren Anlage um $P_0$ in $t = 0$ nach Steuern keine risikolosen Gewinne in $t = 1$ erzielt werden können.

Zunächst wird das Erwerberkalkül betrachtet. Unter der Prämisse der periodischen Besteuerung wird in $t = 0$ die Wertänderung von Wertpapier $W$ im Vergleich zur Vorperiode $t = -1$ unabhängig von einer Umschichtung des Ausgangsportfolios oder der Bildung eines Duplikationsportfolios besteuert. Die Durchführung des Bewertungsprogramms löst demnach im Vergleich zum Basisprogramm in $t = 0$ keine zusätzlichen Steuerzahlungen auf Wertänderungen aus, so dass $\Delta SZ_0^E = \Delta SV_0^E = 0$ gilt. Die bewertungsrelevanten Zahlungen des Bewertungsobjekts und des Duplikationsportfolios sind im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ daher gegeben durch

(2.91) $-V_0^E + n_0^E + n_1^E \cdot P_0$.

In $t = 1$ erhält der Erwerber bei Durchführung des Bewertungsprogramms die Zahlungen aus dem Bewertungsobjekt, wobei die Differenz aus dem Wert $\widetilde{V}$ und dem Erwerbergrenzpreis $V_0^E$ der Wertänderungsbesteuerung unterliegt. Er verzichtet auf die Zahlungen aus dem Duplikationsportfolio und vermeidet somit Wertänderungssteuern der Höhe $n_1^E \cdot \left(\widetilde{P} - P_0\right) \cdot s_v$. Für $t = 1$ folgen daher die unsicheren Zahlungen

[121] Vgl. Wilhelm (2005b), S. 1009.

(2.92) $\widetilde{X} + V_0^E \cdot s_v - n_0^E \cdot (1 + i_{se}) - n_1^E \cdot (\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v)$.

Nunmehr ist das Veräußererkalkül zu betrachten. Der Veräußerer versteuert in $t = 0$ unabhängig von einer Transaktion sowohl die Wertänderung von Wertpapier $W$ als auch die Wertänderung des in seinem Ausgangsportfolio gehaltenen Bewertungsobjekts jeweils im Vergleich zur Vorperiode $t = -1$. Eine Veräußerung des Bewertungsobjekts löst daher ebenso wie die Bildung des Duplikationsportfolios im Vergleich zum Basisprogramm keine zusätzlichen Wertänderungssteuerzahlungen aus, so dass analog zum Erwerberkalkül $\Delta SZ_0^V = \Delta SV_0^V = 0$ gilt. In $t = 0$ resultieren daher die Zahlungen

(2.93) $V_0^V - n_0^V - n_1^V \cdot P_0$.

In $t = 1$ verzichtet der Veräußerer bei Durchführung des Bewertungsprogramms auf die Zahlungen aus dem Bewertungsobjekt einschließlich der periodischen Wertänderungsbesteuerung von $(\widetilde{V} - V_0^V) \cdot s_v$ und erhält die Zahlungen nach Steuern aus dem Duplikationsportfolio. Es resultieren insgesamt unsichere Zahlungen von

(2.94) $-\widetilde{X} - V_0^V \cdot s_v + n_0^V \cdot (1 + i_{se}) + n_1^V \cdot (\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v)$.

Weder im Erwerberkalkül noch im Veräußererkalkül sind die optimalen Anzahlen $\Delta n_1^{*,E}$ bzw. $\Delta n_1^{*,V}$ des Basisprogramms enthalten; die Kenntnis des Basisprogramms ist demnach für die Bewertung nicht erforderlich.

Aus den Gleichungen (2.91) und (2.92), welche jeweils für jeden Zustand eines jeden Zeitpunkts erfüllt sein müssen, folgt für den Erwerber das lineare Gleichungssystem

$$-V_0^E + n_1^E \cdot P_0 + n_0^E = 0$$

(2.95) $$X_u + V_0^E \cdot s_v - n_1^E \cdot (Y_u + P_0 \cdot s_v) - n_0^E \cdot (1 + i_{se}) = 0$$

$$X_d + V_0^E \cdot s_v - n_1^E \cdot (Y_d + P_0 \cdot s_v) - n_0^E \cdot (1 + i_{se}) = 0 \quad .$$

Für den Veräußerer ergibt sich aus den Gleichungen (2.93) und (2.94) ein analoges lineares Gleichungssystem. Die jeweils identischen Lösungen der Gleichungssysteme von Erwerber und Veräußerer sind gegeben durch $n_1 = n_1^E = n_1^V$, $n_0 = n_0^E = n_0^V$ und $V_0 = V_0^E = V_0^V$ mit

(2.96) $$n_1 = \frac{X_u - X_d}{Y_u - Y_d},$$

(2.97) $$n_0 = \frac{X_u + V_0 \cdot s_v}{1 + i_{se}} - \frac{X_u - X_d}{Y_u - Y_d} \cdot \frac{Y_u + P_0 \cdot s_v}{1 + i_{se}}$$

sowie dem gesuchten, für Erwerber und Veräußerer identischen Grenzpreis des Bewertungsobjekts

$$(2.98)\quad V_0 = \frac{X_u \cdot \frac{-Y_d + P_0 \cdot (1+i_{se}-s_v)}{Y_u - Y_d} + X_d \cdot \frac{Y_u - P_0 \cdot (1+i_{se}-s_v)}{Y_u - Y_d}}{1+i_{se}-s_v} \quad .$$

Mittels Gleichung (2.98) kann nun – wie im Modell ohne Steuern – der Zusammenhang zwischen der Bewertung durch Duplikation und der Bewertung mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten hergestellt werden. Mit den Definitionen $q_u = [-Y_d + P_0 \cdot (1+i_{se}-s_v)]/(Y_u - Y_d)$ bzw. $q_d = 1 - q_u$ für die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten im Zustand u bzw. im Zustand d folgt für den Wert bei risikoneutraler Bewertung

$$V_0 = \frac{(X_u + V_0 \cdot s_v)\cdot q_u + (X_d + V_0 \cdot s_v)\cdot q_d}{1+i_{se}} = \frac{E^Q(\tilde{X} + V_0 \cdot s_v)}{1+i_{se}} \Leftrightarrow$$

(2.99)

$$V_0 = \frac{E^Q(\tilde{X})}{1+i_{se}-s_v} \quad .$$

Analog zum Modell mit Steuern kann Gleichung (2.99) mittels Zustandspreisen, stochastischen Diskontierungsfaktoren oder Risikobewertungsfaktoren dargestellt werden. Dies ist in Tabelle 2.1 dargestellt:

| Darstellung | Zusammenhang | Bewertungsgleichung |
|---|---|---|
| Zustandspreise | $q_z = \pi_z \cdot (1+i_{se})$ | $V_0 = X_u \cdot \frac{\pi_u}{1-\frac{s_v}{(1+i_{se})}} + X_d \cdot \frac{\pi_d}{1-\frac{s_v}{(1+i_{se})}}$ |
| Stochastischer Diskontierungs-faktor | $q_z = p_z \cdot Q_z \cdot (1+i_{se})$ | $V_0 = \frac{E(\tilde{X}\cdot\tilde{Q})}{1-s_v/(1+i_{se})}$ $= \frac{E(\tilde{X}) + \mathrm{cov}(\tilde{X},\tilde{Q})\cdot(1+i_{se})}{1+i_{se}-s_v}$ |
| Risikobewertungs-faktor | $q_z = p_z \cdot R_z$ | $V_0 = \frac{E(\tilde{X}) + \mathrm{cov}(\tilde{X},\tilde{R})}{1+i_{se}-s_v}$ |

Tabelle 2.1: Darstellung der Bewertungsgleichung bei arbitragebasierter Bewertung

Es zeigt sich, dass im Vergleich zum Modell ohne Steuern jeweils eine Anpassung an die Besteuerung von Wertänderungen vorzunehmen ist, welche das aus dieser Steuer resultierende Zirkularitätsproblem löst. Weiterhin ist anzumerken, dass sich die Parameter $Q_z$ des stochastischen Diskontierungsfaktors analog zum Modell ohne Steuern als Rückflüsse eines Preisportfolios interpretieren lassen. Da sich die Parameter $Q_z$ im Modell mit Steuern aus den Nettorückflüssen der Basiswertpapiere ergeben, sind sie als Nettorückflüsse des Preisportfolios anzusehen.

Weder im Erwerberkalkül noch im Veräußererkalkül sind die optimalen Anzahlen $\Delta n_1^{*,E}$ bzw. $\Delta n_1^{*,V}$ des Basisprogramms enthalten. Die Kenntnis des Basisprogramms und insbesondere der sich aus den Konsumentscheidungen der Investoren ergebenden Umschichtungen der Ausgangsportfolios ist demnach für die Bewertung nicht erforderlich. Die Entscheidung bezüglich der Durchführung von Investitionen und somit auch die Bewertung können daher unabhängig von den Konsumentscheidungen der Investoren durchgeführt werden, so dass wie im Modell ohne Steuern ein Separationsansatz vorliegt. Die Bewertung erfolgt demnach in einem Partialkalkül. Auch sind ebenso wie im Modell ohne Steuern die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer identisch. Die Integration des Referenzsteuersystems in das Modell unter Unsicherheit hat demnach keine Auswirkungen auf die Struktur der Modellergebnisse.[122]

Abschließend ist – in Analogie zum Modell ohne Steuern – darauf hinzuweisen, dass bezüglich der Basiswertpapiere (hier: risikobehaftetes Wertpapier $W$ und sichere Anlage) per Definitionem die Zusammenhänge

$$(2.100)\ P_0 = \frac{E^Q\left(\tilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right)}{\left(1 + i_{se}\right)} = E\left(\left(\tilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) \cdot \tilde{Q}\right)$$

und

$$(2.101)\ 1 = \frac{E^Q\left(1 + i_{se}\right)}{\left(1 + i_{se}\right)} = E\left(\left(1 + i_{se}\right) \cdot \tilde{Q}\right)$$

gelten.[123] Für ein aus den Basiswertpapieren bestehendes Portfolio $P$ mit den Rückflüssen

$$(2.102)\ \tilde{Y}_P = n_1 \cdot \left(\tilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) + n_0 \cdot \left(1 + i_{se}\right)$$

folgt dann der heutige Preis

$$(2.103)\ P_{P,0} = \frac{E^Q\left(\tilde{Y}_P\right)}{\left(1 + i_{se}\right)} = E\left(\tilde{Y}_P \cdot \tilde{Q}\right) = n_1 \cdot P_0 + n_0 \quad .$$

Hieraus kann wiederum die Bewertungsgleichung für das Bewertungsobjekt abgeleitet werden. Stellt das Portfolio $P$ das Duplikationsportfolio dar, d.h. es gilt $\tilde{Y}_P = \tilde{X} + V_0 \cdot s_v$, so folgt

$$(2.104)\ V_0 = n_1 \cdot P_0 + n_0 = \frac{E^Q\left(\tilde{Y}_P\right)}{\left(1 + i\right)} = \frac{E^Q\left(\tilde{X} + V_0 \cdot s_v\right)}{\left(1 + i\right)} = E\left(\tilde{Y}_P \cdot \tilde{Q}\right) = E\left(\left(\tilde{X} + V_0 \cdot s_v\right) \cdot \tilde{Q}\right) \ .$$

Auflösen nach dem gesuchten Wert $V_0$ führt auf die in Gleichung (2.99) und in der Tabelle 2.1 dargestellten Ergebnisse. Der Zusammenhang (2.104) ist insbesondere im Fall des mehr-

[122] Vgl. zu diesem Ergebnis auch Wilhelm/Schosser (2007), S. 143.
[123] Vgl. Wilhelm/Schosser (2007), S. 143 für ein mehrperiodiges Kalkül; zu beachten ist wiederum die Definition $Q_0 = 1$.

periodigen Bewertungskalküls von Nutzen, wie die Ausführungen in Abschnitt 2.3.2.2.1 zeigen werden.

#### 2.2.2.2.2 Besteuerung realisierter Wertänderungen

Wertänderungen werden nunmehr besteuert, wenn sie durch Veräußerung realisiert werden. Nicht realisierte Wertänderungen werden dagegen nicht besteuert. Die Entwicklung des Bewertungskalküls erfordert in dieser Konstellation zusätzliche Prämissen:

- Erwerber und Veräußerer verfügen im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ über ein Ausgangsportfolio, welches das risikobehaftete Wertpapier $W$ mit einer positiven Anzahl sowie die sichere Anlage enthält.
- In $t = 0$ ändert der Erwerber (Veräußerer) die Anzahl der im Ausgangsportfolio enthaltenen Wertpapiere um $\Delta n_1^{*,E}$ $\left(\Delta n_1^{*,V}\right)$, um das im Bewertungszeitpunkt optimale Basisprogramm zu erreichen.
- Im Rahmen der Bestimmung des Bewertungsprogramms kann eine Minderung des Bestands von $W$ gegenüber dem Basisprogramm um die Anzahl $n_1^E$ $\left(n_1^V\right)$ erforderlich sein. Diesbezüglich wird angenommen, dass der Ausgangsbestand zuzüglich $\Delta n_1^{*,E}$ $\left(\Delta n_1^{*,V}\right)$ die Anzahl $n_1^E$ $\left(n_1^V\right)$ übersteigt, so dass Leerverkäufe von $W$ nicht erforderlich sind.
- Es gilt weiterhin die Arbitragefreiheitsbedingung $Y_d + P_0 \cdot s_v < P_0 \cdot \left(1 + i_{se}\right) < Y_u + P_0 \cdot s_v$.
- Die steuerlichen Anschaffungskosten der im Ausgangsportfolio enthaltenen Wertpapiere $W$ seien durch in der Vergangenheit liegende Erwerbsvorgänge exogen gegeben. Für den Erwerber bzw. Veräußerer werden jeweils für alle im Ausgangsportfolio enthaltenen Wertpapiere $W$ identische steuerliche Anschaffungskosten der Höhe $AK_W^E$ bzw. $AK_W^V$ pro Einheit angenommen. Eine Erweiterung auf unterschiedliche Anschaffungskosten ist problemlos möglich, jedoch formal aufwändig, so dass hierauf verzichtet wird.
- Die steuerlichen Anschaffungskosten des Bewertungsobjekts im Veräußererkalkül, welche ebenfalls aus einem in der Vergangenheit liegenden Erwerb resultieren, sind gegeben durch $AK_B$.

Weiterhin ist das optimale Verhalten der Investoren bezüglich der Realisierung von Wertänderungen von Wertpapier $W$ zu betrachten. Hierbei kann auf die Ergebnisse des Tax-Options-Ansatzes zurückgegriffen werden. Demnach wird die Realisierung von Wertsteigerungen im Vergleich zu den steuerlichen Anschaffungskosten von $W$ soweit möglich in die Zukunft verschoben, um einen Aufschub der Steuerzahlungen auf den Veräußerungsgewinn zu erreichen, und es erfolgt eine sofortige Realisierung der Wertminderungen von $W$, welche eine sofortige Steuererstattung aufgrund eines Veräußerungsverlusts zur Folge hat.[124]

Da bei an die Realisierung von Wertänderungen anknüpfender Besteuerung Erwerbe und Veräußerungen von $W$ unterschiedliche steuerliche Folgen auslösen, ist nunmehr auch die Kenntnis des Vorzeichens von $n_1^E$ $\left(n_1^V\right)$ zur Entwicklung des Bewertungskalküls erforderlich. Da annahmegemäß $Y_u > Y_d$ und $X_u > X_d$ gilt, ist der Rückfluss des Bewertungsobjekts vollständig positiv mit dem Rückfluss von $W$ korreliert. Es gilt daher $n_1^E > 0$ $\left(n_1^V > 0\right)$.[125]

Der Erwerber hat die Möglichkeit, das Bewertungsobjekt in $t = 0$ zum Preis von $V_0^E$ zu erwerben, welches in $t = 1$ Rückflüsse der Höhe $\widetilde{X} + V_0^E \cdot s_v$ generiert. Der Erwerber finanziert den Kaufpreis des Bewertungsobjekts, indem er im Bewertungsprogramm die Anzahl von $W$ im Vergleich zum Basisprogramm um $n_1^E$ vermindert und den Bestand der sicheren Anlage um $n_0^E$ verändert. Die Minderung des Bestands von $W$ kann grundsätzlich durch eine Veräußerung von $W$ oder durch den Verzicht auf einen im Basisprogramm vorgesehenen Erwerb zusätzlicher Einheiten von $W$ erfolgen. Soweit der Erwerber auf den Erwerb zusätzlicher Einheiten von $W$ verzichtet, spart er pro Einheit in $t = 0$ Mittel in Höhe von $P_0$ und verzichtet in $t = 1$ auf Rückflüsse in Höhe von $\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v$. Soweit er im Ausgangsportfolio enthaltene Wertpapiere $W$ veräußert, erzielt er pro Einheit in $t = 0$ nach Berücksichtigung der auf den Veräußerungserfolg entfallenden Steuern einen Zufluss von $P_0 - \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v$. In $t = 1$ verzichtet er auf einen Rückfluss der Höhe $\widetilde{Y} + AK_W^E \cdot s_v$.

Im Folgenden wird angenommen, dass ein Anteil $a^E$ von $n_1^E$ aus der Veräußerung von im Ausgangsportfolio enthaltenen Wertpapieren $W$ und ein Anteil $1 - a^E$ aus dem Verzicht auf den Erwerb zusätzlicher Einheiten von $W$ resultiert; es gilt $0 \le a^E \le 1$. Die bewertungsrelevanten Zahlungen im Erwerberkalkül sind somit in $t = 0$ gegeben durch

$$(2.105)\ -V_0^E + n_0^E + n_1^E \cdot \left[ \left(1 - a^E\right) \cdot P_0 + a^E \cdot \left[P_0 - \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v\right] \right]$$

und in $t = 1$ durch

$$(2.106)\ \widetilde{X} + V_0^E \cdot s_v - n_0^E \cdot \left(1 + i_{se}\right) - n_1^E \cdot \left[ \left(1 - a^E\right) \cdot \left(\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) + a^E \cdot \left(\widetilde{Y} + AK_W^E \cdot s_v\right) \right].$$

Zur Konkretisierung des Anteils $a^E$ ist nach der Relation der steuerlichen Anschaffungskosten $AK_W^E$ der im Ausgangsportfolio vorhandenen Wertpapiere $W$ zu dem heutigen Preis $P_0$

[124] Vgl. Constantinides (1983), S. 617 (grundlegend). Ist ein Veräußerungsverlust vorzutragen oder kann ein Veräußerungsverlust nicht genutzt werden, soweit das gleiche Wertpapier unmittelbar nach der Veräußerung wieder erworben wird, so kann sich ein hiervon abweichendes optimales Realisierungsverhalten der Investoren ergeben; vgl. Gallmeyer/Srivastava (2003); Abschnitt 2.4.1.4.

[125] Der umgekehrte Fall der negativen Korrelation, d.h. $n_1^E < 0$ $\left(n_1^V < 0\right)$, kann ebenfalls abgebildet werden, bringt jedoch keine neuen Erkenntnisse und wird daher nicht dargestellt.

von $W$ zu differenzieren. Übersteigt der heutige Preis von $W$ die Anschaffungskosten, d.h. $AK_W^E < P_0$, so führt die Veräußerung von $W$ zur Realisation eines steuerpflichtigen Veräußerungsgewinns. Für den Steuerpflichtigen ist es vorteilhaft, die aus der Realisation von Veräußerungsgewinnen resultierende Steuerzahlung in die Zukunft zu verschieben. Er wird demnach den in Periode $t = 0$ zu versteuernden Veräußerungsgewinn minimieren. Dies bedeutet, dass er im Bewertungsprogramm zunächst auf einen (möglicher Weise) im Basisprogramm vorgesehenen Erwerb von zusätzlichen Einheiten von $W$ verzichtet und erst dann bereits im Ausgangsportfolio vorhandene Wertpapiere veräußert, wenn der Verzicht auf den Erwerb nicht ausreicht, um den Kaufpreis des Bewertungsobjekts zu finanzieren. Formal lässt sich die Zielfunktion des Erwerbers darstellen durch

$$(2.107)\; a^E \to \min \qquad \text{s. t.} \qquad n_1^E \cdot \left(1 - a^E\right) \leq \max\left(\Delta n_1^{*,E}\ , 0\right)\ ;\ 0 \leq a^E \leq 1\ ;\ n_1^E > 0.$$

Es können demnach drei Bereiche unterschieden werden: Für $\Delta n_1^{*,E} \leq 0$ folgt $a^E = 1$, d.h. der Bestand von $W$ im Ausgangsportfolio wird durch Veräußerung um $n_1^E$ gemindert. Für $0 < \Delta n_1^{*,E} < n_1^E$ resultiert $a^E = \left(n_1^E - \Delta n_1^{*,E}\right) / n_1^E$ ; es erfolgt ein Verzicht auf eine Bestandserhöhung in Höhe von $n_1^E \cdot \left(1 - a^E\right)$ und eine Minderung des vorhandenen Bestands um $n_1^E \cdot a^E$. Für $n_1^E \leq \Delta n_1^{*,E}$ folgt $a^E = 0$, d.h. es erfolgt ausschließlich ein Verzicht auf eine Bestandserhöhung, jedoch keine Veräußerung.

Nunmehr ist die Situation $AK_W^E > P_0$ zu betrachten, in der eine Veräußerung zu einem Veräußerungsverlust führt. In dieser Konstellation ist es für den Erwerber unabhängig von der Entscheidung bezüglich des Erwerbs des Bewertungsobjekts vorteilhaft, in Periode $t = 0$ zunächst den gesamten im Ausgangsportfolio enthaltenen Bestand an Wertpapier $W$ zu veräußern, um die Steuererstattung aufgrund des Veräußerungsverlusts zu realisieren. Anschließend erwirbt er den in Periode $t = 0$ gewünschten Bestand an Wertpapier $W$. Der Erwerber steht somit nach der auf jeden Fall erfolgenden Veräußerung vor den Alternativen, den Bestand von $W$ um den Bestand des Ausgangsportfolios zuzüglich $\Delta n_1^{*,E}$ zu erhöhen (Basisprogramm) oder den Bestand um den Bestand des Ausgangsportfolios zuzüglich $\Delta n_1^{*,E}$ und abzüglich $n_1^E$ zu erhöhen (Bewertungsprogramm). Unter den gegebenen Prämissen erfolgt somit unabhängig von $\Delta n_1^{*,E}$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms im Vergleich zum Basisprogramm ein Verzicht auf eine Bestandserhöhung um $n_1^E$ und es resultiert somit $a^E = 0$. Der Verlust aus der Veräußerung von $W$ geht demnach nicht in das Grenzpreiskalkül des Erwerbers ein; formal bedeutet dies, dass der Veräußerungsverlust in $SV_0^E$ und nicht in $\Delta SV_0^E$ eingeht. Dies ist damit zu erklären, dass der Verlust unabhängig von der Entscheidung bezüglich des Erwerbs des Bewertungsobjekts realisiert wird und somit nicht entscheidungsrelevant ist.[126]

Aus den Gleichungen (2.105) und (2.106) folgt bei Definition der Variablen $n_1 = n_1^E$ bzw. $V_0$ entsprechend der Gleichungen (2.74) bzw. (2.76) der Grenzpreise des Erwerbers[127]

$$(2.108)\, V_0^E = V_0 - \frac{i_{se} \cdot n_1 \cdot a^E \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v}{1 + i_{se} - s_v}.$$

Der Erwerbergrenzpreis (2.108) entspricht demnach dem bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen ermittelten Erwerbergrenzpreis (2.76) zuzüglich eines aus der Veräußerungsgewinnbesteuerung resultierenden Terms, welcher ausschließlich im Fall $AK_W^E < P_0$ auftritt und den Erwerbergrenzpreis daher mindert. Der zusätzliche Term stellt den Barwert der einperiodigen Verzinsung der Steuerzahlung aufgrund des Gewinns aus der Veräußerung von Wertpapier $W$ im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ dar. Bei Veräußerung von $W$ in $t = 0$ mit Gewinn (Bewertungsprogramm) fällt die Steuer auf den Veräußerungsgewinn $P_0 - AK_W^E$ sofort an, während bei Veräußerung von $W$ in $t = 1$ (Basisprogramm) ein Aufschub dieser Steuerzahlung um eine Periode erreicht wird. Der zusätzliche Term bildet somit einen Zinsnachteil ab, der aus der sofortigen Veräußerung von Wertpapier $W$ mit Gewinn bei Durchführung des Bewertungsprogramms entsteht. Bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen tritt dieser Zinsnachteil im Bewertungsprogramm nicht auf, da ein Aufschub der Besteuerung hier nicht möglich ist. Der Erwerber senkt somit im Ergebnis den Grenzpreis gegenüber $V_0$, um den Zinsnachteil der sofortigen Besteuerung zu kompensieren.[128]

Nunmehr ist das Veräußererkalkül zu betrachten. Der Veräußerer kann das Bewertungsobjekt in $t = 0$ zum Preis von $V_0^V$ veräußern. Im Fall der Veräußerung erzielt er in $t = 0$ nach Berücksichtigung der Veräußerungsgewinnbesteuerung einen Zufluss von $V_0^V - \left(V_0^V - AK_B\right) \cdot s_v$ und verzichtet in $t = 1$ auf den Rückfluss des Bewertungsobjekts von $\widetilde{X} + AK_B \cdot s_v$. Im Bewertungsprogramm erhöht er den Bestand von $W$ um $n_1^V$ und ändert den Bestand der siche-

[126] Eine Modellerweiterung im Hinblick auf unterschiedliche steuerliche Anschaffungskosten des Ausgangsbestands von $W$ gestaltet sich ausgehend von obigen Erkenntnissen wie folgt: Zunächst werden die Wertpapiere veräußert, welche einen Veräußerungsverlust generieren. Anschließend verzichtet der Erwerber im Fall des Erwerbs des Bewertungsobjekts auf einen Kauf von Wertpapieren. Reicht dies nicht aus, um den Kaufpreis des Bewertungsobjekts zu finanzieren, wird er die Veräußerung der Wertpapiere in der Reihenfolge vornehmen, welche den insgesamt zu versteuernden Veräußerungsgewinn minimiert. Die steuerliche Behandlung von Leerverkäufen könnte im Modell beispielsweise abgebildet werden, indem die steuerlichen Anschaffungskosten auf null gesetzt werden, so dass der zu versteuernde Veräußerungsgewinn im Fall eines Leerverkaufs maximal wird. Die Investoren werden demnach Leerverkäufe, soweit möglich, vermeiden.

[127] Der Grenzpreis (2.108) kann auch mittels Zustandspreisen oder risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten dargestellt werden, welche dann jedoch von der Portfoliostrategie des Erwerbers abhängig sind. Vgl. hierzu Gallmeyer/Srivastava (2003), S. 32-33. Auf eine formale Darstellung wird in der vorliegenden Arbeit verzichtet.

[128] Es sei darauf hingewiesen, dass der beschriebene Zusammenhang gilt, wenn für die periodische und die an die Realisierung anknüpfende Besteuerung von Wertänderungen eine identische Preisentwicklung der Basiswertpapiere durch Annahme vorausgesetzt wird. Es wird nicht behauptet, dass sich für die beiden unterschiedlichen Arten der Besteuerung zwingend identische Preisentwicklungen für die Basiswertpapiere ergeben.

ren Anlage um $n_0^V$ im Vergleich zum Basisprogramm. Die Bestandserhöhung von $W$ im Vergleich zum Basisprogramm kann grundsätzlich durch einen Verzicht auf eine Veräußerung von $W$ oder durch einen Erwerb zusätzlicher Einheiten von $W$ erfolgen. Soweit eine Veräußerung von $W$ im Vergleich zum Basisprogramm vermieden wird, verzichtet der Veräußerer in $t=0$ auf einen Mittelzufluss der Höhe $P_0-\left(P_0-AK_W^V\right)\cdot s_v$ und erzielt in $t=1$ einen Zufluss von $\widetilde{Y}+AK_W^V\cdot s_v$ pro Einheit. Im Fall des Erwerbs zusätzlicher Einheiten von $W$ erfolgt in $t=0$ eine Auszahlung von $P_0$ und in $t=1$ ein Zufluss von $\widetilde{Y}+P_0\cdot s_v$ pro Einheit.

Im Folgenden wird angenommen, dass ein Anteil $a^V$ von $n_1^V$ aus dem Verzicht auf eine Veräußerung von im Ausgangsportfolio enthaltenen Wertpapieren $W$ und ein Anteil $1-a^V$ aus dem Erwerb zusätzlicher Einheiten von $W$ resultiert; es gilt $0\le a^V\le 1$. Die bewertungsrelevanten Zahlungen im Veräußererkalkül sind daher in $t=0$ gegeben durch

$$(2.109)\ V_0^V-\left(V_0^V-AK_B\right)\cdot s_v-n_0^V-n_1^V\cdot\left[\ \left(1-a^V\right)\cdot P_0+a^V\cdot\left[P_0-\left(P_0-AK_W^V\right)\cdot s_v\right]\ \right]$$

und in $t=1$ durch

$$(2.110)-\widetilde{X}-AK_B\cdot s_v+n_0^V\cdot\left(1+i_{se}\right)+n_1^V\cdot\left[\ \left(1-a^V\right)\cdot\left(\widetilde{Y}+P_0\cdot s_v\right)+a^V\cdot\left(\widetilde{Y}+AK_W^V\cdot s_v\right)\ \right].$$

Im Fall $AK_W^V<P_0$ führt die Veräußerung von $W$ in $t=0$ zur Realisation eines steuerpflichtigen Veräußerungsgewinns, welchen der Veräußerer zu minimieren versucht. Hieraus folgt, dass er im Bewertungsprogramm zunächst auf eine (möglicher Weise) im Basisprogramm vorgesehene Veräußerung von $W$ verzichtet und erst dann, wenn dies nicht ausreicht, den Bestand von $W$ erhöht. Seine Zielfunktion lautet demnach analog zum Erwerberkalkül

$$(2.111)\ a^V\rightarrow\max\qquad \text{s. t.}\qquad n_1^V\cdot a^V\le\max\left(-\Delta n_1^{*,V},0\right)\ ;\ 0\le a^V\le 1\ ;\ n_1^V>0.$$

Es können wiederum drei Bereiche unterschieden werden: Für $\Delta n_1^{*,V}\ge 0$ folgt $a^V=0$, d.h. es erfolgt ein Zukauf von $W$. Für $0<-\Delta n_1^{*,V}<n_1^V$ resultiert $a^V=-\Delta n_1^{*,V}/n_1^V$; es erfolgt ein Verzicht auf eine Veräußerung in Höhe von $n_1^V\cdot a^V$ und eine Erhöhung des vorhandenen Bestands um $n_1^V\cdot\left(1-a^V\right)$. Für $n_1^V\le-\Delta n_1^{*,V}$ folgt $a^V=1$, d.h. es erfolgt ausschließlich ein Verzicht auf eine Veräußerung, jedoch keine Bestandserhöhung.

Im Fall $AK_W^V>P_0$ dagegen ist es für den Veräußerer unabhängig von der Entscheidung bezüglich der Veräußerung des Bewertungsobjekts vorteilhaft, zunächst den gesamten im Ausgangsportfolio enthaltenen Bestand an Wertpapier $W$ zu veräußern und anschließend die gewünschte Anzahl von $W$ zu erwerben. Wie im Erwerberkalkül gilt daher $a^V=0$ und der Verlust aus der Veräußerung von $W$ ist nicht entscheidungsrelevant.

Bei Definition der Variablen $n_1=n_1^V$ bzw. $V_0$ entsprechend der Gleichungen (2.74) bzw. (2.76) folgt für den Grenzpreis des Veräußerers

$$(2.112)\, V_0^V = V_0 + \frac{i_{se} \cdot (V_0 - AK_B) \cdot s_v}{(1+i_{se}) \cdot (1-s_v)} - \frac{i_{se} \cdot n_1 \cdot a^V \cdot (P_0 - AK_W^V) \cdot s_v}{(1+i_{se}) \cdot (1-s_v)}.$$

Der Veräußerergrenzpreis (2.112) entspricht demnach dem bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen ermittelten Veräußerergrenzpreis (2.76) zuzüglich zweier aus der Veräußerungsgewinnbesteuerung resultierender Terme.

Der erste Term bildet den Zinseffekt der sofortigen Veräußerung des Bewertungsobjekts mit einem steuerpflichtigen Erfolg gegenüber der um eine Periode verschobenen Veräußerung des Bewertungsobjekts ab. Zur Erläuterung dieses Terms wird zunächst angenommen, dass der zweite Zusatzterm aus Gleichung (2.112) entfällt. Im Fall $V_0 = AK_B$ beträgt dann der Grenzpreis $V_0^V = V_0$ und es resultiert ein Veräußerungsgewinn von $V_0^V - AK_B = 0$; der Zinseffekt wird nicht wirksam. Für $V_0 > AK_B$ resultiert ein Veräußerungsgewinn und der Veräußerergrenzpreis erhöht sich gegenüber $V_0$, während für $V_0 < AK_B$ ein Veräußerungsverlust entsteht, welcher den Grenzpreis gegenüber $V_0$ senkt. Dies ist damit zu erklären, dass im Gewinnfall (Verlustfall) aufgrund der Veräußerung in $t = 0$ eine Steuerzahlung zu leisten ist (Steuererstattung erfolgt), die bei Verzicht auf die sofortige Veräußerung aufgeschoben wird, so dass die sofortige Veräußerung einen Zinsnachteil (Zinsvorteil) zur Folge hat. Der Veräußerer erhöht (senkt) den Grenzpreis daher gegenüber dem Fall der periodischen Besteuerung, um diesen Zinsnachteil (Zinsvorteil) zu kompensieren.

Der zweite Term tritt ausschließlich im Fall $AK_W^E < P_0$ auf. Er bildet den Zinsvorteil ab, welcher entsteht, wenn aufgrund der Veräußerung des Bewertungsobjekts im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ eine Veräußerung von Wertpapier $W$ mit Gewinn vermieden werden kann. Der Term mindert den Veräußerergrenzpreis gegenüber $V_0$, da der Veräußerer bei Vorliegen eines aus der Veräußerung des Bewertungsobjekts resultierenden Zinsvorteils bereit ist, einen niedrigeren Grenzpreis zu akzeptieren.

Sowohl der Erwerbergrenzpreis als auch der Veräußerergrenzpreis sind explizit von der Umschichtung des Ausgangsportfolios abhängig. Eine Separation von Bewertung und Konsumentscheidung ist somit anders als im Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen nicht möglich. Folglich setzt die Bewertung die Bestimmung des Basisprogramms, d.h. also eine Totalbetrachtung, voraus.[129] Die Abbildung der Besteuerung realisierter Wertänderungen erfordert demnach zusätzliche Informationen gegenüber dem Fall mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen.

Die Bedingung $V_0^E \geq V_0^V$ für das Bestehen eines Einigungsbereichs konkretisiert sich ausgehend von den Grenzpreisen (2.108) und (2.112) von Erwerber und Veräußerer zu

---

[129] Auf die Abhängigkeit der Bewertung vom Ausgangsportfolio des Investors weisen auch Gallmeyer/Srivastava (2003), S. 33 hin. Constantinides (1983), S. 626-628 leitet für den Fall der an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung ein Separationstheorem ab, welches auf die Modellierung der Realisationszeitpunkte mittels eines von den Konsumentscheidungen unabhängigen stochastischen Prozesses zurückzuführen ist.

$$(2.113)\; -\frac{i_{se}\cdot n_1\cdot a^E\cdot\left(P_0-AK_W^E\right)\cdot s_v}{1+i_{se}-s_v}\geq\frac{i_{se}\cdot\left(V_0-AK_B\right)\cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right)\cdot\left(1-s_v\right)}-\frac{i_{se}\cdot n_1\cdot a^V\cdot\left(P_0-AK_W^V\right)\cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right)\cdot\left(1-s_v\right)}.$$

Ein Einigungsbereich liegt demnach vor, wenn der Grenzpreis des Erwerbers gegenüber dem Referenzwert $V_0$ durch aus der Veräußerungsgewinnbesteuerung resultierende Zinseffekte in geringerem Umfang gemindert wird als der Grenzpreis des Veräußerers. Bei Aufteilung eines positiven Einigungsbereichs besteht für beide Transaktionspartner eine lokale Arbitragemöglichkeit, da jeweils von Bewertungsobjekt und Duplikationsportfolio insgesamt in $t=0$ eine positive Zahlung generiert wird, während in allen Zuständen von $t=1$ eine Zahlung von null resultiert. Eine Transaktion kommt dann auf jeden Fall zu Stande.

In Tabelle 2.2 ist das Bestehen eines Einigungsbereichs für unterschiedliche Werte von $a^E$, $a^V$ und $V_0-AK_B$ dargestellt; in der Kategorie „möglich" hängt das Bestehen des Einigungsbereichs zusätzlich von $P_0-AK_W^E$ bzw. $P_0-AK_W^V$ ab:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_0-AK_B$ | $=0$ | $=0$ | $=0$ | $=0$ | $<0$ | $<0$ | $<0$ | $<0$ | $>0$ | $>0$ | $>0$ | $>0$ |
| $a^E$ | $=0$ | $>0$ | $=0$ | $>0$ | $=0$ | $>0$ | $=0$ | $>0$ | $=0$ | $>0$ | $=0$ | $>0$ |
| $a^V$ | $=0$ | $=0$ | $>0$ | $>0$ | $=0$ | $=0$ | $>0$ | $>0$ | $=0$ | $=0$ | $>0$ | $>0$ |
| Einigungs-bereich | immer | nie | immer | möglich | immer | möglich | immer | möglich | nie | nie | möglich | möglich |

Tabelle 2.2: Bestehen eines Einigungsbereichs $\left(V_0^E\geq V_0^V\right)$

Im Gegensatz zum in Abschnitt 2.2.1.2.2 betrachteten Modell unter Sicherheit führt die Veräußerungsgewinnbesteuerung im Modell unter Unsicherheit bei Vorliegen eines Veräußerungsgewinns aus dem Bewertungsobjekt nicht generell zu einer Behinderung der Transaktion mit dem Bewertungsobjekt, wie die beiden letzten Spalten von Tabelle 2.2 zeigen. Kann durch die Veräußerung des Bewertungsobjekts beim Veräußerer ein ansonsten aus der Veräußerung der Basiswertpapiere resultierender Zinsnachteil vermieden werden, und übersteigt der Zinsnachteil aus der Veräußerung der Basiswertpapiere den Zinsnachteil aus der Veräußerung des Bewertungsobjekts (ggf. zuzüglich eines Zinsnachteils beim Erwerber), so entsteht ein positiver Einigungsbereich und die Transaktion wird durch die Veräußerungsgewinnbesteuerung begünstigt.

#### 2.2.2.2.3 Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen

Nunmehr ist zu analysieren, wie sich die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen auf die Grenzpreise auswirkt. Hierzu wird vorausgesetzt, dass die Bedingung

$$(2.114)\; Y_d+P_0\cdot s_v<P_0\cdot\left[1+i\cdot\left(1-s_h\right)\right]<P_0\cdot\left[1+i\cdot\left(1-s_s\right)\right]<Y_u+P_0\cdot s_v$$

gilt, so dass weder durch Erwerb (Veräußerung) einer Einheit von $W$ in $t=0$ zum Preis $P_0$ und Minderung (Erhöhung) des Bestands der sicheren Anlage um $P_0$ in $t=0$ noch durch Erwerb (Veräußerung) einer Einheit von $W$ in $t=0$ zum Preis $P_0$ und Erhöhung (Minderung) des Kreditbestands um $P_0$ in $t=0$ nach Steuern risikolose Gewinne in $t=1$ erzielt werden können.[130]

Formal ergeben sich die Bewertungskalküle analog zu den in den vorhergehenden Abschnitten entwickelten Bewertungskalkülen. Es ist lediglich entsprechend dem Modell unter Sicherheit der Zinssatz $i_{se}$ durch den Zinssatz $i \cdot \left[1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)\right]$ im Erwerberkalkül und den Zinssatz $i \cdot \left[1 - s_h + a_a^V \cdot (s_h - s_s)\right]$ im Veräußererkalkül zu ersetzen; auf eine formale Darstellung kann daher verzichtet werden. Die Anteile $a_a^E$ und $a_a^V$ sind wie im Modell ohne Steuern dahingehend zu konkretisieren, dass eine Minderung (Erhöhung) des Bestands der sicheren Anlage aus steuerlicher Sicht vorteilhafter (ungünstiger) ist als eine Kreditaufnahme (Kreditrückzahlung). Die Bewertung erfordert wiederum die Kenntnis des optimalen Basisprogramms, so dass die Bewertung im Rahmen einer Totalbetrachtung erfolgt.

Insbesondere ist die Bewertung mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten im Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen zu analysieren. Hierzu wird zunächst ein Investor betrachtet, der weder im Basisprogramm noch im Bewertungsprogramm Kredite aufnimmt und daher ausschließlich mit $i \cdot (1 - s_h)$ diskontiert. In dieser Konstellation können nun mittels der risikobehafteten Basiswertpapiere und der sicheren Anlage risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten abgeleitet werden, mittels derer das Bewertungsobjekt entsprechend Gleichung (2.99) bewertet werden kann. Entsprechendes gilt für einen Investor, der weder im Basisprogramm noch im Bewertungsprogramm Mittel anlegt und daher ausschließlich mit $i \cdot (1 - s_s)$ diskontiert. Allerdings ist zu beachten, dass die Nettozinssätze $i \cdot (1 - s_h)$ bzw. $i \cdot (1 - s_s)$ in die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten eingehen, so dass sich die dem Bewertungskalkül der beiden betrachteten Investoren zu Grunde liegenden risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten unterscheiden.

Auch im Modell unter Unsicherheit können sich aus der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen Konsequenzen für den Einigungsbereich ergeben. Diese werden im Folgenden für den Fall der periodischen Besteuerung von Wertänderungen dargestellt. Es ist zu beachten, dass im Modell unter Unsicherheit – im Gegensatz zum Modell unter Sicherheit, in dem $n_0^E > 0$ und $n_0^V > 0$ gilt, – die Vorzeichen von $n_0^E$ und $n_0^V$ abhängig von den Rückflüssen des Bewertungsobjekts und des risikobehafteten Basiswertpapiers sind. Aus Gleichung (2.97) ergibt sich unter Beachtung von Gleichung (2.98) die vom Zinssatz abhängige Bedingung für $n_0^E \geq 0$ und $n_0^V \geq 0$:

(2.115) $X_d \cdot Y_u - X_u \cdot Y_d \geq 0$.

[130] Eine Konstellation, in der diese Bedingung nicht erfüllt ist, wird in Abschnitt 2.4.1.2 betrachtet.

Die Bedingung $V_0^E \geq V_0^V$ für das Bestehen eines Einigungsbereichs konkretisiert sich unter Beachtung von Gleichung (2.98) zu

(2.116)
$$\frac{X_u \cdot \frac{-Y_d + P_0 \cdot \left(1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^E\cdot(s_h-s_s)\right]-s_v\right)}{Y_u-Y_d} + X_d \cdot \frac{Y_u - P_0 \cdot \left(1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^E\cdot(s_h-s_s)\right]-s_v\right)}{Y_u-Y_d}}{1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^E\cdot(s_h-s_s)\right]-s_v} \geq$$
$$\frac{X_u \cdot \frac{-Y_d + P_0 \cdot \left(1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^V\cdot(s_h-s_s)\right]-s_v\right)}{Y_u-Y_d} + X_d \cdot \frac{Y_u - P_0 \cdot \left(1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^V\cdot(s_h-s_s)\right]-s_v\right)}{Y_u-Y_d}}{1+i\cdot\left[1-s_h+a_a^V\cdot(s_h-s_s)\right]-s_v}.$$

Dies lässt sich vereinfachen zu

(2.117) $\left(X_d \cdot Y_u - X_u \cdot Y_d\right) \cdot \left(a_a^V - a_a^E\right) \geq 0$.

Im Fall $n_0^E \geq 0$ und $n_0^V \geq 0$ gilt nach Gleichung (2.115) $X_d \cdot Y_u - X_u \cdot Y_d \geq 0$ und es folgt wie im Modell unter Sicherheit die Bedingung $a_a^V - a_a^E \geq 0$ für das Bestehen eines Einigungsbereichs. Die Interpretation dieser Bedingung entspricht der Interpretation der entsprechenden Bedingung im Modell unter Sicherheit, so dass diesbezüglich auf Abschnitt 2.2.1.2.3 verwiesen werden kann. Im umgekehrten Fall $n_0^E \leq 0$ und $n_0^V \leq 0$ gilt nach Gleichung (2.115) $X_d \cdot Y_u - X_u \cdot Y_d \leq 0$ und es folgt die Bedingung $a_a^V - a_a^E \leq 0$ für das Bestehen eines Einigungsbereichs. Diese ist wie folgt zu interpretieren: Wegen $n_0^E \leq 0$ erfolgt im Erwerberkalkül im Fall des Erwerbs eine Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage oder eine Kreditrückzahlung. Demnach ist die Transaktion für den Erwerber umso günstiger, je höher der Anteil $a_a^E$ der Kreditrückzahlung ist. Im Fall der Veräußerung erfolgt beim Veräußerer wegen $n_0^V \leq 0$ eine Minderung des Bestands der sicheren Anlage oder eine Kreditaufnahme. Die Transaktion ist daher für den Veräußerer umso günstiger, je niedriger der Anteil $a_a^V$ der Kreditaufnahme ist. Im Ergebnis ist die steuerliche Belastung des Erwerbers aus der Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage und der Kreditrückzahlung niedriger als die steuerliche Entlastung des Veräußerers aus der Minderung des Bestands der sicheren Anlage und der Kreditaufnahme, wenn die Bedingung $a_a^V - a_a^E \leq 0$ erfüllt ist. Die steuerlichen Effekte kehren sich daher aufgrund des geänderten Vorzeichens von $n_0^E$ und $n_0^V$ gerade um.

Im Fall der Besteuerung realisierter Wertänderungen ergeben sich diverse zusätzliche Effekte aus dem Zusammenwirken der unterschiedlichen Diskontierungssätze und der aus der Besteuerung der Wertänderungen resultierenden Zinseffekte auf das Bestehen eines Einigungsbereichs. Auf die formal aufwändige, jedoch schwer interpretierbare formale Darstellung wird verzichtet.

### 2.2.3 Unvollständiger Kapitalmarkt bei Unsicherheit

#### 2.2.3.1 Modell ohne Besteuerung

##### 2.2.3.1.1 Risikoverbundansatz

Die Bewertung bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts unter Unsicherheit erfolgt mittels des Risikoverbundansatzes. Gegenstand des Risikoverbundansatzes ist die Bewertung unsicherer Zahlungen unter Berücksichtigung portfoliotheoretischer Überlegungen. Risikoverbundansätze in unterschiedlichen Varianten werden von Wilhelm (2005a),[131] Tschöpel (2004), von Nitzsch (2003), Nippel/von Nitzsch (1998), von Nitzsch (1997) sowie Franke (1989) betrachtet. Der im Folgenden dargestellten Variante des Risikoverbundansatzes liegen die folgenden Prämissen zu Grunde:

- Das Bewertungsobjekt generiert im Zeitpunkt $t=1$ einen stochastischen Rückfluss der Höhe $\widetilde{X}=\widetilde{C}+\widetilde{V}$.
- Es existiert eine risikolose Anlage- und Verschuldungsmöglichkeit $(j=0)$ zum sicheren Zinssatz $i$.
- Es existieren $J$ $(j=1...J)$ Anlagemöglichkeiten in risikobehaftete Wertpapiere mit den Preisen $P_{j,0}$ und den Rückflüssen $\widetilde{Y}_j=\widetilde{C}_j+\widetilde{P}_j$.
- Die Anzahl $J+1$ der Basiswertpapiere ist geringer als die Anzahl der in $t=1$ möglichen Umweltzustände. Der Kapitalmarkt ist somit unvollständig.
- Der Investor verfügt im Bewertungszeitpunkt $t=0$ über eine exogene Anfangsausstattung von $w_0^y=H_0^y+\overline{n}_{0,0}^y+\sum_{j=1}^{J}\overline{n}_{j,0}^y\cdot\left(P_{j,0}+C_{j,0}\right)$, welche auf Investitionen und Konsum aufzuteilen ist.
- Die Investoren sind risikoscheu und beurteilen risikobehaftete Zahlungen anhand von deren Erwartungswerten und Varianzen.

Um Bewertungsgleichungen abzuleiten, sind die Nutzenfunktionen der Investoren zu konkretisieren. Im Folgenden werden Nutzenfunktionen der Form[132]

$$(2.118)\ EU_y=U_y\left[c_0\right]+\varsigma^y\cdot U_y\left[E(\widetilde{c}_1)-0{,}5\cdot\theta^y\cdot\operatorname{var}(\widetilde{c}_1)\right]$$

verwendet, wobei $\theta^y>0$ den Grad der Risikoaversion bzw. Varianzaversion und $\varsigma^y>0$ die Zeitpräferenzrate des Investors $y$ beschreiben. Die Nutzenfunktion (2.118) kann durch die Annahme exponentieller von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktionen in Kombination mit

[131] Ähnliche Überlegungen finden sich bei Wilhelm (2002).
[132] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 650.

normalverteilten Zufallsvariablen begründet werden.[133] Alternativ können varianzaverse Präferenzen angenommen werden.[134]

Im Folgenden wird das Kalkül aus Sicht eines Erwerbers in allgemeiner Form dargestellt. Hierbei ist zunächst die Struktur der optimalen Portfolios bei Durchführung des Basisprogramms und des Bewertungsprogramms zu erläutern. Bei Durchführung des Basisprogramms besteht das optimale Portfolio aus drei Komponenten (Three Fund Separation):[135] der sicheren Anlage, einem aus den risikobehafteten Wertpapieren bestehenden Tobin-Fonds, sowie einem aus den Basiswertpapieren bestehenden Hedgeportfolio. Der Tobin-Fonds wird mit der optimalen Anzahl $n_T^{*,E}$ gehalten und weist einen Rückfluss von $\widetilde{Y}_T$ in $t=1$ sowie einen Preis von $P_{0,T}$ in $t=0$ pro Einheit auf. Das Hedgeportfolio mit dem Rückfluss $-\widetilde{Y}_H^E$ in $t=1$ und dem Preis $-P_{0,H}^E$ in $t=0$ dient dazu, das Risiko des exogenen Einkommens $\widetilde{H}^E$ so weit wie möglich zu kompensieren.[136] Das Hedgeportfolio stellt demnach das aus den risikobehafteten Wertpapieren bestehende Portfolio dar, bei dem die Varianz der Differenz $\widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E$ minimal wird. Die Zusammensetzung des Hedgeportfolios ergibt sich daher aus dem Minimierungsproblem[137]

$$(2.119)\quad \min_{n_j \;|\; j=0...J} \quad \mathrm{var}\left(\widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E\right) \text{ mit } \widetilde{Y}_H^E = \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot \widetilde{Y}_j + n_0 \, .$$

Es lässt sich zeigen, dass die Rückflüsse des Hedgeportfolios mit den Rückflüssen aus dem Tobin-Fonds unkorreliert sind. Es gilt demnach $\mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}_T, \widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E\right) = 0$.[138]

Im Fall der Durchführung des Bewertungsprogramms ändert sich nichts Grundlegendes an der Struktur des optimalen Portfolios. Es besteht weiterhin aus der sicheren Anlage, dem Tobin-Fonds, sowie einem Hedgeportfolio. Es besteht die Möglichkeit, dass sich der Umfang des in den Tobin-Fonds investierten Betrags ändert; die optimale Anzahl des Tobin-Fonds im Bewertungsprogramm sei gegeben durch $n_T^{*,E} - n_T^E$. Der Betrag der sicheren Anlage ändert sich von $n_0^{*,E}$ zu $n_0^{*,E} - n_0^E$. Weiterhin wird aufgrund der unsicheren Rückflüsse des Bewertungsobjekts ein zusätzliches Hedgeportfolio mit dem Rückfluss $-\widetilde{Y}_B$ in $t=1$ und dem Preis $-P_{0,B}$ in $t=0$ gebildet, welches dazu dient, das Risiko der Rückflüsse $\widetilde{X}$ des Bewertungsob-

[133] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 650; Tschöpel (2004), S. 193; von Nitzsch (2003), S. 143; von Nitzsch (1997), S. 82; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 623.
[134] Vgl. zu varianzaversen Präferenzen Löffler (1996), S. 20 ff.
[135] Vgl. Wilhelm (1985), S. 28-31; Brito (1977), S. 1111-1114. Bei Mayers (1972) und Mayers (1973) finden sich ähnliche Überlegungen.
[136] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 650; Wilhelm (1985), S. 29-30; Brito (1977), S. 1111.
[137] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 649; Brito (1977), S. 1110.
[138] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 651, 660.

jekts so weit wie möglich zu kompensieren.[139] Die Zusammensetzung des durch das Bewertungsobjekt induzierten Hedgeportfolios ergibt sich demnach aus dem Minimierungsproblem

$$(2.120)\quad \min_{n_j \mid j=0...J} \quad \operatorname{var}\left(\tilde{X} - \tilde{Y}_B\right) \text{ mit } \tilde{Y}_B = \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot \tilde{Y}_j + n_0 .$$

Es gilt analog zum durch das exogene Einkommen induzierten Hedgeportfolio $\operatorname{cov}\left(\tilde{Y}_T, \tilde{X} - \tilde{Y}_B\right) = 0$.

Zu vergleichen sind nun die Konsumzahlungen, welche im Bewertungsprogramm und im Basisprogramm erzielt werden. Diese sind in Tabelle 2.3 dargestellt[140]

| | Basisprogramm, $\tilde{c}_t$ | Bewertungsprogramm, $\tilde{c}_t^b$ |
|---|---|---|
| $t = 0$ | $w_0 - P_{0,T} \cdot n_T^{*,E} + P_{0,H}^E - n_0^{*,E}$ | $w_0 - P_{0,T} \cdot \left(n_T^{*,E} - n_T^E\right) + P_{0,H}^E + P_{0,B} - \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) - V_0^E$ |
| $t = 1$ | $\tilde{Y}_T \cdot n_T^{*,E} + \tilde{H}^E - \tilde{Y}_H^E + n_0^{*,E} \cdot (1+i)$ | $\tilde{Y}_T \cdot \left(n_T^{*,E} - n_T^E\right) + \tilde{H}^E - \tilde{Y}_H^E - \tilde{Y}_B + \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \cdot (1+i) + \tilde{X}$ |

Tabelle 2.3: Konsumzahlungen in Basisprogramm und Bewertungsprogramm im Erwerberkalkül

Auf Basis der vorstehenden Überlegungen kann das Bewertungskalkül in allgemeiner Form dargestellt werden.[141] Der Investor vergleicht den Nutzen, der bei Durchführung des Basisprogramms erzielt wird, mit dem Nutzen, der bei Durchführung des Bewertungsprogramms erzielt wird. Der Grenzpreis $V_0^E$ ist derjenige Preis, bei dem beide Nutzenwerte identisch sind, d.h. es ist zu fordern, dass die Bedingung $EU\left(c_0, \tilde{c}_1\right) = EU\left(c_0^b, \tilde{c}_1^b\right)$ erfüllt ist. Um den Grenzpreis zu ermitteln, sind somit die optimalen Anzahlen des Tobin-Fonds und der sicheren Anlage zu bestimmen. Für das Basisprogramm ergibt sich das Optimierungsproblem

$$(2.121)\quad \begin{aligned} \max_{n_T^{*,E}} EU = {} & U\left[w_0 - P_{0,T} \cdot n_T^{*,E} + P_{0,H}^E - n_0^{*,E}\right] \\ & + \varsigma^E \cdot U\left[ E\left[\tilde{Y}_T \cdot n_T^{*,E} + \tilde{H}^E - \tilde{Y}_H^E + n_0^{*,E} \cdot (1+i)\right] - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}\left[\tilde{Y}_T \cdot n_T^{*,E} + \tilde{H}^E - \tilde{Y}_H^E\right] \right] . \end{aligned}$$

Es folgen die Bedingungen erster Ordnung

$$(2.122)\quad \frac{\partial EU}{\partial n_0^{*,E}} = -\frac{\partial U}{\partial c_0} + \varsigma^E \cdot \frac{\partial U}{\partial\left[E\left(\tilde{c}_1\right) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{c}_1\right)\right]} \cdot (1+i) = 0$$

und unter Beachtung von $\operatorname{cov}\left(\tilde{Y}_T, \tilde{H}^E - \tilde{Y}_H^E\right) = 0$

---

[139] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 649-651.
[140] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 649.
[141] Vgl. zur Vorgehensweise Wilhelm (2005a), S. 651, 660-661; Tschöpel (2004), S. 216-217; von Nitzsch (2003), S. 147; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 626-627; von Nitzsch (1997), S. 103-106; Franke (1989), S. 76-77.

$$(2.123)\ \frac{\partial EU}{\partial n_T^{*,E}} = -\frac{\partial U}{\partial c_0} \cdot P_{0,T} + \varsigma^E \cdot \frac{\partial U}{\partial\left[E(\tilde{c}_1) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}(\tilde{c}_1)\right]} \cdot \left[E(\tilde{Y}_T) - \theta^E \cdot \operatorname{var}(\tilde{Y}_T) \cdot n_T^{*,E}\right] = 0 .$$

Hieraus folgt die optimale Anzahl des Tobin-Fonds

$$(2.124)\ n_T^{*,E} = \frac{E(\tilde{Y}_T) - P_{0,T} \cdot (1+i)}{\theta^E \cdot \operatorname{var}(\tilde{Y}_T)} .$$

Für das Bewertungsprogramm ergibt sich analog unter Beachtung von $\operatorname{cov}(\tilde{Y}_T, \tilde{H}^E - \tilde{Y}_H^E) = 0$ und $\operatorname{cov}(\tilde{Y}_T, \tilde{X} - \tilde{Y}_B) = 0$ die optimale Anzahl des Tobin-Fonds

$$(2.125)\ n_T^{*,E} - n_T^E = \frac{E(\tilde{Y}_T) - P_{0,T} \cdot (1+i)}{\theta^E \cdot \operatorname{var}(\tilde{Y}_T)} = n_T^{*,E} .$$

Die optimalen Anzahlen des Tobin-Fonds sind demnach im Basisprogramm und im Bewertungsprogramm identisch.[142]

Identität der Nutzenwerte von Basisprogramm und Bewertungsprogramm lässt sich nun unter den beiden Bedingungen

$$(2.126)\ c_0 = c_0^b$$

und

$$(2.127)\ E(\tilde{c}_1) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}(\tilde{c}_1) = E(\tilde{c}_1^b) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}(\tilde{c}_1^b)$$

erreichen. Es ist also vorauszusetzen, dass die Konsumzahlungen in $t = 0$ bei Durchführung des Basisprogramms und bei Durchführung des Bewertungsprogramms identisch sind und dass in $t = 1$ die Sicherheitsäquivalente der Konsumzahlungen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm übereinstimmen.[143] Aus Bedingung (2.126) folgt

$$(2.128)\ \begin{aligned} & w_0 - P_{0,T} \cdot n_T^{*,E} + P_{0,H}^E - n_0^{*,E} = w_0 - P_{0,T} \cdot n_T^{*,E} + P_{0,H}^E + P_{0,B} - V_0^E - \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \\ & \Leftrightarrow n_0^E = V_0^E - P_{0,B} \quad . \end{aligned}$$

Die Änderung des Bestands der sicheren Anlage entspricht demnach gerade der Summe der für den Erwerb des Bewertungsobjekts und des durch das Bewertungsobjekt induzierten Hedgeportfolios aufgewendeten Mittel. Aus Bedingung (2.127) folgt

---

[142] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 651.

[143] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 660-661. Bei von Nitzsch (2003), S. 144-145; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 626; von Nitzsch (1997), S. 104; Franke (1989), S. 74 wird angenommen, dass im Basisprogramm und im Bewertungsprogramm jeweils die gesamte Anfangsausstattung investiert wird, was zum gleichen Ergebnis führt wie die Bedingung (2.126).

$$E\left[\widetilde{Y}_T \cdot n_T^{*,E} + \widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E + n_0^{*,E} \cdot (1+i)\right] - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}\left[\widetilde{Y}_T \cdot n_T^{*,E} + \widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E\right]$$

$$(2.129) = E\left[\widetilde{Y}_T \cdot \left(n_T^{*,E} - n_T^E\right) + \widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E - \widetilde{Y}_B + \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \cdot (1+i) + \widetilde{X}\right]$$

$$- 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}\left[\widetilde{Y}_T \cdot \left(n_T^{*,E} - n_T^E\right) + \widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E - \widetilde{Y}_B + \widetilde{X}\right] .$$

Einsetzen von $n_T^{*,E} - n_T^E = n_T^{*,E}$ und $n_0^E = V_0^E - P_{0,B}$ liefert unter Beachtung von $\operatorname{cov}\left(\widetilde{Y}_T, \widetilde{H} - \widetilde{Y}_H\right) = 0$ und $\operatorname{cov}\left(\widetilde{Y}_T, \widetilde{X} - \widetilde{Y}_B\right) = 0$ das Ergebnis[144]

$$(2.130)\; V_0^E = \underbrace{P_{0,B}}_{I} + \underbrace{\frac{E\left(\widetilde{X} - \widetilde{Y}_B\right) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \left[\operatorname{var}\left(\widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E + \widetilde{X} - \widetilde{Y}_B\right) - \operatorname{var}\left(\widetilde{H}^E - \widetilde{Y}_H^E\right)\right]}{1+i}}_{II} .$$

Der Wert des Bewertungsobjekts setzt sich nach Gleichung (2.130) zusammen aus dem Preis des durch das Bewertungsobjekt induzierten Hedgeportfolios (I) sowie dem Sicherheitsäquivalent der Abweichungen des Endvermögens in der Situation mit Erwerb des Bewertungsobjekts vom Endvermögen in der Situation ohne Erwerb des Bewertungsobjekts (II).[145] Der Risikokorrekturterm des Sicherheitsäquivalents enthält als subjektive Komponente den Risikoaversionsparameter $\theta^E$ des Erwerbers. Das subjektiv zu bewertende Risiko ist gegeben durch die Änderung der Varianz des Endvermögens bei Erwerb des Bewertungsobjekts im Vergleich zur Varianz des Endvermögens ohne Erwerb des Bewertungsobjekts. Grundsätzlich ist im Vergleich zur Situation ohne Erwerb des Bewertungsobjekts sowohl eine Erhöhung als auch eine Reduzierung des Risikos der Gesamtposition denkbar. Im ersteren Fall erfolgt demnach ein Risikoabschlag, im letzteren Fall dagegen ein Risikozuschlag.

Das Hedgeportfolio ist das Portfolio, welches die Varianz des Bewertungsobjekts am besten durch die am Markt gehandelten Wertpapiere approximiert. Dies wird durch die Minimierung der Varianz der Abweichungen $\operatorname{var}\left(\widetilde{X} - \widetilde{Y}_B\right)$ ausgedrückt. Ein Spezialfall liegt vor, wenn die Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere dupliziert werden können; dies ist bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts immer der Fall, kann jedoch auch bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts gegeben sein. Ist eine Duplikation durch die Zahlungen risikobehafteter Wertpapiere möglich, so entspricht das Duplikationsportfolio mit dem Rückfluss $-\widetilde{Y}_B = -\widetilde{X}$ dem Hedgeportfolio, da $\operatorname{var}\left(\widetilde{X} - \widetilde{X}\right) = 0$ gilt und demnach die Varianz der Abweichungen minimal wird. In dieser Konstellation vereinfacht sich die Bewertungsgleichung (2.130) zu $V_0^E = P_{0,B}$, d.h. der Wert des Bewertungsobjekts entspricht dem Preis des Hedgeportfolios bzw. Duplikationsportfolios.[146] Das Ergebnis kann auf eine Konstellation übertragen werden, in der die Duplikation durch die Zahlungen risikobehafteter Wertpapiere und der sicheren Anlage erfolgt. Die Zahlungen des Duplikationsportfolios unterscheiden sich dann ausschließlich um einen sicheren Betrag $N^*$ von den Zahlungen

[144] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 651, 660-661.
[145] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 651.
[146] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 650, 651.

des Hedgeportfolios, d.h. $-\widetilde{Y}_B - N^* = -\widetilde{X}$. Dies führt wiederum zu einer Varianz von null. Bewertungsgleichung (2.130) vereinfacht sich nunmehr zu $V_0^E = P_{0,B} + N^*/(1+i)$. Einsetzen dieses Werts in Bedingung (2.126) ergibt $N^*/(1+i) = n_0^E$, so dass der Grenzpreis wiederum dem Preis des Duplikationsportfolios $V_0^E = P_{0,B} + n_0^E$ entspricht. Die zweite Komponente von Gleichung (2.130) vereinfacht sich dann im Ergebnis zum Betrag der sicheren Anlage im Duplikationsportfolio.[147] Bei vollständigem Kapitalmarkt entspricht der Risikoverbundansatz somit der arbitragefreien Bewertung und die Risikopräferenzen des Investors gehen nicht in das Bewertungskalkül ein.[148] Das Bewertungskalkül enthält somit das mit den subjektiven Risikopräferenzen bewertete Sicherheitsäquivalent lediglich bei unvollständigem Kapitalmarkt. Das durch das Hedgeportfolio kompensierbare Risiko des Bewertungsobjekts kann als dessen systematisches Risiko interpretiert werden. Das Risiko der Abweichungen der Zahlungen des Bewertungsobjekts von den Zahlungen des Hedgeportfolios stellt demnach dessen unsystematisches Risiko dar.[149]

Nunmehr ist der Veräußerer zu betrachten, für den sich das Bewertungskalkül analog zum Erwerber ergibt. Das Bewertungsprogramm unterscheidet sich im Veräußererkalkül durch den Wegfall der Rückflüsse des Bewertungsobjekts und der Rückflüsse des durch das Bewertungsobjekt induzierten Hedgeportfolios sowie durch Änderungen des Bestands der sicheren Anlage; die Anzahlen des Tobin-Fonds sind wiederum jeweils identisch. Weiterhin kann das exogene Einkommen des Veräußerers vom exogenen Einkommen des Erwerbers abweichen. Die Konsumzahlungen des Veräußerers ergeben sich daher zu

| | Basisprogramm, $\widetilde{c}_t$ | Bewertungsprogramm, $\widetilde{c}_t^b$ |
|---|---|---|
| $t=0$ | $w_0 - P_{0,T} \cdot n_T^{*,V} + P_{0,H}^V + P_{0,B} - n_0^{*,V}$ | $w_0 - P_{0,T} \cdot n_T^{*,V} + P_{0,H}^V - \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) + V_0^V$ |
| $t=1$ | $\widetilde{Y}_T \cdot n_T^{*,V} + \widetilde{H}^V - \widetilde{Y}_H^V - \widetilde{Y}_B + n_0^{*,V} \cdot (1+i) + \widetilde{X}$ | $\widetilde{Y}_T \cdot n_T^{*,V} + \widetilde{H}^V - \widetilde{Y}_H^V + \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) \cdot (1+i)$ |

Tabelle 2.4: Konsumzahlungen in Basisprogramm und
Bewertungsprogramm im Veräußererkalkül

Bei zum Erwerberkalkül analoger Vorgehensweise ergibt sich der Veräußerergrenzpreis zu

$$(2.131)\; V_0^V = P_{0,B} + \frac{E\left(\widetilde{X} - \widetilde{Y}_B\right) - 0{,}5 \cdot \theta^V \cdot \left[\operatorname{var}\left(\widetilde{H}^V - \widetilde{Y}_H^V + \widetilde{X} - \widetilde{Y}_B\right) - \operatorname{var}\left(\widetilde{H}^V - \widetilde{Y}_H^V\right)\right]}{1+i} .$$

Als Bedingung für das Bestehen eines Einigungsbereichs folgt aus den Gleichungen (2.130) und (2.131)

---

[147] Diese Konstellation entspricht dem vorstehend betrachteten Binomialmodell. Bei dem im Folgenden zu betrachtenden Modell mit Steuern wird der Zusammenhang zwischen Risikoverbundansatz und arbitragebasierter Bewertung vereinfachend anhand der Konstellation $-\widetilde{Y}_B = -\widetilde{X}$ analysiert.

[148] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 650, 651.

[149] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 651.

$$
\begin{aligned}
&-\theta^{E} \cdot \left[\operatorname{var}\left(\tilde{H}^{E} - \tilde{Y}_{H}^{E} + \tilde{X} - \tilde{Y}_{B}\right) - \operatorname{var}\left(\tilde{H}^{E} - \tilde{Y}_{H}^{E}\right)\right] \\
(2.132) \qquad & \\
&\geq -\theta^{V} \cdot \left[\operatorname{var}\left(\tilde{H}^{V} - \tilde{Y}_{H}^{V} + \tilde{X} - \tilde{Y}_{B}\right) - \operatorname{var}\left(\tilde{H}^{V} - \tilde{Y}_{H}^{V}\right)\right]
\end{aligned}
$$

Das Bestehen eines Einigungsbereichs ist demnach zum einen von den Risikoeinstellungen von Erwerber und Veräußerer abhängig und zum anderen von der Korrelation der Rückflüsse des Bewertungsobjekts und des zugehörigen Hedgeportfolios mit den Rückflüssen des jeweiligen exogenen Einkommens und des zugehörigen Hedgeportfolios. Ein Einigungsbereich existiert somit auf jeden Fall (auf keinen Fall), wenn der Erwerber einen Risikozuschlag (Risikoabschlag) vornimmt, während beim Veräußerer ein Risikoabschlag (Risikozuschlag) erfolgt. Weist der Risikokorrekturterm in beiden Kalkülen das gleiche Vorzeichen auf, so besteht ein Einigungsbereich, wenn der Erwerber einen geringeren Risikoabschlag (höheren Risikozuschlag) vornimmt als der Veräußerer.

#### 2.2.3.1.2 Spezialfälle

##### 2.2.3.1.2.1 Vereinfachter Ansatz mit nur einem risikobehafteten Basiswertpapier

Der Risikoverbundansatz in seiner einfacheren Variante unterscheidet sich von der vorstehend dargestellten Variante durch die Prämissen bezüglich des Kapitalmarktes. Es wird angenommen, dass neben der sicheren Anlage nur ein risikobehaftetes Wertpapier $W$ mit den Rückflüssen $\tilde{Y} = \tilde{C}_W + \tilde{P}$ und dem Preis $P_0$ am Kapitalmarkt gehandelt wird.[150] Dies ändert nichts an der grundlegenden Struktur der Ergebnisse, ermöglicht jedoch auf analytisch einfachem Wege eine Herleitung der diversen im Bewertungskalkül zu berücksichtigenden Portfolios und ist somit zur Analyse des Einflusses der Besteuerung auf die Grenzpreise besser geeignet als das vorstehend dargestellte allgemeine Kalkül. Die vereinfachte Version des Risikoverbundansatzes wird daher im Folgenden ausführlich anhand des Erwerberkalküls dargestellt. Die Konsumzahlungen des Erwerbers sind gegeben durch

| | Basisprogramm, $\tilde{c}_t$ | Bewertungsprogramm, $\tilde{c}_t^b$ |
|---|---|---|
| $t=0$ | $w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,E} - n_0^{*,E}$ | $w_0 - P_0 \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) - \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) - V_0^E$ |
| $t=1$ | $\tilde{Y} \cdot n_1^{*,E} + \tilde{H}^E + n_0^{*,E} \cdot (1+i)$ | $\tilde{Y} \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) + \tilde{H}^E + \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \cdot (1+i) + \tilde{X}$ |

Tabelle 2.5: Vereinfachter Risikoverbundansatz, Erwerberkalkül

Zu bestimmen ist die optimale Anzahl $n_1^{*,E}$ des risikobehafteten Wertpapiers bei Durchführung des Basisprogramms.[151] Diese folgt aus dem Maximierungsproblem

[150] Dies ist die von Tschöpel (2004), S. 212 ff.; von Nitzsch (2003), S 144 ff.; Nippel/von Nitzsch (1998); von Nitzsch (1997), S. 103 ff. unter Vernachlässigung des Basiseinkommens sowie Franke (1989) unter Berücksichtigung des Basiseinkommens betrachtete Variante des Modells.

[151] Vgl. zum Folgenden Tschöpel (2004), S. 212 ff.; von Nitzsch (2003), S 144 ff.; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 626-627; von Nitzsch (1997), S. 103 ff.; Franke (1989), S. 73 ff.

$$\max_{n_0^{*,E},n_1^{*,E}} EU = U\left[w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,E} + n_0^{*,E}\right]$$

(2.133)

$$+\varsigma^E \cdot U\left[E\left[\tilde{Y} \cdot n_1^{*,E} + \tilde{H}^E + n_0^{*,E} \cdot (1+i)\right] - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \mathrm{var}\left[\tilde{Y} \cdot n_1^{*,E} + \tilde{H}^E\right]\right].$$

Es folgen die Bedingungen erster Ordnung

$$(2.134)\ \frac{\partial EU}{\partial n_0^{*,E}} = -\frac{\partial U}{\partial c_0} + \varsigma^E \cdot \frac{\partial U}{\partial\left[E(\tilde{c}_1) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \mathrm{var}(\tilde{c}_1)\right]} \cdot (1+i) = 0 \text{ und}$$

$$(2.135)\ \frac{\partial EU}{\partial n_1^{*,E}} = -\frac{\partial U}{\partial c_0} \cdot P_0 + \varsigma^E \cdot \frac{\partial U}{\partial\left[E(\tilde{c}_1) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \mathrm{var}(\tilde{c}_1)\right]} \cdot \begin{bmatrix} E(\tilde{Y}) - \theta^E \cdot \\ \left[\mathrm{var}(\tilde{Y}) \cdot n_1^{*,E} + \mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{H}^E)\right] \end{bmatrix} = 0.$$

Hieraus folgt die optimale Anzahl des risikobehafteten Wertpapiers

$$(2.136)\ n_1^{*,E} = \frac{E(\tilde{Y}) - P_0 \cdot (1+i)}{\theta^E \cdot \mathrm{var}(\tilde{Y})} - \frac{\mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{H}^E)}{\mathrm{var}(\tilde{Y})}.$$

Der erste Summand entspricht dem Tobin-Fonds, der zweite Summand stellt das durch das exogene Einkommen induzierte Hedgeportfolio dar. Für das Bewertungsprogramm resultiert bei analoger Vorgehensweise

$$(2.137)\ n_1^{*,E} - n_1^E = \frac{E(\tilde{Y}) - P_0 \cdot (1+i)}{\theta^E \cdot \mathrm{var}(\tilde{Y})} - \frac{\mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{H}^E)}{\mathrm{var}(\tilde{Y})} - \frac{\mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{X})}{\mathrm{var}(\tilde{Y})},$$

wobei der dritte Summand das durch das Bewertungsobjekt induzierte Hedgeportfolio darstellt. Die Rückflüsse der Hedgeportfolios sind gegeben durch $\tilde{Y}_H^E = -\mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{H}^E) / \mathrm{var}(\tilde{Y}) \cdot \tilde{Y}$ bzw. $\tilde{Y}_B = -\mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{X}) / \mathrm{var}(\tilde{Y}) \cdot \tilde{Y}$ .

Der Vergleich von Basisprogramm und Bewertungsprogramm ergibt, dass bei Durchführung des Basisprogramms die Anzahl der Einheiten des risikobehafteten Wertpapiers bei positiver Korrelation (bzw. Kovarianz) der Rückflüsse $\tilde{Y}$ und $\tilde{X}$ reduziert wird, während im Fall einer negativen Korrelation die Anzahl der Einheiten des Wertpapiers erhöht wird. Bei positiver (negativer) Korrelation würde das Risiko des gesamten Endvermögens bei unveränderter Aufteilung des am Kapitalmarkt investierten Betrags auf das Wertpapier und die sichere Anlage zunehmen (abnehmen). Um diese Änderung der Risikoposition auszugleichen, wird der Anteil des Wertpapiers reduziert (erhöht) und der Anteil der sicheren Anlage erhöht (reduziert).[152]

Zur Vereinfachung der Notation seien die folgenden Variablen definiert, welche Anzahlen des risikobehafteten Basiswertpapiers darstellen:

---

[152] Vgl. von Nitzsch (2003), S. 146-147; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 626.

(2.138) $n_a^E = \left[E\left(\widetilde{Y}\right) - P_0 \cdot (1+i)\right] \big/ \left[\theta^E \cdot \mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right)\right]$ ,

(2.139) $n_b^E = \mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{H}^E\right) \big/ \mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right)$ sowie

(2.140) $n_c = \mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{X}\right) \big/ \mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right)$ .

Mit diesen Definitionen folgt aus den Bedingungen (2.126) und (2.127) für die Identität der Nutzenwerte unter Beachtung des Zusammenhangs $\mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{H}^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y}\right) = \mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right) = 0$ der Erwerbergrenzpreis

(2.141)
$$\begin{aligned} V_0^E &= n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right)}{1+i} \\ &\quad - \frac{0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \left[\mathrm{var}\left(\widetilde{H}^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y} + \widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right) - \mathrm{var}\left(\widetilde{H}^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y}\right)\right]}{1+i} \ . \end{aligned}$$

Der Varianzterm kann durch Einsetzen von $n_b^E$ und $n_c$ sowie unter Berücksichtigung der Definitionen der Korrelationskoeffizienten $\rho_{B,Y} = \dfrac{\mathrm{cov}\left(\widetilde{X}, \widetilde{Y}\right)}{\mathrm{std}\left(\widetilde{X}\right) \cdot \mathrm{std}\left(\widetilde{Y}\right)}$, $\rho_{H,Y}^E = \dfrac{\mathrm{cov}\left(\widetilde{H}^E, \widetilde{Y}\right)}{\mathrm{std}\left(\widetilde{H}^E\right) \cdot \mathrm{std}\left(\widetilde{Y}\right)}$ sowie $\rho_{H,B}^E = \dfrac{\mathrm{cov}\left(\widetilde{X}, \widetilde{H}^E\right)}{\mathrm{std}\left(\widetilde{X}\right) \cdot \mathrm{std}\left(\widetilde{H}^E\right)}$ umgeformt werden zu[153]

$$\mathrm{var}\left(\widetilde{H}^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y} + \widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right) - \mathrm{var}\left(\widetilde{H}^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y}\right)$$

(2.142)
$$\begin{aligned} &= \mathrm{var}\left(\widetilde{X}\right) - \frac{\left[\mathrm{cov}\left(\widetilde{X}, \widetilde{Y}\right)\right]^2}{\mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right)} + 2 \cdot \mathrm{cov}\left(\widetilde{X}, \widetilde{H}^E\right) - 2 \cdot \frac{\mathrm{cov}\left(\widetilde{X}, \widetilde{Y}\right) \cdot \mathrm{cov}\left(\widetilde{H}^E, \widetilde{Y}\right)}{\mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right)} \\ &= \mathrm{var}\left(\widetilde{X}\right) \cdot \left(1 - \rho_{B,Y}^2\right) + 2 \cdot \mathrm{cov}\left(\widetilde{X}, \widetilde{H}\right) \cdot \left(1 - \frac{\rho_{H,Y}^E \cdot \rho_{B,Y}}{\rho_{H,B}^E}\right) \ . \end{aligned}$$

Die erste Komponente des Risikokorrekturterms kann wie folgt interpretiert werden: Je stärker die Rückflüsse von Bewertungsobjekt und Hedgeportfolio (positiv oder negativ) korreliert sind, umso besser kann das Risiko des Bewertungsobjekts durch das Hedgeportfolio ausgeglichen werden. Die erste Komponente $\mathrm{var}\left(\widetilde{X}\right) \cdot \left(1 - \rho_{B,Y}^2\right)$ sinkt daher mit steigendem Betrag der Korrelation zwischen Bewertungsobjekt und dem risikobehafteten Basiswertpapier. Sie entfällt bei $\rho_{B,Y} = \pm 1$, was für $\widetilde{X} = n_c \cdot \widetilde{Y}$ gegeben ist. Die Höhe der zweiten Komponente des unsystematischen Risikos ist abhängig von den Korrelationen von Bewertungsobjekt, Basiseinkommen und risikobehaftetem Wertpapier, so dass sich eine Interpretation schwierig gestaltet.

---

[153] Vgl. Tschöpel (2004), S. 217-218; von Nitzsch (2003), S. 147; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 627; von Nitzsch (1997), S. 106 zum Modell ohne Basiseinkommen.

Für das Veräußererkalkül ergibt sich Gleichung (2.141) analog. Es ist lediglich $\theta^E$ durch $\theta^V$ und $\tilde{H}^E$ durch $\tilde{H}^V$ zu ersetzen. Bezüglich des Bestehens eines Einigungsbereichs kann daher auf Abschnitt 2.2.3.1.1 verwiesen werden.

**2.2.3.1.2.2 Semisubjektiver Ansatz**

Beim semisubjektiven Ansatz besteht der bewertungsrelevante Kapitalmarkt ausschließlich aus einer sicheren Anlage- und Kreditaufnahmemöglichkeit.[154] Risikobehaftete Basiswertpapiere liegen dagegen nicht vor, so dass die Möglichkeit der Bildung von Hedgeportfolios entfällt. Die Bewertungsgleichung für das Erwerberkalkül vereinfacht sich daher zu

$$(2.143)\ V_0^E = \frac{E(\tilde{X}) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \left[\operatorname{var}(\tilde{H}^E + \tilde{X}) - \operatorname{var}(\tilde{H}^E)\right]}{1+i}\ .$$

Existiert darüber hinaus kein exogenes Einkommen, oder ist das exogene Einkommen mit den Rückflüssen des Bewertungsobjekts unkorreliert, so folgt

$$(2.144)\ V_0^E = \frac{E(\tilde{X}) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}(\tilde{X})}{1+i}\ .$$

Nach Gleichung (2.144) ergibt sich der Grenzpreis daher als auf Basis individueller Präferenzen bestimmtes diskontiertes Sicherheitsäquivalent des Rückflusses des Bewertungsobjekts.[155]

Für das Veräußererkalkül ergibt sich Gleichung (2.143) analog. Es ist lediglich $\theta^E$ durch $\theta^V$ und $\tilde{H}^E$ durch $\tilde{H}^V$ zu ersetzen. Bezüglich des Bestehens eines Einigungsbereichs kann wiederum auf Abschnitt 2.2.3.1.1 verwiesen werden. Im Spezialfall der Gleichung (2.144) hängt

---

[154] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 652.

[155] Vgl. Wilhelm (2005a), S. 652. Eine alternative Variante des semisubjektiven Ansatzes wurde von Kruschwitz/Löffler (2003b) abgeleitet. Bei dieser Variante werden exponentielle Nutzenfunktionen ohne spezielle Verteilungsannahmen vorausgesetzt. Der Wert des Bewertungsobjekts ist dann gegeben durch $V_0^E = S\ddot{A}(\tilde{X})/(1+i)$, wobei $S\ddot{A}(\tilde{X}) = U^{-1}\left[EU(\tilde{X})\right]$ das Sicherheitsäquivalent der unsicheren Zahlung $\tilde{X}$ darstellt. Der semisubjektive Ansatz von Kruschwitz/Löffler (2003b) kann auf den Mehrperiodenfall erweitert werden, wobei allerdings vorauszusetzen ist, dass bereits im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ die Mittelanlagen bzw. Kreditaufnahmen in den zukünftigen Perioden festgelegt werden. Da eine stochastische Anpassung der Mittelanlagen bzw. Kreditaufnahmen an die stochastische Entwicklung der Umwelt somit ausgeschlossen ist, stellt der im Mehrperiodenmodell resultierende Grenzpreis $V_0^E = \sum_{t=1}^{T} S\ddot{A}(\tilde{X}_t)/(1+i)^t$ die Untergrenze für den tatsächlichen Grenzpreis dar, vgl. Laitenberger (2004), S. 1103-1112. Eine in der Literatur verbreitete Methode der subjektiven Bewertung besteht darin, Sicherheitsäquivalente, welche mittels beliebiger Nutzenfunktionen zu ermitteln sind, mit dem sicheren Zins auf den Bewertungszeitpunkt zu diskontieren. Dies ist die traditionelle Sicherheitsäquivalentmethode der Unternehmensbewertung; vgl. hierzu Schwetzler (2000); Kruschwitz (2001); Ballwieser (2004), S. 66 ff.; Drukarczyk (2007), S. 49 ff.; Wiese (2006), S. 13 ff. Da die traditionelle Sicherheitsäquivalentmethode allerdings – mit Ausnahme des semisubjektiven Ansatzes von Kruschwitz/Löffler (2003b) – entscheidungstheoretisch lediglich für den Fall der Risikoneutralität begründet werden kann, wird dieser Ansatz im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt; vgl. zur Kritik an der Sicherheitsäqivalentmethode Kürsten (2002); Kürsten (2003); eine abweichende Meinung vertreten Schwetzler (2002); Wiese (2003); Diedrich (2003); Ballwieser (2004), S. 77-79. Ein Überblick über die Diskussion bezüglich der traditionellen Sicherheitsäquivalentmethode findet sich bei Wiese (2006), S. 20 ff. Reichling/Spengler/Vogt (2006) beschäftigen sich mit der Eigenschaft der Wertadditivität bei Anwendung der traditionellen Sicherheitsäquivalentmethode.

das Bestehen des Einigungsbereichs ausschließlich von den Risikoeinstellungen von Erwerber und Veräußerer ab.

### 2.2.3.2 Modell mit Besteuerung

#### 2.2.3.2.1 Referenzsteuersystem

Nunmehr sind Steuern in das Bewertungskalkül einzubeziehen. Hierzu wird die vereinfachte Version des Risikoverbundansatzes mit nur einem am Kapitalmarkt gehandelten risikobehafteten Wertpapier $W$ verwendet. Dies reicht aus, um die steuerlichen Effekte auf das Bewertungskalkül herauszuarbeiten.[156] Zunächst ist das Referenzsteuersystem zu betrachten, wobei die Definitionen $i_{se} = i \cdot (1 - s_e)$, $\widetilde{Y} = \widetilde{C}_W \cdot (1 - s_d) + \widetilde{P} \cdot (1 - s_v)$, $\widetilde{X} = \widetilde{C} \cdot (1 - s_d) + \widetilde{V} \cdot (1 - s_v)$ sowie $\widetilde{H}_s^y = \widetilde{H}^y \cdot (1 - s_e)$ verwendet werden.

Die optimale Anzahl des risikobehafteten Basiswertpapiers setzt sich in Basisprogramm und Bewertungsprogramm – wie im Modell ohne Steuern – aus mehreren Komponenten zusammen. Zur Vereinfachung der formalen Darstellung seien die folgenden Anzahlen definiert:

$$(2.145)\; n_a^y = \left[E\left(\widetilde{Y}\right) - P_0 \cdot (1 + i_{se} - s_v)\right] \Big/ \left[\theta^y \cdot \mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right)\right] \;,$$

$$(2.146)\; n_b^y = \mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{H}_s^y\right) \Big/ \mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right) \quad \text{sowie}$$

$$(2.147)\; n_c = \mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{X}\right) \Big/ \mathrm{var}\left(\widetilde{Y}\right) \;.$$

Es gilt offensichtlich

$$(2.148)\; \mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{H}_s^y - n_b^y \cdot \widetilde{Y}\right) = \mathrm{cov}\left(\widetilde{Y}, \widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right) = 0 \,.$$

Die Konsumzahlungen sowie die optimalen Anzahlen des risikobehafteten Wertpapiers im Basisprogramm und im Bewertungsprogramm des Erwerbers sind dann durch Tabelle 2.6 gegeben:

[156] Der semisubjektive Ansatz im Modell mit Steuern ergibt sich aus dem im Folgenden betrachteten Risikoverbundansatz, indem die Zahlungen des risikobehafteten Wertpapiers (und ggf. das exogene Einkommen) auf null gesetzt werden. Deswegen ist eine explizite Betrachtung des semisubjektiven Ansatzes nicht erforderlich.

| Basisprogramm | |
|---|---|
| $t=0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,E} - n_0^{*,E}$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1 = \left(\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) \cdot n_1^{*,E} + \widetilde{H}_s^E + n_0^{*,E} \cdot \left(1+i_{se}\right)$ |
| $n_1^{*,E}$ | $n_1^{*,E} = n_a^E - n_b^E$ |
| Bewertungsprogramm | |
| $t=0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) - \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) - V_0^E$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1^b = \left(\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) + \widetilde{H}_s^E + \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \cdot \left(1+i_{se}\right) + \widetilde{X} + V_0^E \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,E} - n_1^E$ | $n_1^{*,E} - n_1^E = n_a^E - n_b^E - n_c$ |

Tabelle 2.6: Ausgangsdaten im Erwerberkalkül, Referenzsteuersystem

Aus den Bedingungen (2.126) und (2.127) ergibt sich unter Beachtung von Gleichung (2.148) der Erwerbergrenzpreis

$$V_0^E = n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right)}{1 + i_{se} - s_v} - \frac{0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \left[\operatorname{var}\left(\widetilde{H}_s^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y} + \widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right) - \operatorname{var}\left(\widetilde{H}_s^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y}\right)\right]}{1 + i_{se} - s_v} \,. \tag{2.149}$$

Die Struktur der Bewertungsgleichung ändert sich durch die Integration der Besteuerung gegenüber dem Modell ohne Steuern nicht, wie der Vergleich der Gleichungen (2.141) und (2.149) zeigt. Der Wert des Bewertungsobjekts setzt sich weiterhin aus dem Preis des durch das Bewertungsobjekt induzierten Hedgeportfolios, welches nunmehr auf Basis von Nettogrößen bestimmt wird, und dem diskontierten und nunmehr steueradjustierten Sicherheitsäquivalent der Abweichungen der Rückflüsse von Bewertungsobjekt und Hedgeportfolio zusammen. Weiterhin ist der Diskontierungsfaktor zur Lösung des aus der Wertänderungsbesteuerung resultierenden Zirkularitätsproblems um $s_v$ zu mindern. Kann das Bewertungsobjekt durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere dupliziert werden, d.h. im konkreten Fall $\widetilde{X} = n_c \cdot \widetilde{Y}$, so entfällt das Sicherheitsäquivalent wiederum aus der Bewertungsgleichung und der Grenzpreis entspricht dem Preis des Duplikationsportfolios.

Nunmehr ist das Veräußererkalkül zu betrachten. Die Konsumzahlungen sowie die optimalen Anzahlen des risikobehafteten Wertpapiers im Basisprogramm und im Bewertungsprogramm des Veräußerers sind dann durch Tabelle 2.7 gegeben:

| Basisprogramm | |
|---|---|
| $t=0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,V} - n_0^{*,V}$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1 = \left(\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) \cdot n_1^{*,V} + \widetilde{H}_s^V + n_0^{*,V} \cdot \left(1 + i_{se}\right) + \widetilde{X} + V_0^V \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,V}$ | $n_1^{*,V} = n_a^V - n_b^V - n_c$ |
| Bewertungsprogramm | |
| $t=0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot \left(n_1^{*,V} + n_1^V\right) - \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right)$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1^b = \left(\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) \cdot \left(n_1^{*,V} + n_1^V\right) + \widetilde{H}_s^V + \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) \cdot \left(1 + i_{se}\right)$ |
| $n_1^{*,V} + n_1^V$ | $n_1^{*,V} + n_1^V = n_a^V - n_b^V$ |

Tabelle 2.7: Ausgangsdaten im Veräußererkalkül, Referenzsteuersystem

Mittels der üblichen Vorgehensweise lässt sich ein Veräußerergrenzpreis von

$$V_0^V = n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right)}{1 + i_{se} - s_v} - \frac{0{,}5 \cdot \theta^V \cdot \left[\operatorname{var}\left(\widetilde{H}_s^V - n_b^V \cdot \widetilde{Y} + \widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right) - \operatorname{var}\left(\widetilde{H}_s^V - n_b^V \cdot \widetilde{Y}\right)\right]}{1 + i_{se} - s_v} \tag{2.150}$$

ermitteln, welcher sich vom Erwerbergrenzpreis durch den Risikoaversionsparameter sowie das exogene Einkommen und das durch dieses induzierte Hedgeportfolio unterscheidet.

Bezüglich des Bestehens eines Einigungsbereichs kann auf Abschnitt 2.2.3.1.1 verwiesen werden. Ein Einigungsbereich besteht demnach, wenn der Erwerber einen Risikozuschlag vornimmt und der Veräußerer einen Risikoabschlag, oder wenn der Erwerber einen geringeren Risikoabschlag (höheren Risikozuschlag) vornimmt als der Veräußerer. Insgesamt gesehen ergeben sich demnach durch die Berücksichtigung des Referenzsteuersystems im Bewertungskalkül keine strukturellen Änderungen der Modellergebnisse.

#### 2.2.3.2.2 Besteuerung realisierter Wertänderungen

Wertänderungen werden nunmehr besteuert, wenn sie durch Veräußerung realisiert werden. Nicht realisierte Wertänderungen werden dagegen nicht besteuert. Die Entwicklung des Bewertungskalküls erfordert in dieser Konstellation zusätzlich die Prämissen, welche bereits bei der Analyse der Duplikation bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts unter Unsicherheit im Fall der Besteuerung realisierter Wertänderungen verwendet wurden; insoweit kann auf Abschnitt 2.2.2.2.2 verwiesen werden. Da jedoch eine Berechnung mit Anteilswerten im vorliegenden Modell bei unvollständigem Kapitalmarkt nicht zielführend ist, wie im Folgenden deutlich wird, wird die annahmegemäß positive Anzahl des risikobehafteten Wertpapiers $W$ im Ausgangsportfolios mit $\overline{n}_1^E$ bzw. $\overline{n}_1^V$ vorgegeben. Weiterhin wird vereinfachend angenommen, dass in $t=1$ kein exogenes Einkommen erzielt wird, d.h. $\widetilde{H}^y = 0$. Die Investoren optimieren wiederum die Realisierung von Wertänderungen, indem sie die Realisierung von

Wertsteigerungen im Vergleich zu den steuerlichen Anschaffungskosten von $W$ soweit möglich in die Zukunft verschieben, während Wertminderungen von $W$ im Vergleich zu den steuerlichen Anschaffungskosten sofort realisiert werden.[157] Weiterhin wird analog zum Fall des vollständigen Kapitalmarkts eine positive Kovarianz $\mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{X}) > 0$ zwischen den Rückflüssen von $W$ und den Rückflüssen des Bewertungsobjekts unterstellt, so dass wiederum $n_1^E > 0$ $(n_1^V > 0)$ gilt. Aufgrund der Bildung des durch das Bewertungsobjekt induzierten Hedgeportfolios wird demnach die Anzahl von $W$ gegenüber einer Konstellation reduziert, in der das Hedgeportfolio nicht erworben wird.

Zur Vereinfachung der formalen Darstellung seien die folgenden Anzahlen von Wertpapier $W$ definiert:

(2.151) $n_a^y = \left[E(\tilde{Y}) - P_0 \cdot (1 + i_{se} - s_v)\right] \big/ \left[\theta^y \cdot \mathrm{var}(\tilde{Y})\right]$ ,

(2.152) $n_c = \mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{X}) \big/ \mathrm{var}(\tilde{Y})$ sowie

(2.153) $n_d^y = i_{se} \cdot s_v \cdot (P_0 - AK_W^y) \big/ \left[\theta^y \cdot \mathrm{var}(\tilde{Y})\right]$ .

Es gilt offensichtlich

(2.154) $\mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{X} - n_c \cdot \tilde{Y}) = \mathrm{cov}(\tilde{Y}, \tilde{X}) - n_c \cdot \mathrm{var}(\tilde{Y}) = 0$.

Weiterhin seien die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer bei Vorliegen des Referenzsteuersystems für den Fall $\tilde{H}_s^y = 0$ gegeben durch

(2.155) $V_0^{y,R} = n_c \cdot P_0 + \dfrac{E(\tilde{X} - n_c \cdot \tilde{Y}) - 0{,}5 \cdot \theta^y \cdot \left[\mathrm{var}(\tilde{X} - n_c \cdot \tilde{Y})\right]}{1 + i_{se} - s_v}$ .

Zunächst wird das Erwerberkalkül für den Fall $AK_W^E < P_0$ betrachtet, in dem eine sofortige Realisierung der Wertänderungen von $W$ nachteilig ist. In Abhängigkeit vom Bestand $\bar{n}_1^E$ von $W$ im Ausgangsportfolio und der vom Investor im Basisprogramm vorgesehenen Änderung dieses Bestands lassen sich für das Basisprogramm die in Tabelle 2.8 dargestellten Konsumzahlungen und optimalen Anzahlen identifizieren:

---

[157] Vgl. Abschnitt 2.2.2.2.2.

| | |
|---|---|
| $n_1^{*,E} \geq \overline{n}_1^E$ | |
| $t=0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,E} - n_0^{*,E}$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1 = \widetilde{Y} \cdot n_1^{*,E} + \left(n_1^{*,E} - \overline{n}_1^E\right) \cdot P_0 \cdot s_v + \overline{n}_1^E \cdot AK_W^E \cdot s_v + n_0^{*,E} \cdot \left(1 + i_{se}\right)$ |
| $n_1^{*,E}$ | $n_1^{*,E} = n_a^E$ |
| $\overline{n}_1^E \geq n_1^{*,E}$ | |
| $t=0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,E} - n_0^{*,E} - \left(\overline{n}_1^E - n_1^{*,E}\right) \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1 = \left(\widetilde{Y} + AK_W^E \cdot s_v\right) \cdot n_1^{*,E} + n_0^{*,E} \cdot \left(1 + i_{se}\right)$ |
| $n_1^{*,E}$ | $n_1^{*,E} = n_a^E + n_d^E$ |

Tabelle 2.8: Konsumzahlungen im Basisprogramm, Erwerberkalkül

Die optimale Anzahl von $W$ entspricht für $n_1^{*,E} \geq \overline{n}_1^E$ der optimalen Anzahl des Modells mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen. Erfolgt dagegen im Fall $\overline{n}_1^E \geq n_1^{*,E}$ eine steuerpflichtige Veräußerung von Wertpapier $W$, so erhöht dies die optimale Anzahl gegenüber dem Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen um $n_d^E$. Dies ist damit zu erklären, dass der Grenznutzen, welcher sich aus einer Minderung des Bestands von Wertpapier $W$ ergibt, abnimmt, wenn die Bestandsminderung eine – bei Verzicht auf die Bestandsminderung vermeidbare – Steuerzahlung in $t=0$ auslöst. Wie die Definitionsgleichung $n_d^E = i_{se} \cdot s_v \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) / \left[\theta^E \cdot \operatorname{var}\left(\widetilde{Y}\right)\right]$ zeigt, ist diese Minderung des Grenznutzens bedingt durch den Zinseffekt der Besteuerung von Veräußerungsgewinnen.

Für das Bewertungsprogramm ergeben sich die Konsumzahlungen und optimalen Anzahlen aus Tabelle 2.9.

| | |
|---|---|
| $n_1^{*,E} - n_1^E \geq \overline{n}_1^E$ | |
| $t = 0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) - \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) - V_0^E$ |
| $t = 1$ | $\widetilde{c}_1^b = \widetilde{Y} \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) + \left(n_1^{*,E} - n_1^E - \overline{n}_1^E\right) \cdot P_0 \cdot s_v + \overline{n}_1^E \cdot AK_W^E \cdot s_v$ $+ \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \cdot \left(1 + i_{se}\right) + \widetilde{X} + V_0^E \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,E} - n_1^E$ | $n_1^{*,E} - n_1^E = n_a^E - n_c$ |
| $\overline{n}_1^E \geq n_1^{*,E} - n_1^E$ | |
| $t = 0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) - \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) - V_0^E - \left(\overline{n}_1^E - n_1^{*,E} + n_1^E\right) \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v$ |
| $t = 1$ | $\widetilde{c}_1^b = \left(\widetilde{Y} + AK_W^E \cdot s_v\right) \cdot \left(n_1^{*,E} - n_1^E\right) + \left(n_0^{*,E} - n_0^E\right) \cdot \left(1 + i_{se}\right) + \widetilde{X} + V_0^E \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,E} - n_1^E$ | $n_1^{*,E} - n_1^E = n_a^E - n_c + n_d^E$ |

Tabelle 2.9: Konsumzahlungen im Bewertungsprogramm, Erwerberkalkül

Auch im Bewertungsprogramm tritt der Effekt der Minderung des Grenznutzens durch die Besteuerung von Wertänderungen ein, wenn eine steuerpflichtige Veräußerung erfolgt, d.h. $\overline{n}_1^E \geq n_1^{*,E} - n_1^E$.

Im Folgenden sind drei Fälle zu unterscheiden, welche jeweils zu unterschiedlichen Grenzpreisen führen:

Fall A: Im Basisprogramm wird die Anzahl von $W$ gegenüber dem Bestand $\overline{n}_1^E$ im Ausgangsportfolio erhöht. Bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgt die Minderung der Anzahl von $W$ vollständig durch einen Verzicht auf die im Basisprogramm vorgesehene Bestandserhöhung, so dass eine Veräußerung von $W$ nicht erfolgt. Es gilt daher $n_1^{*,E} > n_1^{*,E} - n_1^E \geq \overline{n}_1^E$.

Fall B: Im Basisprogramm wird die Anzahl von $W$ gegenüber dem Bestand $\overline{n}_1^E$ im Ausgangsportfolio gemindert oder zumindest nicht erhöht. Bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgt die Minderung der Anzahl von $W$ vollständig durch eine Veräußerung von $W$. Es gilt daher $n_1^{*,E} > \overline{n}_1^E > n_1^{*,E} - n_1^E$.

Fall C: Im Basisprogramm wird die Anzahl von $W$ gegenüber dem Bestand $\overline{n}_1^E$ im Ausgangsportfolio erhöht. Bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgt die Minderung der Anzahl von $W$ teilweise durch einen Verzicht auf die im Basisprogramm vorgesehene Bestandserhöhung und teilweise durch eine Veräußerung von $W$. Es gilt daher $n_1^{*,E} > \overline{n}_1^E > n_1^{*,E} - n_1^E$.

Anhand der Bedingungen (2.126) und (2.127) lassen sich für die drei Fälle die Erwerbergrenzpreise ermitteln. Hierbei sind jeweils die Konsumzahlungen des Basisprogramms und des Bewertungsprogramms zu kombinieren, welche die oben genannten Bedingungen bezüglich der Anzahlen des risikobehafteten Basiswertpapiers erfüllen. Die Grenzpreise sind in Tabelle 2.10 ausgewiesen.

| Fall | Erwerbergrenzpreis $V_0^E$ |
|---|---|
| A | $V_0^{E,R}$ |
| B | $\underbrace{V_0^{E,R}}_{I} - \underbrace{\frac{i_{se} \cdot n_c \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v}{1 + i_{se} - s_v}}_{II}$ |
| C | $\underbrace{V_0^{E,R}}_{I} - \underbrace{\frac{i_{se} \cdot \left[\overline{n}_1^E - \left(n_a^E - n_c\right)\right] \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v}{1 + i_{se} - s_v}}_{II} + \underbrace{\frac{i_{se} \cdot n_d^E \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v}{1 + i_{se} - s_v}}_{III}$ $\underbrace{- n_d^E \cdot P_0}_{IV} + \underbrace{\frac{n_d^E \cdot E\left(\widetilde{Y}\right) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \left[\mathrm{var}\left(n_a^E \cdot \widetilde{Y} + n_d^E \cdot \widetilde{Y}\right) - \mathrm{var}\left(n_a^E \cdot \widetilde{Y}\right)\right]}{1 + i_{se} - s_v}}_{V}$ |

Tabelle 2.10: Erwerbergrenzpreise

Die Ergebnisse sind wie folgt zu interpretieren: In Fall A kann in $t = 0$ bei Durchführung des Basisprogramms eine steuerpflichtige Realisierung der Wertsteigerung von Wertpapier $W$ vermieden werden. In $t = 1$ entfallen bei Durchführung des Bewertungsprogramms aufgrund der Minderung der Anzahl von $W$ Zahlungen in Höhe von $\left(\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v\right) \cdot n_c$. Insoweit ergeben sich keine Unterschiede zum Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen. Die Grenzpreise müssen daher identisch sein.

In Fall B führt die Minderung der Anzahl von $W$ in $t = 0$ zu einer Realisierung eines steuerpflichtigen Veräußerungsgewinns der Höhe $n_c \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right)$. Der Grenzpreis des Erwerbers mindert sich daher gegenüber dem Grenzpreis bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen um den bereits bekannten Zinsnachteil der Veräußerungsgewinnbesteuerung; dies wird durch Komponente II der Bewertungsgleichung dargestellt. Die durch die Minderung des Grenznutzens bedingte Änderung der optimalen Anzahl von $W$ tritt sowohl im Basisprogramm als auch im Bewertungsprogramm auf und wirkt sich deswegen nicht auf den Grenzpreis aus.

Der Grenzpreis in Fall C erweist sich dagegen als komplexer. Hier tritt die durch die Besteuerung der Veräußerungsgewinne bedingte Minderung des Grenznutzens und die hieraus resultierende Anpassung der Anzahl von Wertpapier $W$ nur im Bewertungsprogramm auf, so dass sich ein zusätzlicher Effekt auf den Grenzpreis auswirkt. Dieser ist damit zu erklären, dass für den Erwerber ein Anreiz besteht, zur Finanzierung des Kaufpreises des Bewertungsobjekts den Bestand des Wertpapiers $W$ in geringerem Umfang zu mindern als in einer Situation, in welcher eine Änderung des Grenznutzens nicht auftritt. Dies wird im Ergebnis durch eine Minderung der sicheren Anlage kompensiert. Es erfolgt daher eine Portfolioumschichtung von der sicheren Anlage zum Wertpapier $W$. Komponente I stellt wiederum den Grenzpreis im Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen dar. Komponente II beschreibt den Zinsnachteil der Veräußerungsgewinnbesteuerung, wenn im Bewertungsprogramm auf eine Anpassung der optimalen Anzahl von $W$ an den durch die Besteuerung geänderten Grenznutzen der Bestandsminderung unterbleibt. Die übrigen Komponenten III, IV und V ergeben sich demnach aus der Anpassung der optimalen Anzahl an die Besteuerung. Da sich die optimale Anzahl aufgrund der Anpassung erhöht, kann dadurch der Zinsnachteil der Veräußerungsgewinnbesteuerung teilweise vermieden werden. Dies beschreibt Komponente III. Da in $t=0$ eine geringere Anzahl von $W$ veräußert wird, erfolgt auch ein geringerer Mittelzufluss, was durch Komponente IV abgebildet wird. Schließlich sind in $t=1$ die Rückflüsse aus den in $t=0$ nicht veräußerten Wertpapieren zu berücksichtigen. Da diese unsicher sind, erfolgt die Berücksichtigung durch ein Sicherheitsäquivalent. Von den erwarteten Rückflüssen wird demnach ein Risikokorrekturterm abgezogen, welcher das zusätzliche, aus der Anpassung der Anzahl von $W$ resultierende Varianzrisiko abbildet. Wegen $n_a^E + n_d^E > n_a^E$ stellt der Risikokorrekturterm einen Risikoabschlag dar. Die Komponenten III, IV und V sind genauer zu betrachten. Einsetzen der Gleichungen (2.151) und (2.153) ergibt nach Umformung

$$\frac{i_{se}\cdot n_d^E\cdot\left(P_0-AK_W^E\right)\cdot s_v}{1+i_{se}-s_v}-n_d^E\cdot P_0+\frac{n_d^E\cdot E\left(\widetilde{Y}\right)-0{,}5\cdot\theta^E\cdot\left[\operatorname{var}\left(n_a^E\cdot\widetilde{Y}+n_d^E\cdot\widetilde{Y}\right)-\operatorname{var}\left(n_a^E\cdot\widetilde{Y}\right)\right]}{1+i_{se}-s_v}$$

$$=\frac{\left[i_{se}\cdot\left(P_0-AK_W^E\right)\cdot s_v\right]^2}{2\cdot\theta^E\cdot\operatorname{var}\left(\widetilde{Y}\right)\cdot\left(1+i_{se}-s_v\right)}\quad. \tag{2.156}$$

Das Vorzeichen der rechten Seite von Gleichung (2.156) ist positiv. Die Anpassung der optimalen Anzahlen an die Veräußerungsgewinnbesteuerung führt demnach zu einer Erhöhung des Grenzpreises gegenüber einer Situation, in der die Anpassung unterbleibt. Dies ist folgerichtig, da durch die Anpassung eine Nutzensteigerung gegenüber der Situation ohne Anpassung erreicht wird. Die Steigerung des Grenzpreises fällt allerdings gering aus, da mit $i_{se}$ und $s_v$ zwei Größen quadriert in Gleichung (2.156) eingehen, welche Werte zwischen null und eins annehmen.

Abschließend ist die Konstellation zu betrachten, in der die Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die Rückflüsse des Wertpapiers $W$ dupliziert werden können, d.h. $\widetilde{X}=n_c\cdot\widetilde{Y}$. In Fall A entspricht in dieser Situation der Grenzpreis dem Preis des Duplikationsportfolios, während sich in Fall B der Grenzpreis aus dem Preis des Duplikationsportfolios abzüglich des Zinsnachteils aus der Veräußerungsgewinnbesteuerung ergibt. Insoweit stimmen die vorstehend abgeleiteten Ergebnisse mit den Ergebnissen des Abschnitts 2.2.2.2.2 überein, in dem die Bewertung durch Duplikation, ausgehend vom optimalen Basisprogramm des Investors, vorgenommen wurde. Abweichungen ergeben sich dagegen in Fall C. Unter Beachtung von Gleichung (2.156) ergibt sich der Grenzpreis

$$(2.157)\, V_0^E = \underbrace{n_c \cdot P_0 - \frac{i_{se} \cdot \left[\overline{n}_1^E - \left(n_a^E - n_c\right)\right] \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v}{1 + i_{se} - s_v}}_{I} + \underbrace{\frac{\left[i_{se} \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v\right]^2}{2 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}\left(\widetilde{Y}\right) \cdot \left(1 + i_{se} - s_v\right)}}_{II}.$$

Der Grenzpreis (2.157) entspricht demnach dem Preis des Duplikationsportfolios abzüglich des Zinsnachteils der Veräußerungsgewinnbesteuerung (Komponente I) und zuzüglich des Effekts, welcher sich aus der Änderung der Grenznutzen ergibt (Komponente II). Wird Komponente II vernachlässigt, so folgt für die Konsumzahlungen in $t = 1$ der Zusammenhang $\widetilde{c}_1 = \widetilde{c}_1^b$, d.h. es erfolgt eine exakte Duplikation. Wird die Komponente II dagegen berücksichtigt, so folgt $\widetilde{c}_1 \neq \widetilde{c}_1^b$. Obwohl in der betrachteten Konstellation demnach ein Duplikationsportfolio bestimmt werden kann, welches zu identischen Risikopositionen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm führt, nimmt der Investor eine Änderung der Risikoposition des Bewertungsprogramms im Vergleich zur Risikoposition des Basisprogramms vor, welche darauf abzielt, die sofortige Realisierung einer Wertsteigerung von Wertpapier $W$ zu vermeiden. Der Erwerbergrenzpreis übersteigt somit im Ergebnis den arbitragefreien Preis. Allerdings ist der Effekt betragsmäßig gering. Dieses Ergebnis tritt auch bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts ein, so dass die in Abschnitt 2.2.2.2.2 ermittelten arbitragefreien Preise für $0 < a^E < 1$ die Preisuntergrenze des Erwerbers darstellen.

Nunmehr ist das Veräußererkalkül für den Fall $AK_W^V < P_0$ zu betrachten. In Abhängigkeit vom Bestand $\overline{n}_1^V$ von $W$ im Ausgangsportfolio und der vom Investor im Basisprogramm vorgesehenen Änderung dieses Bestands lassen sich für das Basisprogramm die in Tabelle 2.11 dargestellten Konsumzahlungen und optimalen Anzahlen identifizieren:

| | |
|---|---|
| $n_1^{*,V} \geq \overline{n}_1^V$ | |
| $t = 0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,V} - n_0^{*,V}$ |
| $t = 1$ | $\widetilde{c}_1 = \widetilde{Y} \cdot n_1^{*,V} + \left(n_1^{*,V} - \overline{n}_1^V\right) \cdot P_0 \cdot s_v + \overline{n}_1^V \cdot AK_W^V \cdot s_v + n_0^{*,V} \cdot \left(1 + i_{se}\right) + \widetilde{X} + AK_B \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,V}$ | $n_1^{*,V} = n_a^V - n_c$ |
| $\overline{n}_1^V \geq n_1^{*,V}$ | |
| $t = 0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,V} - n_0^{*,V} - \left(\overline{n}_1^V - n_1^{*,V}\right) \cdot \left(P_0 - AK_W^V\right) \cdot s_v$ |
| $t = 1$ | $\widetilde{c}_1 = \left(\widetilde{Y} + AK_W^V \cdot s_v\right) \cdot n_1^{*,V} + n_0^{*,V} \cdot \left(1 + i_{se}\right) + \widetilde{X} + AK_B \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,V}$ | $n_1^{*,V} = n_a^V - n_c + n_d^V$ |

Tabelle 2.11: Konsumzahlungen im Basisprogramm, Veräußererkalkül

Für das Bewertungsprogramm ergeben sich die Konsumzahlungen und optimalen Anzahlen aus Tabelle 2.12.

| | |
|---|---|
| $n_1^{*,V} + n_1^V \geq \overline{n}_1^V$ | |
| $t=0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot \left(n_1^{*,V} + n_1^V\right) - \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) + V_0^V + AK_B \cdot s_v$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1^b = \widetilde{Y} \cdot \left(n_1^{*,V} + n_1^V\right) + \left(n_1^{*,V} + n_1^V - \overline{n}_1^V\right) \cdot P_0 \cdot s_v + \overline{n}_1^V \cdot AK_W^V \cdot s_v$ $+ \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) \cdot \left(1 + i_{se}\right)$ |
| $n_1^{*,V} + n_1^V$ | $n_1^{*,V} + n_1^V = n_a^V$ |
| $\overline{n}_1^V \geq n_1^{*,V} + n_1^V$ | |
| $t=0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot \left(n_1^{*,V} + n_1^V\right) - \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) + V_0^V + AK_B \cdot s_v$ $- \left(\overline{n}_1^V - n_1^{*,V} - n_1^V\right) \cdot \left(P_0 - AK_W^V\right) \cdot s_v$ |
| $t=1$ | $\widetilde{c}_1^b = \left(\widetilde{Y} + AK_W^V \cdot s_v\right) \cdot \left(n_1^{*,V} + n_1^V\right) + \left(n_0^{*,V} + n_0^V\right) \cdot \left(1 + i_{se}\right)$ |
| $n_1^{*,V} + n_1^V$ | $n_1^{*,V} + n_1^V = n_a^V + n_d^V$ |

Tabelle 2.12: Konsumzahlungen im Bewertungsprogramm, Veräußererkalkül

Auch hier tritt jeweils der Effekt der Minderung des Grenznutzens durch die Besteuerung von Wertänderungen ein, wenn eine steuerpflichtige Veräußerung erfolgt; dies wird durch die Anzahl $n_d^V$ abgebildet.

Im Folgenden sind drei Fälle zu unterscheiden, welche jeweils zu unterschiedlichen Grenzpreisen führen:

Fall A: Im Basisprogramm wird die Anzahl von $W$ gegenüber dem Bestand $\overline{n}_1^V$ im Ausgangsportfolio erhöht oder nicht gemindert. Da bei Durchführung des Bewertungsprogramms die Anzahl von $W$ gegenüber dem Basisprogramm ansteigt, erfolgt ein Erwerb zusätzlicher Einheiten von $W$. Es gilt $n_1^{*,V} + n_1^V > n_1^{*,V} \geq \overline{n}_1^V$

Fall B: Im Basisprogramm wird die Anzahl von $W$ gegenüber dem Bestand $\overline{n}_1^V$ im Ausgangsportfolio gemindert, so dass eine steuerpflichtige Veräußerung erforderlich ist. Bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgt die Erhöhung der Anzahl von $W$ im Vergleich zum Basisprogramm vollständig durch Verzicht auf die Veräußerung von $W$. Es gilt daher $\overline{n}_1^V \geq n_1^{*,V} + n_1^V > n_1^{*,V}$.

Fall C: Im Basisprogramm wird die Anzahl von $W$ gegenüber dem Bestand $\overline{n}_1^V$ im Ausgangsportfolio vermindert. Bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgt die Erhöhung der Anzahl von $W$ gegenüber dem Basisprogramm teilweise durch einen Verzicht auf die im Basisprogramm vorgesehene Bestandsminderung und teilweise durch einen Erwerb von $W$. Es gilt daher $n_1^{*,V} + n_1^V > \overline{n}_1^V > n_1^{*,V}$.

Anhand der Bedingungen (2.126) und (2.127) lassen sich für die drei Fälle die Veräußerergrenzpreise ermitteln. Hierbei sind jeweils die Konsumzahlungen des Basisprogramms und des Bewertungsprogramms zu kombinieren, welche die oben genannten Bedingungen bezüglich der Anzahlen des risikobehafteten Basiswertpapiers erfüllen. Die Grenzpreise sind in Tabelle 2.13 ausgewiesen.

| Fall | Veräußerergrenzpreis $V_0^V$ |
|---|---|
| A | $\underbrace{V_0^{V,R}}_{I} + \underbrace{\frac{i_{se} \cdot \left(V_0^{V,R} - AK_B\right) \cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}}_{II}$ |
| B | $\underbrace{V_0^{V,R}}_{I} + \underbrace{\frac{i_{se} \cdot \left(V_0^{V,R} - AK_B\right) \cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}}_{II} - \underbrace{\frac{i_{se} \cdot n_c \cdot \left(P_0 - AK_W^V\right) \cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}}_{III}$ |
| C | $\underbrace{V_0^{V,R}}_{I} + \underbrace{\frac{i_{se} \cdot \left(V_0^{V,R} - AK_B\right) \cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}}_{II} - \underbrace{\frac{i_{se} \cdot \left[\overline{n}_1^V - \left(n_a^V - n_c + n_d^V\right)\right] \cdot \left(P_0 - AK_W^V\right) \cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}}_{III}$ <br> $\underbrace{- n_d^V \cdot P_0 \cdot \frac{1+i_{se}-s_v}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}}_{IV} + \underbrace{\frac{n_d^V \cdot E\left(\tilde{Y}\right) - 0{,}5 \cdot \theta^V \cdot \left[\operatorname{var}\left(n_a^V \cdot \tilde{Y} + n_d^V \cdot \tilde{Y}\right) - \operatorname{var}\left(n_a^V \cdot \tilde{Y}\right)\right]}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}}_{V}$ |

Tabelle 2.13: Veräußerergrenzpreise

In allen Konstellationen tritt zum Veräußerergrenzpreis bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen der Zinseffekt aufgrund der Veräußerung des Bewertungsobjekts mit einem steuerpflichtigen Veräußerungserfolg hinzu (jeweils Komponente II). In Fall B und C ist zusätzlich die Minderung des Grenzpreises zu berücksichtigen, welche sich daraus ergibt, dass im Fall der Veräußerung die Realisierung eines steuerpflichtigen Gewinns aus der Veräußerung von $W$ vermieden werden kann (jeweils Komponente III). In Fall C ist zudem der Effekt zu berücksichtigen, der sich aufgrund der Veräußerungsgewinnbesteuerung aus der Änderung des Grenznutzens einer Bestandsänderung von $W$ ergibt. Der Effekt ist wie folgt zu erklären: Die Änderung des Grenznutzens führt zu einer Reduzierung der bei Durchführung des Bewertungsprogramms erworbenen Anzahl von $W$, so dass insoweit Auszahlungen der Höhe $n_d^V \cdot P_0$ vermieden werden. Der Veräußerer ist deswegen bereit, einen niedrigeren Verkaufspreis zu akzeptieren. Da die Minderung des Verkaufspreises den in $t=0$ zu versteuernden Veräußerungserfolg mindert, ist zudem eine Modifikation um den Faktor $\frac{1+i_{se}-s_v}{\left(1+i_{se}\right) \cdot \left(1-s_v\right)}$ erforderlich. Dies wird durch Komponente IV abgebildet. Da in $t=0$ eine geringere Anzahl von $W$ erworben wird, erfolgen in $t=1$ geringere risikobehaftete Rückflüsse. Komponente V stellt demnach das Sicherheitsäquivalent der entgangenen Rückflüsse dar, welches den Veräußerergrenzpreis erhöht.

Die Komponenten IV und V konkretisieren sich unter Beachtung der Gleichungen (2.151) und (2.153) zu

$$
-n_d^V \cdot P_0 \cdot \frac{1+i_{se}-s_v}{(1+i_{se})\cdot(1-s_v)} + \frac{n_d^V \cdot E(\widetilde{Y}) - 0{,}5 \cdot \theta^V \cdot \left[\operatorname{var}\left(n_a^V \cdot \widetilde{Y} + n_d^E \cdot \widetilde{Y}\right) - \operatorname{var}\left(n_a^V \cdot \widetilde{Y}\right)\right]}{(1+i_{se})\cdot(1-s_v)}
$$

(2.158)

$$
= -\frac{\left[i_{se}\cdot\left(P_0 - AK_W^E\right)\cdot s_v\right]^2}{2\cdot\theta^E \cdot \operatorname{var}(\widetilde{Y}) \cdot (1+i_{se})\cdot(1-s_v)} .
$$

Der Effekt senkt demnach den Veräußerergrenzpreis, da durch die Anpassung der optimalen Risikoposition an die Wertänderungsbesteuerung eine Nutzensteigerung erreicht wird. Das Ausmaß des Effekts ist wiederum gering.

Können die Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die Rückflüsse des Wertpapiers $W$ dupliziert werden, d.h. $\widetilde{X} = n_c \cdot \widetilde{Y}$, so entsprechen in den Fällen A und B die Grenzpreise den arbitragefreien Preisen. In Fall C sinkt der Veräußerergrenzpreis dagegen unter den arbitragefreien Preis, da für den Investor eine Änderung der Risikoposition des Bewertungsprogramms im Vergleich zur Risikoposition des Basisprogramms von Vorteil ist. Der Veräußerer ist demnach bereit, einen Veräußerungspreis zu akzeptieren, welcher geringer ist als der arbitragefreie Preis. Dieses Ergebnis tritt auch bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts ein, so dass die in Abschnitt 2.2.2.2.2 ermittelten arbitragefreien Preise für $0 < a^V < 1$ die Preisobergrenze des Erwerbers darstellen.

Abschließend sind die Fälle $AK_W^E > P_0$ und $AK_W^V > P_0$ zu betrachten, in denen eine sofortige Realisierung der Wertänderungen von $W$ vorgenommen wird. In diesem Fall erfolgt auf jeden Fall in $t = 0$ zunächst eine sofortige Veräußerung des gesamten Bestands von $W$, um den Veräußerungsverlust zu realisieren. Anschließend wird der gewünschte Bestand von $W$ zum Preis $P_0$ pro Einheit erworben. Da die steuerlichen Anschaffungskosten von $W$ somit $P_0$ betragen, ergeben sich die Grenzpreise zu

(2.159) $V_0^E = V_0^{E,R}$ und

(2.160) $V_0^V = V_0^{V,R} + \dfrac{i_{se}\cdot\left(V_0^{V,R} - AK_B\right)\cdot s_v}{(1+i_{se})\cdot(1-s_v)}$.

Ein Änderung des Grenznutzens aufgrund einer Bestandsänderung von $W$ kann in dieser Konstellation nicht auftreten. Im Fall $\widetilde{X} = n_c \cdot \widetilde{Y}$ entsprechen daher die Grenzpreise grundsätzlich den arbitragefreien Preisen.

Das Bestehen eines Einigungsbereichs ist in der vorliegenden Konstellation von diversen Faktoren abhängig. Eine Benachteiligung der Transaktion ergibt sich aus dem Zinseffekt der Veräußerungsgewinnbesteuerung im Erwerberkalkül. Eine Begünstigung der Transaktion resultiert aus dem Zinseffekt der Veräußerungsgewinnbesteuerung bezüglich des Wertpapiers $W$ im Veräußererkalkül sowie durch den im Erwerberkalkül und im Veräußererkalkül möglichen Effekt der Änderung des Grenznutzens aufgrund der Veräußerungsgewinnbesteuerung. Unbestimmt sind die Effekte der Besteuerung des Veräußerungserfolgs aus dem Bewertungsobjekt sowie der Effekt unterschiedlicher Risikoeinstellungen.[158] Letzteres sei anhand des Beispiels der Grenzpreise (2.159) und (2.160) verdeutlicht, welche im Fall $AK_W^E > P_0$ und $AK_W^V > P_0$ resultieren. Ein Einigungsbereich existiert in dieser Konstellation unter der Bedingung

$$(2.161)\quad \frac{-0{,}5\cdot\left[\mathrm{var}\left(\tilde{X}-n_c\cdot\tilde{Y}\right)\right]}{1+i_{se}-s_v}\cdot\left(\theta^E-\theta^V\right)\geq\frac{i_{se}\cdot\left(V_0^{V,R}-AK_B\right)\cdot s_v}{\left(1+i_{se}\right)\cdot\left(1-s_v\right)}.$$

Im Fall eines Veräußerungsgewinns, d.h. $V_0^{V,R}-AK_B>0$ kann ein Einigungsbereich in der betrachteten Konstellation bestehen, wenn $\theta^E<\theta^V$ gilt, wenn also der Veräußerer in höherem Maße risikoscheu ist als der Erwerber. Im Gegensatz zum Modell unter Sicherheit kann wiederum nicht generell gefolgert werden, dass die Besteuerung von Veräußerungsgewinnen Transaktionen behindert. Umgekehrt ist jedoch auch der Fall eines Veräußerungsverlusts, d.h. $V_0^{V,R}-AK_B<0$, denkbar, in dem wegen $\theta^E>\theta^V$ kein Einigungsbereich existiert.

### 2.2.3.2.3 Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen

Nunmehr ist eine Konstellation zu betrachten, in der Sollzinsen und Habenzinsen unterschiedlich besteuert werden. Da anders als in der entsprechenden Konstellation in den Abschnitten 2.2.1.2.3 und 2.2.2.2.3 eine Berechnung mit Anteilswerten im vorliegenden Modell nicht alle relevanten Effekte abzubilden vermag, wird nicht mit Anteilswerten gerechnet, sondern es werden explizit die Mittelaufnahmen und Mittelanlagen des Basisprogramms und des Bewertungsprogramms betrachtet. Hierzu wird angenommen, dass der Erwerb (die Veräußerung) des Bewertungsobjekts zu einer Minderung des Bestands der sicheren Anlage oder zu einer Kreditaufnahme (zu einer Erhöhung des Bestands der sicheren Anlage oder zu einer Kreditrückzahlung) führt, d.h. es gilt $n_0^E>0$ $\left(n_0^V>0\right)$.[159] Weiterhin wird wie im vorhergehenden Abschnitt 2.2.3.2.2 eine positive Kovarianz $\mathrm{cov}\left(\tilde{Y},\tilde{X}\right)>0$ zwischen den Rückflüssen von $W$ und den Rückflüssen des Bewertungsobjekts unterstellt, so dass $n_1^E>0$ $\left(n_1^V>0\right)$ gilt.

Es sind drei Konstellationen zu unterscheiden:

- Bei Durchführung des Basisprogramms und bei Durchführung des Bewertungsprogramms wird jeweils eine Mittelanlage getätigt, so dass die Zusammenhänge $n_0^{*,E}>n_0^{*,E}-n_0^E\geq 0$ bzw. $n_0^{*,V}+n_0^V>n_0^{*,V}\geq 0$ gelten. In diesem Fall gelten die in den vorstehenden Abschnitten 2.2.3.2.1 und 2.2.3.2.2 entwickelten Bewertungsgleichungen. Es ist lediglich $i_{se}=i\cdot\left(1-s_e\right)$ durch $i\cdot\left(1-s_h\right)$ zu ersetzen.
- Bei Durchführung des Basisprogramms und bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgt jeweils eine Kreditaufnahme, so dass die Zusammenhänge $0\geq n_0^{*,E}>n_0^{*,E}-n_0^E$ bzw. $0\geq n_0^{*,V}+n_0^V>n_0^{*,V}$ gelten. In diesem Fall gelten ebenfalls die in den vorstehenden

[158] Ist abweichend von der hier gewählten Modellierung auch ein exogenes Einkommen zu berücksichtigen, so ergeben sich hierdurch zusätzlich Auswirkungen auf das Bestehen eines Einigungsbereichs.

[159] Der umgekehrte Fall $n_0^E<0$ $\left(n_0^V<0\right)$ ist analog zu handhaben.

Abschnitten 2.2.3.2.1 und 2.2.3.2.2 entwickelten Bewertungsgleichungen, wobei $i_{se} = i \cdot (1 - s_e)$ nunmehr durch $i \cdot (1 - s_s)$ zu ersetzen ist.

- Bei Durchführung des Basisprogramms erfolgt im Erwerberkalkül eine Mittelanlage (im Veräußererkalkül eine Kreditaufnahme) und bei Durchführung des Bewertungsprogramms erfolgt im Erwerberkalkül eine Kreditaufnahme (im Veräußererkalkül eine Mittelanlage), so dass die Zusammenhänge $n_0^{*,E} > 0 > n_0^{*,E} - n_0^E$ bzw. $n_0^{*,V} + n_0^V > 0 > n_0^{*,V}$ gelten. Dieser Fall ist im Folgenden genauer zu analysieren. Hierbei wird davon ausgegangen, dass eine periodische Besteuerung von Wertänderungen erfolgt.

Zur Vereinfachung der formalen Darstellung seien die folgenden Anzahlen definiert:

$$(2.162)\; n_a^y = \left[E(\widetilde{Y}) - P_0 \cdot [1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v]\right] \Big/ \left[\theta^y \cdot \mathrm{var}(\widetilde{Y})\right] ,$$

$$(2.163)\; n_b^y = \mathrm{cov}(\widetilde{Y}, \widetilde{H}_s^y) \Big/ \mathrm{var}(\widetilde{Y}) ,$$

$$(2.164)\; n_c = \mathrm{cov}(\widetilde{Y}, \widetilde{X}) \Big/ \mathrm{var}(\widetilde{Y}) \quad \text{sowie}$$

$$(2.165)\; n_d^y = i \cdot P_0 \cdot (s_h - s_s) \Big/ \left[\theta^y \cdot \mathrm{var}(\widetilde{Y})\right]$$

Es gilt offensichtlich

$$(2.166)\; \mathrm{cov}(\widetilde{Y}, \widetilde{H}_s^y - n_b^y \cdot \widetilde{Y}) = \mathrm{cov}(\widetilde{Y}, \widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}) = 0 .$$

Die Konsumzahlungen des Erwerberkalküls sind für den zu analysierenden Fall $n_0^{*,E} > 0 > n_0^{*,E} - n_0^E$ in Tabelle 2.14 dargestellt:

| | |
|---|---|
| Basisprogramm | |
| $t = 0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,E} - n_0^{*,E}$ |
| $t = 1$ | $\widetilde{c}_1 = (\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v) \cdot n_1^{*,E} + n_0^{*,E} \cdot [1 + i \cdot (1 - s_h)] + \widetilde{H}_s^E$ |
| $n_1^{*,E} - n_1^E$ | $n_1^{*,E} - n_1^E = n_a^E - n_b^E$ |
| Bewertungsprogramm | |
| $t = 0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot (n_1^{*,E} - n_1^E) - (n_0^{*,E} - n_0^E) - V_0^E$ |
| $t = 1$ | $\widetilde{c}_1^b = (\widetilde{Y} + P_0 \cdot s_v) \cdot (n_1^{*,E} - n_1^E) + (n_0^{*,E} - n_0^E) \cdot [1 + i \cdot (1 - s_s)] + \widetilde{H}_s^E + \widetilde{X} + V_0^E \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,E} - n_1^E$ | $n_1^{*,E} - n_1^E = n_a^E - n_b^E - n_c - n_d^E$ |

Tabelle 2.14: Konsumzahlungen bei unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen, Erwerberkalkül

Der Erwerber vermindert bei Durchführung des Bewertungsprogramms gegenüber dem Basisprogramm die Anzahl von Wertpapier $W$ um das Hedgeportfolio $n_c$ sowie eine weitere

Komponente $n_d^E$, die nach Gleichung (2.165) aus der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen resultiert. Dies ist wie folgt zu erklären: Annahmegemäß erfolgt im Basisprogramm eine Mittelanlage und im Bewertungsprogramm eine Kreditaufnahme. Der Erwerber finanziert den Erwerb des Bewertungsobjekts durch Verzicht auf einen Teil des Bestands von Wertpapier $W$, einen vollständigen Verzicht auf die Mittelanlage sowie eine Kreditaufnahme. Die Steuerersparnis aus gezahlten Kreditzinsen ist geringer als die Steuerersparnis, welche sich durch den Verzicht auf den Zufluss von Habenzinsen ergibt. Es ist in der betrachteten Konstellation für den Erwerber daher günstiger, die Kreditaufnahme zu reduzieren und dafür auf einen größeren Anteil des Bestands von Wertpapier $W$ zu verzichten als in einer Konstellation, in der Sollzinsen und Habenzinsen identisch besteuert werden. Die Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen führt demnach neben der Bildung des Hedgeportfolios zu einer zusätzlichen Portfolioumschichtung. Ähnlich wie bei der Besteuerung realisierter Wertänderungen ergibt sich dieser Effekt aus der Änderung des Grenznutzens, wobei sich hier der Grenznutzen der Kreditaufnahme vom Grenznutzen der Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage unterscheidet. Unter Anwendung der Bedingungen (2.126) und (2.127) ergibt sich der Erwerbergrenzpreis

$$
\begin{aligned}
V_0^E = {} & \underbrace{n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\tilde{X} - n_c \cdot \tilde{Y}\right)}{1 + i \cdot (1 - s_s) - s_v}}_{I} \\
& \underbrace{- \frac{0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \left[\operatorname{var}\left(\tilde{H}_s^E - n_b^E \cdot \tilde{Y} + \tilde{X} - n_c \cdot \tilde{Y}\right) - \operatorname{var}\left(\tilde{H}_s^E - n_b^E \cdot \tilde{Y}\right)\right]}{1 + i \cdot (1 - s_s) - s_v}}_{I} \qquad (2.167) \\
& + \underbrace{\frac{n_0^{*,E} \cdot i \cdot (s_h - s_s)}{1 + i \cdot (1 - s_s) - s_v}}_{II} + \underbrace{n_d^E \cdot \left[P_0 - \frac{E\left(\tilde{Y}\right) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{Y}\right) \cdot \left(2 \cdot n_a^E - n_d^E\right)}{1 + i \cdot (1 - s_s) - s_v}\right]}_{III} .
\end{aligned}
$$

Die Komponente I (erste und zweite Zeile) stellt den Grenzpreis dar, der sich ergeben würde, wenn Habenzinsen und Sollzinsen jeweils dem Steuersatz $s_s$ unterliegen würden. In Komponente II wird berücksichtigt, dass in Höhe von $n_0^{*,E}$ ein Verzicht auf die sichere Anlage und insoweit keine Kreditaufnahme erfolgt. Komponente II ist hier erforderlich, da der Verzicht auf die sichere Anlage – abweichend von den Abschnitten 2.2.1.2.3 und 2.2.2.2.3 – nicht durch die Anwendung eines Mischzinssatzes berücksichtigt wird. Komponente II erhöht demnach den Grenzpreis, da die Steuerersparnis aus dem Verzicht auf die sichere Anlage höher ist, als die durch den Diskontierungsfakor implizierte Steuerersparnis. Komponente III bildet den Effekt der durch die Änderung des Grenznutzens implizierten Portfolioumschichtung ab. In $t = 0$ resultiert ein geringerer Bestand von Wertpapier $W$, so dass zusätzliche finanzielle Mittel von $n_d^E \cdot P_0$ zur Verfügung stehen. In $t = 1$ führt der Effekt folglich zu einem geringeren unsicheren Rückfluss aus dem Bestand von Wertpapier $W$. Diese Minderung des

Rückflusses geht in Form eines Sicherheitsäquivalents in das Bewertungskalkül ein. Einsetzen der Gleichungen (2.162) und (2.165) in Komponente III ergibt

$$(2.168)\; n_d^E \cdot \left[ P_0 - \frac{E(\tilde{Y}) - 0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \mathrm{var}(\tilde{Y}) \cdot (2 \cdot n_a^E - n_d^E)}{1 + i \cdot (1 - s_s) - s_v} \right] = \frac{[i \cdot P_0 \cdot (s_h - s_s)]^2}{2 \cdot \theta^E \cdot \mathrm{var}(\tilde{Y}) \cdot [1 + i \cdot (1 - s_s) - s_v]}\,.$$

Die Komponente III erhöht demnach den Grenzpreis, dürfte jedoch regelmäßig betragsmäßig gering ausfallen. Insoweit ergeben sich Analogien zu dem in Gleichung (2.156) abgebildeten Effekt der Besteuerung realisierter Wertänderungen.

Nunmehr ist das Veräußererkalkül zu betrachten. Die Konsumzahlungen des Veräußerers sind für den Fall $n_0^{*,V} + n_0^V > 0 > n_0^{*,V}$ in Tabelle 2.15 dargestellt:

| Basisprogramm | |
|---|---|
| $t = 0$ | $c_0 = w_0 - P_0 \cdot n_1^{*,V} - n_0^{*,V}$ |
| $t = 1$ | $\tilde{c}_1 = (\tilde{Y} + P_0 \cdot s_v) \cdot n_1^{*,V} + n_0^{*,V} \cdot [1 + i \cdot (1 - s_s)] + \tilde{H}_s^V + \tilde{X} + V_0^V \cdot s_v$ |
| $n_1^{*,V}$ | $n_1^{*,V} = n_a^V - n_b^V - n_c - n_d^V$ |
| Bewertungsprogramm | |
| $t = 0$ | $c_0^b = w_0 - P_0 \cdot (n_1^{*,V} + n_1^V) - (n_0^{*,V} + n_0^V) + V_0^V$ |
| $t = 1$ | $\tilde{c}_1^b = (\tilde{Y} + P_0 \cdot s_v) \cdot (n_1^{*,V} + n_1^V) + (n_0^{*,V} + n_0^V) \cdot [1 + i \cdot (1 - s_h)] + \tilde{H}_s^V$ |
| $n_1^{*,V} + n_1^V$ | $n_1^{*,V} + n_1^V = n_a^V - n_b^V$ |

Tabelle 2.15: Konsumzahlungen bei unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen, Veräußererkalkül

Im Bewertungsprogramm wird der Bestand von Wertpapier $W$ erhöht. Dies ist zum einen auf den Wegfall des Hedgeportfolios zurückzuführen und zum anderen auf die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen. Aufgrund der Veräußerung verzichtet der Veräußerer auf die im Basisprogramm vorgesehene Kreditaufnahme und legt Mittel zum sicheren Zinssatz an. Da jedoch aufgrund der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen der Grenznutzen einer Kreditrückzahlung geringer ist als der Grenznutzen einer Mittelanlage, erfolgt eine Portfolioumschichtung, aufgrund derer der Bestand von Wertpapier $W$ über die durch den Wegfall des Hedgeportfolios verursachte Bestandserhöhung hinaus erhöht wird. Der Veräußerergrenzpreis ergibt sich zu

$$V_0^V = \underbrace{n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\tilde{X} - n_c \cdot \tilde{Y}\right)}{1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v}}_{I}$$

$$(2.169) \qquad \underbrace{- \frac{0{,}5 \cdot \theta^V \cdot \left[\operatorname{var}\left(\tilde{H}_s^V - n_b^V \cdot \tilde{Y} + \tilde{X} - n_c \cdot \tilde{Y}\right) - \operatorname{var}\left(\tilde{H}_s^V - n_b^V \cdot \tilde{Y}\right)\right]}{1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v}}_{I}$$

$$+ \underbrace{\frac{n_0^{*,V} \cdot i \cdot (s_h - s_s)}{1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v}}_{II} + \underbrace{n_d^E \cdot \left[P_0 - \frac{E\left(\tilde{Y}\right) - 0{,}5 \cdot \theta^V \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{Y}\right) \cdot \left(2 \cdot n_a^V - n_d^V\right)}{1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v}\right]}_{III} .$$

Die Interpretation von Gleichung (2.169) ergibt sich analog zur Gleichung (2.167) des Erwerberkalküls. Die Komponente I stellt den Grenzpreis dar, der bei einheitlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen zum Steuersatz $s_h$ resultieren würde. Aus dem Wegfall des Kredits resultieren jedoch tatsächlich geringere Steuerersparnisse, als dies durch den Diskontierungsfaktor impliziert wird, so dass in Komponente II eine Korrektur erfolgt, welche den Veräußerergrenzpreis entsprechend erhöht. In Komponente III erfolgt die Berücksichtigung der durch die unterschiedlichen Grenznutzen der Kreditrückzahlung und der Mittelanlage bedingten Portfolioumschichtung. Einsetzen der Gleichungen (2.162) und (2.165) in Komponente III ergibt

$$(2.170) \qquad n_d^E \cdot \left[P_0 - \frac{E\left(\tilde{Y}\right) - 0{,}5 \cdot \theta^V \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{Y}\right) \cdot \left(2 \cdot n_a^V - n_d^V\right)}{1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v}\right] = - \frac{\left[i \cdot P_0 \cdot (s_h - s_s)\right]^2}{2 \cdot \theta^V \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{Y}\right) \cdot \left[1 + i \cdot (1 - s_h) - s_v\right]} .$$

Komponente III mindert demnach den Grenzpreis. Da die Portfolioumschichtung für den Veräußerer vorteilhaft ist, ist er bereit, einen niedrigeren Verkaufspreis zu akzeptieren. Insoweit ergeben sich Analogien zu dem in Gleichung (2.158) abgebildeten Effekt der Besteuerung realisierter Wertänderungen.

Nunmehr ist die Konstellation zu betrachten, in der die Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die Rückflüsse des Wertpapiers $W$ dupliziert werden können, d.h. $\tilde{X} = n_c \cdot \tilde{Y}$. Die durch die Änderung der Grenznutzen bedingten Komponenten III im Erwerberkalkül und im Veräußererkalkül entfallen in dieser Situation – analog zu den entsprechenden Komponenten bei Besteuerung realisierter Wertänderungen – nicht aus den Gleichungen (2.167) und (2.169). Der Erwerbergrenzpreis (Veräußerergrenzpreis) ist daher höher (niedriger) als der durch Duplikation bestimmte arbitragefreie Preis des Bewertungsobjekts. Dies ist darauf zurückzuführen, dass im Rahmen der Duplikation von identischen Risikopositionen in Basisprogramm und Bewertungsprogramm ausgegangen wird, so dass der die Transaktion begünstigende Effekt einer Änderung der Risikoposition vernachlässigt wird. Allerdings fallen die Abweichungen gering aus, wie die Gleichungen (2.168) und (2.170) zeigen. Analog zum Fall der Besteuerung realisierter Wertänderungen treten diese Ergebnisse auch bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts ein, so dass die in Abschnitt 2.2.2.2.3 ermittelten arbitragefreien Preise für $0 < a_a^E < 1$ bzw. $0 < a_a^V < 1$ Preisgrenzen von Erwerber bzw. Veräußerer darstellen.

Abschließend ist das Bestehen eines Einigungsbereichs zu betrachten. Neben den Risikoaversionsparametern, den exogenen Einkommen (sowie ggf. den vorstehend nicht in die Modellierung einbezogenen Effekten der Besteuerung realisierter Wertänderungen) beeinflusst im hier betrachteten Modell auch die Besteuerung der Zinsen den Einigungsbereich, sofern diese bei Erwerber und Veräußerer unterschiedlich erfolgt. Dies kann, wie bereits in Abschnitt 2.2.1.2.3 gezeigt, in Abhängigkeit von der vorliegenden Konstellation die Transaktion sowohl begünstigen als auch benachteiligen.

## 2.3 Mehrperiodige Bewertungskalküle

### 2.3.1 Kapitalmarkt bei Sicherheit

#### 2.3.1.1 Modell ohne Steuern

Im Folgenden werden ausschließlich sichere Zahlungen unterstellt. Der Kapitalmarkt besteht ausschließlich aus der sicheren Anlage- und Kreditaufnahmemöglichkeit zum Zinssatz $i$ und ist somit vollständig. Erwerbergrenzpreis und Veräußerergrenzpreis sind in dieser Konstellation analog zum Einperiodenmodell identisch, so dass insoweit eine Unterscheidung nicht erforderlich ist.

Das Bewertungsproblem ist nun ausgehend von Periode $T$, in der das Bewertungsobjekt zum gegebenen Preis $V_T$ veräußert wird, mittels einer selbstfinanzierenden Portfoliostrategie rekursiv zu lösen. In Periode $T-1$ ist ein Kredit aufzunehmen, dessen Rückzahlung zuzüglich Zinsen die Rückflüsse des Bewertungsobjekts genau kompensiert; es gilt demnach

$$(2.171)\quad C_T + V_T - n_{0,T-1} \cdot (1+i) = 0 \;\Leftrightarrow\; n_{0,T-1} = \frac{C_T + V_T}{(1+i)}.$$

Für Periode $T-1$ folgt entsprechend

$$(2.172)\quad \begin{aligned} & C_{T-1} + n_{0,T-1} - n_{0,T-2} \cdot (1+i) = 0 \;\Leftrightarrow\; n_{0,T-2} = \frac{C_{T-1} + n_{0,T-1}}{(1+i)} \;\Leftrightarrow \\ & n_{0,T-2} = \frac{C_{T-1}}{(1+i)} + \frac{C_T + V_T}{(1+i)^2} \quad . \end{aligned}$$

Fortsetzen der rekursiven Bewertung führt auf den Wert des Bewertungsobjekts im Bewertungszeitpunkt $t = 0$

$$(2.173)\quad V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+i)^t} + \frac{V_T}{(1+i)^T} \quad ,$$

welcher sowohl den Erwerbergrenzpreis als auch den Veräußerergrenzpreis darstellt. Der Wert des Bewertungsobjekts entspricht nach Gleichung (2.173), wie nicht anders zu erwarten, dem Barwert der zukünftigen sicheren Zahlungen.[160] Da die Lösung des Bewertungsproblems die Kenntnis des Basisprogramms nicht erfordert, liegt ein Separationsansatz vor.

Es liegt nun nahe, den Wert $V_{t-1}$ des Zahlungsstroms $C_t,\ldots,C_T+V_T$ aus Sicht einer Periode $t-1$ zu definieren als den Preis des Duplikationsportfolios, welches in $t-1$ zu bilden ist, um den Zahlungsstrom zu duplizieren, d.h. also $V_{t-1}=n_{0,t-1}$. Mit dieser Definition folgt der Wert des Zahlungsstroms aus der rekursiven Beziehung

$$(2.174)\, V_{t-1}=\frac{C_t+V_t}{(1+i)}.$$

Wird das rekursive Bewertungsproblem (2.174) ausgehend von einer Periode $T$ gelöst, so folgt für den Wert (Grenzpreis) im Bewertungszeitpunkt wiederum Gleichung (2.173). Der Wert $V_{t-1}$ stellt den für Erwerber und Veräußerer identischen Grenzpreis aus Sicht eines zukünftigen Bewertungszeitpunkts $t-1$ dar.

Nunmehr ist der Preis $V_T$ genauer zu betrachten. Wird das Bewertungsobjekt in Periode $T$ liquidiert, so stellt $V_T$ einen Liquidationserlös dar, welcher modellexogen vorzugeben ist. Wird das Bewertungsobjekt dagegen über den Zeitpunkt $T$ hinaus bis zu einem zukünftigen Liquidationszeitpunkt $T^l$ fortgeführt und in $T$ von dem betrachteten Investor veräußert, so stellt $V_T$ einen Verkaufspreis dar, der sich modellendogen aus den zukünftigen Zahlungen des Bewertungsobjekts ergibt. $V_T$ ist demnach seinerseits mittels eines Grenzpreiskalküls zu bestimmen. Unter den gegebenen Annahmen ist sowohl der Erwerbergrenzpreis als auch der Veräußerergrenzpreis durch den Barwert der zukünftigen Zahlungen gegeben. Der Wert (Grenzpreis) $V_T$ ist demnach eindeutig determiniert durch

$$(2.175)\, V_T=\sum_{t=T+1}^{T^l}\frac{C_t}{(1+i)^{t-T}}+\frac{V_{T^l}}{(1+i)^{T^l-T}}\quad ,$$

wobei $V_{T^l}$ den Liquidationserlös im Liquidationszeitpunkt $T^l$ darstellt. Gleichung (2.175) gilt unabhängig davon, ob zwischen $T$ und $T^l$ weitere Veräußerungen erfolgen. Gleichung (2.175) für den Grenzpreis im Bewertungszeitpunkt $t=0$ lässt sich daher darstellen durch

$$(2.176)\, V_0=\sum_{t=1}^{T^l}\frac{C_t}{(1+i)^t}+\frac{V_{T^l}}{(1+i)^{T^l}}\quad .$$

Der Grenzpreis ist demnach, unabhängig von möglichen zwischenzeitlichen Veräußerungen, gegeben durch den Barwert der zwischen dem Bewertungszeitpunkt $t=0$ und dem Liquidationszeitpunkt (einschließlich) anfallenden Zahlungen des Bewertungsobjekts.

---
[160] Vgl. für viele Kruschwitz (2002), S. 48 ff.; zum Zusammenhang der Bewertung mittels Barwertberechnung zum Zustands-Grenzpreismodell bei Vorliegen eines vollkommenen Kapitalmarkts unter Sicherheit Hering (1999), S. 41; Hering (2000), S. 366; Matschke/Brösel (2005), S. 225.

### 2.3.1.2 Modell mit Steuern

#### 2.3.1.2.1 Referenzsteuersystem

Nunmehr ist das Referenzsteuersystem in das mehrperiodige Bewertungskalkül zu integrieren. Es ist wiederum eine selbstfinanzierende Portfoliostrategie zu bestimmen, welche zur Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts führt. Ausgangspunkt ist die Periode $T$, in der das Bewertungsobjekt zum Preis $V_T$ veräußert wird. In Periode $T$ ergeben sich unter Berücksichtigung der Kreditaufnahme in Periode $T-1$ die Zahlungen

$$(2.177)\quad \begin{aligned} &C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v) + V_{T-1} \cdot s_v - n_{0,T-1} \cdot (1+i_{se}) = 0 \;\Leftrightarrow \\ &n_{0,T-1} = \frac{C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v) + V_{T-1} \cdot s_v}{(1+i_{se})} \;. \end{aligned}$$

Die Bestimmung des Duplikationsportfolios setzt nach Gleichung (2.177) die Kenntnis des Werts des Bewertungsobjekts $V_{T-1}$ in Periode $T-1$ voraus, da die Steuerzahlung in Periode $T$ an die Wertänderung $V_T - V_{T-1}$ anknüpft. Der Wert des Bewertungsobjekts $V_{T-1}$ ist nun zu definieren als der Preis des Duplikationsportfolios, welches in $T-1$ zu bilden ist, um die Zahlung in $T$ zu duplizieren, d.h. also $V_{T-1} = n_{0,T-1}$. Hiermit ergibt sich unter Berücksichtigung der periodischen Besteuerung der Wertänderungen aus Gleichung (2.177) der Wert des Bewertungsobjekts in Periode $T-1$ zu

$$(2.178)\quad \begin{aligned} &V_{T-1} = \frac{C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v) + V_{T-1} \cdot s_v}{(1+i_{se})} \;\Leftrightarrow\; V_{T-1} = \frac{C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v)}{(1+i_{se}-s_v)} \;\Leftrightarrow \\ &V_{T-1} = \frac{C_T \cdot (1-s_d)/(1-s_v) + V_T}{(1+i_s)} \end{aligned}$$

mit $i_s = i \cdot (1-s_e)/(1-s_v) = i_{se}/(1-s_v)$. Allgemein folgt mit der Definition des Werts in einer beliebigen Periode $t-1$ durch $V_{t-1} = n_{0,t-1}$ die rekursive Beziehung

$$(2.179)\quad V_{t-1} = \frac{C_t \cdot (1-s_d) + V_t \cdot (1-s_v) + V_{t-1} \cdot s_v}{(1+i_{se})} \;\Leftrightarrow\; V_{t-1} = \frac{C_t \cdot (1-s_d)/(1-s_v) + V_t}{(1+i_s)} \,.$$

Wird das rekursive Bewertungsproblem (2.179), ausgehend von Periode $T$, gelöst, so resultiert im Bewertungszeitpunkt $t=0$ der Wert[161]

$$(2.180)\quad V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \cdot (1-s_d)/(1-s_v)}{(1+i_s)^t} + \frac{V_T}{(1+i_s)^T} \,.$$

Da sich die auf die Wertänderungen des Bewertungsobjekts erhobenen Steuerzahlungen in den Kalkülen des Erwerbers und des Veräußerers nicht unterscheiden, stellt Gleichung (2.180) sowohl den Erwerbergrenzpreis als auch den Veräußerergrenzpreis dar. Der Wert des Bewertungsobjekts ergibt sich demnach als Summe der mit dem an die Besteuerung ange-

---

[161] Vgl. Schreiber (2008), S. 642 für den Fall $s_v = 0$.

passten sicheren Zinssatz berechneten Barwerte der Zahlungen des Bewertungsobjekts nach Steuern. Um das aus der periodischen Wertänderungsbesteuerung resultierende Zirkularitätsproblem zu lösen, ist im Rahmen der rekursiven Wertbestimmung jeweils der Zähler und der Nenner der Bewertungsgleichung (2.180) mit $1/(1-s_v)$ zu multiplizieren. Die Kenntnis des Basisprogramms ist, wie die vorstehenden Ausführungen zeigen, für die Wertbestimmung nicht erforderlich. Bei Integration des Referenzsteuersystems in das Bewertungskalkül liegt daher wiederum ein Separationsansatz vor.

Generiert das Bewertungsobjekt über den Zeitpunkt $T$ hinaus Zahlungen, so ergibt sich der Wert $V_T$ modellendogen als Grenzpreis dieser Zahlungen. Der Wert (Grenzpreis) in Periode $T$ ist hierbei analog zum Grenzpreis im Bewertungszeitpunkt $t=0$ gegeben durch den auf Basis steueradjustierter Größen ermittelten Barwert.[162] $V_T$ ist demnach eindeutig determiniert durch

$$(2.181)\, V_T = \sum_{t=T+1}^{T^l} \frac{C_t \cdot (1-s_d)/(1-s_v)}{(1+i_s)^{t-T}} + \frac{V_{T^l}}{(1+i_s)^{T^l-T}},$$

so dass unabhängig von der Veräußerung in $T$ (und ggf. weiterer zukünftiger Veräußerungen) der Wert des Bewertungsobjekts gegeben ist durch

$$(2.182)\, V_0 = \sum_{t=1}^{T^l} \frac{C_t \cdot (1-s_d)/(1-s_v)}{(1+i_s)^{t}} + \frac{V_{T^l}}{(1+i_s)^{T^l}} \quad .$$

Die Integration des Referenzsteuersystems in das Bewertungskalkül führt demnach zu Modellergebnissen, die denjenigen des Modells ohne Steuern weitgehend vergleichbar sind. Allerdings besteht die Notwendigkeit einer Definition der periodischen Wertänderung des Bewertungsobjekts zur Bestimmung der periodisch anfallenden Steuer auf Wertänderungen.[163]

#### 2.3.1.2.2 Besteuerung realisierter Wertänderungen

Werden Wertänderungen nicht in jeder Periode, sondern ausschließlich bei Realisierung durch einen Veräußerungsvorgang besteuert, so ist eine Unterscheidung zwischen Erwerberkalkül und Veräußererkalkül erforderlich.

Zunächst ist das Erwerberkalkül zu betrachten. Wird von einem Erwerb des Bewertungsobjekts zum Erwerbergrenzpreis $V_0^E$ ausgegangen, so stellt der Erwerbergrenzpreis die steuerlichen Anschaffungskosten des Bewertungsobjekts dar. Der Erwerber erzielt dann in Periode $T$ der Veräußerung oder Liquidation des Bewertungsobjekts einen steuerpflichtigen Veräußerungserfolg der Höhe $V_T - V_0^E$. Die Zahlung aus dem Bewertungsobjekt nach Steuern in Periode $T$ ist dann gegeben durch $C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v) + V_0^E \cdot s_v$. Ausgehend von dieser Zahlung, ist das Bewertungsproblem mittels Duplikation durch die sichere Anlage rekursiv zu lö-

---

[162] Allgemein stellen die Werte $V_{t-1}$ sowohl den Erwerbergrenzpreis als auch den Veräußerergrenzpreis aus Sicht der Periode $t-1$ dar.

[163] Für $s_v = 0$ entfällt diese Problematik.

sen. Wird der Wert des Zahlungsstroms in einer Periode $t-1$ analog zu den vorhergehenden Abschnitten als Preis des in Periode $t-1$ zu bildenden Duplikationsportfolios interpretiert, so ergibt sich der Wert $V_0$ der Zahlungen des Bewertungsobjekts im Bewertungszeitpunkt $t=0$ als Barwert der zukünftigen Zahlungen nach Steuern zu[164]

$$(2.183)\, V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \cdot (1-s_d)}{(1+i_{se})^t} + \frac{V_T \cdot (1-s_v) + V_0^E \cdot s_v}{(1+i_{se})^T}.$$

Der in Gleichung (2.183) ausgewiesene Wert $V_0$ entspricht definitionsgemäß dem Preis des in $t=0$ zu bildenden Duplikationsportfolios, so dass der Erwerbergrenzpreis aus der Bedingung

$$(2.184)\, -V_0^E + V_0 = 0$$

resultiert. Da $V_0$ die gesuchte Größe $V_0^E$ enthält, besteht ein Zirkularitätsproblem, welches durch Auflösung der Bedingung (2.183) nach $V_0^E$ zu lösen ist. Es resultiert der Erwerbergrenzpreis[165]

$$(2.185)\, V_0^E = \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \cdot (1-s_d)}{(1+i_{se})^t} + \frac{V_T \cdot (1-s_v)}{(1+i_{se})^T}\right] \cdot \left(1 - \frac{s_v}{(1+i_{se})^T}\right)^{-1}.$$

Beim Veräußererkalkül ist analog vorzugehen. Unter Berücksichtigung der steuerlichen Anschaffungskosten $AK_B$ des Bewertungsobjekts ergeben sich im Fall des Verzichts auf die Veräußerung in Periode $T$ Zahlungen nach Steuern in Höhe von $C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v) + AK_B \cdot s_v$. Der Wert der bei Verzicht auf die Veräußerung aus dem Bewertungsobjekt resultierenden Zahlungen in $t=0$ ist dann gegeben durch

$$(2.186)\, V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \cdot (1-s_d)}{(1+i_{se})^t} + \frac{V_T \cdot (1-s_v) + AK_B \cdot s_v}{(1+i_{se})^T}.$$

Da der in Gleichung (2.186) ausgewiesene Wert annahmegemäß den Preis des Duplikationsportfolios darstellt, ergibt sich der Veräußerergrenzpreis aus der Bedingung

$$(2.187)\, V_0^V - (V_0^V - AK_B) \cdot s_v - V_0 = 0$$

und es folgt nach Umformung der Veräußerergrenzpreis[166]

---

[164] Die in Gleichung (2.180) vorgenommene Anpassung an die periodische Wertänderungsbesteuerung ist hierbei zu unterlassen. Weiterhin ist zu beachten, dass der Preis des in Periode $t-1>0$ zu bildenden Duplikationsportfolios weder einen Erwerbergrenzpreis noch einen Veräußerergrenzpreis darstellt, da sich in Periode $T$ die Zahlung $C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v) + V_0^E \cdot s_v$ ausschließlich im Fall des Erwerbs in $t=0$ ergibt, nicht jedoch im Fall des Erwerbs in $t-1>0$; im letzteren Fall müsste bei der Zahlung der Periode $T$ die Komponente $V_0^E \cdot s_v$ durch $V_{t-1}^E \cdot s_v$ ersetzt werden, um den korrekten Erwerbergrenzpreis für $t-1>0$ zu erhalten.

[165] Vgl. Schreiber (2008), S. 755; Schreiber (2007), S. 1685; Rogall (2003), S. 38; Elser (2000), S. 66-67.

[166] Vgl. Schreiber (2008), S. 755; Schreiber (2007), S. 1685; Rogall (2003), S. 31; Elser (2000), S. 63-64.

$$(2.188)\, V_0^V = \left[ \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \cdot (1-s_d)}{(1+i_{se})^t} + \frac{V_T \cdot (1-s_v)}{(1+i_{se})^T} - \frac{AK_B \cdot s_v \cdot \left[(1+i_{se})^T - 1\right]}{(1+i_{se})^T} \right] \cdot (1-s_v)^{-1}.$$

Die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer fallen demnach, bedingt durch die an die Realisierung der Wertänderungen durch Veräußerungsvorgänge anknüpfende Besteuerung, auseinander. Die Bedingung $V_0^E \geq V_0^V$ für das Bestehen eines Einigungsbereichs konkretisiert sich ausgehend von den Gleichungen (2.185) und (2.188) zu $AK_B \geq V_0^E$.[167] Die steuerlichen Anschaffungskosten des Veräußerers müssen demnach die steuerlichen Anschaffungskosten des Erwerbers, welche dem Erwerbergrenzpreis entsprechen, übersteigen, damit ein Einigungsbereich besteht. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so resultiert der bekannte Lock-In-Effekt der Veräußerungsgewinnbesteuerung.[168] Trotz der an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung reicht zur Lösung des Bewertungsproblems ein Partialkalkül aus.

Nunmehr ist die Bestimmung des Wertes $V_T$ für den Fall zu analysieren, dass das Bewertungsobjekt in Periode $T$ veräußert wird. $V_T$ stellt in diesem Fall den Erlös dar, der bei Veräußerung in Periode $T$ erzielt werden kann.[169] Einerseits ist klar, dass es sich hierbei um einen Grenzpreis oder einen innerhalb eines positiven Einigungsbereichs befindlichen Wert handelt. Unklar ist allerdings, ob ein Erwerbergrenzpreis oder ein Veräußerergrenzpreis anzusetzen ist bzw. unter welchen Prämissen ggf. der Einigungsbereich zu ermitteln ist. Der Veräußerungserlös $V_T$ ist demnach nicht eindeutig determinierbar. Um das Bewertungsproblem dennoch zu lösen, sind Prämissen bezüglich der Bestimmung von $V_T$ erforderlich. Diesbezüglich kann beispielsweise angenommen werden, dass es sich um einen Erwerbergrenzpreis handelt.[170] Zur Ermittlung von $V_T$ sind somit die zukünftigen Zahlungen aus Sicht eines Investors zu bewerten, welcher das Bewertungsobjekt in Periode $T$ erwirbt. Veräußert dieser Erwerber das Bewertungsobjekt wiederum vor dem Zeitpunkt $T^l$ der Liquidation, so ist sein modellendogener Veräußerungserlös analog zu bestimmen; diese Vorgehensweise ist für alle zukünftigen Veräußerungsvorgänge entsprechend durchzuführen. Im Ergebnis ist die Bewertung rekursiv, ausgehend von der Periode der Liquidation oder im Unendlichkeitskalkül ausgehend vom Grenzpreis des letzten Erwerbers, durchzuführen.[171] Abschließend soll eine konkrete Bestimmungsgleichung für $V_T$ angegeben werden. Hierzu wird vorausgesetzt, dass zwischen den Perioden $T$ und $T^l$ das Bewertungsobjekt insgesamt $a$ mal jeweils zum Erwerbergrenzpreis in gleichmäßigen Zeitabständen veräußert wird; die Differenz $T^l - T$ ist demnach durch $a$ teilbar und es sei $(T^l - T)/a = x$ die Haltedauer der zukünftigen Erwerber. Unter diesen Bedingungen resultiert

---

[167] Da die Grenzpreise von der Periode $T$ abhängig sind, in der das Bewertungsobjekt veräußert wird, ergeben sich Auswirkungen auf den Einigungsbereich, wenn der Erwerber und der Veräußerer ihren Bewertungskalkülen abweichende Veräußerungszeitpunkte zu Grunde legen.

[168] Vgl. Fn. (89).

[169] Vgl. König/Wosnitza (2000), S. 786.

[170] Dies wird implizit bei König/Wosnitza (2000), S. 786, 788-789; Sureth (2006), S. 65-66, 67-69 unterstellt.

[171] Vgl. König/Wosnitza (2000), S. 789-791.

$$(2.189)\, V_T = \sum_{j=1}^{a}\left[\sum_{t=T+(j-1)\cdot x+1}^{T+j\cdot x}\left(\frac{C_t\cdot(1-s_d)}{(1+i_{se})^{t-T}}\right)\cdot\left(1-\frac{s_v}{(1+i_{se})^x}\right)^{-j}\right]+\frac{V_{T^l}\cdot(1-s_v)}{(1+i_{se})^{a\cdot x}}\cdot\left(1-\frac{s_v}{(1+i_{se})^x}\right)^{-a}$$

aus der rekursiven Lösung des Bewertungsproblems.

#### 2.3.1.2.3 Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen

Nunmehr ist zu analysieren, wie die Grenzpreise zu ermitteln sind, wenn eine unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen vorliegt. Diesbezüglich kann auf die Ausführungen im einperiodigen Modell unter Sicherheit des Abschnitts 2.2.1.2.3 zurückgegriffen werden. Demnach ist die Bewertung im Rahmen eines Totalmodells durchzuführen, welches das Basisprogramm des Erwerbers bzw. Veräußerers explizit in das Bewertungskalkül einbezieht. Die Ermittlung der Grenzpreise erfordert eine Anpassung des Diskontierungssatzes an die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen. Diese bildet im Erwerberkalkül (Veräußererkalkül) den Anteil $1-a_a^y$ der Minderung (Erhöhung) des Bestands der sicheren Anlage bzw. den Anteil $a_a^y$ der Kreditaufnahme (Kreditrückzahlung) am insgesamt erforderlichen Duplikationsportfolio ab. Dieses Ergebnis bleibt im Mehrperiodenkalkül erhalten, wobei grundsätzlich von periodenspezifischen Anteilen $1-a_{a,t}^y$ und $a_{a,t}^y$ auszugehen ist. Im Folgenden bezeichnet

$$(2.190)\, i_t^y = i\cdot\left[1-s_h+a_{a,t}^y\cdot(s_h-s_s)\right]$$

den an die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen angepassten Mischzinssatz in Periode $t$ des Erwerbers oder Veräußerers.

Bei Annahme einer periodischen Besteuerung von Wertänderungen und Definition des für Erwerber und Veräußerer nunmehr unterschiedlichen Werts des Bewertungsobjekts in Periode $t-1$ durch $V_{t-1}^y = n_{0,t-1}^y$ folgt die rekursive Beziehung

$$(2.191)\, V_{t-1}^y = \frac{C_t\cdot(1-s_d)+V_t^y\cdot(1-s_v)+V_{t-1}^y\cdot s_v}{1+i_t^y} \Leftrightarrow V_{t-1}^y = \frac{C_t\cdot(1-s_d)/(1-s_v)+V_t^y}{1+i_t^y/(1-s_v)}$$

und der Grenzpreis im Bewertungszeitpunkt in $t=0$

$$(2.192)\, V_0^y = \sum_{t=1}^{T}\frac{C_t\cdot(1-s_d)/(1-s_v)}{\prod_{\tau=1}^{t}(1+i_\tau^y)}+\frac{V_T}{\prod_{\tau=1}^{T}(1+i_\tau^y)}.$$

Aufgrund der Abhängigkeit des Diskontierungsfaktors vom Basisprogramm gilt im Allgemeinen $V_0^E \neq V_0^V$, wobei eindeutige Aussagen bezüglich der Relation der beiden Grenzpreise nicht möglich sind. Lediglich für den Fall, dass in jeder Periode die Mischzinssätze von Erwerber und Veräußerer identisch sind, d.h. $i_t^E = i_t^V$ für alle $t$, resultiert grundsätzlich $V_0^E = V_0^V$.[172]

Werden ausschließlich realisierte Wertänderungen besteuert, so ergeben sich die Grenzpreise analog zu Abschnitt 2.3.1.2.2 unter Verwendung der Mischzinssätze. Es folgen der Erwerbergrenzpreis

$$(2.193)\, V_0^E = \left[ \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \cdot (1-s_d)}{\prod_{\tau=1}^{t} \left(1+i_\tau^y\right)} + \frac{V_T \cdot (1-s_v)}{\prod_{\tau=1}^{T} \left(1+i_\tau^y\right)} \right] \cdot \left( 1 - \frac{s_v}{\prod_{\tau=1}^{T} \left(1+i_\tau^y\right)} \right)^{-1}$$

sowie der Veräußerergrenzpreis

$$(2.194)\, V_0^V = \left[ \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \cdot (1-s_d)}{\prod_{\tau=1}^{t} \left(1+i_\tau^y\right)} + \frac{V_T \cdot (1-s_v)}{\prod_{\tau=1}^{T} \left(1+i_\tau^y\right)} - \frac{AK_B \cdot s_v \cdot \left[ \prod_{\tau=1}^{T} \left(1+i_\tau^y\right) - 1 \right]}{\prod_{\tau=1}^{T} \left(1+i_\tau^y\right)} \right] \cdot (1-s_v)^{-1}.$$

Insbesondere zu erwähnen ist das im Rahmen der Ermittlung des Erwerbergrenzpreises $V_0^E$ auftretende Zirkularitätsproblem. Der Erwerber erhält nach Steuern in Periode $T$ die Zahlung $C_T \cdot (1-s_d) + V_T \cdot (1-s_v) + V_0^E \cdot s_v$, welche durch Diskontierung mit den periodenspezifischen Diskontierungsfaktoren zu bewerten ist. $V_0^E$ kann hierbei erst bestimmt werden, wenn die bewertungsrelevanten Duplikationsportfolios, aus denen sich die Mischzinssätze ergeben, bis zum Bewertungszeitpunkt $t = 0$ ermittelt sind. Die Bestimmung der in den Mischzinssätzen enthaltenen Anteile $1 - a_{a,t}^E$ und $a_{a,t}^E$ setzt jedoch die Kenntnis der zu duplizierenden Zahlungen voraus, welche im Fall der in Periode $T$ erfolgenden Zahlung $s_v \cdot V_0^E$ wiederum die Kenntnis der Mischzinssätze erfordert. Das zu lösende Zirkularitätsproblem umfasst daher mehrere Perioden.

Abschließend ist die Bestimmung des Veräußerungspreises $V_T$ in Periode $T$ zu betrachten. Dieser ist nunmehr weder im Fall der periodischen noch im Fall der an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung von Wertänderungen eindeutig determiniert, da in Abhängigkeit von dem Investor, dessen Bewertungskalkül der Ermittlung von $V_T$ zu Grunde gelegt wird, unterschiedliche Diskontierungsfaktoren zur Anwendung kommen können. Um $V_T$ zu bestimmen sind daher zusätzliche Prämissen erforderlich. Beispielsweise könnte angenommen werden, dass $V_T$ durch das Kalkül eines zukünftigen Erwerbers bestimmt ist, der ausschließlich mit

---

[172] $V_0^E = V_0^V$ kann auch dann resultieren, wenn sich die Mischzinssätze von Erwerber und Veräußerer in allen Perioden unterscheiden, sich die hieraus resultierenden Effekte auf den Grenzpreis jedoch genau ausgleichen. Dies dürfte allenfalls zufällig gegeben sein.

$i \cdot (1 - s_h)$ oder ausschließlich mit $i \cdot (1 - s_s)$ diskontiert.[173] Bei an die Realisierung anknüpfender Besteuerung von Wertänderungen sind dann zusätzliche Prämissen bezüglich der Haltedauer erforderlich; diesbezüglich kann auf Abschnitt 2.3.1.2.2 verwiesen werden.

### 2.3.2 Vollständiger Kapitalmarkt bei Unsicherheit

#### 2.3.2.1 Modell ohne Steuern

Liegt ein arbitragefreier, vollständiger Kapitalmarkt bei Unsicherheit vor, so erfolgt die Bewertung durch Duplikation mittels einer selbstfinanzierenden Portfoliostrategie im Rahmen des Separationsansatzes.[174] Formal lässt sich nachweisen, dass ein stochastischer Diskontierungsfaktor $\widetilde{Q}_t$ existiert, welcher es ermöglicht, den auf den Informationsstand $t-1$ bedingten Preis $\widetilde{P}_{j,t-1}$ eines beliebigen Basiswertpapiers $j$ in Periode $t-1$ wie folgt darzustellen:[175]

$$(2.195)\ \widetilde{P}_{j,t-1} = \widetilde{E}_{t-1}\left[\frac{\widetilde{Q}_t}{\widetilde{Q}_{t-1}} \cdot \left(\widetilde{C}_{j,t} + \widetilde{P}_{j,t}\right)\right] .$$

Der Preis $\widetilde{P}_{j,t-1}$ ergibt sich demnach als auf den Informationsstand $t-1$ bedingter Erwartungswert des Produkts aus dem stochastischem Diskontierungsfaktor und den Rückflüssen des Wertpapiers $j$ in Periode $t$. Für $t-1=0$ gilt $Q_0 = 1$. Da stochastische Diskontierungsfaktoren und risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten lediglich unterschiedliche Darstellungsformen der gleichen Bewertungskonzeption sind, lässt sich Gleichung (2.195) in eine auf risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten basierende Darstellung überführen. Die mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten definierte Preisgleichung lautet

$$(2.196)\ \widetilde{P}_{j,t-1} = \frac{\widetilde{E}^{Q}_{t-1}\left\{ \widetilde{C}_{j,t} + \widetilde{P}_{j,t} \right\}}{1+i} .$$

Der bedingte Preis ergibt sich demnach durch Bildung des auf den Informationsstand $t-1$ bedingten Erwartungswerts unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß und Diskontierung mit dem sicheren Zinssatz. Für die sichere Anlage folgt[176]

$$(2.197)\ 1 = \widetilde{E}_{t-1}\left[\frac{\widetilde{Q}_t}{\widetilde{Q}_{t-1}} \cdot (1+i)\right] = \frac{\widetilde{E}^{Q}_{t-1}\left\{ 1+i \right\}}{1+i} .$$

Die Gleichungen (2.196) und (2.197) gelten für jedes Wertpapier und jedes Portfolio. Der Preis eines aus mehreren Wertpapieren bestehenden Portfolios $P$ mit den Rückflüssen

$$(2.198)\ \widetilde{Y}_{P,t} = \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1} \cdot \left(\widetilde{C}_{j,t} + \widetilde{P}_{j,t}\right) + \widetilde{n}_{0,t-1} \cdot (1+i)$$

ist demnach gegeben durch den definitorischen Zusammenhang

---

[173] Vgl. zu diesen Spezialfällen Georgi (1994), S. 24-25.
[174] Vgl. Abschnitt 2.1.3.1.
[175] Vgl. Wilhelm (2005), S. 635; Wilhelm/Schosser (2007), S. 139; Wilhelm (1983a), S. 141.
[176] Vgl. Wilhelm (2005), S. 635; Wilhelm/Schosser (2007), S. 139.

$$\tilde{P}_{P,t-1} = \tilde{E}_{t-1}\left[\frac{\tilde{Q}_t}{\tilde{Q}_{t-1}} \cdot \tilde{Y}_{P,t}\right] = \tilde{E}_{t-1}\left[\frac{\tilde{Q}_t}{\tilde{Q}_{t-1}} \cdot \left[\sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1} \cdot \left(\tilde{C}_{j,t} + \tilde{P}_{j,t}\right) + \tilde{n}_{0,t-1} \cdot (1+i)\right]\right]$$

$$(2.199) \qquad = \frac{\tilde{E}^Q_{t-1}\left\{ \tilde{Y}_{P,t} \right\}}{1+i} = \frac{\tilde{E}^Q_{t-1}\left\{ \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1} \cdot \left(\tilde{C}_{j,t} + \tilde{P}_{j,t}\right) + \tilde{n}_{0,t-1} \cdot (1+i) \right\}}{1+i} \quad .$$

$$= \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,t-1} \cdot \tilde{P}_{j,t-1} + \tilde{n}_{0,t-1} \quad .$$

Mittels Gleichung (2.199) lässt sich das Bewertungsobjekt mittels rekursiver Vorgehensweise bewerten. Hierzu wird der bedingte Wert $\tilde{V}_{t-1}$ des Bewertungsobjekts in Periode $t-1$ als Preis des in Periode $t-1$ zu bildenden Duplikationsportfolios definiert. In Periode $T$, in der eine Veräußerung zum gegebenen Preis $\tilde{V}_T$ erfolgt, sei das Duplikationsportfolio $P$ gegeben durch die Bedingung $\tilde{C}_T + \tilde{V}_T - \tilde{Y}_{P,T} = 0$. Hiermit ergibt der bedingte Wert des Bewertungsobjekts (= Preis des in $T-1$ zu bildenden Duplikationsportfolios) unter Verwendung der Darstellung mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten zu

$$(2.200)\, \tilde{V}_{T-1} = \tilde{P}_{P,T-1} = \sum_{j=1}^{J} \tilde{n}_{j,T-1} \cdot \tilde{P}_{j,T-1} + \tilde{n}_{0,T-1} = \frac{\tilde{E}^Q_{T-1}\left\{ \tilde{Y}_{P,T} \right\}}{1+i} = \frac{\tilde{E}^Q_{T-1}\left\{ \tilde{C}_T + \tilde{V}_T \right\}}{1+i} \quad .$$

Für Periode $T-2$ folgt entsprechend aus der Bedingung $\tilde{C}_{T-1} + \tilde{V}_{T-1} - \tilde{Y}_{P,T-1} = 0$

$$\tilde{V}_{T-2} = \tilde{P}_{P,T-2} = \frac{\tilde{E}^Q_{T-1}\left\{ \tilde{Y}_{P,T-2} \right\}}{1+i} = \frac{\tilde{E}^Q_{T-2}\left\{ \tilde{C}_{T-1} + \tilde{V}_{T-1} \right\}}{1+i}$$

$$(2.201) \qquad = \frac{\tilde{E}^Q_{T-2}\left\{ \tilde{C}_{T-2} \right\}}{1+i} + \frac{\tilde{E}^Q_{T-2}\left\{ \tilde{C}_T + \tilde{V}_T \right\}}{(1+i)^2} \quad .$$

Allgemein gilt die rekursive Beziehung

$$(2.202)\, \tilde{V}_{t-1} = \frac{\tilde{E}^Q_{t-1}\left(\tilde{C}_t + \tilde{V}_t\right)}{1+i} \quad .$$

Wird das rekursive Bewertungsproblem, ausgehend von einer Periode $T$ gelöst, so folgt für den Wert im Bewertungszeitpunkt $t = 0$[177]

$$(2.203)\, V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{E^Q_0\left(\tilde{C}_t\right)}{(1+i)^t} + \frac{E^Q_0\left(\tilde{V}_T\right)}{(1+i)^T} \quad .$$

[177] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 26-28; Rapp (2006), S. 775 zur Darstellung mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten; Wilhelm (2005a), S. 638-639 zur Darstellung mittels des stochastischen Diskontierungsfaktors bzw. des Risikobewertungsfaktors.

Der Wert des Bewertungsobjekts ergibt sich nach Gleichung (2.203) als Barwert der marktbestimmten Sicherheitsäquivalente der Zahlungen des Bewertungsobjekts. Gleichung (2.203) stellt entsprechend dem Einperiodenmodell sowohl den Erwerbergrenzpreis als auch den Veräußerergrenzpreis für das Bewertungsobjekt dar. Die Werte $\widetilde{V}_{t-1}$ können als zukünftige bedingte Grenzpreise interpretiert werden.

Abschließend ist die Bestimmung des Veräußerungspreises $\widetilde{V}_T$ in Periode $T$ zu betrachten, welcher nunmehr einen bedingten (aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ stochastischen) Grenzpreis darstellt. Dieser ist unter den gegebenen Annahmen für Erwerber und Veräußerer identisch und somit eindeutig determiniert. Die Bewertungsgleichung lautet

$$(2.204)\; \widetilde{V}_T = \sum_{t=T+1}^{T^l} \frac{\widetilde{E}_T^Q\left(\widetilde{C}_t\right)}{\left(1+i\right)^{t-T}} + \frac{\widetilde{E}_T^Q\left(\widetilde{V}_{T^l}\right)}{\left(1+i\right)^{T^l-T}}.$$

$\widetilde{V}_T$ ist demnach gegeben durch den Barwert der marktbestimmten Sicherheitsäquivalente der zwischen dem Bewertungszeitpunkt $T$ und dem Liquidationszeitpunkt (einschließlich) anfallenden Zahlungen des Bewertungsobjekts.

#### 2.3.2.2 Modell mit Steuern

##### 2.3.2.2.1 Referenzsteuersystem

Bei Vorliegen des Referenzsteuersystems gelten die grundlegenden Ergebnisse des einperiodigen Modells auch im Mehrperiodenkontext. Es ist demnach möglich, die Bewertung von den Konsumentscheidungen der Investoren zu separieren. Die formale Darstellung des Bewertungskalküls entspricht weitgehend der formalen Darstellung des Mehrperiodenmodells ohne Steuern. Es lässt sich auch für das Modell mit Steuern nachweisen, dass ein stochastischer Diskontierungsfaktor $\widetilde{Q}_t$ existiert, welcher es ermöglicht, den auf den Informationsstand $t-1$ bedingten Preis $\widetilde{P}_{j,t-1}$ eines beliebigen Basiswertpapiers $j$ in Periode $t-1$ wie folgt darzustellen:[178]

$$(2.205)\; \widetilde{P}_{j,t-1} = \widetilde{E}_{t-1}\left[\frac{\widetilde{Q}_t}{\widetilde{Q}_{t-1}} \cdot \left(\widetilde{C}_{j,t} \cdot \left(1-s_d\right) + \widetilde{P}_{j,t} \cdot \left(1-s_v\right) + \widetilde{P}_{j,t-1} \cdot s_v\right)\right],$$

wobei $Q_0 = 1$ für $t-1=0$ gilt. Gleichung (2.205) lässt sich mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten darstellen als

$$(2.206)\; \widetilde{P}_{j,t-1} = \frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{\widetilde{C}_{j,t} \cdot \left(1-s_d\right) + \widetilde{P}_{j,t} \cdot \left(1-s_v\right) + \widetilde{P}_{j,t-1} \cdot s_v\right\}}{1+i_{se}}.$$

Der Preis ergibt sich demnach durch Bildung des auf den Informationsstand $t-1$ bedingten Erwartungswerts unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß und Diskontierung mit dem sicheren Zinssatz nach Steuern. Es ist darauf hinzuweisen, dass zwischen dem risiko-

[178] Vgl. Wilhelm/Schosser (2007), S. 143.

neutralen Wahrscheinlichkeitsmaß (bzw. dem stochastischen Diskontierungsfaktor) im Modell mit Steuern und dem Modell ohne Steuern kein expliziter Zusammenhang besteht.[179] Für die sichere Anlage folgt[180]

$$(2.207)\; 1 = \widetilde{E}_{t-1}\left[\frac{\widetilde{Q}_t}{\widetilde{Q}_{t-1}} \cdot (1+i_{se})\right] = \frac{\widetilde{E}^Q_{t-1}\left\{1+i_{se}\right\}}{1+i_{se}} \;.$$

Die Gleichungen (2.206) und (2.207) gelten für jedes Wertpapier und jedes Portfolio. Der Preis eines aus mehreren Wertpapieren bestehenden Portfolios $P$ mit den Rückflüssen

$$(2.208)\; \widetilde{Y}_{P,t} = \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1} \cdot \left(\widetilde{C}_{j,t} \cdot (1-s_d) + \widetilde{P}_{j,t} \cdot (1-s_v) + \widetilde{P}_{j,t-1} \cdot s_v\right) + \widetilde{n}_{0,t-1} \cdot (1+i_{se})$$

ist demnach gegeben durch den definitorischen Zusammenhang

$$\widetilde{P}_{P,t-1} = \widetilde{E}_{t-1}\left[\frac{\widetilde{Q}_t}{\widetilde{Q}_{t-1}} \cdot \widetilde{Y}_{P,t}\right] = \widetilde{E}_{t-1}\left[\frac{\widetilde{Q}_t}{\widetilde{Q}_{t-1}} \cdot \left[\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1} \cdot \left(\widetilde{C}_{j,t} \cdot (1-s_d) + \widetilde{P}_{j,t} \cdot (1-s_v) + \widetilde{P}_{j,t-1} \cdot s_v\right) \\ + \widetilde{n}_{0,t-1} \cdot (1+i_{se}) \end{array}\right]\right]$$

$$(2.209)\quad = \frac{\widetilde{E}^Q_{t-1}\left\{\widetilde{Y}_{P,t}\right\}}{1+i} = \frac{\widetilde{E}^Q_{t-1}\left\{\sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1} \cdot \left(\widetilde{C}_{j,t} \cdot (1-s_d) + \widetilde{P}_{j,t} \cdot (1-s_v) + \widetilde{P}_{j,t-1} \cdot s_v\right) + \widetilde{n}_{0,t-1} \cdot (1+i_{se})\right\}}{1+i_{se}}$$

$$= \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}_{j,t-1} \cdot \widetilde{P}_{j,t-1} + \widetilde{n}_{0,t-1} \;.$$

Die weitere Vorgehensweise entspricht dem Modell ohne Steuern. Wird der auf den Informationsstand der Periode $t-1$ bedingte Wert $\widetilde{V}_{t-1}$ des Bewertungsobjekts als Preis des in Periode $t-1$ zu bildenden Duplikationsportfolios definiert, so folgt die die rekursive Beziehung

$$(2.210)\quad \begin{aligned} \widetilde{V}_{t-1} &= \frac{\widetilde{E}^Q_{t-1}(\widetilde{C}_t) \cdot (1-s_d) + \widetilde{E}^Q_{t-1}(\widetilde{V}_t) \cdot (1-s_v) + \widetilde{V}_{t-1} \cdot s_v}{1+i_{se}} \quad \Leftrightarrow \\ \widetilde{V}_{t-1} &= \frac{\widetilde{E}^Q_{t-1}(\widetilde{C}_t) \cdot (1-s_d)/(1-s_v) + \widetilde{E}^Q_{t-1}(\widetilde{V}_t)}{1+i_s} \end{aligned}$$

mit $i_s = i \cdot (1-s_e)/(1-s_v) = i_{se}/(1-s_v)$. Wird das rekursive Bewertungsproblem ausgehend von Periode $T$ gelöst, in der das Bewertungsobjekt zum Preis $\widetilde{V}_T$ veräußert wird, so folgt für den Wert im Bewertungszeitpunkt

[179] Vgl. Wilhelm/Schosser (2007), S. 144; Wilhelm (2005b), S. 1010. Eine ausführliche Erläuterung dieser Problematik findet sich in Abschnitt 2.4.3.

[180] Dieser Zusammenhang resultiert für die hier angenommenen einperiodigen Mittelanlagen. Bei Zero-Bonds mit mehrperiodiger (Rest-)Laufzeit ist zu beachten, dass die Besteuerung endfällig erfolgt, so dass sich abweichende Preisgleichungen ergeben; vgl. hierzu Wilhelm/Schosser (2007), S. 145-146.

$$(2.211)\, V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\left(1-s_d\right)/\left(1-s_v\right)}{\left(1+i_s\right)^t} + \frac{E_0^Q\left(\widetilde{V}_T\right)}{\left(1+i_s\right)^T} \quad .$$

Gleichung (2.211) stellt entsprechend dem Modell ohne Steuern sowohl den Erwerbergrenzpreis als auch den Veräußerergrenzpreis dar. Der Preis $\widetilde{V}_T$ ist analog zum Modell ohne Steuern eindeutig determiniert durch

$$(2.212)\, \widetilde{V}_T = \sum_{t=T+1}^{T^l} \frac{\widetilde{E}_T^Q\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\left(1-s_d\right)/\left(1-s_v\right)}{\left(1+i_s\right)^{t-T}} + \frac{\widetilde{E}_T^Q\left(\widetilde{V}_{T^l}\right)}{\left(1+i_s\right)^{T^l-T}} .$$

Die Integration des Referenzsteuersystems in das Bewertungsmodell hat demnach keine Auswirkungen auf die Struktur der Modellergebnisse.

#### 2.3.2.2.2 Besteuerung realisierter Wertänderungen

##### 2.3.2.2.2.1 Zirkularitätsprobleme

Bei Bewertung im Mehrperiodenmodell im Fall der an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung von Wertänderungen gelten weiterhin die Ergebnisse des Einperiodenkalküls, wonach eine Separation der Konsumentscheidung und der Bewertung nicht möglich ist. Da sich die Modellierung als wesentlich komplizierter erweist als in den vorstehend betrachteten Modellvarianten, wird die Darstellung auf den Fall des Erwerberkalküls beschränkt. Dies reicht aus, um die spezifischen Probleme des Mehrperiodenkalküls, welche im Wesentlichen in der Lösung von Zirkularitätsproblemen bestehen, zu verdeutlichen. Die Analyse erfolgt – abweichend von den vorstehend betrachteten Modellvarianten – mittels eines Zahlenbeispiels. Hierzu wird ein zweiperiodiges Binomialmodell verwendet. Die Bewertung erfolgt mittels Duplikation. Effekte, die sich aus einer für den Erwerber möglicher Weise vorteilhaften Änderung der Risikoposition des Bewertungsprogramms gegenüber der Risikoposition des Basisprogramms ergeben, werden vereinfachend vernachlässigt.

Der Erwerber kann in $t=0$ ein Bewertungsobjekt erwerben, welches er in Periode $t=2$ zu einem exogen gegebenen, unsicheren Wert $\widetilde{V}_2$ veräußert. Gegeben ist weiterhin die Preisentwicklung eines risikobehafteten Wertpapiers $W$ über zwei Perioden und eine sichere Anlagemöglichkeit zum Zinssatz nach Steuern $i_{se}=0{,}1$. Der Veräußerungsgewinnsteuersatz beträgt $s_v=0{,}2$. Vereinfachend wird angenommen, dass das Bewertungsobjekt und das Wertpapier $W$ in $t=1$ und $t=2$ keine Ausschüttungen generieren. Die Preisentwicklung $\left(\widetilde{P}_t\right)$ von Wertpapier $W$ und die Zuflüsse aus dem Bewertungsobjekt $\left(\widetilde{V}_2\right)$ sind in Abbildung 2.1 dargestellt.

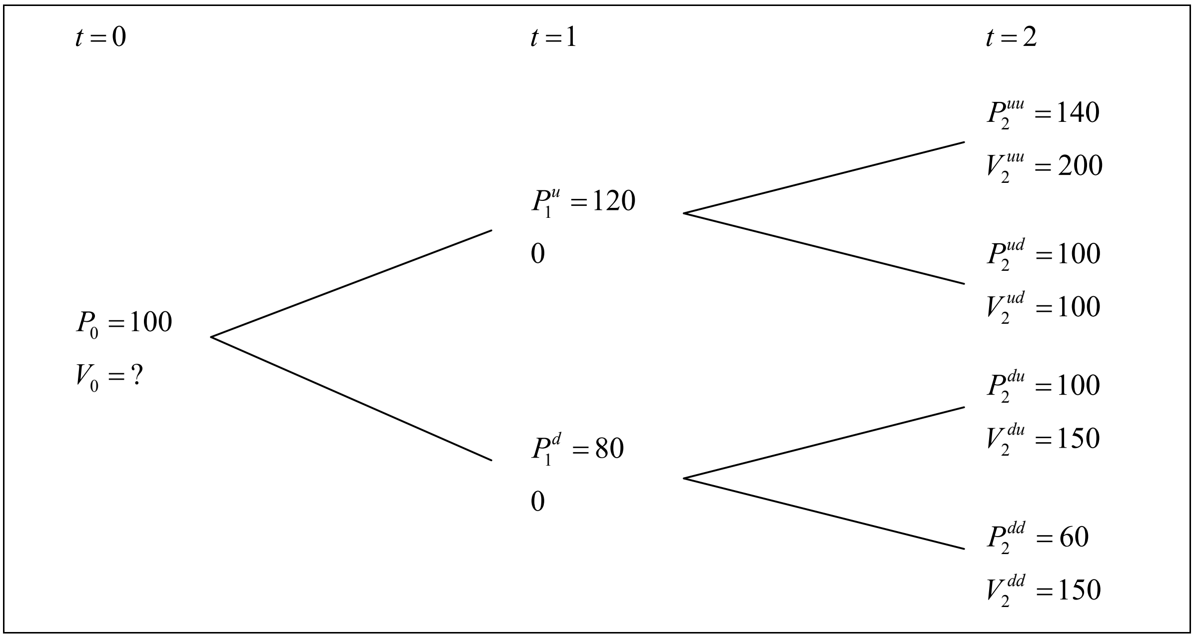


Abbildung 2.1: Ausgangsdaten im zweiperiodigen Binomialmodell

Ausgehend von Periode $t=2$, ist nun der Grenzpreis des Erwerbers mittels einer selbstfinanzierenden Portfoliostrategie rekursiv zu bestimmen. Im Folgenden bezeichnet $n_{j,t}^{*,z}$ bzw. $n_{j,t}^{z}$ die Anzahl von Wertpapier $j$ in Periode $t$, welche in Zustand $z \in \{u\,;d\}$ im Basisprogramm bzw. im Duplikationsportfolio enthalten ist; das Superskript „$E$" wird zur Vereinfachung der Notation vernachlässigt, da ausschließlich das Erwerberkalkül betrachtet wird. Das Basisprogramm wurde bereits ermittelt und es gelten die Werte $\Delta n_{1,1}^{*,u}=3$, $\Delta n_{1,1}^{*,d}=2$ und $\Delta n_{1,0}^{*}=4$.

Tritt in Periode $t=1$ der Zustand u ein, so ist Wertpapier $W$ mit einer positiven Anzahl $n_{1,1}^{u}>0$ in dem in Periode $t=1$ zu bildenden Duplikationsportfolio enthalten, da die Rückflüsse des Bewertungsobjekts und der Preis von $W$ in $t=2$ aus Sicht von Zustand u in Periode $t=1$ positiv korreliert sind. Es ist allerdings unklar, ob in Periode $t=1$ im Vergleich zum in Periode $t=0$ gebildeten Duplikationsportfolio eine Erhöhung $\left(\Delta n_{1,1}^{u}>0\right)$ oder eine Reduzierung $\left(\Delta n_{1,1}^{u}<0\right)$ der Anzahl von Wertpapier $W$ erfolgt; auch ist das Vorzeichen von $n_{1,0}^{u}$ unbekannt. Weiterhin ist das für die Bewertung relevante Verhältnis der Änderung des Basisprogramms $\Delta n_{1,1}^{*,u}$ bzw. $\Delta n_{1,0}^{*}$ und der Änderung des Duplikationsportfolios $\Delta n_{1,1}^{u}$ bzw. $n_{1,0}$ nicht bekannt. Diese für die Duplikation erforderlichen Werte können erst bestimmt werden, wenn die selbstfinanzierende Strategie bis zum Bewertungszeitpunkt determiniert ist.

Um das Bewertungsproblem dennoch zu lösen, wird zunächst die Bewertung unter den Annahmen $\Delta n_{1,0}^{*}>n_{1,0}>0$ und $\Delta n_{1,1}^{*,u}>\Delta n_{1,1}^{u}>0$ durchgeführt und anschließend die Konsistenz dieser Annahmen überprüft. Die erste Annahme impliziert, dass die in $t=0$ aus der Bildung des Duplikationsportfolios resultierende Minderung der Anzahl von $W$ durch einen Verzicht auf eine im Basisprogramm vorgesehene Bestandserhöhung erfolgt, so dass die im Kalkül zu berücksichtigenden steuerlichen Anschaffungskosten von $W$ in $t=0$ durch $P_0$ gegeben sind.

Die zweite Annahme impliziert, dass in $t=1$ im Vergleich zum Basisprogramm ein Verzicht auf eine Bestandserhöhung, jedoch keine Bestandsminderung erfolgt, so dass im Zustand u von $t=1$ ein steuerpflichtiger Veräußerungsgewinn vermieden werden kann. Bei der Bestimmung des Duplikationsportfolios ist weiterhin zu beachten, dass die Anschaffungskosten der Wertpapiere $W$ abhängig von der Periode des Erwerbs sind. Für den Zustand uu folgt demnach die Bedingung

$$V_2^{uu}\cdot(1-s_v)+V_0\cdot s_v-\left[n_{1,1}^u\cdot P_2^{uu}-\ \left[\left(n_{1,1}^u-n_{1,0}\right)\cdot\left(P_2^{uu}-P_1^u\right)+n_{1,0}\cdot\left(P_2^{uu}-P_0\right)\right]\cdot s_v+n_{0,1}^u\cdot\left(1+i_{se}\right)\right]=0$$

(2.213)

$$\Leftrightarrow\quad 136\cdot n_{1,1}^u-4\cdot n_{1,0}+1{,}1\cdot n_{0,1}^u-0{,}2\cdot V_0-160=0\ ,$$

während für den Zustand ud der Zusammenhang

$$V_2^{ud}\cdot(1-s_v)+V_0\cdot s_v-\left[n_{1,1}^u\cdot P_2^{ud}-\ \left[\left(n_{1,1}^u-n_{1,0}\right)\cdot\left(P_2^{ud}-P_1^u\right)+n_{1,0}\cdot\left(P_2^{ud}-P_0\right)\right]\cdot s_v+n_{0,1}^u\cdot\left(1+i_{se}\right)\right]=0$$

(2.214)

$$\Leftrightarrow\quad 104\cdot n_{1,1}^u-4\cdot n_{1,0}+1{,}1\cdot n_{0,1}^u-0{,}2\cdot V_0-80=0$$

resultiert. Auflösen des resultierenden Gleichungssystems ergibt

(2.215) $n_{1,1}^u=2{,}5$ und

(2.216) $n_{0,1}^u=\dfrac{0{,}2}{1{,}1}\cdot V_0+\dfrac{4}{1{,}1}\cdot n_{1,0}-\dfrac{180}{1{,}1}$ .

Tritt dagegen in Periode $t=1$ der Zustand d ein, so folgt unmittelbar

(2.217) $n_{1,1}^d=0$ und

(2.218) $V_2^{du(dd)}\cdot(1-s_v)+V_0\cdot s_v-n_{0,1}^d\cdot(1+i_s)=0 \quad\Leftrightarrow\quad n_{0,1}^d=\dfrac{0{,}2}{1{,}1}\cdot V_0+\dfrac{120}{1{,}1}$ ,

da aus Sicht von Zustand d in $t=1$ die Zahlung des Bewertungsobjekts in $t=2$ deterministisch ist, so dass Wertpapier $W$ nicht im Duplikationsportfolio enthalten ist.

Nunmehr ist das im Bewertungszeitpunkt $t=0$ zu bildende Duplikationsportfolio zu bestimmen. Hierbei ist zu beachten, dass in $t=0$ im Bewertungsprogramm annahmegemäß auf eine Bestandserhöhung von $W$ im Vergleich zum Basisprogramm verzichtet wird. Bei Durchführung des Basisprogramms würde in Zustand d von $t=1$ daher aufgrund der Realisierung eines Veräußerungsverlusts eine Steuerersparnis von $n_{1,0}\cdot\left(P_1^d-P_0\right)\cdot s_v$ entstehen, welche im Bewertungsprogramm entfällt. Diese Steuerersparnis geht demnach in den Term $\Delta\widetilde{S}V_1$ ein und ist somit entsprechend Gleichung (2.27) im Bewertungskalkül zu berücksichtigen. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass sich nach Gleichung (2.27) die in $t=1$ erfolgenden Zahlungen aufgrund der Portfolioumschichtung in jedem Zustand von $t=1$ zu null (den Zahlungen des Bewertungsobjekts in $t=1$) addieren müssen. Für Zustand u folgt somit die Bedingung

$$n_{1,0} \cdot P_1^u + n_{0,0} \cdot (1 + i_{se}) - (n_{1,1}^u \cdot P_1^u + n_{0,1}^u) = 0$$

(2.219)
$$\Leftrightarrow \quad \left(120 - \frac{4}{1{,}1}\right) \cdot n_{1,0} + 1{,}1 \cdot n_{0,0} - \frac{0{,}2}{1{,}1} \cdot V_0 + \frac{180}{1{,}1} - 300 = 0 \quad ,$$

während für Zustand d

(2.220) $$n_{1,0} \cdot \left[P_1^d - (P_1^d - P_0) \cdot s_v\right] + n_{0,0} \cdot (1 + i_{se}) - n_{0,1}^d = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 84 \cdot n_{1,0} + 1{,}1 \cdot n_{0,0} - \frac{0{,}2}{1{,}1} \cdot V_0 - \frac{120}{1{,}1} = 0$$

resultiert. Auflösen des Gleichungssystems ergibt

(2.221) $n_{1,0} = 0{,}84$ und

(2.222) $$n_{0,0} = 35{,}03 + \frac{0{,}2}{1{,}1^2} \cdot V_0 \quad .$$

Es gilt nun wie angenommen $\Delta n_{1,0}^{*} > n_{1,0} > 0$ und $\Delta n_{1,1}^{*,u} > \Delta n_{1,1}^{u} > 0$, so dass sich die zur Bestimmung des Duplikationsportfolios verwendeten Prämissen ex post als konsistent erweisen. Ausgehend von den Größen $n_{1,0}$ und $n_{0,0}$ ergibt sich der Wert des Bewertungsobjekts somit zu

(2.223) $$V_0 = n_{1,0} \cdot P_0 + n_{0,0} \quad \Leftrightarrow \quad V_0 = 142{,}60 \quad .$$

Das Beispiel zeigt, dass zur rekursiven Bestimmung des Duplikationsportfolios die steuerlichen Effekte von Portfolioumschichtungen für jede Periode und jeden Zustand zu ermitteln sind. Dies setzt jedoch die Kenntnis der zustandsabhängigen Bestandsänderungen des der Veräußerungsgewinnbesteuerung unterliegenden Basiswertpapiers in den Vorperioden voraus. Diese Bestandsänderungen ergeben sich jedoch erst im Rahmen der rekursiven Bestimmung des Duplikationsportfolios, so dass Zirkularitätsprobleme vorliegen, welche sich über mehrere Perioden erstrecken.

#### 2.3.2.2.2.2 Bewertungsrelevanz der auf die Veräußerung des Bewertungsobjekts folgenden Perioden

Knüpft die Besteuerung von Wertänderungen an die Realisierung durch Veräußerung an, so ist es – im Gegensatz zu den bisher betrachteten Modellvarianten – möglich, dass auch Perioden bewertungsrelevant sind, die sich zwischen dem Veräußerungszeitpunkt oder Liquidationszeitpunkt $T$ und dem Ende des Planungshorizonts des Investors $T^*$ befinden, sofern diese Zeitpunkte auseinander fallen, d.h. $T^* > T$. Dies wird im Folgenden für den Fall des Erwerberkalküls im Rahmen eines Zahlenbeispiels verdeutlicht. Bezüglich des Kapitalmarkts und der Steuersätze werden hierbei die Annahmen des vorhergehenden Abschnitts 2.3.2.2.2.1 verwendet. Der Planungshorizont des Erwerbers beträgt $T^* = 2$ Perioden. Der Erwerber kann in $t = 0$ ein Bewertungsobjekt erwerben, welches er nunmehr in Periode $t = 1$ zu einem exogen gegebenen, unsicheren Wert $\widetilde{V}_1$ mit $V_1^u = 120$ und $V_1^d = 80$ veräußert; vereinfachend wird unterstellt, dass das Bewertungsobjekt in $t = 1$ keine Ausschüttungen leistet. Weiterhin wird $\Delta n_{1,0}^{*} > n_{1,0} > 0$ angenommen, d.h. der Erwerb des Bewertungsobjekts führt in $t = 0$ zu einem Verzicht auf eine im Basisprogramm vorgesehene Erhöhung des Bestands von Wertpapier $W$, nicht jedoch zu einer Veräußerung von Wertpapier $W$. Bezüglich der Periode $t = 1$ wird unterstellt, dass $\Delta n_{1,1}^{*,u} \geq 0$ und $\Delta n_{1,1}^{*,d} \geq 0$ gilt, dass also in Periode $t = 1$ im Basisprogramm keine Minderung des Bestands von Wertpapier $W$ erfolgt.

In der betrachteten Konstellation ist in Periode $t = 1$ bei Durchführung des Bewertungsprogramms der Bestand an Wertpapier $W$ um $n_{1,0}$ geringer als im Basisprogramm. Um in $t = 2$ eine identische Risikoposition zu erreichen, erfolgt daher in $t = 1$ eine Bestandserhöhung um die Anzahl $n_{1,0}$. Die sich hieraus ergebenden steuerlichen Anschaffungskosten betragen $\widetilde{P}_1$. Im Basisprogramm erfolgt der Erwerb von $W$ dagegen bereits in $t = 0$, so dass steuerliche Anschaffungskosten von $P_0$ vorliegen. Um die Berücksichtigung der Unterschiede in den steuerlichen Anschaffungskosten zu klären, sind im Folgenden die Zustände u und d isoliert zu betrachten.

Wird Wertpapier $W$ in $t = 0$ erworben und tritt in $t = 1$ der Zustand u ein, so ergibt sich eine Wertsteigerung, die der Investor zu vermeiden versucht, was ihm unter den gegebenen Annahmen auch gelingt. Im Basisprogramm resultieren, bezogen auf die Anzahl $n_{1,0}$, in $t = 2$ daher unter dem Informationsstand der Periode $t = 1$ Zahlungen von

$$(2.224)\quad n_{1,0} \cdot \left[\widetilde{P}_2^u \cdot (1 - s_v) + s_v \cdot P_0\right],$$

während sich im Bewertungsprogramm Zahlungen von

$$(2.225)\quad n_{1,0} \cdot \left[\widetilde{P}_2^u \cdot (1 - s_v) + s_v \cdot P_1^u\right]$$

ergeben. Die Zahlungen aus dem Wertpapier $W$ in $t = 2$ sind daher im Bewertungsprogramm um den Betrag

$$(2.226)\quad n_{1,0} \cdot s_v \cdot \left(P_1^u - P_0\right) = n_{1,0} \cdot 0{,}2 \cdot 20 = n_{1,0} \cdot 4$$

höher als im Basisprogramm; dieser Betrag ist aus Sicht der Periode $t = 1$ sicher. Um nun Identität der Konsumzahlungen in Basisprogramm und Bewertungsprogramm herzustellen, ist der in Gleichung (2.226) ausgewiesene Betrag durch eine Minderung des Bestands der sicheren Anlage (bzw. eine Kreditaufnahme) in $t = 1$ zu duplizieren, so dass die Bedingung

$$(2.227)\quad n_{1,0} \cdot s_v \cdot \left(P_1^u - P_0\right) - n_{0,1}^u \cdot \left(1 + i_{se}\right) = 0 \iff n_{1,0} \cdot 4 - n_{0,1}^u \cdot 1{,}1 = 0$$

erfüllt ist. Es folgt demnach $n_{0,1}^u = n_{1,0} \cdot 4/1{,}1$.

Nunmehr ist der Zustand d in $t = 1$ zu betrachten. Wird Wertpapier $W$ in $t = 0$ erworben und tritt in $t = 1$ der Zustand d ein, so ergibt sich eine Wertminderung, die der Investor auf jeden Fall realisiert. Im Fall des Basisprogramms veräußert der Erwerber daher in $t = 1$ den gesamten Bestand von $W$, um die Steuererstattung aufgrund des Veräußerungsverlusts zu erhalten und erwirbt anschließend die Anzahl $n_{1,1}^{*,d}$ zum Preis $P_1^d$. Im Fall des Bewertungsprogramms erfolgt in $t=1$ ebenfalls ein Erwerb zum Preis $P_1^d$, so dass sich die steuerlichen Anschaffungskosten insoweit nicht unterscheiden. Anders als bei Eintreten des Zustands u sind daher keine weiteren Änderungen der Portfoliopositionen erforderlich, um die Identität der Konsumzahlungen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm in $t=2$ zu erreichen.

Nunmehr ist das im Bewertungszeitpunkt $t=0$ zu bildende Duplikationsportfolio zu bestimmen. Hierbei ist zu beachten, dass dem Erwerber in $t=1$ in Zustand u zusätzlich zu den Zahlungen des Bewertungsobjekts und des in $t=0$ gebildeten Duplikationsportfolios Zahlungen aufgrund der Minderung des Bestands der sicheren Anlage (bzw. der Kreditaufnahme) in Höhe von $n_{0,1}^u$ zufließen. Für Zustand u folgt somit die Bedingung

(2.228)
$$\begin{aligned} & V_1^u \cdot (1-s_v) + V_0 \cdot s_v - n_{1,0} \cdot P_1^u - n_{0,0} \cdot (1+i_{se}) + n_{0,1}^u = 0 \\ \Leftrightarrow \quad & -\left(120 - \frac{4}{1{,}1}\right) \cdot n_{1,0} - 1{,}1 \cdot n_{0,0} + 0{,}2 \cdot V_0 + 96 = 0 \quad , \end{aligned}$$

während für Zustand d

(2.229)
$$\begin{aligned} & V_1^d \cdot (1-s_v) + V_0 \cdot s_v - n_{1,0} \cdot \left[P_1^d \cdot (1-s_v) + P_0 \cdot s_v\right] - n_{0,0} \cdot (1+i_{se}) = 0 \\ \Leftrightarrow \quad & -84 \cdot n_{1,0} - 1{,}1 \cdot n_{0,0} + 0{,}2 \cdot V_0 + 64 = 0 \end{aligned}$$

resultiert. Auflösen des Gleichungssystems ergibt

(2.230) $n_{1,0} = 0{,}99$ und

(2.231) $n_{0,0} = -17{,}32 + \dfrac{0{,}2}{1{,}1} \cdot V_0$ .

Ausgehend von den Größen $n_{1,0}$ und $n_{0,0}$ ergibt sich der Wert des Bewertungsobjekts somit zu

(2.232) $V_0 = n_{1,0} \cdot P_0 + n_{0,0} \quad \Leftrightarrow \quad V_0 = 99{,}67$ .

Obwohl annahmegemäß $\widetilde{V}_1 = \widetilde{P}_1$ gilt, folgt für den Grenzpreis $V_0 < P_0$. Dieses Ergebnis ist durch die bei Realisierung erfolgende Wertänderungsbesteuerung sowie das Auseinanderfallen von Planungshorizont und Veräußerungszeitpunkt bedingt.

Das Beispiel zeigt, dass bei an die Realisierung anknüpfender Besteuerung von Wertänderungen auch Perioden bewertungsrelevant sein können, in denen sich das Bewertungsobjekt nicht mehr im Portfolio des Investors befindet. Die Bewertung erfordert daher unabhängig vom Zeitpunkt $T$ der Veräußerung des Bewertungsobjekts die Betrachtung des gesamten Planungshorizonts $T^*$ des Investors.

### 2.3.2.2.2.3 Komplexitätsreduzierende Prämissen

Das Bewertungskalkül bei Integration einer an durch Veräußerung realisierter Wertänderungen anknüpfenden Besteuerung ist, wie die vorstehenden Ausführungen zeigen, erheblich komplexer als das Kalkül, welches eine von der Realisierung durch Veräußerung unabhängige Besteuerung von Wertänderungen annimmt. Diese Steigerung der Komplexität ist zum einen dadurch bedingt, dass die Investitionsentscheidung von der Konsumentscheidung nicht separiert werden kann und somit zur Bewertung grundsätzlich das Basisprogramm der Investoren zu bestimmen ist. Zum anderen entstehen bei der Lösung des Bewertungsproblems im Mehrperiodenkalkül Zirkularitätsprobleme. Diese wurden im betrachteten Beispiel durch Vorgabe der erst noch zu bestimmenden Werte und anschließende Konsistenzprüfung gelöst. In realistischeren Bewertungssituationen mit mehr als zwei Perioden, mehr als zwei Umweltzuständen und mehr als einem der Veräußerungsgewinnsteuer unterliegenden Basiswertpapier dürfte das Bewertungsmodell jedoch kaum praktikabel sein. Ein weiteres Problem bei der Anwendung des Bewertungskalküls besteht darin, dass ggf. auch die Perioden zwischen dem Veräußerungszeitpunkt und dem Ende des Planungshorizonts in das Bewertungskalkül einzubeziehen sind. Es liegt somit nahe, komplexitätsreduzierende Prämissen zu verwenden, welche erstens eine vom Basisprogramm des Investors unabhängige Bewertung ermöglichen, so dass auf eine Bestimmung des Basisprogramms verzichtet werden kann, zweitens schwer lösbare Zirkularitätsprobleme vermeiden und drittens einen Einbezug der nach dem Veräußerungszeitpunkt befindlichen Perioden nicht erfordern. Der erste Aspekt und der dritte Aspekt werden dadurch abgedeckt, dass eine von der Bildung des Duplikationsportfolios unabhängige Realisierungsstrategie für die risikobehafteten Basiswertpapiere festgelegt wird. Denkbar wären diesbezüglich die folgenden Prämissen:

1. Wertänderungen der Basiswertpapiere werden in jeder Periode vollständig realisiert und besteuert.[181]
2. Wertänderungen der Basiswertpapiere werden in jeder Periode anteilig mit einem exogen vorgegebenen, konstanten Anteil $a_w$ realisiert und besteuert.[182]
3. Wertänderungen der Basiswertpapiere werden in einigen, nicht jedoch in allen zukünftigen Perioden realisiert und besteuert.[183] Damit eine Betrachtung der Perioden $t > T$ unterbleiben kann, ist anzunehmen, dass in $T$ eine Realisierung aller Wertänderungen erfolgt.
4. Veräußerungsverluste werden in der Periode ihres Eintretens realisiert, während eine Realisierung von Veräußerungsgewinnen unterbleibt. Dies wird mit der Prämisse kombiniert, dass in einigen zukünftigen Zeitpunkten alle Wertänderungen realisiert werden.[184] Auch hierbei ist anzunehmen, dass in $T$ eine Realisierung aller Wertänderungen erfolgt.

---

[181] Dies entspricht dem Referenzsteuersystem.
[182] Vgl. Lübbehüsen (2000), S. 69-70; King (1977), S. 60-61.
[183] Vgl. Richter (2004), S. 24.
[184] Vgl. Constantinides (1983), S. 627-628. Die Zeitpunkte, in denen auch Wertsteigerungen realisiert werden, werden bei Constantinides (1983) als stochastische Variable modelliert.

Bezüglich der vorstehend genannten Prämissen ist zu beurteilen, inwieweit sie in der Lage sind, die steuerlichen Effekte aufgrund von Portfolioumschichtungen, welche wegen der Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts erforderlich sind, sowie die Optimierung des Realisationsverhaltens des Steuerpflichtigen bezüglich der Basiswertpapiere abzubilden. Prämisse (1) ist bezüglich der Berücksichtigung der steuerlichen Effekte der Portfolioumschichtungen unproblematisch, während bei den übrigen Prämissen das Problem auftreten kann, dass die aufgrund der erforderlichen Portfolioumschichtungen auftretenden Veräußerungserfolge die durch die jeweiligen Prämissen implizierten Veräußerungserfolge übersteigen. Das optimale Realisationsverhalten der Steuerpflichtigen kann durch keine Prämisse exakt abgebildet werden. Alle Prämissen können implizieren, dass Veräußerungsgewinne realisiert werden, welche bei optimalem Verhalten nicht realisiert würden. Bei den Prämissen (2) und (3) werden darüber hinaus Wertminderungen nicht sofort realisiert.

Prämisse (1) ist einfach zu handhaben, da die Besteuerung der Kapitalmarktalternative wie im Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen abgebildet wird. Im Fall der Prämisse (2) kann die Besteuerung der Wertänderungen durch einen effektiven Wertänderungssteuersatz $s_w$ mit $0 < s_w < s_v$ abgebildet werden, wenn zusätzlich angenommen wird, dass die Basiswertpapiere eine unendliche Lebensdauer aufweisen und dass der Planungshorizont des Investors unendlich ist.[185] Dies ist zu erläutern. Hierzu wird der Erwerb eines Anteils eines risikobehafteten Wertpapiers in Periode $t = 0$ betrachtet, der in den Folgeperioden entsprechend der angenommenen Realisierungsstrategie jeweils mit dem Anteil $a_w$ veräußert wird. In Tabelle 2.16 ist die Ermittlung der realisierten Wertänderungen, welche der steuerlichen Bemessungsgrundlage entsprechen, im Zeitablauf dargestellt.

| $t$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Wert | $\tilde{P}_1$ | $\tilde{P}_2$ | $\tilde{P}_3$ |
| Periodische Wertänderung | $\Delta\tilde{P}_1 = \tilde{P}_1 - P_0$ | $\Delta\tilde{P}_2 = \tilde{P}_2 - \tilde{P}_1$ | $\Delta\tilde{P}_3 = \tilde{P}_3 - \tilde{P}_2$ |
| Verbleibender Anteil | $(1-a_w)$ | $(1-a_w)^2$ | $(1-a_w)^3$ |
| Anschaffungskosten $\tilde{A}K_{t-1}$ | $P_0$ | $(1-a_w)\cdot P_0$ | $(1-a_w)^2 \cdot P_0$ |
| Realisierte Wertänderung | $a_w \cdot \Delta\tilde{P}_1$ | $a_w \cdot (1-a_w)\cdot\left[\Delta\tilde{P}_2 + \Delta\tilde{P}_1\right]$ | $a_w \cdot (1-a_w)^2 \cdot \left[\Delta\tilde{P}_3 + \Delta\tilde{P}_2 + \Delta\tilde{P}_1\right]$ |

Tabelle 2.16: Anteilige periodische Realisierung von Wertänderungen

[185] Vgl. zur effektiven Wertänderungssteuer Lübbehüsen (2000), S. 69-70; King (1977), S. 60-61. Ein alternatives Konzept der Bestimmung eines effektiven Wertänderungssteuersatzes geht von einer vorgegeben Haltedauer des Investors aus; vgl. Lübbehüsen (2000), S. 70-71; Auerbach (1983), S. 919-920. Konstante effektive Wertänderungssteuersätze setzen unter dieser Annahme neben konstanten vorgegebenen Haltedauern konstante Wachstumsraten des Preises des Wertpapiers sowie (implizit) eine sichere Preisentwicklung voraus; bei einer stochastischen Preisentwicklung wäre der effektive Steuersatz als auf den Beginn der Haltedauer bedingter erwarteter effektiver Steuersatz zu interpretieren. Dieses Konzept wird hier nicht weiter verfolgt.

Die realisierten Wertänderungen einer Periode setzen sich demnach aus drei Komponenten zusammen, dem periodisch zu veräußernden Anteil, dem nach den periodischen Veräußerungen verbleibenden Anteil an der ursprünglich erworbenen Beteiligung und der Summe der periodischen Wertänderungen. Letzteres kann zur Bestimmung des Wertänderungssteuersatzes ausgenutzt werden, was aus Sicht der Periode $t=1$ erläutert wird. Die Wertänderung $\Delta\widetilde{P}_1 = \widetilde{P}_1 - P_0$ ist aus Sicht der Periode $t=1$ mit Sicherheit bekannt, so dass eine Duplikation der an $\Delta\widetilde{P}_1$ anknüpfenden Steuerzahlungen durch die sichere Anlage möglich ist. Erfolgt in $t=1$ eine Wertsteigerung (Wertminderung), so resultieren in $t=1$ und in allen Folgeperioden Steuerzahlungen (Steuererstattungen) aufgrund dieser Wertsteigerung (Wertminderung). Wird nun davon ausgegangen, dass der Steuerpflichtige diese zukünftigen Steuerzahlungen antizipiert und im Zeitpunkt des Eintretens der Wertsteigerung (Wertminderung) durch die sichere Anlage dupliziert, so muss er in $t=1$ eine sichere Anlage (eine Kreditaufnahme) in Höhe des Barwerts der zukünftigen Steuerzahlungen (Steuererstattungen) vornehmen. In den Folgeperioden gleichen sich dann die Steuerzahlungen (Steuererstattungen) und die Zahlungen aus der sicheren Anlage (dem Kredit) vollständig aus, so dass insgesamt gesehen ausschließlich in $t=1$ negative (positive) Zahlungen aufgrund der Wertsteigerung (Wertminderung) resultieren. Diese Zahlungen ergeben sich aus der Steuerzahlung (Steuererstattung) in $t=1$ sowie der Zahlung aufgrund der Mittelanlage (Mittelaufnahme) in $t=1$. Konkret folgen die Zahlungen

$$(2.233)\ \left(\widetilde{P}_1 - P_0\right)\cdot s_v \cdot a_w \cdot \left[1+\sum_{t=2}^{\infty}\frac{(1-a_w)^t}{(1+i_{se})^t}\right] = \left(\widetilde{P}_1 - P_0\right)\cdot s_v \cdot a_w \cdot \frac{(1+i_{se})}{(i_{se}+a_w)} = \left(\widetilde{P}_1 - P_0\right)\cdot s_w$$

mit $s_w = s_v \cdot a_w \cdot (1+i_{se})/(i_{se}+a_w)$. Zusammenhang (2.233) folgt für die weiteren Perioden analog. Mittels der Prämissen der anteiligen periodischen Realisation über einen unendlichen Zeitraum sowie der Antizipation und Duplikation der aus den Wertänderungen resultierenden Steuerzahlungen oder Steuererstattungen ist es demnach möglich, die aus der Wertänderung einer Periode $t$ resultierenden Steuerzahlungen durch eine in Periode $t$ erfolgende, an die Wertänderung der Periode $t$ anknüpfende Zahlung zu substituieren. Diese Zahlung ist determiniert durch den effektiven Wertänderungssteuersatz $s_w$, welcher vom Zeitpunkt des Eintretens der Wertänderung unabhängig ist.[186]

Prämisse (3) erlaubt keine zu Prämisse (2) analoge Umformung in einen effektiven Wertänderungssteuersatz. Prämisse (4) enthält weiterhin Zirkularitätsprobleme bezüglich der Realisation von Verlusten und ist daher weniger praktikabel als die übrigen Prämissen.

Die bei Anwendung von komplexitätsreduzierenden Prämissen ermittelten Grenzpreise weichen von den im exakten Bewertungskalkül ermittelten Grenzpreisen ab. Es stellt sich die Frage, ob die im vereinfachten Kalkül ermittelten Grenzpreise höher oder niedriger sind als die im exakten Kalkül ermittelten Grenzpreise. Dies sei anhand von Prämisse (1) erklärt. Im

---

[186] Wäre die Lebensdauer des betrachteten Basiswertpapiers endlich, so wäre der effektive Wertänderungssteuersatz zeitabhängig, da in der letzten Periode der Lebensdauer alle Wertänderungen durch Liquidation realisiert werden.

Fall der Prämisse (1) sind Konstellationen möglich, in denen im exakten Kalkül im Bewertungsprogramm Veräußerungsgewinne entstehen, deren Realisierung bei Durchführung des Basisprogramms aufgeschoben werden kann. Da im vereinfachten Kalkül der Aufschub der Realisierung annahmegemäß ausgeschlossen ist, erhöht sich somit der Grenzpreis gegenüber dem exakten Kalkül. Umgekehrt sind aber auch Konstellationen denkbar, in denen bei Durchführung des Basisprogramms Veräußerungsgewinne entstehen, welche im exakten Kalkül im Bewertungsprogramm vermieden werden können. Der im vereinfachten Kalkül ermittelte Grenzpreis sinkt daher gegenüber dem im exakten Kalkül ermittelten Grenzpreis. Bei mehrperiodigen Kalkülen können im Zeitablauf beide Effekte auftreten. Die Relation der Grenzpreise des vereinfachten und des exakten Kalküls ist daher nicht eindeutig bestimmbar. Dies gilt auch für die übrigen Prämissen, da auch diese das optimale Verhalten der Steuerpflichtigen nicht genau abbilden.

Nunmehr ist die Grenzpreisbildung unter den komplexitätsreduzierenden Prämissen zu erläutern, wobei im Folgenden ausschließlich die Prämissen (1) und (2) betrachtet werden; im Fall der Prämisse (2) wird zudem die Gültigkeit von Gleichung (2.233) vorausgesetzt. Unter diesen Prämissen lassen sich aus den Preisen der Basiswertpapiere risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten ableiten; beispielsweise ergeben sich im einperiodigen Binomialmodell aus Abschnitt 2.2.2.2.1 für den Zustand u im Fall der Prämisse (1) die risikoneutrale Wahrscheinlichkeit $q_u = \left[-Y_d + P_0 \cdot (1 + i_{se} - s_v)\right] / (Y_u - Y_d)$ und im Fall der Prämisse (2) die risikoneutrale Wahrscheinlichkeit $q_u = \left[-Y_d + P_0 \cdot (1 + i_{se} - s_w)\right] / (Y_u - Y_d)$, wobei im letzteren Fall $\widetilde{Y} = \widetilde{C}_W \cdot (1 - s_d) + \widetilde{P} \cdot (1 - s_w)$ gilt; für den Zustand d folgt jeweils $q_d = 1 - q_u$. Es ist offensichtlich, dass im Fall der Prämisse (2) die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten vom periodisch zu realisierenden Anteil $a_w$ abhängen.

Die Bewertung kann unter Verwendung der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten durch Bildung der marktbestimmten Sicherheitsäquivalente der durch das Bewertungsobjekt generierten Zahlungen und Diskontierung mit dem sicheren Zinssatz nach Steuern erfolgen. Die bei Realisierung erfolgende Besteuerung der Wertänderungen des Bewertungsobjekts wird exakt abgebildet. Bei periodischen Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ und Veräußerung zum Preis $\widetilde{V}_T$ in Periode $T$ resultiert somit ein Erwerbergrenzpreis von[187]

$$(2.234)\ V_0^E = \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot (1 - s_d)}{(1 + i_{se})^t} + \frac{E_0^Q\left(\widetilde{V}_T\right) \cdot (1 - s_v)}{(1 + i_{se})^T}\right] \cdot \left(1 - \frac{s_v}{(1 + i_{se})^T}\right)^{-1}$$

und ein Veräußerergrenzpreis von

$$(2.235)\ V_0^V = \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot (1 - s_d)}{(1 + i_{se})^t} + \frac{E_0^Q\left(\widetilde{V}_T\right) \cdot (1 - s_v)}{(1 + i_{se})^T} - \frac{AK_B \cdot s_v \cdot \left[(1 + i_{se})^T - 1\right]}{(1 + i_{se})^T}\right] \cdot (1 - s_v)^{-1} \ .$$

[187] Vgl. Abschnitt 2.3.1.2.2.

Die Gleichungen (2.234) und (2.235) entsprechen strukturell den Gleichungen (2.185) und (2.188) des Modells unter Sicherheit.

Abschließend ist der Veräußerungspreis $\widetilde{V}_T$ zu betrachten. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, dass dieser weder im exakten Bewertungskalkül noch im Kalkül mit vereinfachenden Prämissen bezüglich des Kapitalmarkts eindeutig determiniert ist. Im vereinfachten Kalkül lässt sich $\widetilde{V}_T$ beispielsweise bestimmen, indem – entsprechend dem Modell unter Sicherheit – angenommen wird, dass ein Erwerbergrenzpreis vorliegt, wobei für die zukünftigen Erwerber wiederum die Haltedauern exogen vorzugeben sind.

**2.3.2.2.3 Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen**

Nunmehr ist die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen zu betrachten. Die Bewertung erfolgt mittels Duplikation. Effekte, die sich aus einer für den Erwerber möglicher Weise vorteilhaften Änderung der Risikoposition des Bewertungsprogramms gegenüber der Risikoposition des Basisprogramms ergeben, werden vereinfachend vernachlässigt. Die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen kann unter diesen Annahmen wiederum durch Mischzinssätze abgebildet werden. Die Anteile, welche die Änderung des Bestands der sicheren Anlage bzw. die Änderung des Kreditvolumens aufgrund der Bildung des Duplikationsportfolios abbilden, sind hierbei im Allgemeinen wiederum periodenspezifisch. Darüber hinaus können die Anteile $\widetilde{a}_{a,t}^{y}$ in Perioden $t > 1$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ stochastisch sein, so dass sich stochastische Mischzinssätze

$$(2.236)\quad \widetilde{i}_t^{\,y} = i \cdot \left[1 - s_h + \widetilde{a}_{a,t}^{y} \cdot \left(s_h - s_s\right)\right]$$

ergeben. Während im Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen ausschließlich einperiodige Zirkularitätsprobleme bei der Bestimmung der Mischzinssätze auftreten, ergeben sich im Modell mit an die Realisierung anknüpfender Besteuerung von Wertänderungen bereits bei einheitlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen mehrperiodige Zirkularitätsprobleme. Erfolgt nun eine unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen, so ergibt sich ein zusätzliches mehrperiodiges Zirkularitätsproblem daraus, dass die Anteile $1 - \widetilde{a}_{a,t}^{y}$ bzw. $\widetilde{a}_{a,t}^{y}$ erst bestimmt werden können, wenn das Bewertungsproblem bereits bis zum Bewertungszeitpunkt $t = 0$ gelöst ist. Dies dürfte wiederum Auswirkungen auf die sich aus der Besteuerung realisierter Wertänderungen ergebenden Zirkularitätsprobleme haben, so dass sich die Bestimmung einer exakten Lösung des Bewertungsproblems als problematisch erweist. Um dieses Problem zu vermeiden, können unter Verzicht auf die exakte Bewertung komplexitätsreduzierende Prämissen verwendet werden; bezüglich der Diskontierung kann beispielsweise angenommen werden, dass ausschließlich mit $i \cdot (1 - s_h)$ oder ausschließlich mit $i \cdot (1 - s_s)$ diskontiert wird, so dass die aus der Diskontierung resultierenden Zirkularitätsprobleme entfallen. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, dass der Veräußerungspreis $\widetilde{V}_T$ in der hier vorliegenden Konstellation nicht eindeutig determiniert ist.

Abschließend ist die Bewertung mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten im Modell mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen zu betrachten. Hierzu wird entsprechend dem in Abschnitt 2.2.2.2.3 dargestellten einperiodigen Modell von Investoren ausgegangen, die entweder ausschließlich mit $i \cdot (1 - s_h)$ oder ausschließlich mit $i \cdot (1 - s_s)$ diskontieren. Diese Investoren können die Bewertung durch Diskontierung der risikoneutralen Erwartungswerte der Rückflüsse des Bewertungsobjekts mit dem jeweiligen Nettozinssatz durchführen, wobei sich jedoch analog zum einperiodigen Modell die dem Bewertungskalkül der beiden betrachteten Investoren zu Grunde liegenden risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten unterscheiden.

## 2.4 Weiterführende Überlegungen

### 2.4.1 Modellerweiterungen

#### 2.4.1.1 Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen

Bislang wurde davon ausgegangen, dass Leerverkäufe und Kreditaufnahmen in unbeschränktem Umfang möglich sind. Nunmehr wird eine Situation betrachtet, in der Leerverkäufe und bzw. oder Kreditaufnahmen unzulässig oder nur bis zu einem bestimmten Betrag zulässig sind. Bezüglich der Bewertung sind die folgenden Konstellationen zu unterscheiden:[188]

1. Die Restriktionen sind weder im Basisprogramm noch im Bewertungsprogramm bindend.
2. Die Restriktionen sind im Bewertungsprogramm bindend, nicht jedoch im Basisprogramm.
3. Die Restriktionen sind im Basisprogramm bindend, nicht jedoch im Bewertungsprogramm.
4. Die Restriktionen sind sowohl im Basisprogramm als auch im Bewertungsprogramm bindend.

In der ersten Konstellation ändert sich nichts gegenüber den bislang betrachteten Kalkülen; die Leerverkaufsbeschränkung ist somit nicht bewertungsrelevant.[189] Die zweite Konstellation tritt beispielsweise auf, wenn ein Erwerber im Basisprogramm einen positiven Bestand eines risikobehafteten Wertpapiers hält, diesen jedoch im Bewertungsprogramm zur Duplikation der Rückflüsse des Bewertungsobjekts soweit mindern möchte, dass die Leerverkaufsbeschränkung bindend wird. In der betrachteten Konstellation ist demnach eine Duplikation nicht möglich, so dass der Erwerber den Bestand des Basiswertpapiers auf null mindert und den verbleibenden Betrag des Erwerbspreises durch die Minderung des Bestands eines anderen Wertpapiers finanziert. Da sich im betrachteten Fall die Risikopositionen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm unterscheiden, ist eine Bewertung mittels Nutzenvergleich nach Gleichung (2.5) erforderlich. Die dritte Konstellation kann beispielsweise im Veräußererkalkül eintreten, wenn im Basisprogramm die Leerverkaufsbeschränkung bindend ist, nicht jedoch im Bewertungsprogramm, da im Bewertungsprogramm der Bestand des zur Duplikation benötigten Wertpapiers erhöht wird. Auch in diesem Fall ist es denkbar, dass der Investor

[188] Ähnlich Wilhelm/Schosser (2007), S. 144.
[189] Vgl. im Ergebnis auch Wilhelm/Schosser (2007), S. 144.

sich besser stellt, wenn er im Bewertungsprogramm eine vom Basisprogramm abweichende Risikoposition wählt. Auch hier kann die Bewertung nur durch Nutzenvergleich erfolgen. In der vierten Konstellation ist die Bewertung ebenfalls mittels eines Nutzenvergleichs durchzuführen.[190]

### 2.4.1.2 Investorspezifische Steuersätze

Bislang wurde davon ausgegangen, dass die Steuersätze $s_d$, $s_v$ und $s_e$ (bzw. bei unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen $s_s$ und $s_h$) für alle Investoren identisch sind. Nunmehr wird eine Situation betrachtet, in der die Steuersätze nach den Investoren $y$ differenziert sind, d.h. $s_{d,y}$, $s_{v,y}$ und $s_{e,y}$ (bzw. $s_{s,y}$ und $s_{h,y}$). In einer Konstellation mit investorspezifischen Steuersätzen ermitteln die einzelnen Investoren die Grenzpreise grundsätzlich entsprechend der in den vorstehenden Abschnitten entwickelten Bewertungskalküle unter Anwendung ihrer individuellen Steuersätze. Sind die Steuersätze investorspezifisch, so ermitteln Investoren, welche unterschiedlichen Steuersätzen unterliegen, regelmäßig auch unterschiedliche Grenzpreise. Dies gilt auch für den Fall des Referenzsteuersystems.[191] Es ist offensichtlich, dass sich Auswirkungen auf den Einigungsbereich ergeben, wenn die Steuersätze von Erwerber und Veräußerer unterschiedlich sind.

Im Modell unter Sicherheit ist die Grenzpreisbestimmung mittels individueller Steuersätze der Investoren problemlos möglich. In den Modellen unter Unsicherheit kann dagegen das Problem bestehen, dass die im Rahmen der Bewertung vorausgesetzte Arbitragefreiheitsbedingung nicht für alle Investoren erfüllt ist. Hieraus ergeben sich zusätzliche Fragestellungen, welche im Folgenden anhand zweier spezieller Konstellationen im einperiodigen Binomialmodell bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts erläutert werden.

In der ersten Konstellation wird vorausgesetzt, dass bei periodischer Besteuerung von Wertänderungen Sollzinsen und Habenzinsen unterschiedlich besteuert werden. Es existiert ein Investor $y$, für den – abweichend von Gleichung (2.114) – die Bedingung

$$(2.237)\ Y_{d,y} + P_0 \cdot s_{v,y} < P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{h,y}\right)\right] < Y_{u,y} + P_0 \cdot s_{v,y} < P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{s,y}\right)\right]$$

gilt. Der betrachtete Investor wird aufgrund der Bedingung (2.237) niemals einen Kredit aufnehmen. Stattdessen wird er, wenn er finanzielle Mittel benötigt, den Bestand des risikobehafteten Basiswertpapiers vermindern oder dieses leer verkaufen. Der betrachtete Investor steht nun vor der Entscheidung, in $t = 0$ ein Bewertungsobjekt zu erwerben, wobei zur Duplikation der Rückflüsse des Bewertungsobjekts der Bestand der sicheren Anlage zu vermindern oder ein Kredit aufzunehmen ist. Es sind nun zwei mögliche Fälle zu unterscheiden: Im ersten Fall ist der im Basisprogramm vorgesehene Bestand der sicheren Anlage so hoch, dass auch im

---

[190] Die Auswirkungen von Leerverkaufsbeschränkungen zeigen sich auch bei der Analyse des stochastischen Diskontierungsfaktors, welcher im Fall bindender Leerverkaufsbeschränkungen vom Ausgangsportfolio des betrachteten Investors abhängig und somit nicht mehr eindeutig determinierbar ist; vgl. hierzu Wilhelm/Schosser (2007), S. 144-145.

[191] Insbesondere ist der stochastische Diskontierungsfaktor investorspezifisch; vgl. Wilhelm/Schosser (2007), S. 145.

Bewertungsprogramm unter Berücksichtigung des Duplikationsportfolios ein positiver Bestand der sicheren Anlage verbleibt. In diesem Fall werden die Zahlungen des Bewertungsobjekts dupliziert und es ändert sich nichts gegenüber dem in Abschnitt 2.2.2.2.3 betrachteten Ausgangsmodell. Im zweiten Fall ist dagegen der im Basisprogramm vorgesehene Bestand der sicheren Anlage gering, so dass im Bewertungsprogramm bei Bildung des Duplikationsportfolios eine Kreditaufnahme erfolgen würde. Die Kreditaufnahme ist jedoch für den Investor suboptimal, da sich durch Minderung des Bestands des risikobehafteten Basiswertpapiers und Verzicht auf die Kreditaufnahme höhere Rückflüsse in beiden Zuständen von $t = 1$ erzielen lassen. Der Investor wird in dem betrachteten Fall daher auf eine Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts verzichten und stattdessen zur Finanzierung des Kaufpreises des Bewertungsobjekts den Bestand des risikobehafteten Basiswertpapiers verringern. Da sich bei dieser Vorgehensweise jedoch die Risikopositionen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm unterscheiden, kann die Bestimmung des Grenzpreises in dem betrachteten Fall nur durch Vergleich der Nutzen von Basisprogramm und Bewertungsprogramm erfolgen. Die Besteuerung der Sollzinsen wirkt sich im betrachteten Fall daher wie eine Kreditaufnahmebeschränkung aus.[192]

In der zweiten zu betrachtenden Konstellation wird angenommen, dass Sollzinsen und Habenzinsen identisch besteuert werden und Leerverkäufe des risikobehafteten Basiswertpapiers nicht (oder nur beschränkt) zulässig sind. Es existiert ein Investor $y$, für den der Zusammenhang

$$(2.238)\; Y_{d,y} + P_0 \cdot s_{v,y} < Y_{u,y} + P_0 \cdot s_{v,y} < P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right]$$

gilt. Der Investor wird das risikobehaftete Basiswertpapier in der vorliegenden Konstellation weder im Basisprogramm noch im Bewertungsprogramm halten, da die sichere Anlage zu höheren Rückflüssen führt. Die Besteuerung impliziert daher, dass für den betrachteten Investor die Leerverkaufsbeschränkung auf jeden Fall bindend ist,[193] so dass eine Bewertung bei bindender Leerverkaufsbeschränkung durchzuführen ist.

In den Modellen unter Unsicherheit können im Ergebnis bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze Konstellationen eintreten, in denen die Arbitragefreiheitsbedingungen nicht erfüllt sind. Dies hat Auswirkungen auf die Vorgehensweise bei der Bewertung.

---

[192] Vgl. auch Wilhelm/Schosser (2007), S. 143 zum Zusammenhang zwischen Leerverkaufsbeschränkungen und der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen (bzw. allgemeiner von positiven Wertpapierbeständen und Leerverkaufspositionen).

[193] Die Möglichkeit unbeschränkter Leerverkäufe würde in der betrachteten Situation eine globale Arbitragemöglichkeit für Investor $y$ implizieren; deswegen ist die Leerverkaufsbeschränkung hier erforderlich. Es ist darauf hinzuweisen, dass die Situation der Gleichung (2.238) nur im Modell mit investorspezifischen Steuersätzen auftreten kann. Wären die Steuersätze nicht nach Investoren differenziert, so würden sich die Preise anpassen, so dass die durch Gleichung (2.238) implizierte Arbitragegelegenheit verschwindet.

### 2.4.1.3 Nach Wertpapieren differenzierte Steuersätze

Bislang wurde davon ausgegangen, dass die Steuersätze $s_d$ und $s_v$ für alle risikobehafteten Basiswertpapiere sowie das Bewertungsobjekt identisch sind. Eine Modellerweiterung im Hinblick auf eine Differenzierung der Steuersätze nach den einzelnen Wertpapieren und dem Bewertungsobjekt ist jedoch problemlos möglich.[194] Zur Bestimmung der Nettogrößen sind dann im Bewertungskalkül lediglich die Steuersätze $s_d$ und $s_v$ durch die wertpapierspezifischen Steuersätze $s_{d,j}$ und $s_{v,j}$ für die risikobehafteten Basiswertpapiere sowie $s_{d,B}$ und $s_{v,B}$ für das Bewertungsobjekt zu ersetzen.

Wertpapierspezifische Steuersätze $s_{d,j}$ und $s_{v,j}$ sowie $s_{d,B}$ und $s_{v,B}$ ermöglichen es beispielsweise, als Bewertungsobjekt – abweichend von den bisherigen Modellprämissen – eine Beteiligung an einer Personengesellschaft anzunehmen, deren Besteuerung von der Besteuerung von Kapitalgesellschaftsbeteiligungen abweicht.[195]

Auch die wertpapierspezifischen Steuersätze können investorspezifisch sein; im Bewertungskalkül des Investors $y$ sind dann die Steuersätze $s_{d,y,j}$ und $s_{v,y,j}$ sowie $s_{d,y,B}$ und $s_{v,y,B}$ zu verwenden. Bei der Anwendung des Bewertungskalküls mit investorspezifischen und wertpapierspezifischen Steuersätzen ist analog zu Abschnitt 2.4.1.2 zu beachten, dass möglicher Weise die Arbitragefreiheitsbedingungen nicht für alle Investoren erfüllt sind.

### 2.4.1.4 Verlustausgleichsbeschränkungen

Bislang wurde von einem sofortigen Verlustausgleich ausgegangen. Nunmehr wird eine Situation betrachtet, in der Verlustausgleichsbeschränkungen wirksam werden. Konkret wird die folgende Verlustausgleichsbeschränkung in das Modell integriert:[196]

1. Verluste aus der Veräußerung von Anteilen an Kapitalgesellschaften führen nicht zu sofortigen Steuererstattungen.
2. Eine Verrechnung der Veräußerungsverluste mit anderen Einkünften (Zinsen, Ausschüttungen, exogenes Einkommen) ist nicht möglich.
3. Die Verluste können vorgetragen werden und in den Folgeperioden mit Gewinnen aus der Veräußerung von Kapitalgesellschaften verrechnet werden.

Die Analyse wird im einperiodigen Binomialmodell für das Veräußererkalkül durchgeführt; die Bewertung erfolgt mittels Duplikation der Zahlungen.[197] Da sich eine allgemeine formale Darstellung als sehr komplex erweist, wird ein Zahlenbeispiel verwendet. Zu bewerten ist ein Bewertungsobjekt, welches in $t=1$ zu einem exogen gegebenen Wert $\widetilde{V}$ mit $V^u = 120$ und $V^d = 80$ veräußert werden kann. Im Ausgangsportfolio des Veräußerers sind vor der Portfo-

[194] Vgl. Wilhelm/Schosser (2007), S. 141.
[195] Vgl. zur Bewertung von Personengesellschaften Schreiber (2008), S. 758 ff.
[196] Diese entspricht der Regelung des § 20 Abs. 6 S. 5 EStG des geltenden Rechts. Betragsmäßige Beschränkungen der Nutzung des Verlustvortrags (§ 10 d EStG) werden jedoch vereinfachend vernachlässigt.
[197] Vgl. Gallmeyer/Srivastava (2003) zur Nutzung von Arbitragemöglichkeiten unter Berücksichtigung von Verlustausgleichsbeschränkungen.

lioumschichtung in $t=0$ weiterhin zwei Einheiten eines am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiers $W$ enthalten, dessen Preis in $t=0$ durch $P_0=100$ gegeben ist, und in $t=1$ durch $\widetilde{P}$ mit $P^u=120$ und $P^d=80$. Vereinfachend wird angenommen, dass in $t=1$ keine Ausschüttungen erfolgen. Die Verzinsung der sicheren Anlage nach Steuern beträgt $i_{se}=0{,}1$ und der Veräußerungsgewinnsteuersatz $s_v=0{,}2$. Das Bewertungsobjekt wurde in der Vergangenheit zu einem Preis von $AK_B=60$ erworben. Die steuerlichen Anschaffungskosten des Wertpapiers $W$ betragen $AK_W=120$ pro Einheit. Da ein einperiodiger Planungshorizont angenommen wird, ist davon auszugehen, dass in $t=1$ vorhandene Verlustvorträge vollständig untergehen.

Bezüglich des Basisprogramms wird angenommen, dass der betrachtete Investor beide Einheiten des Wertpapiers $W$ in $t=0$ veräußert, so dass in seinem Portfolio nach der Umschichtung in $t=0$ nur noch das Bewertungsobjekt und die sichere Anlage vorhanden sind. Aufgrund der Transaktion in $t=0$ erzielt der Investor einen Veräußerungsverlust von 40, welcher in Periode $t=1$ vorzutragen ist. In $t=1$ erfolgt die Veräußerung des Bewertungsobjekts, wobei im Zustand d ein Veräußerungsgewinn von 20 und im Zustand u ein Veräußerungsgewinn von 60 entsteht. Die der Veräußerungsgewinnsteuer unterliegende Bemessungsgrundlage beträgt aufgrund des Verlustvortrags von 40 im Zustand d 0 und im Zustand u 20. Die Zahlungen aus dem Bewertungsobjekt nach Steuern betragen demnach im Zustand d $80-\max(80-60-40\,;0)\cdot 0{,}2=80$ und im Zustand u $120-\max(120-60-40\,;0)\cdot 0{,}2=116$.

Nunmehr ist das Bewertungsprogramm zu betrachten, in dem eine Veräußerung des Bewertungsobjekts sowie ein entsprechender Verzicht auf die Bestandsminderung von Wertpapier $W$ mit der Anzahl $n_1^V$ erfolgt. Aufgrund der im Vergleich zu den Rückflüssen niedrigen steuerlichen Anschaffungskosten des Bewertungsobjekts ist davon auszugehen, dass durch die Veräußerung ein Veräußerungsgewinn entsteht. Da Veräußerungsgewinne mit Verlusten aus der Veräußerung anderer Kapitalgesellschaften verrechnet werden können, erfolgt zudem eine Realisierung der Wertminderung von Wertpapier $W$, um in $t=0$ eine Veräußerungsgewinnsteuerzahlung zu vermeiden. Anders als im Fall des sofortigen Verlustausgleichs kann hier nicht argumentiert werden, dass die Verlustrealisation auf jeden Fall erfolgt und daher für die Entscheidung bezüglich der Veräußerung des Bewertungsobjekts irrelevant ist. Vielmehr ist die Verrechnung realisierter Veräußerungsverluste mit Gewinnen aus der Veräußerung des Bewertungsobjekts explizit in das Bewertungskalkül einzubeziehen. Soweit der Veräußerungsgewinn allerdings höher ausfällt, als der in $t=0$ maximal realisierbare Veräußerungsverlust von $2\cdot(120-100)=40$, ist eine Vermeidung der Steuerzahlung nicht möglich. Die Veräußerungsgewinnsteuerzahlung in $t=0$ ist daher gegeben durch $\max\left(V_0^V-60-40\,;0\right)\cdot 0{,}2$. Hieraus folgt die in $t=0$ zu erfüllende Indifferenzbedingung

$$(2.239)\quad V_0^V-\max\left(V_0^V-60-40\,;0\right)\cdot 0{,}2-n_1^V\cdot 100-n_0^V=0\,.$$

Die Anzahl von Wertpapier $W$, welche zu veräußern ist, um die Veräußerungsgewinnsteuerzahlung in $t=0$ zu minimieren, sei mit $n_1^{**}$ bezeichnet. Es gilt der Zusammenhang

$$(2.240)\, n_1^{**} = \frac{\min\left(V_0^V - 60\,;40\right)}{20}.$$

In $t=1$ ist bei Durchführung des Bewertungsprogramms die Besteuerung der Veräußerung des im Portfolio enthaltenen Wertpapiers $W$ zu berücksichtigen. Soweit in $t=0$ eine Verlustrealisation nicht erfolgt ist, betragen die steuerlichen Anschaffungskosten weiterhin $AK_W = 120$. Soweit allerdings Wertpapier $W$ in $t=0$ zum Zweck der Verlustrealisation veräußert und anschließend zum Erreichen der gewünschten Anzahl $n_1^V$ wieder erworben wurde, betragen die steuerlichen Anschaffungskosten $P_0 = 100$. Die Anzahl von Wertpapier $W$ mit den Anschaffungskosten $AK_W = 120$ beträgt $\min\left(n_1^V\,;2-n_1^{**}\right)$ und die Anzahl von Wertpapier $W$ mit den Anschaffungskosten $P_0 = 100$ beträgt $\max\left[n_1^V - \left(2-n_1^{**}\right);0\right]$.

Zu bestimmen sind nun die Rückflüsse nach Steuern, welche in $t=1$ durch das Wertpapier $W$ generiert werden. Im Zustand d gilt $P^d < P_0 < AK_W$, so dass auf jeden Fall eine Veräußerungsverlust entsteht, welcher aufgrund des einperiodigen Planungshorizonts steuerlich unwirksam bleibt. Die Rückflüsse des Wertpapiers $W$ im Zustand d sind daher gegeben durch $n_1^V \cdot P^d = n_1^V \cdot 80$. Als Indifferenzbedingung für Zustand d resultiert

$$(2.241)\, n_1^V \cdot 80 + n_0^V \cdot 1{,}1 - 80 = 0.$$

Im Zustand u gilt dagegen $P_0 < P^u = AK_W$, so dass ein Veräußerungsgewinn auftritt, soweit die Anschaffungskosten $P_0 = 100$ betragen. Die Veräußerungsgewinnsteuerzahlung in $t=1$ ist demnach gegeben durch

$$(2.242)\, \max\left[n_1^V - \left(2-n_1^{**}\right);0\right] \cdot \left(P^u - P_0\right) \cdot s_v = \max\left[n_1^V - \left(2-n_1^{**}\right);0\right] \cdot 4.$$

Es resultiert die folgende Indifferenzbedingung für Zustand u:

$$(2.243)\, n_1^V \cdot 120 - \max\left[n_1^V - \left(2-n_1^{**}\right);0\right] \cdot 4 + n_0^V \cdot 1{,}1 - 116 = 0.$$

Auflösen des aus den Gleichungen (2.239), (2.241) und (2.243) bestehenden linearen Gleichungssystems ergibt

$$(2.244)\, n_1^V = 0{,}9 + 0{,}1 \cdot \max\left[n_1^V - \left(2-n_1^{**}\right);0\right],$$

$$(2.245)\, n_0^V = \frac{8}{1{,}1} \cdot \left(1 - \max\left[n_1^V - \left(2-n_1^{**}\right);0\right]\right) \text{ sowie}$$

$$(2.246)\, V_0^V = \frac{107}{1{,}1} + \frac{3}{1{,}1} \cdot \max\left[n_1^V - \left(2-n_1^{**}\right);0\right] + \max\left(V_0^V - 60 - 40\,;0\right) \cdot 0{,}2.$$

Gleichung (2.246) kann nicht nach dem Grenzpreis $V_0^V$ aufgelöst werden, da der dritte Summand der rechten Seite der Gleichung (2.246) sowie die Variable $n_1^{**}$ den gesuchten Grenzpreis $V_0^V$ innerhalb einer Maximumfunktion enthält. Um dennoch einen konkreten Grenzpreis angeben zu können, wird angenommen, dass $V_0^V - 60 \leq 40$ gilt, dass also in $t = 0$ der Gewinn aus der Veräußerung des Bewertungsobjekts vollständig durch die Realisierung der Wertminderung von Wertpapier $W$ ausgeglichen werden kann. Weiterhin wird unterstellt, dass $n_1^V \geq \left(2 - n_1^{**}\right)$ gilt. Es folgt $n_1^{**} = V_0^V / 20 - 3$,

$$(2.247)\, n_1^V = 0{,}9 + 0{,}1 \cdot \left( n_1^V - 5 + \frac{V_0^V}{20} \right) \Leftrightarrow n_1^V = \frac{0{,}4}{0{,}9} + \frac{0{,}1}{0{,}9} \cdot \frac{V_0^V}{20} \text{ sowie}$$

$$(2.248)\, V_0^V = \frac{107}{1{,}1} + \frac{3}{1{,}1} \cdot \left( \frac{0{,}4}{0{,}9} + \frac{0{,}1}{0{,}9} \cdot \frac{V_0^V}{20} - 5 + \frac{V_0^V}{20} \right) \Leftrightarrow V_0^V = 100\,.$$

Wegen $2 - n_1^{**} = 0 < n_1^V = 1$ und $V_0^V - 60 = 40$ ist das Ergebnis mit den zu Grunde gelegten Prämissen vereinbar und somit zutreffend. Im betrachteten Beispiel entspricht der Grenzpreis genau dem Preis des Wertpapiers $W$, da in $t = 0$ und in $t = 1$ bei Vorliegen identischer Zuflüsse vor Steuern im Ergebnis jeweils auch identische Bemessungsgrundlagen resultieren.

Das vorstehend betrachtete Beispiel zeigt, dass das Vorliegen von Verlustausgleichsbeschränkungen die Komplexität des Bewertungskalküls bereits im Einperiodenmodell wesentlich steigert. Diese Komplexitätssteigerung resultiert daraus, dass die Bemessungsgrundlage der Veräußerungsgewinnsteuer nicht mehr wie unter der Annahme eines sofortigen Verlustausgleichs für jedes Wertpapier isoliert bestimmt werden kann. Vielmehr ist eine gemeinsame, nichtnegative Bemessungsgrundlage für die Einkünfte aus Veräußerungen aller Wertpapiere, einschließlich des Bewertungsobjekts, zu ermitteln. Im Mehrperiodenkalkül müsste neben dem aus Abschnitt 2.3.2.2.2.1 bekannten Zirkularitätsproblem zusätzlich die Möglichkeit des Verlustvortrags sowie der Minimierung der Veräußerungsgewinnsteuerzahlungen durch Realisation von Wertminderungen in jeder Periode berücksichtigt werden. Es ist zweifelhaft, ob ein solches Modell gelöst werden kann, so dass sich die Frage nach Vereinfachungen stellt. Die Annahme einer effektiven Wertänderungssteuer oder einer periodischen Realisierung ist hier nicht sinnvoll, da im Rahmen dieser Konzepte die Verlustausgleichsbeschränkung nicht abgebildet werden kann. Eine Vereinfachung des Kalküls ist dennoch möglich, wenn in einer Konstellation mit mehreren Basiswertpapieren davon ausgegangen wird, dass die Verlustvorträge zuzüglich der Wertminderungen, welche in einer Periode realisiert werden können, immer ausreichen, um etwaige Veräußerungsgewinne vollständig auszugleichen, so dass die Bemessungsgrundlage der Veräußerungsgewinnsteuer stets null beträgt.[198] Unter dieser Annahme ist es gerechtfertigt, die Veräußerungsgewinnbesteuerung im Bewertungskalkül zu

---

[198] Möglichkeiten des Aufschubs und der vollständigen Vermeidung der Veräußerungsgewinnbesteuerung durch Schaffung von Veräußerungsverlusten mittels Optionen werden bei Constantinides/Scholes (1980) diskutiert.

vernachlässigen. Es bedarf keiner Erläuterung, dass diese Vorgehensweise lediglich zu einer Näherungslösung für den Grenzpreis des Bewertungsobjekts führt.

### 2.4.2 Modelleigenschaften

#### 2.4.2.1 Wertadditivität

Wertadditivität liegt vor, wenn der Wert mehrerer Zahlungen (oder: der Wert mehrerer Bewertungsobjekte) sich additiv aus den Werten der einzelnen Zahlungen ergibt. Für zwei Zahlungen $\widetilde{X}_1$ und $\widetilde{X}_2$ gilt demnach[199]

$$(2.249)\ V_0\left(\widetilde{X}_1 + \widetilde{X}_2\right) = V_0\left(\widetilde{X}_1\right) + V_0\left(\widetilde{X}_2\right).$$

Weiterhin folgt für eine Zahlung $b^y \cdot \widetilde{X}$

$$(2.250)\ V_0\left(b^y \cdot \widetilde{X}\right) = b^y \cdot V_0\left(\widetilde{X}\right).$$

Liegt Wertadditivität vor, so können einzelne Bewertungsobjekte isoliert von möglicher Weise zu betrachtenden anderen Bewertungsobjekten oder einzelne Zahlungen eines Bewertungsobjekts isoliert von den anderen Zahlungen des Bewertungsobjekts bewertet werden.[200]

In den Modellen ohne Steuern liegt Wertadditivität dann vor, wenn eine Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere möglich ist. Dieses Ergebnis ist für den Fall der Barwertberechnung unter Sicherheit und für die arbitragebasierte Bewertung unter Unsicherheit bekannt;[201] es folgt auch unmittelbar aus den Bewertungsgleichungen der Abschnitte 2.2.1.1, 2.2.2.1, 2.3.1.1 und 2.3.2.1. Im Fall des Risikoverbundansatzes ist dagegen die Eigenschaft der Wertadditivität im Fall der Risikoaversion, d.h. $\theta^E > 0$, nicht erfüllt. Beispielsweise folgt aus Gleichung (2.141) für den Erwerb eines Anteils $b^E$ an den Zahlungen des Bewertungsobjekts unter Beachtung von $n_c^b = \operatorname{cov}\left(\widetilde{Y}, b^E \cdot \widetilde{X}\right) \big/ \operatorname{var}\left(\widetilde{Y}\right) = b^E \cdot n_c$ der Erwerbergrenzpreis[202]

$$\begin{aligned} V_0^{E,b} &= b^E \cdot \left[ n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right)}{1+i} \right] \\ &\quad - \frac{0{,}5 \cdot \theta^E \cdot \left[\operatorname{var}\left(\widetilde{H}^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y} + b^E \cdot \left(\widetilde{X} - n_c \cdot \widetilde{Y}\right)\right) - \operatorname{var}\left(\widetilde{H}^E - n_b^E \cdot \widetilde{Y}\right)\right]}{1+i} \qquad (2.251) \\ &\neq b^E \cdot V_0^E \ , \end{aligned}$$

---

[199] Vgl. Reichling/Spengler/Vogt (2006), S. 762; Haley (1993), S. 76; Löffler (1996), S. 7; Wilhelm (1981), S. 894; Kruschwitz (2002), S. 44.

[200] Wertadditivität stellt eine Eigenschaft dar, welche ein Bewertungskalkül aufweist oder nicht aufweist. Es ist dagegen nicht zielführend, Wertadditivität als Anforderung zu verstehen, welche ein Bewertungskalkül erfüllen muss; letztere Meinung vertreten offensichtlich Reichling/Spengler/Vogt (2006), S. 762, 766.

[201] Vgl. Haley (1993), S. 76; Löffler (1996), S. 7; Wilhelm (1981), S. 894.

[202] Vgl. Nippel/von Nitzsch (1998), S. 625, 627; von Nitzsch (1997), S. 107; Neus/Nippel (1991), S. 90; Franke (1989), S. 78. Zu einem analogen Ergebnis für den Fall exponentieller Nutzenfunktionen gelangen Reichling/Spengler/Vogt (2006), S. 765-766.

wobei $V_0^E$ durch Gleichung (2.141) gegeben ist. Hier liegt offensichtlich keine Wertadditivität vor, da der Risikokorrekturterm in Gleichung (2.251) nicht dem mit dem Faktor $b^E$ multiplizierten Risikokorrekturterm der Gleichung (2.141) entspricht. Wertadditivität ist im Fall der Gleichung (2.251) nur dann gegeben, wenn der Investor risikoneutral ist, d.h. wenn $\theta^E = 0$ gilt.

Nunmehr sind die Modelle mit Steuern zu betrachten. Die Analyse beschränkt sich hierbei auf die Situation des vollständigen Kapitalmarkts, da bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts bereits im Modell ohne Steuern Wertadditivität nur im Spezialfall der Risikoneutralität gegeben ist. Eine allgemeine Bedingung für Wertadditivität besteht bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts bei Vorliegen von Steuern darin, dass sich der Preis eines Duplikationsportfolios, welches für eine zu duplizierende Zahlung zu bilden ist, unabhängig von dem Preis eines anderen Duplikationsportfolios ermittelt werden kann, welches für eine andere Zahlung zu bilden ist. Dies ist grundsätzlich immer dann gegeben, wenn die Bewertung und die Konsumentscheidung separiert werden können, d.h. also generell bei Vorliegen des Referenzsteuersystems und im Modell unter Sicherheit auch bei Besteuerung realisierter Wertänderungen.

Im Fall der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen sind dagegen Konstellationen denkbar, in denen keine Wertadditivität vorliegt. Dies sei anhand des einperiodigen Modells unter Sicherheit erläutert. Wird eine Zahlung $X_j$, $j = 1, 2$ isoliert erworben, so ergibt sich entsprechend Gleichung (2.47) der Erwerbergrenzpreis

$$(2.252)\; V_0^E = \frac{X_j}{1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^{E,(j)} \cdot (s_h - s_s)\right] - s_v}.$$

Bei Erwerb der Summe der Zahlungen $X_1$ und $X_2$ folgt der Grenzpreis

$$(2.253)\; V_0^E = \frac{X_1 + X_2}{1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^{E,(1,2)} \cdot (s_h - s_s)\right] - s_v}.$$

Es sind nun drei Fälle zu unterscheiden: Im Fall $a_a^{E,(1)} = a_a^{E,(2)} = a_a^{E,(1,2)} = 0$ liegt Wertadditivität vor. Die Bildung der Duplikationsportfolios für die einzelnen Zahlungen führt hier ebenso wie die Bildung des Duplikationsportfolios für die Summe der Zahlungen ausschließlich zu einer Änderung des Bestands der sicheren Anlage, so dass sich die Preise der Duplikationsportfolios additiv verhalten. Das gleiche Ergebnis resultiert für den Fall $a_a^{E,(1)} = a_a^{E,(2)} = a_a^{E,(1,2)} = 1$, da hier ausschließlich der Kreditbestand variiert wird. Im dritten Fall gilt $a_a^{E,(1)} > a_a^{E,(1,2)}$ und bzw. oder $a_a^{E,(2)} > a_a^{E,(1,2)}$. Hier liegt keine Wertadditivität vor. Bei isolierter Duplikation der einzelnen Zahlungen erfolgt eine Minderung des Bestands der sicheren Anlage und ggf. eine Kreditaufnahme. Bei Duplikation der Gesamtzahlung ist der Anteil der Kreditaufnahme höher als bei isolierter Duplikation der einzelnen Zahlungen. Das Nichtvorliegen der Wertadditivität äußert sich darin, dass die einzelnen Zahlungen und die Gesamtzahlung mit unterschiedlichen Diskontierungsfaktoren zu diskontieren sind. Das Ergebnis des einperiodigen Modells unter Sicherheit kann auf den Fall der Unsicherheit und des Mehrperiodenmodells erweitert werden. Solange ein Investor ausschließlich Diskontierungsfaktoren anwendet, für die entweder $a_a^E = 1$ oder $a_a^E = 0$ gilt, ist Wertadditivität gegeben; bei Anwendung von Mischzinssätzen liegt dagegen keine Wertadditivität vor.

Nunmehr ist der Fall der Besteuerung realisierter Wertänderungen im Modell unter Unsicherheit zu betrachten. Dies erfolgt anhand des Erwerbergrenzpreises, welcher nach Gleichung (2.108) durch

$$(2.254)\, V_0^E = V_0 - \frac{i_{se} \cdot n_1 \cdot a^E \cdot \left(P_0 - AK_W^E\right) \cdot s_v}{1 + i_{se} - s_v}$$

gegeben ist. Das Vorliegen von Wertadditivität ist im Fall der Gleichung (2.254) vom Parameter $a^E$ abhängig. Kann sowohl der Erwerb einer einzelnen Zahlung als auch der Erwerb einer Summe von Zahlungen durch Verzicht auf einen im Basisprogramm vorgesehenen Erwerb des risikobehafteten Basiswertpapiers finanziert werden, so gilt jeweils $a^E = 0$ und es liegt Wertadditivität vor. Wird umgekehrt jeweils eine Veräußerung des risikobehafteten Basiswertpapiers vorgenommen, d.h. $a^E = 1$, so liegt ebenfalls Wertadditivität vor. Wertadditivität liegt dagegen nicht vor, wenn sich der Anteil $a^E$ bei Erwerb der einzelnen Zahlung und bei Erwerb der Summe der Zahlungen unterscheidet. Es ist darauf hinzuweisen, dass zur Ableitung der Ergebnisse des Einperiodenmodells identische Anschaffungskosten $AK_W^E$ für alle im Ausgangsportfolio gehaltenen Anteile des Basiswertpapiers unterstellt wurden. Unterscheiden sich die Anschaffungskosten für diese Anteile, so kann dies ebenfalls dazu führen, dass keine Wertadditivität vorliegt. Im Mehrperiodenkalkül sind die Anschaffungskosten sowohl periodenspezifisch als auch zustandsspezifisch, so dass in der Regel keine Wertadditivität vorliegt. Liegen Verlustausgleichsbeschränkungen vor, so ist ebenfalls keine Wertadditivität gegeben.

#### 2.4.2.2 Irrelevanz der Besteuerung im Bewertungskalkül

Die vorstehenden Ausführungen zeigen, dass die Besteuerung die Grenzpreisermittlung auf vielfältige Weise beeinflussen kann. Nunmehr sind Konstellationen zu betrachten, in denen die Besteuerung im Bewertungskalkül irrelevant ist. Irrelevanz der Besteuerung liegt dann vor, wenn im Rahmen des gegebenen Kalküls bei gegebenen Marktparametern der Wert, welcher unter Berücksichtigung der Besteuerung ermittelt wird, dem Wert entspricht, welcher sich unter Vernachlässigung der Besteuerung, d.h. bei Bewertung auf Basis von Bruttogrößen, ergibt. Ist Irrelevanz der Besteuerung gegeben, so ist eine Integration der Besteuerung in das Bewertungskalkül nicht erforderlich, d.h. die Bewertung kann mittels Bruttogrößen erfolgen. Da sich in diesem Fall durch Bewertung auf Basis von Bruttogrößen keine anderen Investitionsentscheidungen ergeben als bei Bewertung auf Basis von Nettogrößen, impliziert das

Vorliegen von Irrelevanz der Besteuerung, dass die Besteuerung investitionsneutral ist.[203] Die formale Bedingung für die Irrelevanz der Besteuerung im Bewertungskalkül besteht darin, dass alle Steuersätze aus der Bewertungsgleichung gekürzt werden können, so dass das Bewertungsergebnis ausschließlich Bruttogrößen enthält.

Um Irrelevanzbedingungen abzuleiten, wird zunächst das Referenzsteuersystem im Einperiodenmodell bei Möglichkeit zur Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere betrachtet. Weiterhin wird unterstellt, dass die Steuersätze nach Investoren, nicht jedoch nach Einkunftsarten differenziert sind, d.h. es gilt $s_y = s_{d,y} = s_{v,y} = s_{e,y}$; diese Situation stellt die Besteuerung des ökonomischen Gewinns dar, für welche die Irrelevanz der Besteuerung im Modell unter Sicherheit bekannt ist.[204] Die Bewertungsgleichungen (2.38) und (2.98) vereinfachen sich in der betrachteten Konstellation zu

$$(2.255)\; V_0^y = \frac{(C+V)\cdot(1-s_y)}{1+i\cdot(1-s_y)-s_y} = \frac{C+V}{1+i} \text{ und}$$

$$V_0^y = \frac{(C_u+V_u)\cdot(1-s_y)\cdot\dfrac{-(C_{W,d}+P_d)\cdot(1-s_y)+P_0\cdot(1+i\cdot(1-s_y)-s_y)}{(C_{W,u}+P_u)\cdot(1-s_y)-(C_{W,d}+P_d)\cdot(1-s_y)}}{1+i\cdot(1-s_y)-s_y}$$

$$(2.256)\qquad + \frac{(C_d+V_d)\cdot(1-s_y)\cdot\dfrac{(C_{W,d}+P_d)\cdot(1-s_y)-P_0\cdot(1+i\cdot(1-s_y)-s_y)}{(C_{W,u}+P_u)\cdot(1-s_y)-(C_{W,d}+P_d)\cdot(1-s_y)}}{1+i\cdot(1-s_y)-s_y}$$

$$= \frac{(C_u+V_u)\cdot\dfrac{-(C_{W,d}+P_d)+P_0\cdot(1+i)}{(C_{W,u}+P_u)-(C_{W,d}+P_d)} + (C_d+V_d)\cdot\dfrac{-(C_{W,u}+P_u)+P_0\cdot(1+i)}{(C_{W,u}+P_u)-(C_{W,d}+P_d)}}{1+i}.$$

Es zeigt sich, dass bei Vorliegen des Referenzsteuersystems unter der Bedingung $s_y = s_{d,y} = s_{v,y} = s_{e,y}$ die Besteuerung im Bewertungskalkül irrelevant ist, sofern die Bewertung durch Duplikation möglich ist.[205] Da die Irrelevanz der Besteuerung für alle Investoren $y$ gilt, unterscheiden sich die Grenzpreise unterschiedlicher Investoren auch dann nicht, wenn die Steuersätze nach Investoren differenziert sind, und sich daher die Nettozuflüsse un-

[203] Vgl. Johannsson (1969) S. 104. Die Irrelevanz der Besteuerung im Bewertungskalkül stellt indes nur einen Spezialfall der Investitionsneutralität dar. Die allgemeine Bedingung für Investitionsneutralität lautet, dass sich die Rangfolge der Kapitalwerte der Investitionen bei Integration der Besteuerung und bei Vernachlässigung der Besteuerung im Bewertungskalkül nicht ändert; vgl. Niemann (2001), S. 13. Im Rahmen des Realoptionsansatzes sind die Neutralitätsbedingungen dahin gehend zu modifizieren, dass die Ausübungsschwellen der Realoption bei Berücksichtigung und bei Vernachlässigung der Besteuerung im Kalkül identisch sind; vgl. Niemann (2001), S. 78.

[204] Vgl. Johannsson (1969) S. 105-106; Samuelson (1964), S. 605-607; Schneider (1992), S. 218 ff.; Schreiber (2008), S. 556 ff.

[205] Vgl. zum Modell unter Unsicherheit Kruschwitz/Löffler (2004), S. 1181-1183; Fane (1987), S. 101 ff.

terscheiden. Irrelevanz der Besteuerung lässt sich für beliebige Zahlungen[206] ausschließlich im Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns nachweisen. In anderen Fällen, in denen eine Duplikation möglich ist, beeinflusst die Besteuerung in der Regel die Grenzpreise.

Nunmehr ist der Fall des unvollständigen Kapitalmarkts unter Unsicherheit im Fall $s_y = s_{d,y} = s_{v,y} = s_{e,y}$ zu betrachten; vereinfachend wird hierbei $\widetilde{H}^y = 0$ unterstellt. Gleichung (2.149) lässt sich in diesem Fall darstellen durch

$$V_0^y = n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\left(\widetilde{C}+\widetilde{V}\right)\cdot\left(1-s_y\right) - n_c \cdot \left(\widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right)\cdot\left(1-s_y\right)\right)}{1+i\cdot\left(1-s_y\right) \; - s_y}$$

$$(2.257) \qquad - \frac{0{,}5\cdot\theta^y \cdot \left(1-s_y\right)^2 \cdot \left[\operatorname{var}\left(\left(\widetilde{C}+\widetilde{V}\right) - n_c \cdot \left(\widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right)\right)\right]}{1+i\cdot\left(1-s_y\right) \; - s_y}$$

$$= n_c \cdot P_0 + \frac{E\left(\left(\widetilde{C}+\widetilde{V}\right) - n_c \cdot \left(\widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right)\right)}{1+i} - \frac{0{,}5\cdot\theta^y \cdot \left(1-s_y\right)\cdot \left[\operatorname{var}\left(\left(\widetilde{C}+\widetilde{V}\right) - n_c \cdot \left(\widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right)\right)\right]}{1+i}$$

mit

$$n_c = \left(1-s_y\right)^2 \cdot \operatorname{cov}\left(\widetilde{C}+\widetilde{V}, \widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right) \Big/ \left[\operatorname{var}\left(\widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right)\cdot\left(1-s_y\right)^2\right]$$

$$(2.258) \qquad = \operatorname{cov}\left(\left(\widetilde{C}+\widetilde{V}\right), \left(\widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right)\right) \Big/ \operatorname{var}\left(\widetilde{C}_W + \widetilde{P}\right) \quad .$$

Nach Gleichung (2.257) entfallen die Steuerfaktoren nicht aus dem Risikoabschlag des Sicherheitsäquivalents, so dass bei Besteuerung des ökonomischen Gewinns keine Irrelevanz der Besteuerung vorliegt. Das Sicherheitsäquivalent ist somit regelmäßig auch bei Besteuerung des ökonomischen Gewinns durch die Besteuerung beeinflusst. Für den Fall des unvollständigen Kapitalmarkts ist somit generell von einer Relevanz der Besteuerung für den Grenzpreis auszugehen, sofern der Investor risikoavers ist. Lediglich im Fall der Risikoneutralität d.h. $\theta^y = 0$, liegt Irrelevanz der Besteuerung vor.

### 2.4.3 Reaktion des Grenzpreises auf Änderungen der steuerlichen Rahmenbedingungen

Änderungen der steuerlichen Rahmenbedingungen können sich im hier betrachteten Modellrahmen beispielsweise ergeben durch eine Änderung der Steuersätze, durch einen Übergang von einem Steuersystem mit Besteuerung realisierter Wertänderungen zu einem Steuersystem mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen (oder umgekehrt) oder durch Übergang von einem Steuersystem mit unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen zu einem Steuersystem mit identischer Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen (oder umgekehrt). Als Änderung der steuerlichen Rahmenbedingungen ist insbesondere eine Kons-

[206] Spezielle Irrelevanzbedingungen, welche bei nach Einkünften differenzierten Steuersätzen spezifische Zusammenhänge von Zahlungen und Preisen voraussetzen, werden in Abschnitt 3.5.2.2.1 diskutiert.

tellation anzusehen, in der von einer Welt ohne Steuern in eine Welt mit Steuern übergegangen wird (oder umgekehrt).

Im Rahmen der Relativbewertung sind die Preise der am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere vorgegeben, welche sich bei Vorliegen eines bestimmten Steuersystems gebildet haben.[207] Ändert sich dieses Steuersystem, so ergeben sich zwei Ansatzpunkte, welche den Wert des Bewertungsobjekts beeinflussen:[208] Zunächst sind im Bewertungskalkül die geänderten steuerlichen Faktoren zu berücksichtigen, was für sich genommen zu einer Änderung des Werts des Bewertungsobjekts führt, sofern die Besteuerung nicht sowohl vor als auch nach der Änderung der steuerlichen Regelungen im Kalkül irrelevant ist. Der zweite wertbeeinflussende Faktor ist durch die Preise der am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere gegeben. Ändern sich diese Preise aufgrund der Änderung der steuerlichen Regelungen, so wirkt sich dies ebenfalls auf den Grenzpreis des Bewertungsobjekts aus. Dieser Effekt soll im Folgenden als indirekter Werteffekt der Besteuerung bezeichnet werden.

In Modellen unter Sicherheit besteht der Kapitalmarkt aus der Anlage zum sicheren Zins. Wird angenommen, dass die Höhe des Bruttozinssatzes nicht durch Änderungen der Besteuerung beeinflusst wird, so entfällt der indirekte Werteffekt und es ist möglich, die Reaktion der Grenzpreise für beliebige Änderungen der Besteuerung zu analysieren. In den Modellen unter Unsicherheit gehen – außer beim semisubjektiven Ansatz – neben dem sicheren Zinssatz auch die Preise risikobehafteter Wertpapiere in das Bewertungskalkül ein. Ändern sich nun die steuerlichen Rahmenbedingungen, so ist nicht auszuschließen, dass sich die Preise der Basiswertpapiere relativ zueinander ändern. Eine Änderung der Preise wird immer dann eintreten, wenn durch die Änderung der steuerlichen Rahmenbedingungen bei unveränderten Preisen Arbitragemöglichkeiten entstehen. Dies sei anhand des einperiodigen Binomialmodells bei Übergang von der Welt ohne Steuern zu der Welt mit Steuern bei Vorliegen des Referenzsteuersystems mit nicht investorspezifischen Steuersätzen erläutert. In der Welt ohne Steuern gilt die Arbitragefreiheitsbedingung

(2.259) $C_{d,W} + P_d < P_0 \cdot (1+i) < C_{u,W} + P_u$.

Wird nun das Referenzsteuersystem eingeführt, so ist es möglich, dass in Abhängigkeit von den Steuersätzen

(2.260) $C_{d,W} \cdot (1-s_d) + P_d \cdot (1-s_v) + P_0 \cdot s_v < C_{u,W} \cdot (1-s_d) + P_u \cdot (1-s_v) + P_0 \cdot s_v < P_0 \cdot (1+i_{se})$

oder

(2.261) $P_0 \cdot (1+i_{se}) < C_{d,W} \cdot (1-s_d) + P_d \cdot (1-s_v) + P_0 \cdot s_v < C_{u,W} \cdot (1-s_d) + P_u \cdot (1-s_v) + P_0 \cdot s_v$

gilt, so dass durch Handel mit den Basiswertpapieren Arbitragegewinne erzielt werden können. Der Preis des risikobehafteten Basiswertpapiers oder der sichere Zinssatz werden sich

---
[207] Vgl. Richter (2003), S. 310.
[208] Vgl. Wilhelm/Schosser (2007), S. 144; ähnlich Kruschwitz/Löffler (2004), S. 1183.

aufgrund der durch die Arbitragegelegenheit ausgelösten Änderungen von Angebot und Nachfrage so lange anpassen, bis eine Situation erreicht ist, in der

$$(2.262)\ C_{d,W} \cdot (1-s_d) + P_d \cdot (1-s_v) + P_0 \cdot s_v < P_0 \cdot (1+i_{se}) < C_{u,W} \cdot (1-s_d) + P_u \cdot (1-s_v) + P_0 \cdot s_v$$

gilt. Allerdings ist die Preisreaktion der Basiswertpapiere nicht eindeutig determinierbar, da Gleichung (2.262) für mehrere Preise erfüllt ist. Auch bleibt unklar, ob der Preis des risikobehafteten Basiswertpapiers und der sichere Zinssatz reagieren, oder ob nur eine dieser Größen reagiert. Weiterhin besteht die Möglichkeit, dass einerseits die Arbitragefreiheitsbedingungen (2.259) und (2.262) für mehrere gegebene Preiskombinationen der Basiswertpapiere simultan erfüllt sind, andererseits jedoch trotzdem eine Preisreaktion erfolgt, weil das eine Wertpapier relativ günstiger besteuert wird als das andere Wertpapier oder weil sich durch die Einführung der Besteuerung der den Investoren insgesamt für den Konsum zur Verfügung stehende Betrag ändert.[209] Es ist somit zwar möglich, einen indirekten Werteffekt exogen vorzugeben, welcher in sich konsistente Preiskombinationen der Basiswertpapiere impliziert, d.h. Arbitragemöglichkeiten ausschließt.[210] Jede derartige Vorgabe ist jedoch als willkürlich anzusehen, da dem Modell der Relativbewertung kein Preisbildungsmodell für die Basiswertpapiere zu Grunde liegt.[211]

Als Ergebnis bleibt festzuhalten, dass bei Vorliegen mehrerer Basiswertpapiere bei einer Änderung der steuerlichen Rahmenbedingungen von einer Preisreaktion der Basiswertpapiere auszugehen ist, so dass der indirekte Werteffekt bei der Ermittlung der Reaktion des Werts des Bewertungsobjekts auf die Änderung der Besteuerung zu berücksichtigen ist. Allerdings erfolgt die Bewertung des Bewertungsobjekts relativ zu exogen vorgegebenen Marktpreisen der Basiswertpapiere, welche im Rahmen des Modells nicht determiniert werden; einzige Vorgabe bezüglich der Basiswertpapiere ist die Arbitragefreiheitsbedingung, welche bezüglich mehrerer Preiskombinationen erfüllt sein kann.[212] Das Modell der Relativbewertung ist demnach nicht in der Lage, das Ausmaß des indirekten Werteffekts zu erklären. Die Reaktion des Grenzpreises auf die Änderung steuerlicher Rahmenbedingungen bleibt somit unbestimmt, es sei denn, die exogene Vorgabe eines indirekten Werteffekts wird akzeptiert.

---

[209] Vgl. zum letzteren Argument Wilhelm/Schosser (2007), S. 144; Wilhelm (2005c), S. 1023. Eine Änderung der Preise der Basiswertpapiere ist demnach auch dann nicht ausgeschlossen, wenn der ökonomische Gewinn besteuert wird, obwohl im Fall $s_d = s_v = s_e$ die Gleichungen (2.259) und (2.262) immer simultan erfüllt sind.

[210] Diese Vorgehensweise wird von Kruschwitz/Löffler (2004); Kruschwitz/Löffler (2005a); Kruschwitz/Löffler (2005b) gewählt. Konkret wird unterstellt, dass sich die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten nicht ändern; vgl. Kruschwitz/Löffler (2004), S. 1183, 1186.

[211] Vgl. Wilhelm (2005b), S. 1010-1011; Wilhelm (2005c), S. 1023-1024; Richter (2003), S. 324.

[212] Dies impliziert, dass Investitionsneutralität der Besteuerung ausschließlich für ein gegebenes Steuersystem und gegebene Preiskombinationen der Basiswertpapiere festgestellt werden kann. Ändert sich das Steuersystem, so können sich die Investitionsentscheidungen bezüglich der Basiswertpapiere ändern. Hierdurch können sich die Preise der Basiswertpapiere ändern, so dass indirekte Werteffekte auftreten, welche möglicher Weise die Entscheidung bezüglich des Erwerbs oder der Veräußerung des Bewertungsobjekts beeinflussen. Dies gilt insbesondere auch dann, wenn sowohl vor als auch nach der Änderung des Steuersystems die Besteuerung im Bewertungskalkül irrelevant ist. Diese Problematik wurde bereits von Johansson (1969) im Rahmen der Analyse der Investitionsneutralität im Modell unter Sicherheit erkannt: „It should be observed that cost of capital before taxes does not mean cost of capital in a tax-free society"; Johansson (1969), S. 104.

### 2.5 Thesenförmige Zusammenfassung von Kapitel 2

■ Im Individualansatz erfolgt die Ermittlung des Grenzpreises des Erwerbers (Veräußerers) durch Vergleich des in Geldeinheiten gemessenen intertemporalen Konsumnutzens im Fall ohne Erwerb (Veräußerung), welcher als Basisprogramm bezeichnet wird, mit dem intertemporalen Konsumnutzen im Fall mit Erwerb (Veräußerung), welcher als Bewertungsprogramm bezeichnet wird. Der Grenzpreis des Erwerbers (Veräußerers) ist der maximale (minimale) Preis, zu dem der Erwerber (Veräußerer) bereit ist, das Bewertungsobjekt zu erwerben (veräußern), ohne sich schlechter zu stellen als bei Verzicht auf den Erwerb (die Veräußerung). In das Bewertungskalkül gehen demnach die Zahlungen des Bewertungsobjekts und der Kapitalmarktalternative sowie die Präferenzen der Investoren ein. Die Berücksichtigung von Steuern erfolgt, indem die Grenzpreisbestimmung auf Basis von Nettozahlungen vorgenommen wird. Die Kapitalmarktalternative besteht aus den Basiswertpapieren des Kapitalmarkts. Diesbezüglich wird im Modell ohne Steuern angenommen, dass der Kapitalmarkt arbitragefrei ist. Im Modell mit Steuern können lokale Arbitragemöglichkeiten nicht für jedes Steuersystem ausgeschlossen werden; es ist daher lediglich zu fordern, dass keine globalen Arbitragegelegenheiten bestehen.

■ Grundsätzlich ist zu unterscheiden zwischen dem vollständigen Kapitalmarkt und dem unvollständigen Kapitalmarkt. Der Kapitalmarkt unter Sicherheit stellt einen Spezialfall eines vollständigen Kapitalmarkts dar. Ist der Kapitalmarkt vollständig, so ist eine Duplikation der Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die Rückflüsse der Basiswertpapiere des Kapitalmarkts möglich. Ergebnis der Duplikation ist der arbitragefreie Preis des Bewertungsobjekts. Bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts ist es dagegen meist nicht möglich, die Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch Rückflüsse der Basiswertpapiere des Kapitalmarkts zu duplizieren.

■ Eine Transaktion ist für den Erwerber (Veräußerer) vorteilhaft, wenn der Transaktionspreis den Erwerbergrenzpreis übersteigt (den Veräußerergrenzpreis unterschreitet). Bei Identität von Transaktionspreis und Grenzpreis besteht Indifferenz zwischen der Durchführung der Transaktion und dem Verzicht auf die Transaktion. Das Bestehen eines Einigungsbereichs setzt daher voraus, dass der Erwerbergrenzpreis den Veräußerergrenzpreis übersteigt oder zumindest nicht unterschreitet. Übersteigt der vom Erwerber ermittelte arbitragefreie Preis den vom Veräußerer ermittelten arbitragefreien Preis, so besteht eine lokale Arbitragemöglichkeit.

■ Im Modell ohne Steuern kann bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts die Konsumentscheidung von der Investitionsentscheidung bzw. der Bewertung separiert werden. Die Bewertung erfolgt durch Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts und die Grenzpreise entsprechen den arbitragefreien Preisen. Aufgrund der Möglichkeit der Separation von Konsumentscheidung und Bewertung kann die Bewertung in einem Partialkalkül erfolgen, welches die Kenntnis des Basisprogramms und des Bewertungsprogramms nicht voraussetzt. Der Erwerbergrenzpreis und der Veräußerergrenzpreis sind in dieser Konstellation identisch und unabhängig von den jeweiligen Präferenzen. Dieses Ergebnis gilt im Einperiodenmodell und im Mehrperiodenmodell. Die Bewertung erfolgt durch Diskontierung des marktbestimmten Sicherheitsäquivalents der Zahlungen des Bewertungsobjekts mit dem sicheren Zinssatz. Technisch kann das marktbestimmte Sicherheitsäquivalent mittels risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten, Zustandspreisen, stochastischer Diskontierungsfaktoren oder Risikobewertungsfaktoren dargestellt werden.

■ Bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts erfolgt die Bewertung im Rahmen des Risikoverbundansatzes, welcher im Rahmen der vorliegenden Arbeit nur im Einperiodenmodell analysiert wurde. Da eine Separation von Konsumentscheidung und Bewertung nicht möglich ist, stellt der Risikoverbundansatz ein Totalmodell dar. Die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer hängen nunmehr von den individuellen Präferenzen ab. Der semisubjektive Ansatz, bei dem die Kapitalmarktalternative ausschließlich aus der sicheren Anlage besteht, stellt einen Spezialfall des Risikoverbundansatzes dar.

■ Bei Integration eines Referenzsteuersystems mit linearen, nicht investorspezifischen Steuersätzen, welches eine periodische Besteuerung von Wertänderungen und eine identische Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen voraussetzt, ergeben sich keine strukturellen Unterschiede zum Modell ohne Steuern. Insbesondere ist bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts weiterhin eine Separation von Bewertung und Konsumentscheidung möglich, so dass die Bewertung im Rahmen eines Partialmodells erfolgen kann. Die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer sind weiterhin identisch.

■ Werden Wertänderungen ausschließlich im Zeitpunkt der Realisierung durch Veräußerung besteuert, so gehen die Realisationszeitpunkte explizit in das Bewertungskalkül ein. Im Modell unter Sicherheit kann die Bewertung weiterhin im Rahmen eines Partialmodells erfolgen. Die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer sind jedoch in der Regel unterschiedlich. Entsteht beim Veräußerer aufgrund der Veräußerung ein Veräußerungsgewinn (Veräußerungsverlust), so übersteigt (unterschreitet) der Veräußerergrenzpreis den Erwerbergrenzpreis, d.h. es entsteht ein Lock-In-Effekt (Lock-Out-Effekt).

■ Im Modell unter Unsicherheit ist bei Besteuerung von Wertänderungen im Realisationszeitpunkt die Bewertung nunmehr auch bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts und Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts abhängig vom Basisprogramm, da die Zeitpunkte der Realisierung der Wertänderungen der risikobehafteten Basiswertpapiere im Bewertungskalkül zu berücksichtigen sind. Es ist daher auf jeden Fall ein Totalmodell anzuwenden. Das Bestehen eines Einigungsbereichs hängt nunmehr auch von der Besteuerung der Wertänderungen der Basiswertpapiere ab. Im Mehrperiodenmodell sind im Rahmen der Ermittlung arbitragefreier Preise durch Duplikation komplexe Zirkularitätsprobleme zu lösen, so dass sich die Frage nach Vereinfachungen des Modells stellt, welche einen Näherungswert für den Grenzpreis liefern. Derartige Vereinfachungen bestehen in der Annahme einer periodischen vollständigen oder anteiligen Realisierung und Besteuerung der Wertänderungen der Basiswertpapiere; soweit eine anteilige Realisierung angenommen wird, kann bei unendlichem Planungshorizont und unendlicher Lebensdauer der Basiswertpapiere die Besteuerung von Wertänderungen durch einen effektiven Wertänderungssteuersatz abgebildet werden.

■ Die Analyse des Risikoverbundansatzes zeigt, dass unter bestimmten Bedingungen durch Umschichtung des Portfolios von der sicheren Anlage zu den risikobehafteten Basiswertpapieren im Erwerberkalkül (oder von den risikobehafteten Basiswertpapieren zu der sicheren Anlage im Veräußererkalkül) eine Steigerung des Konsumnutzens erreicht werden kann. Dies ist bedingt durch die Vorteilhaftigkeit des Aufschubs der Realisierung von Wertsteigerungen. Dieser Effekt tritt auch bei Möglichkeit zur Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts auf, so dass die Grenzpreise geringfügig von den arbitragefreien Preisen abweichen, soweit der Effekt wirksam wird.

■ Können bei der Besteuerung realisierter Wertänderungen Veräußerungsverluste ausschließlich mit Veräußerungsgewinnen ausgeglichen werden, so ist die Bemessungsgrundlage für die Veräußerungsgewinnsteuer für alle Wertpapiere einschließlich des Bewertungsobjekts gemeinsam zu ermitteln. Das Ziel der Investoren besteht in dieser Konstellation in der Minimierung der Bemessungsgrundlage der Veräußerungsgewinnsteuer. Können etwaige Veräußerungsgewinne immer vollständig durch eine Realisierung von Veräußerungsverlusten ausgeglichen werden, so ist die Besteuerung von Wertänderungen im Bewertungskalkül irrelevant.

■ Werden Sollzinsen und Habenzinsen unterschiedlich besteuert, so ist im Bewertungskalkül danach zu unterscheiden, ob der Investor den Bestand der sicheren Anlage, den Kreditbestand oder sowohl den Bestand der sicheren Anlage als auch den Kreditbestand variiert. Im ersten Fall ist mit dem Zinssatz nach Steuern auf Habenzinsen, im zweiten Fall mit dem Zinssatz nach Steuern auf Sollzinsen und im dritten Fall mit einem Mischzinssatz zu diskontieren. Im dritten Fall zeigt die Analyse des Risikoverbundansatzes, dass eine Portfolioumschichtung zwischen der sicheren Anlage bzw. der Kreditaufnahme und den risikobehafteten Basiswertpapieren den Konsumnutzen steigert, da eine Minderung (Erhöhung) des Bestands der sicheren Anlage vorteilhafter (weniger vorteilhaft) ist als eine Erhöhung (Minderung) des Kreditbestands; da dieser Effekt auch im Fall der Möglichkeit zur Duplikation eintritt, weichen die arbitragefreien Preise geringfügig von den Grenzpreisen ab.

■ Ist der Tarifverlauf der Einkommensteuer progressiv, so kann sich der Durchschnittsteuersatz bei Durchführung des Bewertungsprogramms vom Durchschnittsteuersatz bei Durchführung des Basisprogramms unterscheiden. Dies impliziert eine Änderung der Steuerbelastung der Einkünfte, welche nicht unmittelbar von der Entscheidung bezüglich des Erwerbs bzw. der Veräußerung betroffen sind. Diese Änderung der Steuerbelastung ist im Bewertungskalkül zu berücksichtigen. Im Modell unter Unsicherheit, welches für einen progressiven Tarifverlauf im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht analysiert wurde, werden die Durchschnittsteuersätze bei progressivem Tarifverlauf stochastisch, da die Bemessungsgrundlage stochastisch wird.

■ Plant der Investor, das Bewertungsobjekt vor der Liquidation in einem zukünftigen Zeitpunkt zu veräußern, so geht der zukünftige Veräußerungserlös in das Bewertungskalkül ein. Dieser Veräußerungserlös stellt den Grenzpreis des Bewertungsobjekts im geplanten zukünftigen Veräußerungszeitpunkt dar. Bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts ist im Modell ohne Steuern und bei Vorliegen des Referenzsteuersystems der zukünftige Veräußerungserlös (Grenzpreis) eindeutig determiniert. In allen anderen Konstellationen hängt der Veräußerungserlös (Grenzpreis) dagegen davon ab, ob er im Rahmen eines Erwerberkalküls oder eines Veräußererkalküls ermittelt wird und ob ggf. zwischen dem Veräußerungszeitpunkt und dem Liquidationszeitpunkt weitere Veräußerungen erfolgen. Zur Bestimmung des Veräußerungserlöses sind daher zusätzliche Prämissen erforderlich.

■ Eine Erweiterung des vorliegenden Modells im Hinblick auf Leerverkaufsbeschränkungen, investorspezifische Steuersätze und nach Wertpapieren differenzierte Steuersätze ist möglich. Bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze ist zu beachten, dass möglicher Weise für bestimmte Steuersatzkombinationen der Kapitalmarkt nicht arbitragefrei ist; in diesem Fall ist ein Modell mit Leerverkaufsbeschränkungen zu verwenden. Auch ist es möglich, dass Investoren mit bestimmten Steuersatzkombinationen nicht alle Wertpapiere in ihren Portfolios halten; dies schränkt die Möglichkeiten der Duplikation ein.

■ Das Bewertungskalkül weist die Eigenschaft der Wertadditivität auf, wenn der Kapitalmarkt vollständig ist und entweder keine Steuern existieren oder das Referenzsteuersystem vorliegt. In allen anderen Konstellationen weist das Modell dagegen im Allgemeinen nicht die Eigenschaft der Wertadditivität auf; ggf. lassen sich Bereiche identifizieren, in denen Wertadditivität vorliegt.

■ Ist die Besteuerung im Bewertungskalkül irrelevant, so kann die Bewertung auf Basis von Bruttogrößen erfolgen. Irrelevanz der Besteuerung setzt zum einen voraus, dass der ökonomische Gewinn besteuert wird. Zum anderen ist vorauszusetzen, dass entweder der Kapitalmarkt vollständig ist oder dass bei unvollständigem Kapitalmarkt der Investor risikoneutral ist.

■ Ändern sich die steuerlichen Rahmenbedingungen, so existieren zwei Ansatzpunkte, welche den Wert des Bewertungsobjekts beeinflussen: Zunächst sind im Bewertungskalkül die geänderten steuerlichen Faktoren zu berücksichtigen, was für sich genommen zu einer Änderung des Werts des Bewertungsobjekts führt, sofern die Besteuerung nicht sowohl vor als auch nach der Änderung der steuerlichen Regelungen im Kalkül irrelevant ist (direkter Effekt). Der zweite wertbeeinflussende Faktor ist durch die Preise der am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere gegeben. Ändern sich diese Preise aufgrund der Änderung der steuerlichen Regelungen, so wirkt sich dies ebenfalls auf den Grenzpreis des Bewertungsobjekts aus (indirekter Effekt). Ein indirekter Effekt tritt zwingend auf, wenn die Änderung der steuerlichen Rahmenbedingungen bei im Vergleich zu der Situation vor der Änderung unveränderten Preisen Arbitragemöglichkeiten impliziert. Der indirekte Werteffekt kann jedoch nicht eindeutig determiniert werden, so dass die Reaktion der Preise der Basiswertpapiere auf die Steueränderung unbestimmt ist. Die Reaktion des Grenzpreises auf Steueränderungen kann daher nicht eindeutig determiniert werden.

# 3 Die Bestimmung von Marktpreisen

## 3.1 Marktpreise und individuelle Grenzpreise

Im vorhergehenden Abschnitt 2 wurden individuelle Grenzpreise einzelner Investoren ermittelt. Im Fall des unvollständigen Kapitalmarkts können die Rückflüsse des Bewertungsobjekts nicht durch die Rückflüsse der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere dupliziert werden. Daher sind die Grenzpreise von den individuellen Nutzenfunktionen der Investoren abhängig und somit investorspezifisch. Dies gilt sowohl für das Modell mit Steuern als auch für das Modell ohne Steuern.

Im Fall des vollständigen Kapitalmarkts (unter Sicherheit oder unter Unsicherheit) ist dagegen eine Duplikation der Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die Rückflüsse der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere möglich. Im Modell ohne Steuern ergeben sich bei Annahme homogener Erwartungen für alle potentiellen Erwerber und alle potentiellen Veräußerer des Bewertungsobjekts identische Grenzpreise, welche den arbitragefreien Preisen entsprechen. Da ein Einigungsbereich somit nur dann besteht, wenn das Bewertungsobjekt zum arbitragefreien Preis gehandelt wird, stellt der arbitragefreie Preis des Bewertungsobjekts auch den Marktpreis des Bewertungsobjekts dar. Der Individualansatz und der Marktansatz fallen daher zusammen. Da das Modell die Eigenschaft der Wertadditivität aufweist, entspricht der Grenzpreis (Marktpreis) eines Anteils des Bewertungsobjekts grundsätzlich dem anteiligen Grenzpreis (Marktpreis) des gesamten Bewertungsobjekts. Es ist daher möglich, den Marktpreis des gesamten Bewertungsobjekts unabhängig von der Anzahl der Beteiligten zu bestimmen. Der Marktpreis des gesamten Bewertungsobjekts entspricht dem arbitragefreien Preis des gesamten Bewertungsobjekts. Sofern das Bewertungsobjekt bereits am Kapitalmarkt gehandelt wird, kann alternativ zu der Argumentation bezüglich der Identität der Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer die Identität von Marktpreis und arbitragefreiem Preis auch wie folgt erklärt werden: Wird das Bewertungsobjekt zu einem Preis gehandelt, welcher den arbitragefreien Preis übersteigt (unterschreitet), so entsteht ein Überschussangebot (eine Überschussnachfrage), welche so lange zu Preisanpassungen führt, bis der Marktpreis des Bewertungsobjekts dem arbitragefreien Preis entspricht.

Die vorstehenden Aussagen bezüglich der Identität von Marktpreisen und arbitragefreien Preisen bzw. Grenzpreisen sowie der Wertadditivität können dagegen im Modell mit Steuern nur dann aufrecht erhalten werden, wenn zum einen das Referenzsteuersystem mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen und identischer Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen vorliegt und wenn zum anderen die Steuersätze nicht nach Investoren differenziert sind. In den folgenden Fällen ist es dagegen nicht möglich, aus dem individuellen Grenzpreis eines Investors auf den Marktpreis zu schließen:

- Besteuerung von Wertänderungen bei Realisierung durch Veräußerung.
- Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen.

- Differenzierung der Steuersätze nach Investoren, es sei denn, die Besteuerung ist im Bewertungskalkül aller Investoren irrelevant; letzteres ist für den Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns gegeben.
- Vorliegen eines progressiven Steuertarifs.

Aus den Grenzpreiskalkülen ergeben sich in den vorstehend genannten Konstellationen offensichtlich keine Folgerungen für den Preis, zu dem das Bewertungsobjekt oder ein Anteil des Bewertungsobjekts am Markt gehandelt wird. Insbesondere ist es, anders als im Modell ohne Steuern oder im Fall des Referenzsteuersystems, nicht möglich, Marktpreise ausschließlich anhand von Arbitrageüberlegungen eines einzelnen Investors zu ermitteln. Zur Bestimmung von Marktpreisen sind daher alternative Modellansätze heranzuziehen.

Ein erster Ansatz basiert auf Arbitrageüberlegungen. Liegt das Referenzsteuersystem mit investorspezifischen Steuersätzen sowie ein vollständiger Kapitalmarkt vor, so kann angenommen werden, dass sich die Marktpreise anhand von Arbitrageüberlegungen auf Basis der Steuersatzkombination eines repräsentativen Investors bilden. Die Marktpreise sind unter dieser Annahme gegeben durch die individuellen arbitragefreien Preise des repräsentativen Investors; dieser kann daher auch als Preis bestimmender Investor bezeichnet werden.[210] Für die übrigen Investoren existieren bei diesen Preisen Arbitragegelegenheiten. Gelingt es, die Steuersätze des repräsentativen Investors aus den Marktpreisen der am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere abzuleiten,[211] so können diese Steuersätze für die Bestimmung des Marktpreises des Bewertungsobjekts herangezogen werden. Erfolgt eine unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen, so ist zudem zu klären, ob der repräsentative Investor Mittel anlegt oder Kredite aufnimmt, um den in die arbitragefreien Preise des repräsentativen Investors eingehenden Steuersatz auf Zinsen zu determinieren.

Erfolgt die Besteuerung von Wertänderungen ausschließlich bei Realisierung, so ist die Kenntnis der Zeitpunkte erforderlich, in denen der repräsentative Investor die Wertänderungen realisiert. Wie die Analyse des Grenzpreiskalküls zeigt, ist die Integration der an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung von Wertänderungen insbesondere im Mehrperiodenkalkül mit komplexen Zirkularitätsproblemen behaftet.[212] Eine Vereinfachung stellt die Annahme eines effektiven Wertänderungssteuersatzes dar.[213] Dieser bildet die Möglichkeit des Aufschubs einer an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung von Wertänderungen pauschal ab, ist jedoch nicht in der Lage, die Besteuerung von Wertänderungen exakt im Rahmen der Bewertung durch Duplikation zu berücksichtigen. Im Rahmen der Bestimmung von Marktpreisen bietet es sich an, das für die Ermittlung des effektiven Wertänderungssteuersatzes unterstellte Realisierungsverhalten auch bezüglich des Bewertungsobjekts anzunehmen, so dass im arbitragebasierten Bewertungskalkül lediglich der Steuersatz $s_v$ durch den effektiven

---

[210] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 752 ff. zur Existenz eines repräsentativen Investors bei Vorliegen eines progressiven Steuersystems. Vgl. auch Schaefer (1982), S. 176-177.

[211] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 759; Schaefer (1982), S. 176-177. Eine ausführliche Analyse der Existenz eines repräsentativen Investors erfolgt in Abschnitt 3.5.2.2.1.

[212] Vgl. Abschnitt 2.3.2.2.2.1.

[213] Vgl. Lübbehüsen (2000), S. 69-70; Abschnitt 2.3.2.2.2.3.

Wertänderungssteuersatz $s_w$ zu ersetzen ist; dies setzt allerdings eine unendliche Lebensdauer des Bewertungsobjekts voraus.

Der zweite mögliche Ansatz zur Bestimmung eines Marktpreises besteht darin, einen auf dem Konzept des Marktgleichgewichts basierenden Ansatz zu wählen. Einen solchen Ansatz stellt das Tax-CAPM dar, auf dessen Basis gleichgewichtige Marktpreise für den Fall der Differenzierung der Steuersätze nach Investoren und nach Einkünften sowie unter bestimmten Voraussetzungen auch für den Fall eines progressiven Tarifverlaufs in einem einperiodigen Modellrahmen abgeleitet werden können. Die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen sowie die Besteuerung von Wertänderungen bei Realisierung[214] können dagegen im einperiodigen Tax-CAPM nicht abgebildet werden.

Im Folgenden wird die Determinierung von Marktpreisen mittels des CAPM und des Tax-CAPM analysiert. Hierbei werden zunächst formale Renditedefinitionen betrachtet, welche für die Herleitung des Modells von Bedeutung sind. Anschließend erfolgt die Herleitung des CAPM und der unterschiedlichen Varianten des Tax-CAPM. Hierauf aufbauend erfolgt eine Interpretation der Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM. Insbesondere wird analysiert, inwieweit das Tax-CAPM in der Lage ist, die Steuersatzkombination eines repräsentativen Investors modellendogen zu determinieren. Anschließend werden Zusammenhänge von CAPM und Tax-CAPM sowie dem auf Arbitrageargumenten basierenden Preisbildungsmodell bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts diskutiert, wobei auch auf den repräsentativen Investor des Arbitragemodells eingegangen wird. Abschließend wird die Bewertung eines Bewertungsobjekts auf Basis des CAPM und des Tax-CAPM betrachtet. Hierbei wird auch auf Modelle eingegangen, welche die Bewertung mittels des CAPM auf Basis von Individualkalkülen einzelner Investoren ableiten.

## 3.2 Endvermögen und Renditen

### 3.2.1 Modell ohne Besteuerung

Da die formale Abbildung der durch einzelne Wertpapiere und durch Portfolios generierten Endvermögen und deren Transformation in einperiodige Renditegrößen eine wichtige Grundlage für die folgenden Abschnitte darstellt, erfolgt hier eine grundlegende Darstellung, auf die in den folgenden Abschnitten zurückgegriffen wird. Es kommen die folgenden Prämissen zur Anwendung:[215]

1. Es existiert eine risikolose Anlage- und Verschuldungsmöglichkeit $(j=0)$ zum sicheren Zinssatz $i$. Für den heutigen Preis einer Einheit der risikolosen Anlage gilt $P_{0,0}=1$.
2. Es existieren $J$ $(j=1...J)$ Anlagemöglichkeiten in riskante Wertpapiere, welche beliebig teilbar sind. Der Preis eines Wertpapiers $j$ in $t=0$ beträgt $P_{0,j}$. In der Folgeperiode $t=1$

[214] Vgl. auch Abschnitt 3.6.4.3.

[215] Vgl. Diese Prämissen bezüglich der am Kapitalmarkt gehandelten Titel dienen hier zunächst nur der formalen Renditebestimmung, sind jedoch im Folgenden auch der Theorie der Portfolioselektion und dem CAPM-Gleichgewicht zu Grunde zu legen. Vgl. zu den Prämissen bezüglich des Kapitalmarkts Schmidt/Terberger (1999), S. 314, 345; Kruschwitz (2002), S. 153-154.

generiert jedes Wertpapier $j$ eine unsichere Ausschüttung von $\tilde{C}_j$ und weist einen unsicheren Preis (Kurswert) von $\tilde{P}_j$ auf.

3. Der Betrachtungszeitraum beträgt eine Periode.
4. Die Wertpapiere werden auf einem vollkommenen Kapitalmarkt gehandelt. Es existieren demnach keine Transaktionskosten oder Marktzugangsbeschränkungen.
5. Es existieren keine Steuern.
6. Es liegt eine Anfangsausstattung $w_0$ vor, welche vollständig in die am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere investiert wird.

Zu betrachten ist zunächst die Rendite eines einzelnen risikobehafteten Wertpapiers. Diese ist definiert durch

$$(3.1)\quad \tilde{r}_j = \frac{\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right)}{P_{0,j}} - 1 \ .$$

Nunmehr wird eine Situation betrachtet, in der im Zeitpunkt $t = 0$ ein Betrag der Höhe $w_0$ zur Investition in ein Portfolio $P$ zur Verfügung steht, welches sich aus den am Kapitalmarkt vorhandenen Anlagemöglichkeiten zusammensetzt. Die Anzahl des im Portfolio enthaltenen Wertpapiers $j$ $(j = 0 ... J)$ sei mit $n_j$ bezeichnet; $n_0$ stellt wegen $P_{0,0} = 1$ den Betrag der sicheren Anlage dar. Das Portfolio generiert im Zeitpunkt $t = 1$ ein Endvermögen der Höhe $\tilde{w}_P$; dieses besteht aus den Rückflüssen der im Portfolio enthaltenen Wertpapiere. Zu bestimmen sind nun formale Ausdrücke für das Endvermögen $\tilde{w}_P$, dessen Erwartungswert und dessen Varianz. Das stochastische Endvermögen $\tilde{w}_P$ eines Portfolios $P$ ergibt sich zu[216]

$$(3.2)\quad \tilde{w}_P = n_0 \cdot (1 + i) + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot \left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right).$$

Hieraus folgt der Erwartungswert des Endvermögens

$$(3.3)\quad E(\tilde{w}_P) = n_0 \cdot (1 + i) + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot E\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right).$$

Für die Varianz des Endvermögens ergibt sich unter Beachtung der Beziehung $\operatorname{var}\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right) = \operatorname{cov}\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j ; \tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right)$

$$(3.4)\quad \operatorname{var}(\tilde{w}_P) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{J} n_j \cdot n_k \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j, \tilde{C}_k + \tilde{P}_k\right).$$

Da die gesamte Anfangsausstattung investiert wird, muss der Preis des Portfolios der Anfangsausstattung entsprechen. Es gilt demnach

[216] Vgl. König (1990), S. 69.

$$(3.5)\quad w_0 = n_0 + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot P_{0,j}\ .$$

Die Rendite des Portfolios ist demnach definiert durch $\tilde{r}_P = \tilde{w}_P / w_0 - 1$. Sie lässt sich somit wie folgt darstellen:[217]

$$(3.6)\quad \begin{aligned} \tilde{r}_P &= \frac{\tilde{w}_P}{w_0} - 1 = \frac{n_0 \cdot (1+i) + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot \left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right)}{w_0} - 1 \\ &= \left[\frac{1+i}{1} - 1\right] \cdot \frac{n_0}{w_0} + \sum_{j=1}^{J} \left[\frac{\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right)}{P_{0,j}} - 1\right] \cdot \frac{n_j \cdot P_{0,j}}{w_0}\ . \end{aligned}$$

Die Terme in eckigen Klammern sind die Renditen der einzelnen Wertpapiere. Die Faktoren $n_j \cdot P_{0,j} / w_0$ stellen den Anteil des Preises des Wertpapiers $j$ am Preis des gesamten Portfolios und somit den Anteil der Investition in das Wertpapier $j$ am insgesamt investierten Betrag dar. Die Rendite des Portfolios ergibt sich demnach als mit den wertmäßigen Anteilen am gesamten Investitionsbetrag gewichtete Summe der Renditen der einzelnen Wertpapiere. Bezeichnet $x_j = n_j \cdot P_{0,j} / w_0$ mit $x_0 + \sum_{j=1}^{J} x_j = 1$ den Anteil des Wertpapiers $j$ am Investitionsbetrag, so folgt für die Rendite des Portfolios[218]

$$(3.7)\quad \tilde{r}_P = x_0 \cdot i + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \tilde{r}_j\ .$$

Hieraus ergibt sich die erwartete Rendite des Portfolios

$$(3.8)\quad E(\tilde{r}_P) = x_0 \cdot i + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot E(\tilde{r}_j).$$

Die Varianz der Rendite des Portfolios ist durch

$$(3.9)\quad \operatorname{var}(\tilde{r}_P) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{J} x_j \cdot x_k \cdot \operatorname{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_k)$$

gegeben.

### 3.2.2 Modell mit Besteuerung

#### 3.2.2.1 Der allgemeine Fall

In die vorstehend betrachteten Rendite- und Endvermögensgrößen sollen nun Steuern einbezogen werden. Grundsätzlich ist sowohl die Integration linearer Steuersätze als auch progressiver Steuersätze in das Modell denkbar. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass bei stochastischen Rückflüssen auch die steuerliche Bemessungsgrundlage stochastisch wird, was im Fall progressiver Besteuerung stochastische Durchschnittsteuersätze und Grenzsteuersätze impli-

[217] Vgl. zur Umformung der Endvermögensgröße in eine Renditegröße König (1990), S. 69.
[218] Vgl. zur Renditedarstellung Schmidt/Terberger (1999), S. 316; Albrecht/Maurer (2005), S. 249.

ziert. Um stochastische Steuersätze zu vermeiden, kann die progressive Besteuerung auf deterministische Einkunftsbestandteile beschränkt werden.[219] Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind jedoch bis auf die Verzinsung der sicheren Anlage alle Einkunftsbestandteile stochastisch, so dass lineare Steuersätze anzunehmen sind, um stochastische Steuersätze auszuschließen. Im Folgenden wird angenommen, dass das Referenzsteuersystem vorliegt, dass also lineare Steuersätze $s_e$ auf Zinsen, $s_d$ auf Ausschüttungen und $s_v$ auf Wertänderungen vorliegen. Weiterhin erfolgt eine periodische Besteuerung von Wertänderungen und ein sofortiger Verlustausgleich.

Die Rendite eines Wertpapiers nach Steuern ist definiert durch[220]

$$(3.10)\quad \tilde{r}_{s,j} = \frac{\tilde{C}_j \cdot (1-s_d)}{P_{0,j}} + \frac{\tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v}{P_{0,j}} - 1 = \tilde{r}_j^D \cdot (1-s_d) + \tilde{r}_j^K \cdot (1-s_v) = \tilde{r}_{s,j}^D + \tilde{r}_{s,j}^K \quad ,$$

wobei die Dividendenrendite vor Steuern durch

$$(3.11)\quad \tilde{r}_j^D = \frac{\tilde{C}_j}{P_{0,j}}$$

und die Kursrendite vor Steuern durch

$$(3.12)\quad \tilde{r}_j^K = \frac{\tilde{P}_j}{P_{0,j}} - 1$$

gegeben ist. Wegen $\tilde{r}_j = \tilde{r}_j^D + \tilde{r}_j^K$ lässt sich die Nettorendite auch darstellen als

$$(3.13)\quad \tilde{r}_{s,j} = \tilde{r}_j \cdot (1-s_v) + \tilde{r}_j^D \cdot (s_v - s_d) = \tilde{r}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{r}_j^K \cdot (s_d - s_v).$$

Das durch ein Portfolio generierte Endvermögen $\tilde{w}_{s,P}$ nach Steuern ergibt sich aus dem Endvermögen vor Steuern abzüglich der Steuerzahlung. Es resultiert[221]

$$(3.14)\quad \tilde{w}_{s,P} = n_0 \cdot [1 + i \cdot (1-s_e)] + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot \left[\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v\right].$$

Hieraus folgt der Erwartungswert des Endvermögens nach Steuern

$$(3.15)\quad E(\tilde{w}_{s,P}) = n_0 \cdot [1 + i \cdot (1-s_e)] + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot E\left[\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v\right].$$

Bei der Ermittlung der Varianz des Endvermögens nach Steuern ist zu beachten, dass die sichere Größe $P_{0,j} \cdot s_v$ entfällt. Es ergibt sich demnach

---

[219] Vgl. Wiese (2006a), S. 106. Im Ergebnis auch König (1990), S. 70; Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 166; Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 471, 473, welche ausschließlich steuerfreie Wertänderungen als stochastische Parameter zulassen.

[220] Vgl. Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 903.

[221] Vgl. zum Endvermögen nach Steuern König (1990), S. 70; Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 902; Wiese (2006a), S. 98, 114.

$$(3.16)\quad \operatorname{var}\left(\tilde{w}_{s,P}\right)=\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{J} n_j \cdot n_k \cdot \operatorname{cov}\left[\tilde{C}_j \cdot (1-s_d)+\tilde{P}_j \cdot (1-s_v);\tilde{C}_k \cdot (1-s_d)+\tilde{P}_k (1-s_v)\right].$$

Da die gesamte Anfangsausstattung investiert wird, muss der Preis des Portfolios der Anfangsausstattung entsprechen. Für den Preis des Portfolios ergibt sich demnach wiederum

$$(3.17)\quad w_0 = n_0 + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot P_{0,j}\ .$$

Nunmehr ist die Nettorendite des Portfolios zu betrachten.[222] Diese ist definiert durch $\tilde{r}_{s,P} = \tilde{w}_{s,P} / w_0 - 1$ und ergibt sich somit zu

$$(3.18)\quad \begin{aligned} \tilde{r}_{s,P} &= \frac{\tilde{w}_{s,P}}{w_0} - 1 = \frac{n_0 \cdot \left[1 + i \cdot (1-s_e)\right] + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot \left[\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v\right]}{w_0} - 1 \\ &= \left[\frac{1 + i \cdot (1-s_e)}{1} - 1\right] \cdot \frac{n_0}{w_0} + \sum_{j=1}^{J} \left[\frac{\left[\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v\right]}{P_{0,j}} - 1\right] \cdot \frac{n_j \cdot P_{0,j}}{w_0}\ . \end{aligned}$$

Die Nettorendite des Portfolios ergibt sich demnach wie im Modell ohne Steuern als mit den jeweiligen Anteilen am gesamten Investitionsbetrag gewichtete Summe der Renditen der einzelnen Wertpapiere. Mit $i_{se} = i \cdot (1 - s_e)$ folgt für die Nettorendite des Portfolios

$$(3.19)\quad \tilde{r}_{s,P} = x_0 \cdot i_{se} + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \tilde{r}_{s,j} = x_0 \cdot i_{se} + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \left(\tilde{r}_{s,j}^{D} + \tilde{r}_{s,j}^{K}\right).$$

Hieraus ergibt sich die erwartete Nettorendite des Portfolios

$$(3.20)\quad E\left(\tilde{r}_{s,P}\right) = x_0 \cdot i_{se} + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot E\left(\tilde{r}_{s,j}\right).$$

Die Varianz der Nettorendite des Portfolios ist durch

$$(3.21)\quad \operatorname{var}\left(\tilde{r}_{s,P}\right) = \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{J} x_j \cdot x_k \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{s,j}, \tilde{r}_{s,k}\right)$$

gegeben.

#### 3.2.2.2 Spezialfälle

##### 3.2.2.2.1 Lineare Beziehungen

Im Folgenden sind Konstellationen zu analysieren, in denen zwischen der Rendite des Portfolios nach Steuern und der Rendite des Portfolios vor Steuern ein linearer Zusammenhang der Form

$$(3.22)\quad \tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II}$$

[222] Vgl. zur Umformung der Endvermögensgröße nach Steuern in eine Renditegröße nach Steuern König (1990), S. 70-71.

oder

(3.23) $\tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II} \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{III}$

besteht. Das Bestehen eines linearen Zusammenhangs der Form (3.22) oder (3.23) ist für die Analyse der Portfolioselektion und der Ausnutzung von Arbitragemöglichkeiten bei Vorliegen von Steuern von Bedeutung, wie im Folgenden deutlich wird.[223]

Gilt $s_d = s_v = s_e$, so folgt immer der Zusammenhang

(3.24) $\tilde{r}_{s,P} = \tilde{r}_P \cdot (1 - s_e)$,

so dass Gleichung (3.22) mit $A_I = 1 - s_e$ und $A_{II} = 0$ erfüllt ist. Für $s_d \neq s_v \neq s_e$ ist dagegen eine lineare Beziehung zwischen Nettorendite und Bruttorendite nur in Spezialfällen gegeben, welche im Folgenden dargestellt werden. Zu betrachten sind zunächst die folgenden linearen Beziehungen zwischen den Renditebestandteilen der einzelnen Wertpapiere:[224]

| | Lineare Beziehung | | Nettorendite $\tilde{r}_{s,j}$ |
|---|---|---|---|
| | Renditegröße | Vermögensgröße | |
| I | $\tilde{r}_j^D = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ | $\tilde{C}_j = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot \tilde{P}_j + \frac{a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot P_0$ | $\tilde{r}_j \cdot [1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)]$ $+ a_1 \cdot (s_v - s_d)$ |
| II | $\tilde{r}_j^K = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ | $\tilde{P}_j = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot \tilde{C}_j + \frac{1 + a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot P_0$ | $\tilde{r}_j \cdot [1 - s_d + a_2 \cdot (s_d - s_v)]$ $+ a_1 \cdot (s_d - s_v)$ |
| III | $r_j^D = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r}_j)$ | $C_j = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot E(\tilde{P}_j) + \frac{a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot P_0$ | $\tilde{r}_j \cdot (1 - s_v) + E(\tilde{r}_j) \cdot a_2 \cdot (s_v - s_d)$ $+ a_1 \cdot (s_v - s_d)$ |
| IV | $r_j^K = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r}_j)$ | $P_j = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot E(\tilde{C}_j) + \frac{1 + a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot P_0$ | $\tilde{r}_j \cdot (1 - s_d) + E(\tilde{r}_j) \cdot a_2 \cdot (s_d - s_v)$ $+ a_1 \cdot (s_d - s_v)$ |

Tabelle 3.1: Lineare Beziehungen zwischen den Renditebestandteilen

In Zeile I (II) besteht eine lineare Beziehung zwischen der stochastischen Dividendenrendite (Kursrendite) und der Gesamtrendite. In Zeile III (IV) besteht die lineare Beziehung zwischen der deterministischen Dividendenrendite (Kursrendite) und dem Erwartungswert der stochastischen Gesamtrendite.

Nunmehr wird unterstellt, dass die in Tabelle 3.1 dargestellten Beziehungen jeweils für alle riskanten Wertpapiere des betrachteten Kapitalmarkts bestehen. Dies bedeutet, dass die deterministischen Faktoren $a_1$ und $a_2$ für alle Wertpapiere identisch sind. Hierbei ist zu beachten, dass der Wertebereich für den Faktor $a_1$ begrenzt ist, wenn vorausgesetzt wird, dass die

[223] Vgl. Abschnitt 3.4.2.2.2.2; Abschnitt 3.4.2.2.2.3; Abschnitt 3.5.2.2.

[224] Die angegebenen linearen Beziehungen stehen im Zusammenhang mit der Irrelevanz der Besteuerung für die Portfolioselektion und das Gleichgewicht des Tax-CAPM; vgl. Abschnitt 3.4.2.2.2.2; Abschnitt 3.4.2.2.2.3;für den Fall der Spalte III Long (1977), S. 29 ff. (grundlegend); König (1990), S. 73 ff.; Wiese (2006a), S. 75 ff.

Dividenden und demnach auch die Dividendenrenditen der Wertpapiere lediglich positive Werte annehmen können. Für den Fall der sicheren Dividendenrendite (Zeile III) folgt demnach die Bedingung $a_1 \geq -a_2 \cdot \min_j\left[E\left(\tilde{r}_j\right)\right]$, d.h. $a_1$ darf die geringste erwartete Gesamtrendite aller Wertpapiere $j$ multipliziert mit $-a_2$ nicht unterschreiten.[225] Im Fall stochastischer Dividendenrenditen (Zeile I) darf $a_1$ entsprechend die geringste mögliche Ausprägung der Gesamtrenditen aller Wertpapiere $j$ multipliziert mit $-a_2$ nicht unterschreiten; darüber hinaus dürfen die Gesamtrenditen dann in allen Zuständen nur positive Werte annehmen. Im Fall der linearen Beziehung zwischen Kursrendite und Gesamtrendite existieren keine entsprechenden Grenzen, da Kursrenditen negativ sein können.

Für die Nettorendite eines Portfolios folgt im Fall der Zeile I unter Beachtung von $\sum_{j=1}^{J} x_j = 1 - x_0$ und $\sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \tilde{r}_j = \tilde{r}_P - x_0 \cdot i$

$$
\begin{aligned}
\tilde{r}_{s,P} &= x_0 \cdot i \cdot (1 - s_e) + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \left[\ \tilde{r}_j \cdot \left[1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)\right] + a_1 \cdot (s_v - s_d)\ \right] \\
&= x_0 \cdot i \cdot (1 - s_e) + \left[1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)\right] \cdot (\tilde{r}_P - x_0 \cdot i) + (1 - x_0) \cdot a_1 \cdot (s_v - s_d) \\
&= \left[1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)\right] \cdot \tilde{r}_P + a_1 \cdot (s_v - s_d) \\
&\quad + x_0 \cdot \left[\ i \cdot \left[s_v - s_e - a_2 \cdot (s_v - s_d)\right] - a_1 \cdot (s_v - s_d)\right] .
\end{aligned} \tag{3.25}
$$

Damit nun unabhängig von der Portfoliozusammensetzung eine lineare Beziehung besteht, muss der dritte Summand aus der unteren Zeile von Gleichung (3.25) entfallen, d.h. es muss die Beziehung

$$
i \cdot \left[s_v - s_e - a_2 \cdot (s_v - s_d)\right] - a_1 \cdot (s_v - s_d) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = i \cdot \left[\frac{(s_e - s_v)}{(s_d - s_v)} - a_2\right] \tag{3.26}
$$

zwischen $a_1$ und $a_2$ erfüllt sein, so dass die Nettorendite gegeben ist durch

$$
\tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II} = \left[1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)\right] \cdot \tilde{r}_P + a_1 \cdot (s_v - s_d) \ . \tag{3.27}
$$

Im Fall der Zeile II folgt analog die Nettorendite

$$
\tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II} = \left[1 - s_d + a_2 \cdot (s_d - s_v)\right] \cdot \tilde{r}_P + a_1 \cdot (s_d - s_v), \tag{3.28}
$$

wenn

$$
a_1 = i \cdot \left[\frac{(s_e - s_d)}{(s_v - s_d)} - a_2\right] \tag{3.29}
$$

erfüllt ist.

[225] Vgl. König (1990), S. 78-79; Wiese (2006a), S. 89-90.

Für Zeile III folgt für die Nettorendite unter Beachtung von $\sum_{j=1}^{J} x_j = 1 - x_0$, $\sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \tilde{r}_j = \tilde{r}_P - x_0 \cdot i$ und $i = E(i)$

$$\tilde{r}_{s,P} = x_0 \cdot i \cdot (1-s_e) + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \left[\ \tilde{r}_j \cdot (1-s_v) + E(\tilde{r}_j) \cdot a_2 \cdot (s_v - s_d) + a_1 \cdot (s_v - s_d)\ \right]$$

(3.30)
$$= x_0 \cdot i \cdot (1-s_e) + (1-s_v) \cdot (\tilde{r}_P - x_0 \cdot i) + a_2 \cdot (s_v - s_d) \cdot [E(\tilde{r}_P) - x_0 \cdot i] + (1-x_0) \cdot a_1 \cdot (s_v - s_d)$$
$$= (1-s_v) \cdot \tilde{r}_P + a_2 \cdot (s_v - s_d) \cdot E(\tilde{r}_P) + a_1 \cdot (s_v - s_d)$$
$$+ x_0 \cdot \left[\ i \cdot [s_v - s_e - a_2 \cdot (s_v - s_d)] - a_1 \cdot (s_v - s_d)\right].$$

Gilt nun analog zum vorstehend betrachten Fall $a_1 = i \cdot \left[\frac{(s_e - s_v)}{(s_d - s_v)} - a_2\right]$,[226] so folgt

(3.31) $\tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II} \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{III} = (1-s_v) \cdot \tilde{r}_P + a_2 \cdot (s_v - s_d) \cdot E(\tilde{r}_P) + a_1 \cdot (s_v - s_d)$.

Für den Fall der Zeile IV folgt analog die Nettorendite

(3.32) $\tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II} \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{III} = (1-s_d) \cdot \tilde{r}_P + a_2 \cdot (s_d - s_v) \cdot E(\tilde{r}_P) + a_1 \cdot (s_d - s_v)$

für $a_1 = i \cdot \left[\frac{(s_e - s_d)}{(s_v - s_d)} - a_2\right]$.

Nunmehr sind Spezialfälle der Faktoren (3.26) und (3.29) zu betrachten. Für den Fall $s_v = s_d$ sind die Gleichungen (3.26) und (3.29) nicht definiert, so dass im Fall $s_d = s_v \neq s_e$ eine lineare Beziehung zwischen der Nettorendite eines Portfolios und der Bruttorendite eines Portfolios niemals bestehen kann. Gilt $s_e = s_d \neq s_v$ $(s_e = s_v \neq s_d)$, so folgt für Gleichung (3.26) (Gleichung (3.29)) $a_1 = i \cdot (1 - a_2)$, so dass im Fall der linearen Beziehung zwischen Dividendenrendite (Kursrendite) und Gesamtrendite bzw. erwarteter Gesamtrendite der einzelnen Wertpapiere der für die lineare Beziehung zwischen den Portfoliorenditen vor Steuern und nach Steuern erforderliche Zusammenhang zwischen $a_1$ und $a_2$ unabhängig von den Steuersätzen ist. Für $s_e = s_v \neq s_d$ $(s_e = s_d \neq s_v)$ folgt für Gleichung (3.26) (Gleichung (3.29)) $a_1 = -i \cdot a_2$, so dass im Fall der linearen Beziehung zwischen Dividendenrendite (Kursrendite) und Gesamtrendite bzw. erwarteter Gesamtrendite der einzelnen Wertpapiere der für die lineare Beziehung zwischen den Portfoliorenditen vor Steuern und nach Steuern erforderliche Zusammenhang zwischen $a_1$ und $a_2$ ebenfalls unabhängig von den Steuersätzen ist. Die Ergebnisse bezüglich der Unabhängigkeit der linearen Beziehungen von den Steuersätzen resultieren jeweils unabhängig von der absoluten Höhe der Steuersätze.

---

[226] Der Zusammenhang $a_1 = i \cdot [(s_e - s_v)/(s_d - s_v) - a_2]$ kann in die von Long (1977), S. 34; König (1990), S. 80; Wiese (2006a), S. 91 betrachteten Beziehungen überführt werden.

Für den Parameter $a_2$ kann modellexogen der Wert $a_2 = 0$ vorgegeben werden; dies hat, soweit die Gleichungen (3.26) oder (3.29) erfüllt sind, keine Auswirkungen auf die jeweilige lineare Beziehung. Der Parameter $a_1$ kann dagegen nur dann $a_1 = 0$ betragen, wenn im Fall der Spalten I und III $a_2 = (s_e - s_v)/(s_d - s_v)$ beziehungsweise im Fall der Spalten II und IV $a_2 = (s_e - s_d)/(s_v - s_d)$ gilt.

Abschließend ist eine Konstellation zu betrachten, in der die sichere Anlage nicht existiert; es ist demnach $x_0 = 0$ zu setzen. In dieser Konstellation ergeben sich die Nettorenditen wie in Tabelle 3.2 dargestellt:

| | Lineare Beziehung | Nettorendite $\tilde{r}_{s,P}$ |
|---|---|---|
| I | $\tilde{r}_j^D = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ | $\tilde{r}_P \cdot [1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)] + a_1 \cdot (s_v - s_d)$ |
| II | $\tilde{r}_j^K = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ | $\tilde{r}_P \cdot [1 - s_d + a_2 \cdot (s_d - s_v)] + a_1 \cdot (s_d - s_v)$ |
| III | $r_j^D = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r}_j)$ | $\tilde{r}_P \cdot (1 - s_v) + E(\tilde{r}_P) \cdot a_2 \cdot (s_v - s_d) + a_1 \cdot (s_v - s_d)$ |
| IV | $r_j^K = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r}_j)$ | $\tilde{r}_P \cdot (1 - s_d) + E(\tilde{r}_P) \cdot a_2 \cdot (s_d - s_v) + a_1 \cdot (s_d - s_v)$ |

Tabelle 3.2: Nettorenditen bei linearer Beziehung der Renditebestandteile
im Fall ohne sichere Anlage

Tabelle 3.2 zeigt, dass die lineare Beziehung zwischen Bruttorendite und Nettorendite des Portfolios für beliebige Werte von $a_1$ und $a_2$ vorliegt. Spezifische Zusammenhänge von $a_1$ und $a_2$ sind daher, anders als im Fall mit sicherer Anlage, nicht erforderlich.[227]

#### 3.2.2.2.2 Deterministische Ausschüttungsquoten

Im Folgenden werden Konstellationen betrachtet, in denen deterministische Ausschüttungsquoten vorliegen, welche sich nach Wertpapieren unterscheiden können. Der Zusammenhang zwischen Rendite und Ausschüttungsquote ist daher zu erläutern. Die Ausschüttungsquote eines risikobehafteten Wertapiers $j$ sei definiert durch $\tilde{\delta}_j$ mit[228]

$$(3.33)\quad \tilde{\delta}_j = \frac{\tilde{C}_j}{\tilde{P}_j}.$$

Sowohl die Ausschüttung als auch der Preis des Wertpapiers sind Zufallsvariablen. Der Quotient zweier Zufallsvariablen stellt in der Regel wiederum eine Zufallsvariable dar. Die Ausschüttungsquote ist demnach regelmäßig stochastisch. Zu betrachten ist nun der Spezialfall, in dem die Verteilung der Ausschüttung proportional zur Verteilung des Preises ist. In diesem

[227] Vgl. auch Long (1977), S. 31; König (1990), S. 74; Wiese (2006a), S. 84.
[228] Der Wert des Wertpapiers darf nicht die Ausprägung null annehmen; anderenfalls ist diese Definition nicht zulässig.

Fall ergibt sich die Ausschüttung durch Multiplikation des Preises mit einem deterministischen Proportionalitätsfaktor $\delta_j$ zu[229]

(3.34) $\tilde{C}_j = \delta_j \cdot \tilde{P}_j$,

Der Proportionalitätsfaktor

(3.35) $\delta_j = \dfrac{\tilde{C}_j}{\tilde{P}_j}$

stellt demnach die Ausschüttungsquote dar und ist annahmegemäß deterministisch. Mit der Definition für die Kursrendite vor Steuern $\tilde{r}_j^K = \tilde{P}_j \big/ P_{0,j} - 1$ ergibt sich die Dividendenrendite zu

(3.36) $\tilde{r}_j^D = \tilde{C}_j \big/ P_{0,j} = \delta_j \cdot \tilde{P}_j \big/ P_{0,j} = \delta_j \cdot \left(1 + \tilde{r}_j^K\right)$.

Für die Gesamtrendite folgt hiermit:

(3.37) $\tilde{r}_j = \tilde{r}_j^K + \tilde{r}_j^D = \tilde{r}_j^K \cdot \left(1 + \delta_j\right) + \delta_j$ .

Hieraus ergibt sich die folgende Darstellung der Kursrendite vor Steuern

(3.38) $\tilde{r}_j^K = \tilde{r}_j \cdot \dfrac{1}{1+\delta_j} - \dfrac{\delta_j}{1+\delta_j}$.

Einsetzen in Gleichung (3.36) ergibt die Darstellung der Dividendenrendite

(3.39) $\tilde{r}_j^D = \dfrac{\delta_j}{1+\delta_j} + \tilde{r}_j \cdot \dfrac{\delta_j}{1+\delta_j}$.

Die Nettorendite des Wertpapiers ergibt sich als Summe der Dividendenrendite nach Steuern und der Kursrendite nach Steuern zu

(3.40) $\tilde{r}_{s,j} = \left[\tilde{r}_j \cdot \dfrac{\delta_j}{1+\delta_j} + \dfrac{\delta_j}{1+\delta_j}\right] \cdot \left(1 - s_d\right) + \left[\tilde{r}_j \cdot \dfrac{1}{1+\delta_j} - \dfrac{\delta_j}{1+\delta_j}\right] \cdot \left(1 - s_v\right)$.

Gleichung (3.40) zeigt, dass im Fall einer deterministischen Dividendenrendite ein Spezialfall der Spalte I von Tabelle 3.1 gegeben ist, bei dem für das Wertpapier $j$ spezifische Parameter $a_1 = a_2 = \delta_j \big/ \left(1 + \delta_j\right)$ gelten. Beträgt nun die Ausschüttungsquote für alle Wertpapiere identisch $\delta$, so folgt nach Gleichung (3.27) die lineare Beziehung

(3.41) $\tilde{r}_{s,P} = A_1 \cdot \tilde{r}_P + A_2 = \left[1 - s_v + \dfrac{\delta}{1+\delta} \cdot \left(s_v - s_d\right)\right] \cdot \tilde{r}_P + \dfrac{\delta}{1+\delta} \cdot \left(s_v - s_d\right)$

[229] Vgl. zum Folgenden Mai (2006a), S. 1246.

zwischen der Nettorendite und der Bruttorendite eines Portfolios, wenn entsprechend Gleichung (3.26) die Ausschüttungsquote durch

$$(3.42)\quad \delta = \frac{i \cdot (s_e - s_v)/(s_d - s_v)}{1 + i \cdot (s_e - s_v)/(s_d - s_v)}$$

gegeben ist. Für den Spezialfall $s_e = s_d \neq s_v$ vereinfacht sich dies zu $\delta = i/(1+i)$.

## 3.3 Das Marktgleichgewicht des Capital Asset Pricing Model (CAPM)

### 3.3.1 Das CAPM

#### 3.3.1.1 Die Prämissen

Das von Sharpe (1964), Lintner (1965) und Mossin (1966) entwickelte CAPM ist ein Gleichgewichtsmodell, welches auf den Ergebnissen der auf Markowitz (1952) zurück gehenden Theorie der Portfolioselektion aufbaut, welche die Zusammenstellung eines optimalen Portfolios aus mehreren risikobehafteten Wertpapieren und ggf. der sicheren Anlage durch einen Investor analysiert.[230] Das CAPM erklärt die Bildung der Preise riskanter Wertpapiere auf einem Kapitalmarkt im Gleichgewicht bei vollständiger Diversifizierung der Portfolios der einzelnen Investoren. Im CAPM wird die Markträumungsbedingung explizit in die Modellierung einbezogen. Die Herleitung des CAPM kann alternativ mittels Aggregation individueller Gleichgewichte über die Marktteilnehmer oder mittels portfoliotheoretischer Überlegungen erfolgen. Dem CAPM liegen die folgenden Prämissen zu Grunde:[231]

1. Es existiert eine risikolose Anlage- und Verschuldungsmöglichkeit $(j = 0)$ zum sicheren Zinssatz $i$. Für den Preis einer Einheit der risikolosen Anlage gilt $P_{0,0} = 1$.
2. Es existieren $J$ $(j = 1 \ldots J)$ Anlagemöglichkeiten in riskante Wertpapiere, welche beliebig teilbar sind. Die Anzahl $n_j^0$ der am Kapitalmarkt vorhandenen jeweiligen Anlagemöglichkeit $j$ ist vorgegeben. Der Preis eines Wertpapiers $j$ beträgt $P_{0,j}$. In der Folgeperiode generiert jedes Wertpapier $j$ eine Ausschüttung von $\widetilde{C}_j$ und weist einen Preis (Kurswert) von $\widetilde{P}_j$ auf.
3. Die Wertpapiere werden auf einem vollkommenen Kapitalmarkt gehandelt. Es existieren demnach keine Transaktionskosten oder Marktzugangsbeschränkungen.
4. Es existieren keine Steuern.
5. Es existieren $Y$ $(y = 1 \ldots Y)$ Investoren (Marktteilnehmer), deren Planungshorizont jeweils eine Periode beträgt.

---

[230] Vgl. Sharpe (1970), S. 45 ff.; Schmidt/Terberger (1999), S. 312 ff.; Albrecht/Maurer (2005), S. 237 ff.

[231] Vgl. Kruschwitz (2002), S. 153-157; Albrecht/Maurer (2005), S. 283; Schmidt/Terberger (1999), S. 345-346; Wilhelm (1983a), S. 14-15.

6. Alle Investoren haben homogene, d.h. identische Erwartungen bzgl. der Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen der von den Wertpapieren generierten Endvermögen bzw. Endvermögensrenditen.
7. Die Investoren verfügen als Anfangssausstattung über die sichere Anlage mit der Anzahl $n_{0,y}^{0}$ und risikobehaftete Wertpapiere mit der Anzahl $n_{j,y}^{0}$. Der Wert der Anfangsausstattung eines Investors $y$ ergibt sich demnach zu $w_0 = \sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot n_{j,y}^{0} + n_{0,y}^{0}$. Die Anfangsausstattung wird vollständig in ein Portfolio aus risikobehafteten Wertpapieren und der risikolosen Anlage investiert.[232]
8. Die Investoren sind risikoscheu und beurteilen die Wertpapiere anhand der Erwartungswerte und Varianzen der Endvermögen bzw. der Renditen. Der Nutzen eines Investors $y$ ist durch ein Erwartungswert-Varianz-Präferenzfunktional der Form $U_y\left[E\left(\tilde{w}_{P,y}\right), \mathrm{var}\left(\tilde{w}_{P,y}\right)\right]$ gegeben, welches die Eigenschaften der Nichtsättigung, d.h. $U_y' = \partial U_y / \partial \cdot E\left(\tilde{w}_{P,y}\right) > 0$ und der Varianzaversion, d.h. $U_y'' = \partial U_y / \partial \cdot \mathrm{var}\left(\tilde{w}_{P,y}\right) < 0$ aufweist.
9. Neben den Rückflüssen des Portfolios beziehen die Investoren kein weiteres Einkommen in $t = 1$.
10. Die Investoren sind Preisnehmer, d.h. durch die individuelle Anlageentscheidung eines Investors kann der Preis eines Wertpapiers nicht beeinflusst werden. Da die Preise $P_{0,j}$ bereits vorgegeben sind und sich aufgrund dieser Annahme auch nicht ändern, stellen diese Preise Gleichgewichtspreise dar.
11. Es existieren keine Kreditaufnahmebeschränkungen und Leerverkaufsbeschränkungen.
12. Es wird nicht vorausgesetzt, dass der Kapitalmarkt vollständig ist.

#### 3.3.1.2 Das individuelle Gleichgewicht

Ziel jedes Investors ist das Halten eines im Sinne der Theorie der Portfolioselektion nutzenoptimalen Portfolios. Der Investor maximiert demnach durch Optimierung der Portfoliozusammensetzung den Nutzen aus dem unsicheren Endvermögen

$$(3.43) \quad \tilde{w}_P = n_0 \cdot (1+i) + \sum_{j=1}^{J} n_j \cdot \left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right)$$

[232] Grundsätzlich wäre es auch möglich, die Konsum- und Investitionsentscheidung der Investoren in das Modell zu integrieren, vgl. hierzu Kruschwitz (2002), S. 157-162; allerdings wird für die Herleitung des CAPM vorausgesetzt, dass diese Entscheidung bereits optimal gelöst wurde, vgl. Kruschwitz (2002), S. 162.

des Portfolios, welches er durch Investition der Anfangsausstattung erwirbt. Entscheidungsvariablen sind die Anzahlen $n_{j,y}$ der im Portfolio des Investors $y$ enthaltenen Wertpapiere. Das Optimierungsproblem des Investors lautet somit[233]

$$(3.44) \quad \max_{n_{j,y} \,\mid\, j=0 \ldots J} \quad U_y = U_y\left[E\left(\tilde{w}_{P,y}\right), \operatorname{var}\left(\tilde{w}_{P,y}\right)\right]$$

unter der Budgetrestriktion (Nebenbedingung)

$$(3.45) \quad \sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot \left(n_{j,y} - n_{j,y}^{0}\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^{0} = 0 \,.$$

Sind die unter Beachtung der Budgetrestriktion ermittelten Grenznutzen für alle Wertapiere $j$ identisch, so kann durch Umschichtung des Portfolios keine Nutzensteigerung erzielt werden. Bedingung für das individuelle Gleichgewicht ist demnach die Identität der Grenznutzen aller Wertpapiere.

Die formalen Bedingungen für das individuelle Gleichgewicht können mittels des Lagrange-Ansatzes hergeleitet werden. Aus dem Maximierungskalkül (3.44) mit der Budgetrestriktion (3.45) folgt die Lagrangefunktion

$$(3.46) \quad L_y = U_y\left[E\left(\tilde{w}_{P,y}\right), \operatorname{var}\left(\tilde{w}_{P,y}\right)\right] - \ell_y \cdot \left(\sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot \left(n_{j,y} - n_{j,y}^{0}\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^{0}\right).$$

Differenzieren nach $n_{j,y}$ ergibt mit den Definitionen $U'_y = \partial U_y / \partial \cdot E\left(\tilde{w}_{P,y}\right)$ und $U''_y = \partial U_y / \partial \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{w}_{P,y}\right)$ das totale Differential der Funktion $L_y$:

$$(3.47) \quad \frac{\partial L_y}{\partial n_{j,y}} = U'_y \cdot \frac{\partial E\left(\tilde{w}_{P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} + U''_y \cdot \frac{\partial \operatorname{var}\left(\tilde{w}_{P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} - \ell_y \cdot P_{0,j} \,.$$

Für $j > 0$ ergibt sich

$$(3.48) \quad \frac{\partial L_y}{\partial n_{j,y}} = U'_y \cdot \left[E\left(\tilde{C}_j\right) + E\left(\tilde{P}_j\right)\right] + U''_y \cdot 2 \cdot \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\,, \tilde{C}_k + \tilde{P}_k\right) \cdot n_{k,y} - \ell_y \cdot P_{0,j} = 0$$

und für $j = 0$ folgt wegen $P_{0,0} = 1$

$$(3.49) \quad \frac{\partial L_y}{\partial n_{0,y}} = U'_y \cdot \left(1 + i\right) - \ell_y = 0 \,.$$

---

[233] Vgl. zum Optimierungsproblem und dessen Lösung durch den Lagrange-Ansatz Mossin (1966), S. 772; Kruschwitz (2002), S. 158-161; für das Tax-CAPM Brennan (1979), S. 420 ff.

Auflösen von Gleichung (3.49) nach $\ell_y$, Einsetzen in Gleichung (3.48) und Umstellung ergibt unter Beachtung der Definition $u_y = -0{,}5 \cdot U'_y / U''_y$ für die hälftige globale Risikotoleranz die folgende Bedingung für das individuelle Gleichgewicht des Investors $y$:

$$(3.50)\quad \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\widetilde{C}_j + \widetilde{P}_j, \widetilde{C}_k + \widetilde{P}_k\right) \cdot n_{k,y} = u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{C}_j\right) + E\left(\widetilde{P}_j\right) - P_{0,j} - P_{0,j} \cdot i\right].$$

Die Renditedarstellung von Gleichung (3.50) ergibt sich mittels Division durch $P_{0,j}$ unter Berücksichtigung der Renditedefinition $\widetilde{r}_j = \left(\widetilde{C}_j + \widetilde{P}_j\right) / P_{0,j} - 1$. Hierbei ist zu beachten, dass innerhalb des Kovarianzterms von Gleichung (3.50) die deterministischen Größen $P_{0,j}$ und $P_{0,k}$ subtrahiert werden können, ohne diesen zu ändern. Für die Renditedarstellung folgt hiermit

$$(3.51)\quad \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\widetilde{r}_j, \widetilde{r}_k\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} = u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{r}_j\right) - i\right].$$

Bedingung (3.51) ist die Grundlage für das im Folgenden herzuleitende Marktgleichgewicht des CAPM.

#### 3.3.1.3 Das Marktgleichgewicht

##### 3.3.1.3.1 Herleitung durch Aggregation individueller Gleichgewichte

Der Markt befindet sich im Gleichgewicht, wenn er geräumt ist. Im Marktgleichgewicht muss demnach die insgesamt vorhandene Anzahl $n_j^0$ eines Wertpapiers $j$ der aggregierten Nachfrage nach diesem Wertpapier entsprechen.[234] Es gilt folglich für alle Wertpapiere $j$

$$(3.52)\quad n_j^0 = \sum_{y=1}^{Y} n_{j,y}^0 = \sum_{y=1}^{Y} n_{j,y}.$$

Solange Investoren durch Umschichtung ihres Portfolios Nutzenzuwächse erzielen können, besteht ein Anreiz zum Erwerb bzw. zur Veräußerung von Wertpapieren. Auf dem Markt entsteht dann zunächst eine Überschussnachfrage bzw. ein Überschussangebot an Wertpapieren, so dass die Markträumungsbedingung nicht erfüllt ist. Im Rahmen von Transaktionen am Markt wird die Überschussnachfrage bzw. das Überschussangebot ausgeglichen, wobei Preisanpassungen erfolgen. Dieser Prozess wiederholt sich solange, bis kein Investor durch Umschichtung seines Portfolios Nutzenzuwächse erzielen kann. Erst dann liegt eine Gleichgewichtssituation vor. Voraussetzung für ein Marktgleichgewicht ist demnach, dass sich alle Marktteilnehmer $y$ im individuellen Gleichgewicht befinden. Für jeden Marktteilnehmer gilt

[234] Vgl. Kruschwitz (2002), S. 167; Albrecht/Maurer (2005), S. 282; Brennan (1970), S. 422.

somit die in Gleichung (3.51) angegebene Beziehung. Hieraus folgt für das Aggregat über alle Marktteilnehmer die Beziehung[235]

$$(3.53)\quad \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j,\tilde{r}_k\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}=\sum_{y=1}^{Y}u_y\cdot\left[E\left(\tilde{r}_j\right)-i\right].$$

Die Gleichungen (3.52) und (3.53) beinhalten eine Möglichkeit der Darstellung des Marktgleichgewichts. Zur formalen Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung ist die Erläuterung weiterer formaler Zusammenhänge von Nutzen.[236] Der Gesamtwert des aus risikobehafteten Wertpapieren bestehenden Marktportfolios im Zeitpunkt $t=0$ sei gegeben durch

$$(3.54)\quad M=\sum_{j=1}^{J}n_j^0\cdot P_{0,j}.$$

Der stochastische Rückfluss des Marktportfolios ist die Summe der Rückflüsse der einzelnen Wertpapiere und beträgt unter Beachtung der Prämisse homogener Erwartungen der Marktteilnehmer bezüglich der Rückflüsse in den einzelnen Zuständen:

$$(3.55)\quad \tilde{P}_m+\tilde{C}_m=\sum_{j=1}^{J}n_j^0\cdot\tilde{P}_j+\sum_{j=1}^{J}n_j^0\cdot\tilde{C}_j.$$

Hieraus ergibt sich die Rendite des Marktportfolios, welche sich aus Dividendenrendite $\tilde{r}_m^D$ und Kursrendite $\tilde{r}_m^K$ zusammensetzt:

$$(3.56)\quad \frac{\tilde{P}_m+\tilde{C}_m}{M}-1=\left(\frac{\sum_{j=1}^{J}n_j^0\cdot\tilde{P}_j}{M}-1\right)+\frac{\sum_{j=1}^{J}n_j^0\cdot\tilde{C}_j}{M}=\tilde{r}_m^K+\tilde{r}_m^D=\tilde{r}_m.$$

Zusammen mit den Definitionen der Renditen der einzelnen Wertpapiere $\tilde{r}_j^K=\tilde{P}_j/P_{0,j}-1$ und $\tilde{r}_j^D=\tilde{C}_j/P_{0,j}$ sowie der Definition $x_j=P_{0,j}\cdot n_j^0/M$ folgt für die Renditebestandteile des Marktportfolios

$$(3.57)\quad \tilde{r}_m^D=\frac{\sum_{j=1}^{J}n_j^0\cdot\tilde{C}_j}{M}=\sum_{j=1}^{J}\frac{n_j^0\cdot\tilde{C}_j}{P_{0,j}\cdot n_j^0}\cdot\frac{P_{0,j}\cdot n_j^0}{M}=\sum_{j=1}^{J}\tilde{r}_j^D\cdot\frac{P_{0,j}\cdot n_j^0}{M}=\sum_{j=1}^{J}\tilde{r}_j^D\cdot x_j$$

[235] Für die formale Ableitung der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM auf Basis der Gleichungen (3.52) und (3.53) existieren unterschiedliche Darstellungsformen, die zu äquivalenten Ergebnissen führen, vgl. z.B. Kruschwitz (2002), S. 170-172 zu einer Ableitung auf Basis von Endvermögensgrößen; für ein Modell, das bereits Steuern enthält, König (1990), S. 101-104 zu einer Ableitung auf Basis von Renditegrößen. Im Folgenden wird die Aggregation in Anlehnung an die Vorgehensweise bei König (1990) auf Basis von Renditegrößen durchgeführt.

[236] Diese Definitionen werden im Folgenden auch für das Tax-CAPM verwendet.

bzw.

$$(3.58)\quad \tilde{r}_m^K = \frac{\sum_{j=1}^{J} n_j^0 \cdot \tilde{P}_j}{M} - 1 = \sum_{j=1}^{J} \frac{n_j^0 \cdot \tilde{P}_j - 1}{P_{0,j} \cdot n_j^0} \cdot \frac{P_{0,j} \cdot n_j^0}{M} = \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_j^K \cdot \frac{P_{0,j} \cdot n_j^0}{M} = \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_j^K \cdot x_j \ .$$

Die Rendite des Marktportfolios ergibt sich folglich zu

$$(3.59)\quad \tilde{r}_m = \tilde{r}_m^K + \tilde{r}_m^D = \sum_{k=1}^{J} \left( \tilde{r}_j^K + \tilde{r}_j^D \right) \cdot \frac{P_j \cdot n_j^0}{M} = \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_j \cdot \frac{P_j \cdot n_j^0}{M} = \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_j \cdot x_j \ .$$

Dividendenrendite, Kursrendite und Gesamtrendite vor Steuern des Marktportfolios ergeben sich demnach als wertmäßig mit dem Faktor $x_j = P_{0,j} \cdot n_j^0 / M$ gewichtete Summe der jeweiligen Renditen der einzelnen Wertpapiere.

Durch Umformungen kann nunmehr ein Zusammenhang zwischen der erwarteten Rendite des Wertpapiers $j$ und der Rendite des Marktportfolios hergestellt werden. Die linke Seite von Gleichung (3.53) lässt sich bei Beachtung der Markträumungsbedingung (3.52) unter Berücksichtigung der Prämisse homogener Erwartungen bezüglich der Eintrittswahrscheinlichkeiten wie folgt umformen:[237]

$$(3.60)\quad \begin{aligned} &\sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_k\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} = \operatorname{cov}\left( \tilde{r}_j, \sum_{k=1}^{J} \sum_{y=1}^{Y} \tilde{r}_k \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \right) = \operatorname{cov}\left( \tilde{r}_j, \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k \cdot P_{0,k} \cdot n_k^0 \right) \\ &= \operatorname{cov}\left( \tilde{r}_j, \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_k^0}{M} \right) \cdot M = \operatorname{cov}\left( \tilde{r}_j, \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k \cdot x_k \right) \cdot M = \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m\right) \cdot M \ . \end{aligned}$$

Es folgt nach Umformung von Gleichung (3.60) die Beziehung

$$(3.61)\quad \left[ \sum_{y=1}^{Y} u_y \right]^{-1} \cdot M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m\right) = E\left(\tilde{r}_j\right) - i \ .$$

Gleichung (3.61) gilt für jedes Wertpapier und für jedes Portfolio, insbesondere auch für das Marktportfolio.[238] Dies lässt sich zeigen, indem Gleichung (3.61) mit dem Gewichtungsfaktor $x_j$ multipliziert und über alle Wertpapiere $j$ aggregiert wird. Es resultiert demnach der Zusammenhang

$$(3.62)\quad \left[ \sum_{y=1}^{Y} u_y \right]^{-1} \cdot M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m, \tilde{r}_m\right) = E\left(\tilde{r}_m\right) - i \quad \Leftrightarrow \quad \left[ \sum_{y=1}^{Y} u_y \right]^{-1} \cdot M = \frac{E\left(\tilde{r}_m\right) - i}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_m\right)} \ .$$

Einsetzen von Gleichung (3.62) in Gleichung (3.61) ergibt nach Umstellung die als Wertpapierlinie bezeichnete grundlegende Gleichgewichtsbeziehung des CAPM, welche den gesuchten Zusammenhang zwischen der erwarteten Rendite des Wertpapiers $j$ und der Rendite des

[237] Vgl. König (1990), S. 102.
[238] Vgl. König (1990), S. 104.

Marktportfolios herstellt und aufgrund der Substitution des präferenzabhängigen Terms durch Marktgrößen unabhängig von den Präferenzen der Investoren ist:[239]

$$(3.63)\quad E(\tilde{r}_j) = i + \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m)} \cdot [E(\tilde{r}_m) - i].$$

Gleichung (3.63) ist wie folgt zu interpretieren:[240] Der Kovarianzterm $\operatorname{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m)$ ist das systematische Risiko des Wertpapiers $j$, welches den Beitrag des Wertpapiers $j$ zum Risiko des Gesamtmarktes $\operatorname{var}(\tilde{r}_m)$ darstellt. Die Differenz $E(\tilde{r}_m) - i$ ist die Risikoprämie, d.h. die über den sicheren Zinssatz hinausgehende erwartete Rendite, des Gesamtmarktes. Die Grundgleichung des CAPM besagt demnach, dass im Marktgleichgewicht die erwartete Rendite eines riskanten Wertpapiers dem sicheren Zinssatz zuzüglich einer Risikoprämie entspricht, welche im Folgenden genauer zu betrachten ist. Das Verhältnis von systematischem Risiko des Wertpapiers $j$ und Risiko des Gesamtmarktes sei definiert durch den $\beta$-Faktor

$$(3.64)\quad \beta_j = \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m)}.$$

Die Risikoprämie des Wertpapiers $j$ entspricht nach dieser Definition der mit dem $\beta$-Faktor gewichteten Risikoprämie des Gesamtmarktes. Der Marktpreis des Risikos sei definiert durch

$$(3.65)\quad \lambda_j = \frac{E(\tilde{r}_m) - i}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m)}.$$

Nach dieser Definition ergibt sich die Risikoprämie des Wertpapiers $j$ durch Multiplikation der durch das systematische Risiko gegebenen Risikomenge des Wertpapiers $j$ mit dem Marktpreis des Risikos.

#### 3.3.1.3.2 Herleitung anhand portfoliotheoretischer Überlegungen

Ausgangspunkt dieser Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung ist wiederum das Halten von Portfolios durch die Investoren, welche im Hinblick auf das Erwartungswert-Varianz-Kriterium optimal sind. Ohne das Optimierungsproblem zu lösen, können bei gegebenem Investitionsbetrag in $t = 0$ aus der Menge der erreichbaren Portfolios diejenigen Portfolios bestimmt werden, welche grundsätzlich bei Anwendung der Beurteilungskriterien Erwartungswert und Varianz als optimale Portfolios in Frage kommen, bzw. die Portfolios ausgeschlos-

[239] Vgl. Kruschwitz (2002), S. 178; Albrecht/Maurer (2005), S. 285; Schmidt/Terberger (1999), S. 353. Es lässt sich zeigen, dass das Gleichgewicht bei Existenz der risikolosen Anlage existiert; vgl. hierzu Nielsen (1989), Nielsen (1990), Allingham (1991), Dana (1999). Die Eindeutigkeit des Gleichgewichts ist allerdings an zusätzliche Voraussetzungen gebunden, vgl. hierzu Nielsen (1988), Bottazzi/Hens/Löffler (1998), Dana (1999), Hens/Laitenberger /Löffler (2002). Ein Überblick über die Ergebnisse der genannten Autoren findet sich bei Wiese (2006a), S. 43-46.

[240] Vgl. zur Interpretation der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM Kruschwitz (2002), S. 176-179; Schmidt/Terberger (1999), S. 350-351, 354-355.

sen werden, welche von dem Investor auf keinen Fall gewählt werden. Dies erfolgt mittels des Kriteriums der Erwartungswert-Varianz-Effizienz.[241] Ein Portfolio ist effizient bezogen auf die Beurteilungskriterien Erwartungswert und Varianz der Rendite (bzw. des Endvermögens), wenn kein Portfolio existiert, welches bei höherem oder identischem Erwartungswert eine geringere Varianz bzw. bei geringerer oder identischer Varianz einen höheren Erwartungswert aufweist. Das optimale Portfolio ist Element der Menge der effizienten Portfolios.

Existiert keine risikolose Anlagemöglichkeit, so lässt sich zeigen, dass die Menge der erreichbaren Portfolios im Erwartungswert-Standardabweichung-Diagramm eine Fläche darstellt, die durch eine Parabel begrenzt ist. Die effizienten Portfolios befinden sich auf dem oberen Ast dieser Parabel.[242] Existiert die risikolose Anlagemöglichkeit, was im Rahmen des CAPM vorausgesetzt wird, so befinden sich die effizienten Portfolios im Erwartungswert-Standardabweichung-Diagramm auf einer Geraden, welche den sicheren Zins enthält und die Parabel der ohne die sichere Anlage effizienten Portfolios berührt.[243] Dies ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

[241] Vgl. Markowitz (1952), S. 77 ff. (grundlegend); Sharpe (1970), S. 45 ff.; Albrecht/Maurer (2005), S. 237 ff; Schmidt/Terberger (1999), S. 325 ff.
[242] Vgl. Sharpe (1970), S. 58-59; Albrecht/Maurer (2005), S. 251-252; Schmidt/Terberger (1999), S. 330.
[243] Vgl. Sharpe (1970), S. 68-69; Albrecht/Maurer (2005), S. 280-281; Schmidt/Terberger (1999), S. 336.

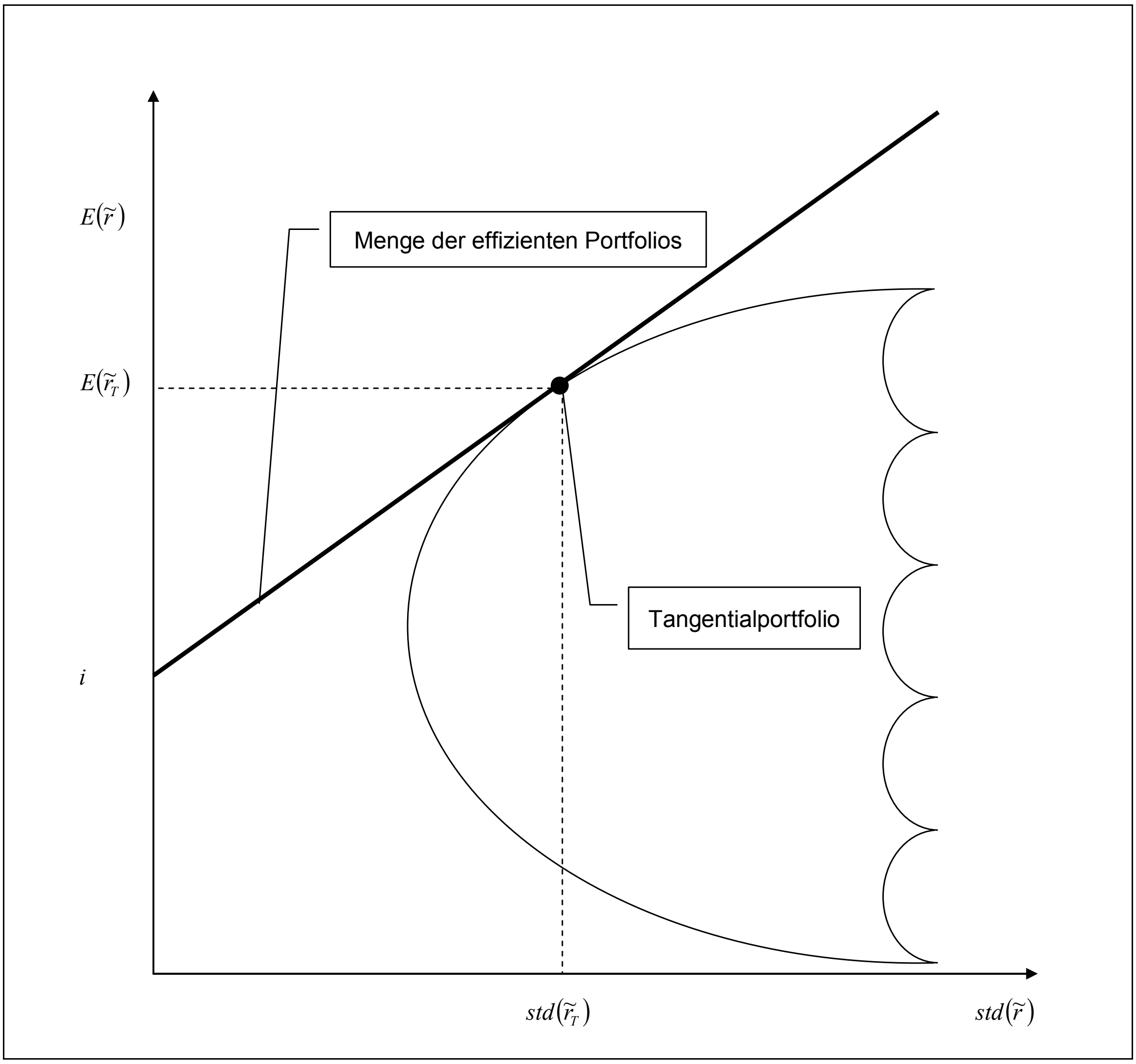


Abbildung 3.1: Effiziente Portfolios (Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an Sharpe (1970), S. 69; Albrecht/Maurer (2005), S. 280; Schmidt/Terberger (1999), S. 336)

Die effizienten Portfolios setzen sich demnach zusammen aus der sicheren Anlage und einem risikobehafteten Portfolio, dessen wertmäßige Zusammensetzung aus den einzelnen risikobehafteten Wertpapieren unabhängig vom Anteil der sicheren Anlage am Gesamtportfolio ist. Da die Gerade der im Fall mit sicherer Anlage effizienten Portfolios die Tangente an die Parabel der ohne die sichere Anlage effizienten Portfolios ist, wird das aus risikobehafteten Wertpapieren bestehende Portfolio, welches in Kombination mit der sicheren Anlage die effizienten Portfolios generiert, im Folgenden als Tangentialportfolio[244] bezeichnet. Die Portfolioselektion kann bei Existenz der sicheren Anlage somit in zwei Schritte zerlegt werden: Im ersten Schritt wird das Tangentialportfolio bestimmt; Präferenzen des Investors sind hier nicht zu beachten. Im zweiten Schritt werden unter Berücksichtigung der Präferenzen des Investors der Anlagebetrag so auf die risikolose Anlage und das Tangentialportfolio aufgeteilt, dass der

[244] Vgl. Albrecht/Maurer (2005), S. 281.

Nutzen des Investors maximal wird. Diese Möglichkeit der Zerlegung der Portfolioselektion in zwei Schritte wird als Separationstheorem von Tobin bezeichnet.[245]

Nunmehr ist der Zusammenhang zum CAPM zu betrachten. Aus dem Separationstheorem von Tobin folgt, dass unter den Prämissen des CAPM jeder Investor eine Kombination aus der risikolosen Anlage und einem Tangentialportfolio mit der Rendite $\tilde{r}_T$ hält; die effizienten Portfolios befinden sich dann entsprechend Abbildung 3.1 auf einer Geraden mit der Steigung $\left[E(\tilde{r}_T)-i\right] / \mathrm{std}(\tilde{r}_T)$.[246] Die anteilige Zusammensetzung des Tangentialportfolios aus den risikobehafteten Wertpapieren ist für alle Marktteilnehmer identisch, da die Erwartungen bezüglich der entscheidungsrelevanten Parameter homogen sind.[247] Lediglich die anteilige Zusammensetzung der optimalen Portfolios aus Tangentialportfolio und risikoloser Anlage ist investorspezifisch. Zur Herleitung der Wertpapierlinie ist nun in einem ersten Schritt ein Zusammenhang zwischen der erwarteten Rendite des Wertpapiers $j$ und dem Tangentialportfolio herzustellen.[248] Hierzu sind Portfolios $P$ zu betrachten, in die das Tangentialportfolio mit dem Anteil $x_T$ und ein beliebiges Wertapier $j$ (dieses kann auch im Tangentialportfolio enthalten sein) mit dem Anteil $x_j$ eingehen. Die Portfolios $P$ befinden sich auf einer Kurve mit der Steigung

$$(3.66)\quad \frac{\partial E(\tilde{r}_P)}{\partial \operatorname{var}(\tilde{r}_P)}=\frac{\left[E(\tilde{r}_j)-E(\tilde{r}_T)\right]}{\left[x_j\cdot\left[\operatorname{var}(\tilde{r}_j)+\operatorname{var}(\tilde{r}_T)-2\cdot\operatorname{cov}(\tilde{r}_j,\tilde{r}_T)\right]+\operatorname{cov}(\tilde{r}_j,\tilde{r}_T)-\operatorname{var}(\tilde{r}_T)\right]/\mathrm{std}(\tilde{r}_P)}.$$

Beträgt $x_j=0$, so enthält das Portfolio $P$ ausschließlich das Tangentialportfolio, so dass $\mathrm{std}(\tilde{r}_P)=\mathrm{std}(\tilde{r}_T)$ gilt. Weiterhin ist an der Stelle $x_j=0$ die Gerade der effizienten Portfolios Tangente an die Kurve der Portfolios $P$, so dass die Steigungen identisch sein müssen, d.h. $\left[E(\tilde{r}_T)-i\right]/\mathrm{std}(\tilde{r}_T)=\partial E(\tilde{r}_P)/\partial \operatorname{var}(\tilde{r}_P)\big|_{x_j=0}$. Für $x_j=0$ ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen der Rendite des Tangentialportfolios und der Rendite des Wertpapiers $j$:

$$(3.67)\quad \frac{\left[E(\tilde{r}_j)-E(\tilde{r}_T)\right]\cdot\mathrm{std}(\tilde{r}_T)}{\left[\operatorname{cov}(\tilde{r}_j,\tilde{r}_T)-\operatorname{var}(\tilde{r}_T)\right]}=\frac{E(\tilde{r}_T)-i}{\mathrm{std}(\tilde{r}_T)} \Leftrightarrow E(\tilde{r}_j)=i+\frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_j,\tilde{r}_T)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_T)}\cdot\left[E(\tilde{r}_T)-i\right].$$

Nunmehr ist der Gesamtmarkt zu betrachten. Ein Gleichgewicht liegt vor, wenn der Markt geräumt ist. Da für alle Investoren eine identische wertmäßige Zusammensetzung des Tangentialportfolios vorliegt, ist die Markträumungsbedingung erfüllt, wenn die wertmäßige Zusammensetzung des Tangentialportfolios der wertmäßigen Zusammensetzung des Marktport-

[245] Vgl. Tobin (1958), S. 65 ff. (grundlegend); Sharpe (1970), S. 70; Albrecht/Maurer (2005), S. 281; Schmidt/Terberger (1999), S. 334-338.
[246] Vgl. Sharpe (1964), S. 438; Sharpe (1970), 85; Albrecht/Maurer (2005), S. 284.
[247] Vgl. Sharpe (1964), S. 433-435; Sharpe (1970), 83-84.
[248] Vgl. zur Herleitung dieses Zusammenhangs Sharpe (1964), S. 436-442; Sharpe (1970), 86-91.

folios entspricht.[249] Im Gleichgewicht gilt demnach $\tilde{r}_T = \tilde{r}_m$, so dass Gleichung (3.67) die bereits bekannte Wertpapierlinie darstellt. Für diese Variante der Herleitung des Kapitalmarktgleichgewichts ist die Ermittlung der nutzenoptimalen Portfolios der einzelnen Investoren nicht notwendig. Hieraus folgt wiederum die Unabhängigkeit der Gleichgewichtsbeziehung von den Präferenzen der Investoren.

Da im Gleichgewicht alle Investoren Portfolios halten, welche in ihrer wertmäßigen Zusammensetzung dem Marktportfolio entsprechen, ergeben sich keine Anreize, Leerverkäufe zu tätigen.[250] Aus diesem Grund sind Leerverkaufsbeschränkungen für das Modell nicht relevant.

#### 3.3.1.4 Exkurs: CAPM mit investorspezifischen Erwartungen

Die in Abschnitt 3.3.1.1 dargestellten Prämissen des CAPM sind restriktiv. Um realistischere Modelle zu erhalten, wurde das CAPM durch Lockerung bzw. Modifikation einzelner Prämissen oder auch mehrerer Prämissen erweitert.[251] Da eine Gesamtdarstellung dieser Modellvarianten den Rahmen der vorliegenden Arbeit sprengen würde, wird hier lediglich das CAPM mit investorspezifischen Erwartungen skizziert, da sich bei dieser Modellvariante Gemeinsamkeiten mit dem im Folgenden ausführlich zu analysierenden Tax-CAPM ergeben. Das CAPM mit investorspezifischen Erwartungen nimmt die folgende Modifikation der Annahme (6) des CAPM vor, während die übrigen Prämissen des CAPM unverändert bleiben:

6. Die Investoren schätzen die Verteilung des mittels eines Wertpapiers $j$ erzielbaren Endvermögens unterschiedlich ein. Für einen Investor $y$ ergibt sich der Wert $\tilde{C}_{j,y} + \tilde{P}_{j,y}$. Die Erwartungswerte und Varianzen der Endvermögen und somit auch die Erwartungswerte und Varianzen der Endvermögensrenditen $\tilde{r}_{j,y}$ sind investorspezifisch. Der sichere Zinssatz $i$ ist dagegen für alle Investoren identisch.

In dieser Konstellation stellt jeder Investor auf Basis der von ihm prognostizierten Verteilung $\tilde{C}_{j,y} + \tilde{P}_{j,y}$ ein optimales Portfolio zusammen. Für die Investitionsentscheidung des einzelnen Investors gilt hierbei weiterhin das Separationstheorem von Tobin, d.h. das optimale Portfolio setzt sich aus der sicheren Anlage und einem Tangentialportfolio zusammen.[252] Allerdings sind nunmehr die Tangentialportfolios aufgrund der investorspezifischen Erwartungen investorspezifisch. Die wertmäßige Zusammensetzung der effizienten Tangentialportfolios der einzelnen Investoren entspricht daher im Gleichgewicht regelmäßig nicht mehr der wertmäßigen

[249] Vgl. Sharpe (1970), S. 83-86; Schmidt/Terberger (1999), S. 346; Albrecht/Maurer (2005), S. 283.
[250] Vgl. Kruschwitz (2002), S. 188.
[251] Sharpe (1970) und Lintner (1969) betrachten Modelle mit investorspezifischen Erwartungen. Black (1972) betrachtet ein CAPM ohne risikolose Anlagemöglichkeit. Mayers (1972) und Brito (1977) integrieren nicht marktfähiges Einkommen in das Modell. Rubinstein (1973) und Lintner (1977) betrachten Modelle mit segmentierten Märkten. Grauer et al. (1976), Solnick (1974) und Senbet (1979) erweitern das Modell auf einen internationalen Kapitalmarkt. Die Integration von Inflation in das Modell wird von Friend et al. (1976) sowie Chen/Boness (1975) vorgenommen. Einen Überblick über ausgewählte Varianten des CAPM geben Elton/Gruber (1984) und Wilhelm (1985).
[252] Vgl. Sharpe (1970), S. 105-107.

Zusammensetzung des Marktportfolios.[253] Weiterhin ist es möglich, dass einzelne Investoren im Rahmen der Optimierung der Portfoliozusammensetzung Leerverkäufe tätigen möchten.[254] Sind Leerverkäufe unbeschränkt zulässig, was hier angenommen wird, so folgt analog zu Gleichung (3.67) für einen Investor $y$ der Zusammenhang[255]

$$(3.68)\quad E\left(\tilde{r}_{j,y}\right) = i + \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{j,y}, \tilde{r}_{T,y}\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_{T,y}\right)} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_{T,y}\right) - i\right]$$

zwischen der Rendite $\tilde{r}_{j,y}$ des Wertpapiers $j$ und der Rendite $\tilde{r}_{T,y}$ des nunmehr investorspezifischen Tangentialportfolios. Hieraus sind jedoch keine Rückschlüsse auf die Gleichgewichtsbeziehung möglich, so dass zur Bestimmung des Marktgleichgewichts auf die Methode der Aggregation individueller Gleichgewichte abzustellen ist. Das individuelle Gleichgewicht eines Investors $y$ ist hierbei entsprechend dem Modell mit homogenen Erwartungen unter Einsetzen der investorspezifischen Endvermögensverteilungen $\tilde{C}_{j,y} + \tilde{P}_{j,y}$ zu bestimmen; insoweit ergeben sich keine formalen Unterschiede zum CAPM. Als individuelles Gleichgewicht resultiert in der Renditedarstellung entsprechend Gleichung (3.51):[256]

$$(3.69)\quad \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{j,y}, \tilde{r}_{k,y}\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} = u_y \cdot \left[E\left(\tilde{r}_{j,y}\right) - i\right] .$$

Ein Marktgleichgewicht liegt vor, wenn die Markträumungsbedingung erfüllt ist, und sich alle Investoren im individuellen Gleichgewicht befinden. Es ergeben sich die folgenden formalen Bedingungen:

$$(3.70)\quad n_j^0 = \sum_{y=1}^{Y} n_{j,y}^0 = \sum_{y=1}^{Y} n_{j,y}$$

und

$$(3.71)\quad \sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{j,y}, \tilde{r}_{k,y}\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} = \sum_{y=1}^{Y} u_y \cdot \left[E\left(\tilde{r}_{j,y}\right) - i\right] .$$

In die linke Seite von Gleichung (3.71) gehen die individuellen Kovarianzen der Investoren, gewichtet mit den jeweils von den Investoren gehaltenen Anzahlen der Wertpapiere $n_{k,y}$, ein. Die rechte Seite enthält die investorspezifischen erwarteten Überrenditen, gewichtet mit den Risikoaversionsparametern $u_y$. Aus der Aggregation der individuellen Gleichgewichte folgt demnach ein Zusammenhang, welcher auf komplexe Weise gewichtete Durchschnittswerte

---

[253] Vgl. Sharpe (1970), S. 106.
[254] Vgl. Sharpe (1970), S. 109.
[255] Vgl. Sharpe (1970), S. 109.
[256] Vgl. Zur Herleitung (auf Basis von Endvermögensgrößen) Lintner (1969), S. 352-357.

enthält. Das Marktgleichgewicht ist nunmehr von den Erwartungen und den Risikopräferenzen aller Marktteilnehmer abhängig.[257]

Ein zum CAPM analoger, präferenzfreier Zusammenhang, welcher die erwartete Rendite eines Wertpapiers $j$ in Abhängigkeit von der Rendite des Marktportfolios determiniert, existiert demnach nicht. Die Herstellung eines solchen Zusammenhangs dürfte indes bereits daran scheitern, dass in der Regel unklar ist, wie bei investorspezifischen Erwartungen die erwartete Rendite des Marktportfolios und des einzelnen Wertapiers für den Gesamtmarkt zu definieren sind.[258]

## 3.4 Das Marktgleichgewicht des Capital Asset Pricing Model mit Steuern (Tax-CAPM)

### 3.4.1 Die Modellvarianten des Tax-CAPM und ihre Prämissen

Das Tax-CAPM erweitert das CAPM um die Besteuerung der Investoren mit Einkommensteuern. Ziel dieser Erweiterung ist die Herleitung einer Beziehung zwischen dem sicheren Zins, der erwarteten Rendite des Marktportfolios und der erwarteten Rendite eines riskanten Wertpapiers im Kapitalmarktgleichgewicht unter Berücksichtigung der Besteuerung der Investoren. Hierzu ist Annahme (4) wie folgt zu modifizieren:

4. Die Einkünfte der Investoren, welche sich aus der Verzinsung der sicheren Anlage sowie den Ausschüttungen und Wertänderungen der risikobehafteten Wertpapiere zusammensetzen, unterliegen der Einkommensteuer.

Die übrigen Annahmen des CAPM bleiben unverändert. Insbesondere werden homogene Erwartungen der Investoren bezüglich der Endvermögensgrößen vor Steuern $\widetilde{C}_j + \widetilde{P}_j$ unterstellt. Allerdings werden bei investorspezifischen Steuersätzen die Endvermögensgrößen investorspezifisch.

Es existieren unterschiedlichen Varianten des Tax-CAPM, welche sich durch die Ausgestaltung des auf die Einkünfte anzuwendenden Steuersystems, Prämissen bezüglich der Stochastizität der Ausschüttungen $\widetilde{C}_j$ sowie die Möglichkeiten zur Durchführung von Kreditaufnahmen und Leerverkäufen unterscheiden. Allen Varianten des Tax-CAPM ist gemeinsam, dass sie steuerliche Effekte einer Portfolioumschichtung in $t = 0$ aufgrund einer bei Realisierung erfolgenden Besteuerung von Wertänderungen nicht berücksichtigen. Soweit steuerpflichtige Wertänderungen angenommen werden, wird demnach implizit eine periodische Besteuerung von Wertänderungen unterstellt. Im Folgenden wird ein Überblick über die Modellvarianten des Tax-CAPM gegeben.

[257] Vgl. zur Aggregation bei investorspezifischen Erwartungen Lintner (1969), S. 359 ff.
[258] Vgl. Elton/Gruber (1984), S. 922. Eine Annahme, die eine Definition des Marktportfolios ermöglicht, könnte darin bestehen, „ […] that the market as a whole invests as a single composite “price taker” […]”, Lintner (1969), S. 357.

In seiner Grundversion geht das Tax-CAPM von linearen, investorspezifischen Steuersätzen $s_{e,y}$, $s_{d,y}$ und $s_{v,y}$, deterministischen Dividenden sowie unbeschränkten Leerverkaufsmöglichkeiten aus. Diese Modellvariante wurde von Brennan (1970) unter der Prämisse $s_{e,y} = s_{d,y} \neq s_{v,y}$ entwickelt und von Wiese (2004, 2006a) und Jonas/Löffler/Wiese (2004) auf den Fall $s_{e,y} \neq s_{d,y} \neq s_{v,y}$ erweitert. Kruschwitz (2002) und Löffler (1998) betrachten als Vereinfachung des Modells eine Situation mit nicht investorspezifischen Steuersätzen $s_e$, $s_d$ und $s_v = 0$. Wiese (2006a) integriert steuerliche Freigrenzen in das Modell. Hierzu ist jedoch anzumerken, dass Freigrenzen prinzipiell bereits durch die investorspezifischen Steuersätze im Modell abgebildet werden; greift eine Freigrenze, so ist lediglich der entsprechende Steuersatz auf null zu setzen. Etwas anderes ergibt sich allerdings, soweit die Einkünfte stochastisch sind, was im Modell von Wiese (2006a) bei Wert- bzw. Kursänderungen der Fall ist. Die Inanspruchnahme der Freigrenze ist dann abhängig von der jeweiligen Realisation der Wertänderung, so dass die Freigrenze als Zufallsvariable zu modellieren ist; dies unterbleibt allerdings bei Wiese (2006a).

Versionen des Tax-CAPM unter Berücksichtigung eines progressiven Tarifverlaufs finden sich – ebenfalls unter der Prämisse deterministischer Dividenden – bei König (1990) für den Fall ohne Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen, bei Litzenberger/Ramaswamy (1979) und König (1990) für den Fall mit Kreditaufnahmebeschränkungen sowie bei Litzenberger/Ramaswamy (1980) und König (1990) für den Fall mit Leerverkaufsbeschränkungen. Die Wert- bzw. Kursänderungen als einzige stochastische Größen werden im Rahmen dieser Modelle allerdings als steuerfrei angenommen, so dass keine stochastischen Bemessungsgrundlagen und somit keine aufgrund der Progression stochastischen Steuersätze abgebildet werden. Zinsen und Dividenden werden identisch besteuert. Die Modelle von König (1990) enthalten als zusätzliche Komponente das körperschaftsteuerliche Anrechnungsverfahren. Wiese (2006a) erweitert die Modelle mit progressiver Besteuerung um eine differenzierte Besteuerung von Dividenden, Zinsen und Wertänderungen, wobei der auf Wertänderungen anzuwendende Steuersatz allerdings linear ist. Auch im Modell von Wiese (2006a) werden demnach keine stochastischen Steuersätze abgebildet. Da die Steuersätze somit in allen Modellvarianten deterministisch sind, ergeben sich keine grundlegenden formalen Unterschiede zum Modell mit linearem Tarifverlauf. Die linearen Steuersätze sind lediglich durch investorspezifische Durchschnittsteuersätze[259] im Optimierungskalkül des Investors und investorspezifische Grenzsteuersätze[260] in der Optimalitätsbedingung und der Gleichgewichtsbeziehung zu ersetzen.

Auerbach/King (1983) betrachten ein CAPM-basiertes allgemeines Gleichgewichtsmodell mit linearen, investorspezifischen Steuersätzen, welches neben Kreditaufnahmebeschränkungen und Leerverkaufsbeschränkungen auch explizit die Finanzierungsstruktur der im Markt vorhandenen Unternehmungen berücksichtigt.

[259] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 168; König (1990), S. 97.
[260] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 169, 172-173; König (1990), S. 99.

Erweiterungen des Tax-CAPM im Hinblick auf stochastische Dividenden wurden jeweils unter der Prämisse linearer, nicht investorspezifischer Steuersätze von Wiese (2006b) unter der Annahme $s_e \neq s_d = s_v$ und von Mai (2006a) unter der Annahme $s_e \neq s_d \neq s_v$ vorgenommen. Wiese (2006a) und Mai (2006b) betrachten ein Modell mit linearen, investorspezifischen Steuersätzen, wobei $s_{e,y} \neq s_{d,y} \neq s_{v,y}$ gilt und keine Leerverkaufsbeschränkungen existieren.

Für das im Rahmen der vorliegenden Arbeit zu betrachtende Tax-CAPM werden die folgenden Prämissen zu Grunde gelegt:

1. Die Steuersätze sind linear.
2. Die Steuersätze sind nach den Einkunftsarten Zinsen, Dividenden und Wertänderungen differenziert sowie investorspezifisch. Es gilt demnach $s_{e,y} \neq s_{d,y} \neq s_{v,y}$.
3. Die Dividenden sind stochastisch.
4. Wertänderungen werden periodisch besteuert.

Die Prämissen 2 und 3 werden im Rahmen der Herleitung des Marktgleichgewichts zur Analyse unterschiedlicher Fallkonstellationen modifiziert, während die Prämissen 1 und 4 im Folgenden durchgängig aufrecht erhalten werden.

Prämissen bezüglich der Möglichkeit zur Durchführung von Leerverkäufen sind im Rahmen des Tax-CAPM erforderlich, wenn nicht alle Investoren im Gleichgewicht identische Portfolios halten. Zunächst wird ein Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen betrachtet, anschließend erfolgt eine Integration von Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen in das Modell.

### 3.4.2 Modelle ohne Leerverkaufsbeschränkungen

#### 3.4.2.1 Das individuelle Gleichgewicht

Wie im Modell ohne Steuern ist es Ziel jedes Investors, ein nutzenoptimales Portfolio zu halten. Dieses ist nunmehr auf Basis des Endvermögens nach Steuern zu bestimmen. Der Investor erzielt mittels Investition in ein Portfolio das Endvermögen nach Steuern

$$(3.72)\quad \tilde{w}_{s,P,y} = n_{0,y} \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] + \sum_{j=1}^{J} n_{j,y} \cdot \left[\tilde{C}_j \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \tilde{P}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y}\right].$$

Hieraus folgt der Erwartungswert des Endvermögens nach Steuern

$$(3.73)\quad E\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right) = n_{0,y} \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] + \sum_{j=1}^{J} n_{j,y} \cdot \left[E\left(\tilde{C}_j\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\tilde{P}_j\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y}\right].$$

Bei der Ermittlung der Varianz des Endvermögens nach Steuern entfallen die deterministischen Größen. Die Varianz beträgt:

$$(3.74)\quad \mathrm{var}\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{J} n_{j,y} \cdot n_{k,y} \cdot \mathrm{cov}\left[\tilde{C}_j \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \tilde{P}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right), \tilde{C}_k \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \tilde{P}_k \left(1 - s_{v,y}\right)\right].$$

Der Investor maximiert nun durch Optimierung der Portfoliozusammensetzung den Nutzen aus dem unsicheren Endvermögen nach Steuern des Portfolios. Entscheidungsvariablen sind wie im CAPM die Zahlen $n_{j,y}$ der im Portfolio des Investors $y$ enthaltenen Wertpapiere und es ist wiederum die Budgetrestriktion zu beachten. Als Zielfunktion des Investors resultiert[261]

$$(3.75)\quad \max_{n_{j,y}\ |\ j=0\ldots J} \quad U_y = U_y\left[E\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right), \mathrm{var}\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right)\right]$$

unter der Budgetrestriktion (Nebenbedingung)

$$(3.76)\quad \sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot \left(n_{j,y} - n_{j,y}^{0}\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^{0} = 0 .$$

Aus dem Maximierungskalkül (3.75) mit der Budgetrestriktion (3.76) folgt die Lagrangefunktion[262]

$$(3.77)\quad L_y = U_y\left[E\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right), \mathrm{var}\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right)\right] - \ell_y \cdot \left(\sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot \left(n_{j,y} - n_{j,y}^{0}\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^{0}\right).$$

Differenzieren nach $n_{j,y}$ ergibt das totale Differential der Funktion $L_y$, welches auf null zu setzen ist, um ein Optimum zu erreichen:

$$(3.78)\quad \frac{\partial L_y}{\partial n_{j,y}} = U'_y \cdot \frac{\partial E\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} + U''_y \cdot \frac{\partial\, \mathrm{var}\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} - \ell_y \cdot P_{0,j} = 0 .$$

Für $j > 0$ folgt

$$(3.79)\quad \begin{aligned} \frac{\partial L_y}{\partial n_{j,y}} &= U'_y \cdot \left[E\left(\tilde{C}_j\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\tilde{P}_j\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y}\right] \\ &+ U''_y \cdot 2 \cdot \sum_{k=1}^{J} \mathrm{cov}\left[\tilde{C}_j \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \tilde{P}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right), \tilde{C}_k \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \tilde{P}_k\left(1 - s_{v,y}\right)\right] \cdot n_{k,y} - \ell_y \cdot P_{0,j} = 0 \end{aligned}$$

und für $j = 0$ ergibt sich

$$(3.80)\quad \frac{\partial L_y}{\partial n_{0,y}} = U'_y \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] - \ell_y = 0 .$$

[261] Vgl. zur Formulierung des Optimierungsproblems Brennan (1970), S. 421; Wiese (2004), S. 8; Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 902; Wiese (2006a), S. 99.

[262] Vgl. zur Lösung des Optimierungsproblems mittels der Lagrangefunktion Brennan (1970), S. 421; Wiese (2004), S. 8-9; Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 905; Wiese (2006a), S. 99-100.

Auflösen von Gleichung (3.80) nach $\ell_y$, einsetzen in Gleichung (3.79) und Umstellung ergibt unter Beachtung der Definition $u_y = -0{,}5 \cdot U'_y / U''_y$ die folgende Bedingung für das individuelle Gleichgewicht:

$$(3.81)\quad \begin{aligned} &\sum_{k=1}^{J} \mathrm{cov}\left[\widetilde{C}_j \cdot \left(1-s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_j \cdot \left(1-s_{v,y}\right), \widetilde{C}_k \cdot \left(1-s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_k \left(1-s_{v,y}\right)\right] \cdot n_{k,y} \\ &= u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{C}_j\right) \cdot \left(1-s_{d,y}\right) + E\left(\widetilde{P}_j\right) \cdot \left(1-s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y} - P_{0,j} - P_{0,j} \cdot i \cdot \left(1-s_{e,y}\right)\right] \end{aligned}$$

Die Renditedarstellung von Gleichung (3.81) ergibt sich mittels Division durch $P_{0,j}$ unter Beachtung der Definitionen der Dividendenrendite und der Kursrendite.[263] Hierbei ist zu beachten, dass beim Kovarianzterm von Gleichung (3.81) der deterministische Term $P_{0,j} \cdot s_{v,y} - P_{0,j}$ hinzuaddiert werden kann, ohne diesen zu ändern. Für die Renditedarstellung folgt

$$(3.82)\quad \begin{aligned} &\sum_{k=1}^{J} \mathrm{cov}\left[\widetilde{r}_j^{\,D} \cdot \left(1-s_{d,y}\right) + \widetilde{r}_j^{\,K} \cdot \left(1-s_{v,y}\right), \widetilde{r}_k^{\,D} \cdot \left(1-s_{d,y}\right) + \widetilde{r}_k^{\,K} \left(1-s_{v,y}\right)\right] \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \\ &= u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{r}_j^{\,D}\right) \cdot \left(1-s_{d,y}\right) + E\left(\widetilde{r}_j^{\,K}\right) \cdot \left(1-s_{v,y}\right) - i \cdot \left(1-s_{e,y}\right)\right] . \end{aligned}$$

Bedingung (3.82) ist die Grundlage für das im Folgenden herzuleitende Marktgleichgewicht des Tax-CAPM. Das individuelle Gleichgewicht des Tax-CAPM unterscheidet sich strukturell lediglich durch die Verwendung von Renditen nach Steuern vom individuellen Gleichgewicht (3.51) des CAPM.

### 3.4.2.2 Das Marktgleichgewicht

#### 3.4.2.2.1 Herleitung durch Aggregation individueller Gleichgewichte

##### 3.4.2.2.1.1 Allgemeine Bedingungen für ein Marktgleichgewicht

Der Markt befindet sich im Gleichgewicht, wenn er geräumt ist. Die formalen Bedingungen für ein Marktgleichgewicht ergeben sich bei Herleitung durch Aggregation analog zum Modell ohne Steuern. Erste Bedingung ist demnach die Markträumungsbedingung

$$(3.83)\quad n_j^0 = \sum_{y=1}^{Y} n_{j,y}^0 = \sum_{y=1}^{Y} n_{j,y} .$$

Weiterhin ist zu fordern, dass sich alle Marktteilnehmer $y$ im individuellen Gleichgewicht befinden. Für jeden Marktteilnehmer gilt somit die in Gleichung (3.82) angegebene Bezie-

[263] Vgl. Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 905; eine analoge Darstellung des individuellen Gleichgewichts auf Renditebasis findet sich bei König (1990), S. 100.

hung mit den jeweiligen investorspezifischen Parametern. Hieraus folgt für das Aggregat über alle Marktteilnehmer die Beziehung[264]

$$\begin{aligned}(3.84)\quad &\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left[\tilde{r}_j^D\cdot\left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_j^K\cdot\left(1-s_{v,y}\right),\tilde{r}_k^D\cdot\left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_k^K\left(1-s_{v,y}\right)\right]\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\\ &=\sum_{y=1}^{Y}u_y\cdot\left[E\left(\tilde{r}_j^D\right)\cdot\left(1-s_{d,y}\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-s_{v,y}\right)-i\cdot\left(1-s_{e,y}\right)\right]\ .\end{aligned}$$

Die Gleichungen (3.83) und (3.84) stellen das Marktgleichgewicht in seiner allgemeinen Form dar. Nunmehr sind Umformungen von Gleichung (3.84) vorzunehmen, welche es zum Ziel haben, mittels Aggregation über die Marktteilnehmer einen zum CAPM ohne Besteuerung analogen Zusammenhang zwischen der Rendite eines Wertpapiers $j$ und der Rendite des Marktportfolios herzustellen. Diesbezüglich sind unterschiedliche Parameterkonstellationen zu unterscheiden, welche im Folgenden dargestellt werden.

#### 3.4.2.2.1.2 Deterministische Dividenden

Zunächst wird unterstellt, dass die Dividenden $C_j$ und somit auch die Dividendenrenditen $r_j^D$ deterministisch sind.[265] Der Kovarianzterm kann dann unter Beachtung von

$$(3.85)\quad r_j^D\cdot\left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_j^K\cdot\left(1-s_{v,y}\right)=\tilde{r}_j\cdot\left(1-s_{v,y}\right)-r_j^D\cdot\left(s_{d,y}-s_{v,y}\right)$$

wie folgt dargestellt werden:

$$(3.86)\quad \operatorname{cov}\left[\tilde{r}_j\cdot\left(1-s_{v,y}\right)-r_j^D\cdot\left(s_{d,y}-s_{v,y}\right),\tilde{r}_k\cdot\left(1-s_{v,y}\right)-r_k^D\cdot\left(s_{d,y}-s_{v,y}\right)\right]=\left(1-s_{v,y}\right)^2\cdot\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j,\tilde{r}_k\right).$$

Das individuelle Gleichgewicht vereinfacht sich dann zu[266]

$$(3.87)\quad \sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j,\tilde{r}_k\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}=\frac{u_y}{\left(1-s_{v,y}\right)^2}\cdot\left[r_j^D\cdot\left(1-s_{d,y}\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-s_{v,y}\right)-i\cdot\left(1-s_{e,y}\right)\right]\ .$$

Für das Aggregat folgt demnach

$$(3.88)\quad \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j,\tilde{r}_k\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}=\sum_{y=1}^{Y}\frac{u_y}{\left(1-s_{v,y}\right)^2}\cdot\left[r_j^D\cdot\left(1-s_{d,y}\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-s_{v,y}\right)-i\cdot\left(1-s_{e,y}\right)\right].$$

---

[264] Vgl. zur Aggregation in der Renditedarstellung Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 905-906; König (1990), S. 101-104. Entsprechend kann die Aggregation auch über die Endvermögensgrößen durchgeführt werden und die resultierende Beziehung anschließend in die Renditedarstellung überführt werden. Vgl. hierzu Brennan (1970), S. 422-423; Wiese (2004), S. 9-10; Wiese (2006a), S. 101-102. Im Folgenden wird diesbezüglich nicht mehr unterschieden, da beide Vorgehensweisen äquivalent sind.

[265] Dies stellt den von Brennan (1970) entwickelten Grundfall des Modells dar.

[266] Vgl. Brennan (1970), S. 421; Wiese (2004), S. 9; Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 903, 906; Wiese (2006a), S. 100.

Mit den Definitionen $h=\sum_{y=1}^{Y}\frac{u_y}{\left(1-s_{v,y}\right)^2}$, $g_y=\frac{u_y/\left(1-s_{v,y}\right)^2}{h}$, $S_v=\sum_{y=1}^{Y}g_y\cdot s_{v,y}$, $S_d=\sum_{y=1}^{Y}g_y\cdot s_{d,y}$, $S_e=\sum_{y=1}^{Y}g_y\cdot s_{e,y}$ folgt nach Umformung von Gleichung (3.88) die Beziehung[267]

$$(3.89)\quad h^{-1}\cdot M\cdot\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j,\tilde{r}_m\right)=r_j^D\cdot\left(1-S_d\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-S_v\right)-i\cdot\left(1-S_e\right).$$

Gleichung (3.89) gilt für jedes Wertpapier und für jedes Portfolio, insbesondere auch für das Marktportfolio.[268] Dies lässt sich zeigen, indem Gleichung (3.89) mit dem Gewichtungsfaktor $x_j$ multipliziert und über alle Wertpapiere $j$ aggregiert wird.[269] Es resultiert demnach der Zusammenhang

$$(3.90)\quad h^{-1}\cdot M\cdot\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m,\tilde{r}_m\right)=r_m^D\cdot\left(1-S_d\right)+E\left(\tilde{r}_m^K\right)\cdot\left(1-S_v\right)-i\cdot\left(1-S_e\right).$$

Dieser lässt sich umformen zu

$$(3.91)\quad h^{-1}\cdot M=\frac{r_m^D\cdot\left(1-S_d\right)+E\left(\tilde{r}_m^K\right)\cdot\left(1-S_v\right)-i\cdot\left(1-S_e\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_m\right)}.$$

Substitution von Gleichung (3.91) in Gleichung (3.89) ergibt nach Umstellung den gesuchten Zusammenhang zwischen der Rendite des Wertpapiers $j$ und der Rendite des Marktportfolios[270]

$$(3.92)\quad r_j^D\cdot\left(1-S_d\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-S_v\right)=i\cdot\left(1-S_e\right)+\beta_j\cdot\left[r_m^D\cdot\left(1-S_d\right)+E\left(\tilde{r}_m^K\right)\cdot\left(1-S_v\right)-i\cdot\left(1-S_e\right)\right]\quad .$$

Nunmehr sind die Faktoren $S_e$, $S_d$ und $S_v$ zu interpretieren: In diese gehen die Steuersätze der einzelnen Investoren, jeweils multipliziert mit dem investorspezifischen Faktor $g_y$, ein. Die investorspezifischen Faktoren $g_y$ enthalten im Zähler die durch $\left(1-s_{v,y}\right)^2$ dividierte Risikotoleranz des jeweiligen Investors und im Nenner die Summe der durch $\left(1-s_{v,y}\right)^2$ dividierten Risikotoleranzen aller Investoren. Es gilt $\sum_{y=1}^{Y}g_y=1$. Der Faktor $g_y$ stellt somit den Anteil der steuerlich modifizierten Risikotoleranz des jeweiligen Investors an der Summe der steuerlich modifizierten Risikotoleranzen aller Investoren dar und kann mithin als Gewichtungsfaktor interpretiert werden. Die Steuerfaktoren $S_e$, $S_d$ und $S_v$ stellen demnach marktdurchschnittli-

267 Vgl. Brennan (1970), S. 422; Wiese (2004), S. 9; Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 906; Wiese (2006a), S. 101.
268 Vgl. König (1990), S. 104.
269 Vgl. Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 906.
270 Vgl. Brennan (1970), S. 423; Wiese (2004), S. 10; Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 903; Wiese (2006a), S. 104.

che Steuersätze dar, in die jeweils die Steuersätze der einzelnen Investoren, gewichtet mit den zugehörigen Gewichtungsfaktoren $g_y$, eingehen.[271]

#### 3.4.2.2.1.3 Identische Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen

Die Steuersätze sind weiterhin investorspezifisch, jedoch werden Dividenden und Wertänderungen bei jedem Investor identisch besteuert, d.h. es gilt $s_{d,y} = s_{v,y}$. Die Dividendenrendite kann stochastisch sein. Wegen $\tilde{r}_j^D \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + \tilde{r}_j^K \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) = \tilde{r}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right)$ folgt für das individuelle Gleichgewicht

$$(3.93)\quad \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_k\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} = \frac{u_y}{\left(1 - s_{v,y}\right)^2} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_j\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) - i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] .$$

Aggregation über alle Marktteilnehmer $y$ ergibt unter analoger Durchführung der in den Gleichungen (3.87) bis (3.92) dargestellten Herleitungsschritte die Gleichgewichtsbeziehung[272]

$$(3.94)\quad E\left(\tilde{r}_j\right) \cdot \left(1 - S_v\right) = i \cdot \left(1 - S_e\right) + \beta_j \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m\right) \cdot \left(1 - S_v\right) - i \cdot \left(1 - S_e\right)\right] ,$$

wobei $S_v$ und $S_e$ entsprechend dem vorhergehenden Abschnitt 3.4.2.2.1.2 definiert sind. Aufgrund der identischen Besteuerung von Wertänderungen und Ausschüttungen ist eine Aufspaltung der Gesamtrenditen in ihre Bestandteile Kursrendite und Dividendenrendite nicht erforderlich. Ansonsten entspricht Gleichung (3.94) in ihrer Struktur der Gleichung (3.92) des Falls mit deterministischen Dividendenrenditen.

#### 3.4.2.2.1.4 Lineare Beziehung zwischen Gesamtrendite und Dividendenrendite

Nunmehr wird angenommen, dass zwischen Dividendenrendite und Gesamtrendite eines Wertpapiers der folgende lineare Zusammenhang besteht:

$$(3.95)\quad \tilde{r}_j^D = a_{1,j} + a_2 \cdot \tilde{r}_j .$$

Die Dividendenrendite des Wertpapiers setzt sich demnach aus einer deterministischen und einer stochastischen Komponente zusammen. Letztere ist vollständig positiv mit der Gesamtrendite korreliert. Der Zusammenhang (3.95) ähnelt den linearen Beziehungen, welche in Bezug auf die Darstellung der Nettorendite in Abschnitt 3.2.2.2.1 analysiert wurden. Der Unterschied zu diesen besteht darin, dass der Faktor $a_{1,j}$ für unterschiedliche Wertpapiere unterschiedliche Werte annehmen kann. Lediglich der Faktor $a_2$ ist als für alle Wertpapiere identisch vorauszusetzen. Die Gesamtrendite nach Steuern ergibt sich nunmehr zu

[271] Vgl. Brennan (1970), S. 422; Wiese (2004), S. 9; Wiese (2006a), S. 101.
[272] Vgl. Wiese (2004), S. 12;Wiese (2006a), S. 105.

$$(3.96)\quad \begin{aligned} &\tilde{r}_j^D \cdot \left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_j^K \cdot \left(1-s_{v,y}\right)=\tilde{r}_j \cdot \left(1-s_{v,y}\right)-\tilde{r}_j^D \cdot \left(s_{d,y}-s_{v,y}\right) \\ &=\tilde{r}_j \cdot \left[1-s_{v,y}-a_2 \cdot \left(s_{d,y}-s_{v,y}\right)\right]-a_{1,j} \cdot \left(s_{d,y}-s_{v,y}\right) \ . \end{aligned}$$

Hieraus resultiert mit der Definition $s_{l,y} = s_{v,y} + a_2 \cdot \left(s_{d,y} - s_{v,y}\right)$ das individuelle Gleichgewicht

$$(3.97)\quad \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_k\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} = \frac{u_y}{\left(1-s_{l,y}\right)^2} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1-s_{d,y}\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1-s_{v,y}\right) - i \cdot \left(1-s_{e,y}\right)\right] \ .$$

Mit den Definitionen der Summen $h = \sum_{y=1}^{Y} \frac{u_y}{\left(1-s_{l,y}\right)^2}$, $g_y = \frac{u_y / \left(1-s_{l,y}\right)^2}{h}$, $S_v = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{v,y}$, $S_d = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{d,y}$, $S_e = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{e,y}$ folgt bei Aggregation über alle Marktteilnehmer $y$ unter analoger Durchführung der in den Gleichungen (3.87) bis (3.92) dargestellten Herleitungsschritte die Gleichgewichtsbeziehung

$$(3.98)\quad \begin{aligned} &E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1-S_d\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1-S_v\right) \\ &= i \cdot \left(1-S_e\right) + \beta_j \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m^D\right) \cdot \left(1-S_d\right) + E\left(\tilde{r}_m^K\right) \cdot \left(1-S_v\right) - i \cdot \left(1-S_e\right)\right] \ . \end{aligned}$$

Gleichgewichtsbeziehung (3.98) ist strukturell identisch mit Gleichgewichtsbeziehung (3.92). Unterschiede bestehen in der Dividendenrendite, welche nunmehr stochastisch ist, und hierdurch bedingt in der abweichenden steuerlichen Modifikation der Gewichtungsfaktoren $g_y$, mit denen die Steuersätze der einzelnen Investoren in die durchschnittlichen Steuersätze eingehen.

Ein Spezialfall der in diesem Abschnitt betrachteten Konstellation liegt vor, wenn alle Wertpapiere $j$ eine identische Ausschüttungsquote $\delta$ aufweisen. Die Ausschüttungsquote des Marktportfolios beträgt dann ebenfalls $\delta$. Für die Faktoren der linearen Beziehung (3.95) gilt dann $a_{1,j} = a_2 = \delta / \left(1+\delta\right)$ für alle $j$.

#### 3.4.2.2.1.5 Nicht investorspezifische Steuersätze

Nunmehr wird angenommen, dass die nach Einkunftsarten differenzierten Steuersätze jeweils für alle Investoren identisch sind. Es gilt demnach für alle Marktteilnehmer $y$ $s_{v,y} = s_v$, $s_{d,y} = s_d$ und $s_{e,y} = s_e$. Die Dividendenrenditen sind stochastisch und es besteht kein spezifischer Zusammenhang zwischen Dividendenrenditen und Gesamtrenditen. Das individuelle Gleichgewicht (3.82) kann unter Umformung des Kovarianzterms wie folgt dargestellt werden:

$$\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_k^D\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_d\right)^2+\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_k^K\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_v\right)^2$$

$$(3.99)\quad +\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_k^K\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_d\right)\cdot\left(1-s_v\right)+\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_k^D\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_d\right)\cdot\left(1-s_v\right)$$

$$=u_y\cdot\left[E\left(\tilde{r}_j^D\right)\cdot\left(1-s_d\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-s_v\right)-i\cdot\left(1-s_e\right)\right]\ .$$

Eine Vereinfachung von Gleichung (3.99) ist nicht möglich. Insbesondere können – im Gegensatz zu den vorstehend betrachteten Konstellationen – die Steuerfaktoren nicht durch Division aus dem Kovarianzterm eliminiert werden. Um zum Marktgleichgewicht zu gelangen, ist Gleichung (3.99) über die Marktteilnehmer zu aggregieren. Es resultiert die Gleichung

$$\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_k^D\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_d\right)^2+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_k^K\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_v\right)^2$$

$$(3.100)\quad +\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_k^K\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_d\right)\cdot\left(1-s_v\right)+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_k^D\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_d\right)\cdot\left(1-s_v\right)$$

$$=\sum_{y=1}^{Y}u_y\cdot\left[E\left(\tilde{r}_j^D\right)\cdot\left(1-s_d\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-s_v\right)-i\cdot\left(1-s_e\right)\right]\ .$$

Um die Beziehung zwischen der erwarteten Marktrendite und der Rendite des Wertpapiers $j$ herzustellen, ist Gleichung (3.100) weiter zu vereinfachen. Da die Steuersätze nicht investorspezifisch sind, kann die erwartete Rendite nach Steuern aus der Summe der rechten Seite von Gleichung (3.100) ausgeklammert werden. Bezüglich des Kovarianzterms von Gleichung (3.100) (linke Seite) sind die einzelnen Doppelsummen isoliert zu betrachten. Die erste Doppelsumme des Kovarianzterms kann wie folgt umgeformt werden:

$$\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_k^D\right)\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\cdot\left(1-s_d\right)^2=\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\sum_{k=1}^{J}\sum_{y=1}^{Y}\tilde{r}_k^D\cdot P_{0,k}\cdot n_{k,y}\right)\cdot\left(1-s_d\right)^2$$

(3.101)

$$=\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\sum_{k=1}^{J}\tilde{r}_k^D\cdot\frac{P_{0,k}\cdot n_k^0}{M}\cdot M\right)\cdot\left(1-s_d\right)^2=\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_m^D\right)\cdot\left(1-s_d\right)^2\cdot M$$

Die anderen Doppelsummen des Kovarianzterms können analog vereinfacht werden. Es resultiert das Marktgleichgewicht

$$M\cdot\left(\begin{array}{l}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_m^D\right)\cdot\left(1-s_d\right)^2+\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_m^K\right)\cdot\left(1-s_v\right)^2\\ +\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_m^K\right)\cdot\left(1-s_d\right)\cdot\left(1-s_v\right)+\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_m^D\right)\cdot\left(1-s_d\right)\cdot\left(1-s_v\right)\end{array}\right)$$

(3.102)

$$=\left[E\left(\tilde{r}_j^D\right)\cdot\left(1-s_d\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right)\cdot\left(1-s_v\right)-i\cdot\left(1-s_e\right)\right]\cdot\sum_{y=1}^{Y}u_y\ .$$

Gleichung (3.102) gilt für alle Wertpapiere und Portfolios, insbesondere auch für das Marktportfolio. Hieraus folgt nach Umformung

$$(3.103)\ \frac{M}{\sum_{y=1}^{Y} u_y} = \frac{E(\tilde{r}_m^D)\cdot(1-s_d)+E(\tilde{r}_m^K)\cdot(1-s_v)-i\cdot(1-s_e)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m^D)\cdot(1-s_d)^2+\operatorname{var}(\tilde{r}_m^K)\cdot(1-s_v)^2+\left[\operatorname{cov}(\tilde{r}_m^D,\tilde{r}_m^K)+\operatorname{cov}(\tilde{r}_m^K,\tilde{r}_m^D)\right]\cdot(1-s_d)\cdot(1-s_v)}.$$

Substitution von $M \Big/ \sum_{y=1}^{Y} u_y$ in eine umgestellte Version von Gleichung (3.102) ergibt die Gleichgewichtsbeziehung

$$(3.104)\ \begin{aligned}&E(\tilde{r}_j^D)\cdot(1-s_d)+E(\tilde{r}_j^K)\cdot(1-s_v)\\&=i\cdot(1-s_e)+\beta_{s,j}\cdot\left[E(\tilde{r}_m^D)\cdot(1-s_d)+E(\tilde{r}_m^K)\cdot(1-s_v)-i\cdot(1-s_e)\right]\end{aligned}$$

mit dem durch Steuern beeinflussten $\beta$-Faktor

$$(3.105)\ \beta_{s,j}=\frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_m^D)\cdot(1-s_d)^2+\operatorname{cov}(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_m^K)\cdot(1-s_v)^2+\left[\operatorname{cov}(\tilde{r}_j^D,\tilde{r}_m^K)+\operatorname{cov}(\tilde{r}_j^K,\tilde{r}_m^D)\right]\cdot(1-s_d)\cdot(1-s_v)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m^D)\cdot(1-s_d)^2+\operatorname{var}(\tilde{r}_m^K)\cdot(1-s_v)^2+\left[\operatorname{cov}(\tilde{r}_m^D,\tilde{r}_m^K)+\operatorname{cov}(\tilde{r}_m^K,\tilde{r}_m^D)\right]\cdot(1-s_d)\cdot(1-s_v)}.$$

Mit den Definitionen der Dividendenrendite nach Steuern $\tilde{r}_{s,j}^D=\tilde{r}_j^D\cdot(1-s_d)$ und der Kursrendite nach Steuern $\tilde{r}_{s,j}^K=\tilde{r}_j^K\cdot(1-s_v)$ des Wertpapiers $j$, den entsprechenden Definitionen $\tilde{r}_{s,m}^D=\tilde{r}_m^D\cdot(1-s_d)$ bzw. $\tilde{r}_{s,m}^K=\tilde{r}_m^K\cdot(1-s_v)$ für Dividendenrendite bzw. Kursrendite des Marktportfolios nach Steuern sowie der Definition $i_{se}=i\cdot(1-s_e)$ für den sicheren Zins nach Steuern kann Gleichung (3.104) umgeformt werden zu

$$(3.106)\ E(\tilde{r}_{s,j}^D)+E(\tilde{r}_{s,j}^K)=i_{se}+\frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_{s,j}^D+\tilde{r}_{s,j}^K,\tilde{r}_{s,m}^D+\tilde{r}_{s,m}^K)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_{s,m}^D+\tilde{r}_{s,m}^K)}\cdot\left[E(\tilde{r}_{s,m}^D)+E(\tilde{r}_{s,m}^K)-i_{se}\right].$$

Unter Beachtung der Definitionen der Gesamtrenditen nach Steuern $\tilde{r}_{s,j}=\tilde{r}_{s,j}^D+\tilde{r}_{s,j}^K$ sowie $\tilde{r}_{s,m}=\tilde{r}_{s,m}^D+\tilde{r}_{s,m}^K$ folgt

$$(3.107)\ E(\tilde{r}_{s,j})=i_{se}+\frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_{s,j},\tilde{r}_{s,m})}{\operatorname{var}(\tilde{r}_{s,m})}\cdot\left[E(\tilde{r}_{s,m})-i_{se}\right].$$

Die Eigenschaften von Gleichung (3.107) sind durch Vergleich mit den vorstehend bestimmten Gleichgewichten genauer zu analysieren. Gleichgewichtsbeziehung (3.107) ist im Gegensatz zu den vorstehend betrachteten Gleichgewichten unabhängig von den Präferenzen der Marktteilnehmer. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Struktur des CAPM mit homogenen Erwartungen vorliegt, welches bekanntlich präferenzunabhängig ist. Eine weitere Abweichung der Struktur des Gleichgewichts (3.107) von den vorstehend betrachteten Gleichgewichten ist darin zu sehen, dass bei Gleichgewicht (3.107) der $\beta$-Faktor durch die Besteuerung beeinflusst wird. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Steuerfaktoren bei stochastischen Dividendenrenditen ohne Vorliegen der linearen Beziehung (3.95) zwischen Dividendenrendite und Gesamtrendite nicht aus dem individuellen Gleichgewicht (3.82) eliminiert werden können. Stochastische Dividendenrenditen führen demnach bei differenzierter Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen regelmäßig zu einem $\beta$-Faktor, in den die Renditekomponenten Kursrendite und Dividendenrendite gewichtet mit den jeweiligen Steuerfaktoren eingehen. Können dagegen die Steuerfaktoren aus dem Kovarianzterm des individuellen Gleichgewichts eliminiert werden, so gehen keine Steuerfaktoren in den $\beta$-Faktor ein. Dies kann für den Fall nicht investorspezifischer Steuersätze durch Einsetzen der entsprechenden Nettorenditen bestätigt werden. Hierzu sei exemplarisch der Fall identischer Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen betrachtet. Für den $\beta$-Faktor folgt dann

$$\beta_{s,j} = \frac{\operatorname{cov}\left[\tilde{r}_j^D \cdot (1-s_v) + \tilde{r}_j^K \cdot (1-s_v), \tilde{r}_m^D \cdot (1-s_v) + \tilde{r}_m^K \cdot (1-s_v)\right]}{\operatorname{var}\left[\tilde{r}_m^D \cdot (1-s_v) + \tilde{r}_m^K \cdot (1-s_v)\right]} \tag{3.108}$$

$$= \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D + \tilde{r}_j^K, \tilde{r}_m^D + \tilde{r}_m^K\right) \cdot (1-s_v)^2}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_m^D + \tilde{r}_m^K\right) \cdot (1-s_v)^2} = \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m)} = \beta_j \quad .$$

Nunmehr sind Spezialfälle von Gleichung (3.107) darzustellen. Diese ergeben sich zunächst aus den vorstehend betrachteten Konstellationen, wobei jeweils nicht investorspezifische Steuersätze anzunehmen sind. Die resultierenden Gleichgewichte sind in Tabelle 3.3 dargestellt, welche zeigt, dass zur Bestimmung der Gleichungen lediglich die durchschnittlichen Steuerfaktoren durch die zugehörigen nicht investorspezifischen Steuersätze zu ersetzen sind.[273]

[273] Dies folgt auch aus $S_* = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_* = s_* \cdot \sum_{y=1}^{Y} g_y = s_*$. Vgl. hierzu Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 906.

| | |
|---|---|
| $r_j^D$ deterministisch für alle $j$ | $r_j^D \cdot (1-s_d) + E(\tilde{r}_j^K) \cdot (1-s_v)$ <br> $= i \cdot (1-s_e) + \beta_j \cdot [r_m^D \cdot (1-s_d) + E(\tilde{r}_m^K) \cdot (1-s_v) - i \cdot (1-s_e)]$ |
| $s_v = s_d$ | $E(\tilde{r}_j) \cdot (1-s_v) = i \cdot (1-s_e) + \beta_j \cdot [E(\tilde{r}_m) \cdot (1-s_v) - i \cdot (1-s_e)]$ |
| $\tilde{r}_j^D = a_{1,j} + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ | $E(\tilde{r}_j^D) \cdot (1-s_d) + E(\tilde{r}_j^K) \cdot (1-s_v)$ <br> $= i \cdot (1-s_e) + \beta_j \cdot [E(\tilde{r}_m^D) \cdot (1-s_d) + E(\tilde{r}_m^K) \cdot (1-s_v) - i \cdot (1-s_e)]$ |

Tabelle 3.3: Spezialfälle von Gleichung (3.107)

Ein weiterer Spezialfall liegt vor, wenn das Marktportfolio eine deterministische Ausschüttungsquote $\delta_m$ aufweist, welche von den Ausschüttungsquoten der einzelnen Wertpapiere $j$ abweichen kann. Sind die Ausschüttungsquoten der einzelnen Wertpapiere nicht deterministisch, so kann für das Aggregat lediglich zufällig eine deterministische Ausschüttungsquote resultieren. Werden für alle Wertpapiere $j$ deterministische, jedoch nicht identische Ausschüttungsquoten vorausgesetzt, so garantiert dies allerdings auch keine deterministische Ausschüttungsquote des Aggregats. Lediglich bei deterministischen und identischen Ausschüttungsquoten aller Wertpapiere ist auch die Ausschüttungsquote des Aggregats zwingend deterministisch. Die Annahme einer deterministischen Ausschüttungsquote $\delta_m$ des Marktportfolios bei abweichenden Ausschüttungsquoten der einzelnen Wertpapiere ist demnach als exogene Vorgabe zu betrachten, welche nicht formal durch Aggregation über die einzelnen Wertpapiere $j$ begründet werden kann. Die Konstellation wird dennoch betrachtet, da sie eine Vereinfachung der Darstellung des $\beta$-Faktors $\beta_{s,j}$ ermöglicht.

Unter Beachtung des Zusammenhangs $\tilde{r}_j^D = \frac{\delta_j}{1+\delta_j} + \tilde{r}_j \cdot \frac{\delta_j}{1+\delta_j}$ zwischen Gesamtrendite und Dividendenrendite im Fall deterministischer Ausschüttungsquoten ergibt sich die Nettorendite des Marktportfolios bei deterministischer Ausschüttungsquote $\delta_m$ zu

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{s,m} &= \tilde{r}_m \cdot (1-s_v) - \left( \frac{\delta_m}{1+\delta_m} + \tilde{r}_m \cdot \frac{\delta_m}{1+\delta_m} \right) \cdot (s_d - s_v) \\ &= \tilde{r}_m \cdot \frac{1 - s_v + \delta_m \cdot (1-s_d)}{1+\delta_m} + \frac{\delta_m}{1+\delta_m} \cdot (s_d - s_v) \ . \end{aligned} \tag{3.109}$$

Weist das Wertpapier $j$ ebenfalls eine deterministische Ausschüttungsquote $\delta_j$ auf, ergibt sich die Nettorendite dieses Wertpapiers analog zu Gleichung (3.109). Gilt $\delta_j \neq \delta_m$, so resultiert der durch die Besteuerung beeinflusste $\beta$-Faktor[274]

$$(3.110)\ \beta_{s,j} = \frac{\left[1 - s_v + \delta_j \cdot (1 - s_d)\right]}{\left[1 - s_v + \delta_m \cdot (1 - s_d)\right]} \cdot \frac{(1 + \delta_m)}{(1 + \delta_j)} \cdot \beta_j,$$

welcher sich in einen Term, in den lediglich die Ausschüttungsquoten und die Steuersätze eingehen, und den auf Basis der Bruttorenditen ermittelten $\beta$-Faktor $\beta_j$ zerlegen lässt. Sind die Ausschüttungsquoten des Marktportfolios und des Wertpapiers $j$ dagegen identisch, d.h. $\delta_m = \delta_j$, so folgt $\beta_{s,j} = \beta_j$.

#### 3.4.2.2.1.6 Der allgemeine Fall

Es verbleibt die Analyse des allgemeinen Marktgleichgewichts (3.84) mit stochastischen Dividendenrenditen, welche nicht in einer linearen Beziehung zur Gesamtrendite stehen, und Steuersätzen, welche sowohl nach Einkunftsarten als auch nach Investoren differenziert sind. Wie bei Gleichung (3.99) ist es nicht möglich, die Steuerfaktoren durch Division aus dem Kovarianzterm des individuellen Gleichgewichts zu eliminieren.[275] Das Marktgleichgewicht kann durch Umstellen von Gleichung (3.84) wie folgt dargestellt werden:

$$(3.111)\quad \begin{aligned} &\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \mathrm{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_k^D\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \cdot \left(1 - s_{d,y}\right)^2 + \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \mathrm{cov}\left(\tilde{r}_j^K, \tilde{r}_k^K\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \cdot \left(1 - s_{v,y}\right)^2 \\ &+ \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \mathrm{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_k^K\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) \\ &+ \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \mathrm{cov}\left(\tilde{r}_j^K, \tilde{r}_k^D\right) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) \\ &= \sum_{y=1}^{Y} u_y \cdot \left[E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) - i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right]. \end{aligned}$$

Zu betrachten sind wiederum die einzelnen Summen des Kovarianzterms. Diese Betrachtung wird exemplarisch für die erste Summe durchgeführt, welche sich wie folgt darstellen lässt:

$$(3.112)\qquad M \cdot \mathrm{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1 - s_{d,y}\right)^2\right)$$

In Tabelle 3.4 sind die Komponenten der in Gleichung (3.111) enthaltenen Summe in Abhängigkeit von $k$ und $y$ ausführlich dargestellt.

---

[274] Vgl. Mai (2006a), S. 1236.

[275] Vgl. zur Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung Mai (2006b), S. 13-17; Wiese (2006a), S. 113-118. Die Darstellung bei Wiese (2006a) ist allerdings fehlerhaft.

| $k$ / $y$ | 1 | … | $J$ | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\tilde{r}_1^D \cdot \frac{P_{0,1} \cdot n_{1,1}}{M} \cdot \left(1-s_{d,1}\right)^2$ | … | $\tilde{r}_J^D \cdot \frac{P_{0,J} \cdot n_{J,1}}{M} \cdot \left(1-s_{d,1}\right)^2$ | $\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,1}}{M} \cdot \left(1-s_{d,1}\right)^2$ |
| 2 | $\tilde{r}_1^D \cdot \frac{P_{0,1} \cdot n_{1,2}}{M} \cdot \left(1-s_{d,2}\right)^2$ | … | $\tilde{r}_J^D \cdot \frac{P_{0,J} \cdot n_{J,2}}{M} \cdot \left(1-s_{d,2}\right)^2$ | $\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,2}}{M} \cdot \left(1-s_{d,2}\right)^2$ |
| … | … | … | … | … |
| $Y$ | $\tilde{r}_1^D \cdot \frac{P_{0,1} \cdot n_{1,Y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,Y}\right)^2$ | … | $\tilde{r}_J^D \cdot \frac{P_{0,J} \cdot n_{J,Y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,Y}\right)^2$ | $\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,Y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,Y}\right)^2$ |
| $\Sigma$ | $\sum_{y=1}^{Y} \tilde{r}_1^D \cdot \frac{P_{0,1} \cdot n_{1,y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,y}\right)^2$ | … | $\sum_{y=1}^{Y} \tilde{r}_J^D \cdot \frac{P_{0,J} \cdot n_{J,y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,y}\right)^2$ | $\sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,y}\right)^2$ |

Tabelle 3.4: Kovarianzterme des individuellen Gleichgewichts bei stochastischen Dividenden

Die letzte Zeile von Tabelle 3.4 enthält die über die Marktteilnehmer aggregierten Dividendenrenditen nach Berücksichtigung der Besteuerung[276] der einzelnen Wertpapiere, welche jeweils mit den von den Marktteilnehmern gehaltenen wertmäßigen Anteilen am Marktportfolio gewichtet werden. Diese stellen demnach die mittels eines Wertpapiers $k$ am Gesamtmarkt erzielbaren durchschnittlichen Dividendenrenditen nach Berücksichtigung der Besteuerung der einzelnen Investoren dar. Die letzte Spalte von Tabelle 3.4 enthält die über alle Wertpapiere aggregierten Dividendenrenditen nach Berücksichtigung der Besteuerung der einzelnen Wertpapiere. Die Gewichtung erfolgt mit den wertmäßigen Anteilen der Marktteilnehmer an den Wertpapieren. Es werden demnach die von den einzelnen Investoren erzielten durchschnittlichen Dividendenrenditen nach Berücksichtigung der Besteuerung dargestellt. Unabhängig von der Reihenfolge der Durchführung der Aggregation – zuerst über die Wertpapiere und anschließend über die Marktteilnehmer oder umgekehrt – ist es nicht möglich, die Bruttodividendenrendite des Marktportfolios aus dem Aggregat zu isolieren. Dies folgt aus der multiplikativen Verknüpfung jeweils eines für die Marktteilnehmer und eines für die Wertpapiere spezifischen Faktors mit einem sowohl für die Marktteilnehmer als auch für die Wertpapiere spezifischen Faktor. Eine Darstellung der Form

$$(3.113)\; M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,y}\right)^2\right) = M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_m^D\right) \cdot X$$

ist demnach im Allgemeinen nicht möglich. Insbesondere ist die von Wiese (2006a) gewählte Darstellung, welche nach Überführung in die Renditedarstellung

$$(3.114)\; M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1-s_{d,y}\right)^2\right) = M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_m^D\right) \cdot \sum_{y=1}^{Y} \left(1-s_{d,y}\right)^2$$

276 Es handelt sich nicht um Nettorenditen, da mit dem Faktor $\left(1-s_{d,y}\right)^2$ anstatt mit dem Faktor $1-s_{d,y}$ multipliziert wird.

lautet,[277] nicht zutreffend. Dies wird insbesondere deutlich, wenn nicht investorspezifische Steuersätze betrachtet werden. Einsetzen nicht investorspezifischer Steuersätze in Gleichung (3.114) müsste Gleichung (3.101) ergeben. Es folgt allerdings

$$(3.115)\; M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_m^D\right) \cdot \sum_{y=1}^{Y} \left(1 - s_d\right)^2 = Y \cdot M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_m^D\right) \cdot \left(1 - s_d\right)^2 \neq M \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_m^D\right) \cdot \left(1 - s_d\right)^2,$$

was die bisherigen Ausführungen bestätigt. Entsprechende Ergebnisse resultieren für die anderen Summen im Kovarianzterm der Gleichung (3.111). Dennoch kann analog zu den vorhergehenden Konstellationen eine Gleichgewichtsbeziehung abgeleitet werden. Mit den Definitionen für die nach Wertpapieren und nach Marktteilnehmern aggregierten Renditen

$$(3.116)\; \tilde{r}_{s,aggr}^{D,D} = \sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1 - s_{d,y}\right)^2,$$

$$(3.117)\; \tilde{r}_{s,aggr}^{K,K} = \sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^K \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1 - s_{v,y}\right)^2,$$

$$(3.118)\; \tilde{r}_{s,aggr}^{K,D} = \sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^K \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) \text{ sowie}$$

$$(3.119)\; \tilde{r}_{s,aggr}^{D,K} = \sum_{y=1}^{Y} \sum_{k=1}^{J} \tilde{r}_k^D \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right)$$

folgt für den Kovarianzterm

$$(3.120)\; \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,D} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,D}\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,K} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,K}\right).$$

Für das Marktgleichgewicht resultiert dann bei Anwendung der bereits in den vorhergehenden Konstellationen durchgeführten Herleitungsschritte die Beziehung

$$(3.121)\; \begin{aligned} & E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1 - S_d\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1 - S_v\right) \\ & = i \cdot \left(1 - S_e\right) + \beta_{j,s,aggr} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m^D\right) \cdot \left(1 - S_d\right) + E\left(\tilde{r}_m^K\right) \cdot \left(1 - S_v\right) - i \cdot \left(1 - S_e\right)\right]. \end{aligned}$$

mit $h = \sum_{y=1}^{Y} u_y$ , $g_y = \frac{u_y}{h}$, $S_v = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{v,y}$ , $S_d = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{d,y}$ , $S_e = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{e,y}$ . Die Steuerfaktoren sind wiederum gewichtete Durchschnitte der Steuersätze der einzelnen Investoren, wobei nunmehr die Gewichtungsfaktoren $g_y$ nicht durch die Besteuerung modifiziert sind. Für den $\beta$-Faktor $\beta_{j,s,aggr}$ gilt

$$(3.122)\; \beta_{j,s,aggr} = \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,D} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,D}\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,K} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,K}\right)}{\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^D, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,D} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,D}\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^K, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,K} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,K}\right)}.$$

[277] Vgl. Wiese (2006a), S. 116.

Gleichgewicht (3.121) ist nun mit Gleichgewicht (3.107) mit nicht investorspezifischen Steuersätzen zu vergleichen. Gleichgewicht (3.121) ist aufgrund der investorspezifischen Steuersätze präferenzabhängig, während Gleichgewicht (3.107) aufgrund der nicht investorspezifischen Steuersätze präferenzfrei ist. In beiden Gleichgewichten werden die $\beta$-Faktoren durch die Besteuerung beeinflusst, was aus den stochastischen Dividendenrenditen resultiert. Der wesentliche Unterschied der Gleichungen (3.107) und (3.121) besteht darin, dass in den Faktor $\beta_{j,s,aggr}$ eine Summe gewichteter, investorspezifischer Renditen nach Berücksichtigung der Besteuerung eingeht, welche sich nicht in die Komponenten Bruttodividendenrendite bzw. Bruttokursrendite des Marktportfolios und Steuerfaktor zerlegen lässt. Letzteres ist dagegen bei $\beta_{s,j}$ in Gleichgewicht (3.107) möglich. Weiterhin ist ein Vergleich mit dem Spezialfall der linearen Beziehung (3.95) zwischen Dividendenrendite und Gesamtrendite vorzunehmen. Beide Gleichgewichte sind aufgrund der investorspezifischen Steuersätze präferenzabhängig. Besteht eine lineare Beziehung zwischen den Renditen, so können die Steuerfaktoren nach Gleichung (3.97) aus dem Kovarianzterm eliminiert werden, so dass der $\beta$-Faktor nicht durch die Besteuerung beeinflusst wird. Dies ist im allgemeinen Fall (3.121) dagegen nicht gegeben. Bei Zusammentreffen von stochastischen Dividendenrenditen, investorspezifischen Steuersätzen $s_{e,y} \neq s_{d,y} \neq s_{v,y}$ und dem Fehlen einer linearen Beziehung der Form (3.95) zwischen Dividendenrenditen und Gesamtrenditen aller Wertapiere geht demnach die einfache Struktur des $\beta$-Faktors verloren.

Abschließend ist eine Konstellation zu betrachten, die zur formalen Vereinfachung des $\beta$-Faktors $\beta_{j,s,aggr}$ führt. Gelten für die aggregierten Renditen kumulativ die Zusammenhänge

$$(3.123)\ \frac{\tilde{r}^{D,D}_{s,aggr}}{1-S_d} = \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}^{D}_{k} \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \frac{\left(1-s_{d,y}\right)^2}{1-S_d} \approx \tilde{r}^{D}_{m} \cdot \left(1-S_d\right),$$

$$(3.124)\ \frac{\tilde{r}^{K,K}_{s,aggr}}{1-S_v} = \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}^{K}_{k} \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \frac{\left(1-s_{v,y}\right)^2}{1-S_v} \approx \tilde{r}^{K}_{m} \cdot \left(1-S_v\right),$$

$$(3.125)\ \frac{\tilde{r}^{K,D}_{s,aggr}}{1-S_d} = \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}^{K}_{k} \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \frac{\left(1-s_{v,y}\right)\cdot\left(1-s_{d,y}\right)}{1-S_d} \approx \tilde{r}^{K}_{m} \cdot \left(1-S_v\right) \text{ und}$$

$$(3.126)\ \frac{\tilde{r}^{D,K}_{s,aggr}}{1-S_v} = \sum_{y=1}^{Y}\sum_{k=1}^{J} \tilde{r}^{D}_{k} \cdot \frac{P_{0,k} \cdot n_{k,y}}{M} \cdot \frac{\left(1-s_{d,y}\right)\cdot\left(1-s_{v,y}\right)}{1-S_v} \approx \tilde{r}^{D}_{m} \cdot \left(1-S_d\right),$$

so folgt für den $\beta$-Faktor $\beta_{j,s,aggr} \approx \beta_{s,j}$, wobei $\beta_{s,j}$ wie folgt definiert ist:

$$(3.127)\ \beta_{s,j} = \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{r}^{D}_{j},\tilde{r}^{D}_{m}\right)\cdot\left(1-S_d\right)^2 + \operatorname{cov}\left(\tilde{r}^{K}_{j},\tilde{r}^{K}_{m}\right)\cdot\left(1-S_v\right)^2 + \left[\operatorname{cov}\left(\tilde{r}^{D}_{j},\tilde{r}^{K}_{m}\right)+\operatorname{cov}\left(\tilde{r}^{K}_{j},\tilde{r}^{D}_{m}\right)\right]\cdot\left(1-S_d\right)\cdot\left(1-S_v\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}^{D}_{m}\right)\cdot\left(1-S_d\right)^2 + \operatorname{var}\left(\tilde{r}^{K}_{m}\right)\cdot\left(1-S_v\right)^2 + \left[\operatorname{cov}\left(\tilde{r}^{D}_{m},\tilde{r}^{K}_{m}\right)+\operatorname{cov}\left(\tilde{r}^{K}_{m},\tilde{r}^{D}_{m}\right)\right]\cdot\left(1-S_d\right)\cdot\left(1-S_v\right)}.$$

Der $\beta$-Faktor $\beta_{s,j}$ weist demnach die Struktur des für nicht investorspezifische Steuersätze bestimmten $\beta$-Faktors (3.105) auf; die Steuersätze sind lediglich durch die Steuerfaktoren zu ersetzen. Insbesondere ist es nunmehr möglich, den $\beta$-Faktor mittels der Bruttodividendenrenditen und Bruttokursrenditen des Marktportfolios und des Wertpapiers $j$ sowie der Steuerfaktoren darzustellen. Allerdings ist darauf hinzuweisen, dass es sich bei den für die Vereinfachung erforderlichen Voraussetzungen (3.123) bis (3.126) lediglich um Annahmen handelt, welche formal nicht nachgewiesen werden können. Die Gleichungen (3.123) bis (3.126) sind demnach formale Zufälle. Fraglich ist, ob $\beta_{s,j}$ generell einen realistischen Näherungswert für den formal korrekten $\beta$-Faktor $\beta_{j,s,aggr}$ liefert, und wie hoch ggf. die Abweichungen zwischen den beiden Größen sind.

#### 3.4.2.2.2 Herleitung anhand portfoliotheoretischer Überlegungen

##### 3.4.2.2.2.1 Grundlagen

Alternativ zur Herleitung des Gleichgewichts mittels Aggregation wäre auch eine Herleitung des Gleichgewichts mittels portfoliotheoretischer Überlegungen denkbar. Hierbei ist jedoch auf Basis von Nettorenditen zu argumentieren;[278] aus formaler Sicht sind in Gleichung (3.67) lediglich die Renditen durch Nettorenditen zu ersetzen. Der Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert der Nettorendite des Tangentialportfolios eines Investors $\tilde{r}_{s,T,y} = \tilde{r}_T^D \cdot (1 - s_{d,y}) + \tilde{r}_T^K \cdot (1 - s_{v,y})$, der erwarteten Nettorendite eines einzelnen Wertpapiers $j$ $\tilde{r}_{s,j,y} = \tilde{r}_j^D \cdot (1 - s_{d,y}) + \tilde{r}_j^K \cdot (1 - s_{v,y})$ und dem sicheren Nettozins $i_{se,y} = i \cdot (1 - s_{e,y})$ folgt somit unmittelbar aus Gleichung (3.67):[279]

$$(3.128)\ E(\tilde{r}_{s,j,y}) = i_{se,y} + \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_{s,j,y}, \tilde{r}_{s,T,y})}{\operatorname{var}(\tilde{r}_{s,T,y})} \cdot \left[E(\tilde{r}_{s,T,y}) - i_{s,y}\right].$$

Sind die Steuersätze nicht investorspezifisch, so sind Erwartungswert und Varianz des Endvermögens nach Steuern und somit auch Erwartungswert und Varianz der Rendite nach Steuern jedes Wertpapiers oder jedes Portfolios – insbesondere auch des Marktportfolios – für alle Investoren jeweils identisch. Alle Investoren halten daher Tangentialportfolios mit identischer wertmäßiger Zusammensetzung. Es liegt somit die Struktur des CAPM mit homogenen Erwartungen vor. Im Gleichgewicht muss daher aufgrund der Markträumungsbedingung die wertmäßige Zusammensetzung der Tangentialportfolios der wertmäßigen Zusammensetzung des Marktportfolios entsprechen, so dass die Nettorendite des Tangentialportfolios der Nettorendite des Marktportfolios gleicht. Es ergibt sich demnach die Gleichgewichtsbeziehung

$$(3.129)\ E(\tilde{r}_{s,j}) = i_{se} + \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_{s,j}, \tilde{r}_{s,m})}{\operatorname{var}(\tilde{r}_{s,m})} \cdot \left[E(\tilde{r}_{s,m}) - i_{se}\right],$$

---

[278] Vgl. Löffler (1998), S. 422.
[279] Vgl. Elton/Gruber (1984), S. 921.

welche Gleichung (3.107) entspricht. Hieraus kann gefolgert werden, dass die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM bei Vorliegen nicht investorspezifischer Steuersätze grundsätzlich durch Einsetzen von Nettorenditen in die Grundgleichung des CAPM ermittelt werden kann.[280]

Im Fall investorspezifischer Steuersätze sind dagegen trotz der homogenen Erwartungen bezüglich der Bruttogrößen die Nettogrößen, welche den Entscheidungen der Investoren zu Grunde liegen, investorspezifisch. Die Tangentialportfolios sind daher wie beim CAPM mit investorspezifischen Erwartungen in der Regel investorspezifisch.[281] Die Herleitung eines Zusammenhangs zwischen der Nettorendite einer einzelnen Investition und der Nettorendite des Marktportfolios ist somit meist nicht möglich, so dass zur Bestimmung des Marktgleichgewichts auf die Aggregation individueller Gleichgewichte abzustellen ist.[282]

Ein Spezialfall, welcher trotz des Vorliegens investorspezifischer Steuersätze eine Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung mittels portfoliotheoretischer Überlegungen ermöglicht, liegt vor, wenn alle Investoren trotz der unterschiedlichen Besteuerung das gleiche Tangentialportfolio halten. Dies setzt voraus, dass Portfolios, welche die Eigenschaft der Erwartungswert-Varianz-Effizienz für eine Steuersatzkombination aufweisen, auch für alle anderen Steuersatzkombinationen Erwartungswert-Varianz-effizient sind, insbesondere auch für die Steuersatzkombination $s_{d,y} = s_{v,y} = s_{e,y} = 0$. Die Besteuerung ist dann insoweit irrelevant für die Bestimmung der Erwartungswert-Varianz-effizienten Portfolios. Ist die Besteuerung irrelevant bezüglich der Eigenschaft der Erwartungswert-Varianz-Effizienz, so entsprechen die auf Basis von Bruttogrößen ermittelten Erwartungswert-Varianz-effizienten Portfolios den auf Basis von Nettogrößen ermittelten Erwartungswert-Varianz-effizienten Portfolios und es resultiert im Ergebnis die Gleichgewichtsbeziehung (3.67) des CAPM ohne Steuern.[283] Dies ist damit zu erklären, dass das auf Basis von Bruttogrößen ermittelte Tangentialportfolio für alle Investoren identisch ist und daher dem Marktportfolio entsprechen muss, damit die Markträumungsbedingung erfüllt ist. Die Bedingungen, welche zur Irrelevanz der Besteuerung für die Eigenschaft der Erwartungswert-Varianz-Effizienz führen, sind im Folgenden zu analysieren.

###### 3.4.2.2.2.2 Irrelevanz der Besteuerung für die Menge der effizienten Portfolios eines einzelnen Investors

Im Folgenden sind Konstellationen zu analysieren, in denen diejenigen Portfolios, welche vor Berücksichtigung der Besteuerung effizient sind, die Effizienzeigenschaft auch bei Integration der Besteuerung in das Kalkül beibehalten. Hierbei wird auf das individuelle Kalkül eines einzelnen Investors abgestellt. Gesucht sind also Bedingungen, unter denen die Mengen der effizienten Portfolios für eine bestimmte Steuersatzkombination im Kalkül vor Steuern und

---

[280] Vgl. Löffler (1998), S. 420-422; Kruschwitz (2002), S. 195-197; Mai (2006a), S. 1234; im Ergebnis auch Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 903, 906.
[281] Vgl. Long (1977), S. 35; König (1990), S. 74; Wiese (2006a), S. 84.
[282] Vgl. auch die Herleitung des Tax-CAPM von Elton/Gruber (1984), S. 922, welche auf der Aggregation der Beziehung (3.128) über die Investoren basiert.
[283] Vgl. Long (1977), S. 30, 34-35; König (1990), S. 105-106; Wiese (2006a), S. 96-97.

im Kalkül nach Steuern äquivalent sind. Liegt Äquivalenz der effizienten Portfolios vor und nach Steuern vor, so kann die Menge der effizienten Portfolios auf Basis von Bruttorenditen bestimmt werden; die Berücksichtigung von Steuern im Entscheidungskalkül des betrachteten Investors ist insoweit nicht erforderlich.[284]

Äquivalenz der vor und nach Steuern effizienten Portfolios wurde von Long (1977), König (1990) und Wiese (2006a) für den Fall deterministischer Dividenden bzw. Dividendenrenditen für unterschiedliche Steuersysteme analysiert. Hierbei wird die lineare Beziehung $r_j^D = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r}_j)$ zwischen Dividendenrendite und Gesamtrendite zu Grunde gelegt.[285] Diese Analyse wird im Folgenden erweitert. Hierzu werden zunächst allgemein gültige Kriterien für die Äquivalenz der vor und nach Steuern effizienten Portfolios entwickelt und anschließend Konstellationen betrachtet, die diesen Kriterien genügen.

Da die Effizienz auf die Verteilungsparameter Erwartungswert und Varianz der Renditen abstellt, sind auch die Äquivalenzbedingungen auf diese beiden Größen zu beziehen. Konkret ist zu fordern, dass die Rangfolge sowohl der Erwartungswerte als auch der Varianzen der Nettorenditen der jeweiligen Rangfolge der Bruttorenditen entspricht. Bedingung für die Äquivalenz ist demnach Rangfolgeinvarianz bezüglich der Erwartungswerte und Varianzen[286] aller Portfolios.[287] Bezeichnet $P$ und $P^*$ zwei beliebige (nicht notwendigerweise effiziente) Portfolios, so lassen sich die Bedingungen wie folgt formalisieren:[288]

$$(3.130)\quad \begin{aligned} & E(\tilde{r}_P) > E(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow E(\tilde{r}_{s,P}) > E(\tilde{r}_{s,P^*}) \\ \text{und}\quad & E(\tilde{r}_P) = E(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow E(\tilde{r}_{s,P}) = E(\tilde{r}_{s,P^*}) \end{aligned}$$

sowie

$$(3.131)\quad \begin{aligned} & \text{var}(\tilde{r}_P) > \text{var}(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow \text{var}(\tilde{r}_{s,P}) > \text{var}(\tilde{r}_{s,P^*}) \\ \text{und}\quad & \text{var}(\tilde{r}_P) = \text{var}(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow \text{var}(\tilde{r}_{s,P}) = \text{var}(\tilde{r}_{s,P^*}) \quad . \end{aligned}$$

Die Bedingungen (3.130) und (3.131) sind näher zu erläutern. Hierbei wird eine Konstellation betrachtet, in der beide Bedingungen für alle Portfolios erfüllt sind. Zunächst werden Portfolios mit identischer erwarteter Bruttorendite betrachtet. Aus Bedingung (3.130) folgt, dass die erwarteten Nettorenditen der Portfolios mit identischer erwarteter Bruttorendite identisch sind. Da nach Bedingung (3.130) außerdem Portfolios mit unterschiedlichen Erwartungswerten vor Steuern auch nach Steuern unterschiedliche Erwartungswerte aufweisen, ändert sich die Menge der Portfolios mit identischem Erwartungswert durch die Besteuerung nicht.[289] Ein Portfolio mit einem vorgegebenen Erwartungswert der Bruttorendite ist vor Steuern bekannt-

[284] Vgl. Long (1977), S. 30; Wiese (2006a), S. 75.
[285] Vgl. Long (1977), S. 29 ff.; König (1990), S. 73 ff.; Wiese (2006a), S. 75 ff.
[286] Hieraus folgt unmittelbar Rangfolgeinvarianz auch bezüglich der Standardabweichungen.
[287] Vgl. Long (1977), S. 46, 48; König (1990), S. 77; Wiese (2006a), S. 84, 86.
[288] Vgl. König (1990), S. 77.
[289] Die Erwartungswerte vor Steuern und nach Steuern sind selbstverständlich unterschiedlich.

lich dann effizient, wenn es von allen Portfolios mit identischem Erwartungswert die geringste Varianz vor Steuern aufweist. Aus Bedingung (3.131) resultiert, dass das Portfolio mit der vor Steuern geringsten Varianz auch nach Steuern die geringste Varianz aufweist. Die mittels der Varianz bestimmte Rangfolge von Portfolios mit identischem Erwartungswert ändert sich folglich durch die Besteuerung nicht. Das vor Steuern effiziente Portfolio ist folglich auch nach Steuern effizient. Nunmehr sind Portfolios mit vor Steuern identischer Varianz zu betrachten. Nach Bedingung (3.131) sind auch nach Steuern die Varianzen dieser Portfolios identisch. Weiterhin weisen Portfolios mit vor Steuern unterschiedlichen Varianzen auch nach Steuern unterschiedliche Varianzen auf, so dass sich die Menge der Portfolios mit identischer Varianz durch Einführung der Besteuerung nicht ändert. Bei gegebener Varianz vor Steuern ist das Portfolio mit dem maximalen Erwartungswert vor Steuern effizient. Die Rangfolge der Erwartungswerte der Portfolios nach Steuern entspricht nach Bedingung (3.130) der Rangfolge der Erwartungswerte vor Steuern. Das vor Steuern effiziente Portfolio ist folglich auch nach Steuern effizient. Insgesamt gesehen folgt aus den Bedingungen (3.130) und (3.131) wie gewünscht die Äquivalenz der Menge der effizienten Portfolios vor und nach Steuern. Es ist daher im Folgenden lediglich zu analysieren, unter welchen Voraussetzungen diese Bedingungen erfüllt sind. Die konkrete Bestimmung effizienter Portfolios ist daher für die Analyse nicht erforderlich.[290]

Um zu analysieren, welche Anforderungen an die Besteuerung und an die Renditen der einzelnen Wertpapiere zu stellen sind, damit Äquivalenz gegeben ist, sind allgemeine Verknüpfungen zwischen den Erwartungswerten und den Varianzen der Bruttorenditen und der Nettorenditen der Portfolios herzustellen, welche den Bedingungen (3.130) und (3.131) genügen. Diese müssen für jedes beliebige Portfolio $P$ gelten. Für den Erwartungswert ergibt sich die Verknüpfung

$$(3.132)\quad E(\tilde{r}_{s,P}) = A_1 \cdot E(\tilde{r}_P) + A_2 ,$$

wobei $A_1$ und $A_2$ deterministische Größen darstellen, welche für alle Portfolios identisch sind.[291] Gleichung (3.132) besagt, dass sich die erwarteten Nettorenditen als für alle Portfolios identische lineare Transformation der Bruttorenditen darstellen lassen. Bedingung (3.130) ist erfüllt, wenn $A_1 > 0$ gilt.[292] Formal ergibt sich:

$$(3.133)\quad \begin{array}{l} E(\tilde{r}_P) > E(\tilde{r}_{P^*}) \;\Leftrightarrow\; A_1 \cdot E(\tilde{r}_P) + A_2 > A_1 \cdot E(\tilde{r}_{P^*}) + A_2 \quad \text{und} \\ E(\tilde{r}_P) = E(\tilde{r}_{P^*}) \;\Leftrightarrow\; A_1 \cdot E(\tilde{r}_P) + A_2 = A_1 \cdot E(\tilde{r}_{P^*}) + A_2 \;. \end{array}$$

290 Vgl. zum Nachweis der Äquivalenz durch explizite Bestimmung effizienter Portfolios Long (1977), S. 45 ff.; König (1990), S. 73 ff.; Wiese (2006a), S. 84 ff.

291 Vgl. zur Diskussion des Falls deterministischer Dividenden Long (1977), S. 46-47; König (1990), S. 77-78; Wiese (2006a), S. 87-89. Die Ergebnisse von Long (1977), König (1990), Wiese (2006a) stellen Spezialfälle der hier betrachteten allgemeinen Äquivalenzbedingung dar.

292 Vgl. Long (1977), S. 45 ff.; König (1990), S. 77, 82; Wiese (2006a), S. 87. 91.

Ist $A_1 = 0$, so beträgt die Nettorendite für alle Portfolios einheitlich $E(\tilde{r}_{s,P}) = A_2$. Bedingung (3.130) ist in diesem Fall nicht erfüllt, da bezüglich der Erwartungswerte nach Steuern Indifferenz zwischen allen Portfolios besteht.[293] Ist $A_1 < 0$, so kehrt sich die mittels der Erwartungswerte gebildete Rangfolge der Portfolios um, so dass Bedingung (3.130) nicht erfüllt ist;[294] formal ergibt sich für $A_1 < 0$

$$(3.134)\quad \begin{aligned} &E(\tilde{r}_P) > E(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow A_1 \cdot E(\tilde{r}_P) + A_2 < A_1 \cdot E(\tilde{r}_{P^*}) + A_2 \quad \text{und} \\ &E(\tilde{r}_P) = E(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow A_1 \cdot E(\tilde{r}_P) + A_2 = A_1 \cdot E(\tilde{r}_{P^*}) + A_2 \quad . \end{aligned}$$

Bezüglich der Varianz ist die Verknüpfung

$$(3.135)\ \mathrm{var}(\tilde{r}_{s,P}) = A_3^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_P)$$

zu betrachten, wobei $A_3$ eine deterministische und für alle Portfolios identische Größe darstellt.[295] Aus dieser ergibt sich unabhängig vom Vorzeichen von $A_3$ für $A_3 \neq 0$

$$(3.136)\quad \begin{aligned} &\mathrm{var}(\tilde{r}_P) > \mathrm{var}(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow A_3^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_P) > A_3^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_{P^*}) \quad \text{und} \\ &\mathrm{var}(\tilde{r}_P) = \mathrm{var}(\tilde{r}_{P^*}) \Leftrightarrow A_3^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_P) = A_3^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_{P^*}) \quad . \end{aligned}$$

so dass Bedingung (3.131) erfüllt ist. Für $A_3 = 0$ folgt dagegen für alle Portfolios $\mathrm{var}(\tilde{r}_{s,P}) = 0$, so dass die Rangfolgeinvarianz bezüglich der Varianz verloren geht.

Nunmehr ist zu konkretisieren, unter welchen Bedingungen die Beziehungen (3.132) und (3.135) gegeben sind. Hierzu ist auf die in Abschnitt 3.2.2.2 betrachteten linearen Beziehungen zwischen den Nettorenditen und den Bruttorenditen der Portfolios zurückzugreifen. Dies ist in Tabelle 3.5 dargestellt:

| Lineare Beziehung | Erwartungswert | Varianz |
|---|---|---|
| $\tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II}$ | $E(\tilde{r}_{s,P}) = A_I \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{II}$,<br>$A_1 = A_I$, $A_2 = A_{II}$ | $\mathrm{var}(\tilde{r}_{s,P}) = A_I^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_P)$,<br>$A_3 = A_I$ |
| $\tilde{r}_{s,P} = A_I \cdot \tilde{r}_P + A_{II} \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{III}$ | $E(\tilde{r}_{s,P}) = (A_I + A_{II}) \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{III}$,<br>$A_1 = A_I + A_{II}$, $A_2 = A_{III}$ | $\mathrm{var}(\tilde{r}_{s,P}) = A_I^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_P)$,<br>$A_3 = A_I$ |

Tabelle 3.5: Lineare Beziehung zwischen den Renditebestandteilen und Irrelevanz der Besteuerung für die Erwartungswert-Varianz-Effizienz

Die Bedingungen für Rangfolgeinvarianz setzen demnach voraus, dass sich eine lineare Beziehung zwischen den Nettorenditen und den Bruttorenditen der Portfolios herstellen lässt.

[293] Vgl. Long (1977), S. 45 ff.; König (1990), S. 77-78, 82; Wiese (2006a), S. 89, 91.
[294] Vgl. Long (1977), S. 45 ff.; König (1990), S. 78, 82.
[295] Vgl. Long (1977), S. 46; Wiese (2006a), S. 86.

Hieraus folgt, dass für $s_d = s_v \neq s_e$ niemals Rangfolgeinvarianz bestehen kann. Vielmehr ist entweder $s_d = s_v = s_e$ oder $s_d \neq s_v \neq s_e$ und eine lineare Beziehung zwischen den Renditebestandteilen vorauszusetzen. Dies reicht jedoch für die Rangfolgeinvarianz noch nicht aus. Vielmehr sind noch die Bedingungen $A_1 > 0$ und $A_3 \neq 0$ zu berücksichtigen. Für $s_d = s_v = s_e$, d.h. $A_I = 1 - s_e$ und $A_{II} = 0$, sind diese Bedingungen immer erfüllt. Für die Fälle, welche lineare Beziehungen zwischen den Renditebestandteilen entsprechend Tabelle 3.5 beinhalten, lassen sich in Abhängigkeit von den Steuersätzen die zulässigen Wertebereiche für den Faktor $a_2$ bestimmen, welche den Bedingungen $A_1 > 0$ und $A_3 \neq 0$ genügen. Tabelle 3.6 zeigt die Bedingungen, welche jeweils für $A_1 > 0$ erfüllt sein müssen:[296]

| $A_1$ | Steuersätze | Zulässige Werte für $a_2$ | Vorzeichen |
|---|---|---|---|
| $1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)$ | $s_d > s_v$ | $a_2 < (s_v - 1)/(s_v - s_d)$ | $(s_v - 1)/(s_v - s_d) > 0$ |
| | $s_d < s_v$ | $a_2 > (s_v - 1)/(s_v - s_d)$ | $(s_v - 1)/(s_v - s_d) < 0$ |
| $1 - s_d + a_2 \cdot (s_d - s_v)$ | $s_d > s_v$ | $a_2 > (s_d - 1)/(s_d - s_v)$ | $(s_d - 1)/(s_d - s_v) < 0$ |
| | $s_d < s_v$ | $a_2 < (s_d - 1)/(s_d - s_v)$ | $(s_d - 1)/(s_d - s_v) > 0$ |

Tabelle 3.6: Zulässige Wertebereiche von $a_2$, $A_1 > 0$

Tabelle 3.6 zeigt, dass der für $a_2$ zulässige Wertebereich vom Verhältnis der Steuersätze $s_d$ und $s_v$ abhängt. Der Wertebereich ist allerdings für den hier betrachteten einzelnen Investor entweder nur nach oben oder nur nach unten begrenzt. Ist die jeweilige Begrenzung nicht erfüllt, so kehrt sich die Rangfolge der Erwartungswerte nach Steuern im Vergleich zur Rangfolge vor Steuern um.[297]

Abschließend ist die Bedingung $A_3 \neq 0$ zu betrachten. In Abhängigkeit von $A_3$ ergeben sich unter Beachtung von $s_v \neq s_d$ die in Tabelle 3.7 dargestellten Bedingungen:

[296] Vgl. zur Ermittlung der zulässigen Werte Long (1977), S. 47; König (1990), S. 77-78, 82; Wiese (2006a), S. 87-88, 91. Abweichungen zu den Ergebnissen von Long (1977), König (1990), Wiese (2006a) ergeben sich durch abweichende Prämissen bezüglich der Steuersätze.

[297] Vgl. Long (1977), S. 47; König (1990), S. 78.

| $A_3$ | Bedingung |
|---|---|
| $1 - s_v + a_2 \cdot (s_v - s_d)$ | $a_2 \neq (s_v - 1)/(s_v - s_d)$ |
| $1 - s_d + a_2 \cdot (s_d - s_v)$ | $a_2 \neq (s_d - 1)/(s_d - s_v)$ |
| $1 - s_v$ | $s_v \neq 1$ |
| $1 - s_d$ | $s_d \neq 1$ |

Tabelle 3.7: Zulässige Wertebereiche von $a_2$, $A_3 \neq 0$

Die Bedingungen für $A_3 \neq 0$ sind im Fall der beiden ersten Spalten von Tabelle 3.7 erfüllt, wenn auch die in Tabelle 3.6 ausgewiesenen Bedingungen für $A_1 > 0$ vorliegen. Im Fall der beiden letzten Spalten von Tabelle 3.7 sind die Bedingungen für $A_3 \neq 0$ immer erfüllt, da die Steuersätze annahmegemäß geringer als eins sind.[298]

#### 3.4.2.2.2.3 Irrelevanz der Besteuerung für die Mengen der effizienten Portfolios aller Investoren

Im vorstehenden Abschnitt wurden Bedingungen formuliert, die zur Äquivalenz der Mengen der effizienten Portfolios eines Investors in den Modellen mit und ohne Berücksichtigung der Besteuerung führen. Dies reicht jedoch nicht aus, um das Gleichgewicht des Tax-CAPM mittels portfoliotheoretischer Überlegungen abzuleiten. Hierzu ist vielmehr zu fordern, dass die Bedingungen, die zur Äquivalenz der Mengen der effizienten Portfolios führen, bei allen Investoren erfüllt sind.[299]

Liegen nicht investorspezifische Steuersätze vor, so sind die in Abschnitt 3.4.2.2.2.2 hergeleiteten Bedingungen für die Äquivalenz bei einem Investor hinreichend für die Äquivalenz bei allen Investoren. Dieser Fall ist jedoch im Hinblick auf das Gleichgewicht des Tax-CAPM uninteressant, da das Marktportfolio in diesem Fall ohnehin effizient ist.

Im Fall investorspezifischer Steuersätze sind weitere formale Überlegungen erforderlich. Lassen sich bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze die Erwartungswerte bzw. Varianzen der Nettorenditen aller Portfolios unabhängig von der Steuersatzkombination des jeweiligen Investors in der Form $E(\tilde{r}_{s,P,y}) = A_{1,y} \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{2,y}$ mit $A_{1,y} > 0$ für alle $y$ bzw. $\mathrm{var}(\tilde{r}_{s,P,y}) = A_{3,y}^2 \cdot \mathrm{var}(\tilde{r}_P)$ darstellen, so ist Rangfolgeinvarianz bezüglich der Erwartungswerte bzw. der Varianzen bei allen Investoren gewährleistet. Die Faktoren $A_{1,y}$, $A_{2,y}$ und $A_{3,y}$, welche, wie aus Abschnitt 3.4.2.2.2.2 hervorgeht, von den Steuersätzen abhängen, dürfen investorspezifisch sein; dies ändert nichts an der Rangfolgeinvarianz für alle Investoren.

Für alle der in Abschnitt 3.4.2.2.2.2 betrachteten Konstellationen liegt auch bei investorspezifischen Steuersätzen Rangfolgeinvarianz bezüglich der Varianzen vor. Werden in Tabelle 3.5

[298] Vgl. Long (1977), S. 46; Wiese (2006a), S. 86.
[299] Bei Long (1977), S. 31 wird explizit darauf hingewiesen, dass die Äquivalenzbedingungen für alle Investoren gelten sollen; bei König (1990), S. 105 und Wiese (2006a), S. 94-96 wird dies implizit ebenfalls unterstellt.

unter Beachtung der Tabelle 3.1 die nicht investorspezifischen Steuersätze durch investorspezifische Steuersätze ersetzt, so resultiert für die Varianzen der Nettorenditen jeweils eine Darstellung der Form $\operatorname{var}(\tilde{r}_{s,P,y}) = A_{3,y}^2 \cdot \operatorname{var}(\tilde{r}_P)$, was als Bedingung für Rangfolgeinvarianz bezüglich der Varianzen hinreichend ist.[300] Es ist lediglich zu beachten, dass für alle Investoren die Bedingung $A_{3,y} \neq 0$ erfüllt ist, so dass bestimmte Werte für den Parameter $a_2$ der linearen Beziehung ausgeschlossen sind.

Existiert keine risikolose Anlagemöglichkeit, so bleibt bei investorspezifischen Steuersätzen auch die Rangfolgeinvarianz bezüglich der Erwartungswerte erhalten, was durch Einsetzen investorspezifischer Steuersätze in Tabelle 3.5 unter Beachtung von Tabelle 3.2 deutlich wird. Hierbei resultiert für den Erwartungswert der Nettorendite jeweils die Form $E(\tilde{r}_{s,P,y}) = A_{1,y} \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{2,y}$. Im Fall ohne risikolose Anlage ändert sich demnach durch die Differenzierung der Steuersätze nach Investoren nichts an den Äquivalenzbedingungen. Bei linearer Abhängigkeit der Dividendenrendite bzw. der Kursrendite von der Gesamtrendite wird allerdings der zulässige Wertebereich für den Faktor $a_2$ eingeschränkt, da $A_{1,y} > 0$ für alle Investoren, d.h. für alle Steuersatzkombinationen, erfüllt sein muss. Existieren sowohl Investoren, die Dividenden höher besteuern als Kursgewinne, als auch Investoren, die Kursgewinne höher besteuern als Dividenden, so weist der für den Faktor $a_2$ zulässige Wertebereich eine Obergrenze und eine Untergrenze auf.[301]

Zur Ableitung des Tax-CAPM ist die Konstellation mit Existenz der risikolosen Anlage zu betrachten. Hierbei ergeben sich unterschiedliche Ergebnisse für die einzelnen Konstellationen. Gilt $s_{d,y} = s_{v,y} = s_{e,y}$ für alle $y$, so resultieren die Erwartungswerte $E(\tilde{r}_{s,P,y}) = (1 - s_{e,y}) \cdot E(\tilde{r}_P)$, so dass Rangfolgeinvarianz für alle Investoren gegeben ist. Die Besteuerung des ökonomischen Gewinns beeinflusst demnach auch bei investorspezifischen Steuersätzen die Menge der effizienten Portfolios nicht. Der Fall $s_{d,y} = s_{v,y} \neq s_{e,y}$ ist nicht weiter zu analysieren, da bereits für den einzelnen Investor Rangfolgeinvarianz nicht möglich ist.

Werden Dividenden und Wertänderungen differenziert besteuert, so ist, wie bereits dargestellt, eine lineare Beziehung zwischen der Dividendenrendite bzw. alternativ der Kursrendite vor Steuern und der (erwarteten) Gesamtrendite vor Steuern hinreichend für die Äquivalenz bei einem Investor mit einer bestimmten Steuersatzkombination. Exemplarisch sei im Folgenden der Fall der linearen Beziehung zwischen Dividendenrendite und Gesamtrendite der Form $\tilde{r}_j^D = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ betrachtet.[302] Weiterhin wird unterstellt, dass für den Investor $y^*$ mit den Steuersätzen $s_{d,y^*}$, $s_{v,y^*}$ und $s_{e,y^*}$ Äquivalenz der vor und nach Steuern effizienten Port-

---

[300] Vgl. Long (1977), S. 46; Wiese (2006a), S. 86.
[301] Vgl. Long (1977), S. 31, 47. Bei König (1990), S. 77, 82 werden Wertänderungen nicht besteuert, so dass nur Untergrenzen vorliegen. Bei Wiese (2006a), S. 87-89 wird dieser Aspekt offensichtlich übersehen.
[302] Für die anderen Konstellationen mit linearen Zusammenhängen zwischen den Renditebestandteilen resultieren analoge Ergebnisse.

folios vorliegt. Aus Gleichung (3.26) folgt dann für die Faktoren $a_1$ und $a_2$ der Zusammenhang

$$(3.137)\; a_1 = i \cdot \left[ \frac{\left(s_{e,y^*} - s_{v,y^*}\right)}{\left(s_{d,y^*} - s_{v,y^*}\right)} - a_2 \right].$$

Zusammenhang (3.137) enthält die Steuersätze des Investors $y^*$, bezieht sich jedoch auf die Dividendenrenditen vor Steuern und ist daher für alle Investoren $y$ identisch. Zu betrachten ist nun die Nettorendite eines Portfolios, die sich für einen Investor $y \neq y^*$ ergibt. Die Steuersätze dieses Investors weichen von den Steuersätzen des Investors $y^*$ ab. Nach Gleichung (3.25) folgt für die Nettorendite des Investors $y$

$$\begin{aligned} & E\left(\tilde{r}_{s,P,y}\right) = x_0 \cdot i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right) \\ (3.138) \qquad & + \left[1 - s_{v,y} - a_2 \cdot \left(s_{d,y} - s_{v,y}\right)\right] \cdot \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot E\left(\tilde{r}_j\right) \\ & - i \cdot \left[ \frac{\left(s_{e,y^*} - s_{v,y^*}\right)}{\left(s_{d,y^*} - s_{v,y^*}\right)} - a_2 \right] \cdot \left(1 - x_0\right) \cdot \left(s_{d,y} - s_{v,y}\right) . \end{aligned}$$

Die Nettorendite lässt sich demnach nicht in der Form $E\left(\tilde{r}_{s,P,y}\right) = A_{1,y} \cdot E\left(\tilde{r}_P\right) + A_{2,y}$ darstellen. Äquivalenz der effizienten Portfolios ist demnach nicht gegeben. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der die Dividendenrendite determinierende Faktor $a_1$ entsprechend Zusammenhang (3.137) die Steuersätze des Investors $y^*$ enthält. Um Äquivalenz für Investor $y$ zu gewährleisten, müsste stattdessen

$$(3.139)\; a_1 = i \cdot \left[ \frac{\left(s_{e,y} - s_{v,y}\right)}{\left(s_{d,y} - s_{v,y}\right)} - a_2 \right]$$

gelten. Dann wäre jedoch für Investor $y^*$ die Äquivalenzbedingung nicht erfüllt, da die Dividendenrendite vor Steuern für alle Investoren identisch ist. Folglich kann im Fall einer Differenzierung der Steuersätze nach Investoren und nach Einkünften, d.h. $s_{d,y} \neq s_{v,y} \neq s_{e,y}$, die Äquivalenzbedingung allenfalls für eine bestimmte Steuersatzkombination erfüllt sein. Bei allen Investoren, welche anderen Steuersätzen unterliegen, weichen die nach Steuern effizienten Portfolios von den vor Steuern effizienten Portfolios ab.[303]

Im Fall der Existenz einer risikolosen Anlage und investorspezifischer Steuersätze ist eine für alle Investoren geltende Äquivalenz demnach nur dann möglich, wenn der lineare Zusammenhang zwischen Dividendenrendite und Kursrendite, welcher bei den einzelnen Investoren

[303] Dies wird bei Wiese (2006a), S. 94-96 möglicherweise übersehen; aus den dortigen Ausführungen geht allerdings nicht eindeutig hervor, ob die Äquivalenz nur für einen Investor oder für alle Investoren gelten soll.

zur Äquivalenz führt, für alle Investoren identisch ist, so dass die Äquivalenzbedingung jeweils simultan für alle Investoren erfüllt ist. Dies ist dann gegeben, wenn der zwischen den Faktoren $a_1$ und $a_2$ bestehende Zusammenhang von den Steuersätzen der einzelnen Investoren unabhängig ist. Formal bedeutet dies, dass für die Steuersatzkombinationen aller Investoren $y$ der Zusammenhang

$$(3.140)\ \bar{c} = \left(s_{e,y} - s_{v,y}\right) \Big/ \left(s_{d,y} - s_{v,y}\right)$$

zu fordern ist, wobei $\bar{c}$ eine nicht investorspezifische Konstante darstellt. Ist dies gegeben, so können beispielsweise in Gleichung (3.138) die Steuersätze des Investors $y^*$ durch die Steuersätze des Investors $y$ ersetzt werden, und es resultiert eine Darstellung der Nettorendite in der Form $E\left(\tilde{r}_{s,P,y}\right) = A_{1,y} \cdot E\left(\tilde{r}_P\right) + A_{2,y}$.

Nunmehr sind spezielle Konstellationen zu analysieren, unter denen die Bedingung (3.140) erfüllt ist. Eine erste Konstellation, welche der Bedingung (3.140) genügt, liegt vor, wenn die Steuersätze auf Ausschüttungen und Wertänderungen jeweils proportional zu den Steuersätzen auf Zinsen sind, d.h. $s_{d,y} = a_d \cdot s_{e,y}$ und $s_{v,y} = a_v \cdot s_{e,y}$ für alle $y$, wobei nicht investorspezifische Proportionalitätsfaktoren $a_d$ und $a_v$ anzunehmen sind und wegen $s_{d,y} \neq s_{v,y}$ die Relation $a_d \neq a_v$ gelten muss. Aus Gleichung (3.140) folgt dann $\bar{c} = \left(1 - a_v\right) \Big/ \left(a_d - a_v\right)$.

Weitere Konstellationen, welche der Bedingung (3.140) genügen, liegen vor, wenn die Besteuerung bei allen Investoren entweder nicht nach Dividenden und Zinsen oder alternativ nicht nach Wertänderungen und Zinsen differenziert ist. Im Fall $s_{d,y} = s_{e,y}$ für alle $y$ resultiert der Zusammenhang $\bar{c} = 1$ bzw. $a_1 = i \cdot \left(1 - a_2\right)$,[304] im Fall $s_{v,y} = s_{e,y}$ für alle $y$ dagegen der Zusammenhang $\bar{c} = 0$ bzw. $a_1 = -i \cdot a_2$. Diese Zusammenhänge gelten unabhängig von der Relation zum jeweiligen dritten Steuersatz.

Einen Spezialfall der linearen Beziehung von Dividendenrendite und Gesamtrendite stellt das Vorliegen für alle Wertpapiere identischer, deterministischer Ausschüttungsquoten $\delta$ dar. Irrelevanz für alle Investoren kann bei investorspezifischen Steuersätzen nur vorliegen, wenn die Bedingung für die Ausschüttungsquote von den Steuersätzen der einzelnen Investoren unabhängig ist, d.h. wenn unter Berücksichtigung von Gleichung (3.140) die Bedingung $\delta = \bar{c} \cdot i / \left(1 + i - \bar{c} \cdot i\right)$ erfüllt ist. Für den Fall $s_{d,y} = a_d \cdot s_{e,y}$ und $s_{v,y} = a_v \cdot s_{e,y}$ für alle $y$ resultiert eine positive Ausschüttungsquote. Im Fall $s_{d,y} = s_{e,y}$ für alle $y$ resultiert der Zusammenhang $\delta = i / \left(1 + i\right)$; die Ausschüttungsquote ist ebenfalls positiv. Gilt dagegen $s_{v,y} = s_{e,y}$ für alle $y$, so ist eine Ausschüttungsquote von $\delta = 0$ für alle Wertpapiere zu fordern. Hieraus folgt jedoch, dass keine Ausschüttungen existieren, so dass de facto lediglich zwei Einkunftsarten, nämlich Wertänderungen und Zinsen vorliegen dürfen, um Irrelevanz für alle Investo-

[304] Im Ergebnis Long (1977), S. 34, 46; König (1990), S. 80.

ren zu gewährleisten. Da diese Einkunftsarten annahmegemäß identisch besteuert werden, liegt die Situation der Besteuerung des ökonomischen Gewinns vor, welche bekanntlich zur Irrelevanz der Besteuerung bei allen Investoren führt.

Sind die vorstehenden Bedingungen erfüllt, welche zur Irrelevanz der Besteuerung für die Menge der effizienten Portfolios bei allen Investoren im Fall der Existenz der sicheren Anlage führen, so ermitteln alle Investoren ein Tangentialportfolio mit identischer wertmäßiger Zusammensetzung, welche der wertmäßigen Zusammensetzung des Marktportfolios entspricht. Als Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM folgt daher die auf Basis von Bruttorenditen bestimmte Wertpapierlinie $E(\tilde{r}_j) = i + \beta_j \cdot [E(\tilde{r}_m) - i]$.

### 3.4.3 Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen

#### 3.4.3.1 Nichtnegative Anzahlen der risikobehafteten Wertpapiere

##### 3.4.3.1.1 Das individuelle Gleichgewicht

Die vorstehenden Ausführungen haben gezeigt, dass im Fall investorspezifischer Steuersätze Investoren mit unterschiedlichen Steuersätzen im Gleichgewicht in der Regel unterschiedliche Portfolios halten. Hierbei ist es nicht ausgeschlossen, dass Investoren mit einer bestimmten Steuersatzkombination einzelne Wertpapiere mit einer negativen Anzahl halten, d.h. Leerverkäufe tätigen. Nunmehr ist ein Modell zu betrachten, welches Leerverkäufe der risikobehafteten Wertpapiere ausschließt, so dass alle Investoren nichtnegative Anzahlen der einzelnen Wertpapiere halten. Kreditaufnahmen sind dagegen weiterhin unbegrenzt zulässig. Als Optimierungsproblem des einzelnen Investors folgt:[305]

$$(3.141) \quad \max_{n_{j,y} \,|\, j=0...J} \quad U_y = U_y\left[E(\tilde{w}_{s,P,y}), \operatorname{var}(\tilde{w}_{s,P,y})\right]$$

unter den Nebenbedingungen

$$(3.142) \sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot \left(n_{j,y} - n_{j,y}^0\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^0 = 0 \quad \text{(Budgetrestriktion) sowie}$$

$$(3.143)\; n_{j,y} \geq 0 \;\; \text{für alle} \;\; j = 1,...,J \;\; \text{(Leerverkaufsbeschränkung).}$$

Das Maximierungskalkül (3.141) mit den Nebenbedingungen (3.142) und (3.143) ist mittels der Bedingungen von Kuhn-Tucker zu lösen. Es ergibt sich die Lagrangefunktion

$$(3.144)\; L_y = U_y\left[E(\tilde{w}_{s,P,y}), \operatorname{var}(\tilde{w}_{s,P,y})\right] - \ell_y \cdot \left(\sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot \left(n_{j,y} - n_{j,y}^0\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^0\right).$$

Diese unterscheidet sich nicht von der Lagrangefunktion ohne Leerverkaufsbeschränkungen. Im Optimum müssen nun die folgenden Bedingungen erfüllt sein:

[305] Vgl. zum Optimierungsproblem und dessen Lösung Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 473-474; König (1990), S. 120-122; Wiese (2006a), S. 110-111.

$$(3.145)\ \frac{\partial L_y}{\partial n_{j,y}} = U'_y \cdot \frac{\partial E\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} + U''_y \cdot \frac{\partial \operatorname{var}\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} - \ell_y \cdot P_{0,j} \leq 0,$$

$$(3.146)\ n_{j,y} \geq 0,$$

$$(3.147)\ n_{j,y} \cdot \frac{\partial L_y}{\partial n_{j,y}} = 0,$$

$$(3.148)\ \frac{\partial L_y}{\partial n_{0,y}} = U'_y \cdot \frac{\partial E\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{0,y}} - \ell_y = 0.$$

Auflösen von Gleichung (3.148) nach $\ell_y$ und einsetzen in die Gleichungen (3.145) und (3.147) führt unter Beachtung von $u_y = -0{,}5 \cdot U'_y / U''_y$ auf die Bedingungen

$$(3.149)\ \begin{array}{l} -u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{C}_j\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\widetilde{P}_j\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y} - P_{0,j} - P_{0,j} \cdot i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] \\ + \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left[\widetilde{C}_j \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right), \widetilde{C}_k \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_k \left(1 - s_{v,y}\right)\right] \cdot n_{k,y} \leq 0 \end{array}$$

und

$$(3.150)\ n_{j,y} \cdot \left[\begin{array}{l} -u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{C}_j\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\widetilde{P}_j\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y} - P_{0,j} - P_{0,j} \cdot i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] \\ + \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left[\widetilde{C}_j \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right), \widetilde{C}_k \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_k \left(1 - s_{v,y}\right)\right] \cdot n_{k,y} \end{array}\right] = 0.$$

Es lässt sich zeigen, dass Ungleichung (3.149) erfüllt ist.[306] Bezüglich Gleichung (3.150) sind zwei Fälle zu unterscheiden:[307] Könnte Investor $y$ durch Leerverkäufe des Wertpapiers $j$ einen Nutzenzuwachs erzielen, so ist die Leerverkaufsbeschränkung bindend. Es gilt dann $n_{j,y} = 0$, da annahmegemäß keine Leerverkäufe zulässig sind. Gleichung (3.150) nimmt in diesem Fall folglich den Wert 0 an. Wünscht der Investor dagegen, im Optimum eine positive Anzahl des Wertpapiers $j$ zu halten, so ist die Leerverkaufsbeschränkung nicht bindend. Formal gilt dann $n_{j,y} > 0$ und aus Gleichung (3.150) folgt die Bedingung

$$(3.151)\ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left[\widetilde{C}_j \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right), \widetilde{C}_k \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_k \left(1 - s_{v,y}\right)\right] \cdot n_{k,y} \\ = u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{C}_j\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\widetilde{P}_j\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y} - P_{0,j} - P_{0,j} \cdot i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right], \end{array}$$

die der Optimalitätsbedingung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen entspricht. Die Renditedarstellung von Gleichung (3.150) lautet bekanntlich

---

[306] Vgl. Wiese (2006a), S. 111.

[307] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 472; König (1990), S. 122; Wiese (2006a), S. 111.

$$\sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left[\tilde{r}_j^D \cdot \left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_j^K \cdot \left(1-s_{v,y}\right), \tilde{r}_k^D \cdot \left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_k^K \left(1-s_{v,y}\right)\right] \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y}$$

(3.152)

$$= u_y \cdot \left[E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1-s_{d,y}\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1-s_{v,y}\right)-i \cdot \left(1-s_{e,y}\right)\right] .$$

Gleichung (3.152) ist Grundlage für das im Folgenden zu bestimmende Marktgleichgewicht.

### 3.4.3.1.2 Das Marktgleichgewicht

Bei der Bestimmung des Marktgleichgewichts sind grundsätzlich die beiden folgenden Fälle zu unterscheiden:

- Die Leerverkaufsbeschränkungen sind für keinen Investor bindend. Dies bedeutet, dass im Optimum jeder Investor eine nichtnegative Anzahl jedes Wertpapiers zu halten wünscht. Dies ist zwingend dann der Fall, wenn die Steuersätze nicht investorspezifisch sind, da dann alle Investoren im Gleichgewicht das Marktportfolio halten. Bei investorspezifischen Steuersätzen ist es zumindest möglich, dass die Leerverkaufsbeschränkungen nicht bindend sind. Dies ist insbesondere dann gegeben, wenn die Besteuerung bei allen Investoren für die Menge der effizienten Portfolios irrelevant ist.
- Für mindestens einen Investor und ein Wertpapier ist die Leerverkaufsbeschränkung bindend. Dies bedeutet, dass der Investor durch einen Leerverkauf dieses Wertpapiers einen Nutzenzuwachs erzielen könnte. Dieser Fall setzt investorspezifische Steuersätze voraus.

Im ersteren Fall ist die Bestimmung des Gleichgewichts trivial. Für jeden Investor und jedes Wertpapier gilt eine Beziehung der Form (3.152). Da sich die Gleichung (3.152) des Modells mit Leerverkaufsbeschränkungen und die Gleichung (3.82) des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen nicht unterscheiden, resultieren dieselben Gleichgewichtsbeziehungen wie im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen.

Im letzteren Fall dagegen unterscheidet sich die Gleichgewichtsbeziehung des Modells mit Leerverkaufsbeschränkungen von der Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen. Die Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung ist mittels Aggregation durchzuführen. Eine Herleitung anhand portfoliotheoretischer Überlegungen ist nicht möglich, da investorspezifische Steuersätze vorauszusetzen sind. Zur Bestimmung des Gleichgewichts sind die folgenden Gleichungen über die Investoren $y$ zu aggregieren:

$$b_{j,y} \cdot \left[u_y \cdot \left[E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1-s_{d,y}\right)+E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1-s_{v,y}\right)-i \cdot \left(1-s_{e,y}\right)\right]\right]$$

(3.153)

$$= b_{j,y} \cdot \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left[\tilde{r}_j^D \cdot \left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_j^K \cdot \left(1-s_{v,y}\right), \tilde{r}_k^D \cdot \left(1-s_{d,y}\right)+\tilde{r}_k^K \left(1-s_{v,y}\right)\right] \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y}$$

$$\text{mit } b_{j,y} = \begin{cases} 1 & \text{für } n_{j,y} > 0 \\ 0 & \text{für } n_{j,y} = 0 \end{cases} .$$

Die Variable $b_{j,y}$ ist eine Binärvariable, die anzeigt, ob Investor $y$ das Wertpapier $j$ in seinem Portfolio hält oder nicht.[308] Mittels Summation von Gleichung (3.153) über die Investoren und die Wertpapiere lässt sich allerdings regelmäßig kein den vorstehenden Modellen ohne Leerverkaufsbeschränkungen äquivalenter Zusammenhang zwischen der Nettorendite des Wertpapiers $j$ und einem marktbestimmten Faktor herstellen, da die Binärvariable $b_{j,y}$ sowohl von $y$ als auch von $j$ abhängig ist. Dies wird im Folgenden für den Spezialfall $s_{d,y} = s_{v,y}$ gezeigt. Gleichung (3.153) vereinfacht sich in diesem Fall zu

$$(3.154)\; b_{j,y} \cdot \left[ u_y \cdot \left[ E(\tilde{r}_j) \cdot \frac{1-s_{d,y}}{(1-s_{d,y})^2} - i \cdot \frac{1-s_{e,y}}{(1-s_{d,y})^2} \right] \right] = b_{j,y} \cdot \sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_k) \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \quad .$$

Summation über die Marktteilnehmer $y$ ergibt nach Umformung:

$$(3.155)\; E(\tilde{r}_j) \cdot \left( 1 - \sum_{y=1}^{Y} s_{d,y} \cdot g_{j,y} \right) - i \cdot \left( 1 - \sum_{y=1}^{Y} s_{e,y} \cdot g_{j,y} \right) = M \cdot \operatorname{cov}\left( \sum_{y=1}^{Y} b_{j,y} \cdot \frac{\tilde{r}_j}{h_j}, \tilde{r}_m \right) \quad .$$

mit $g_{j,y} = \left. \frac{b_{j,y} \cdot u_y}{(1-s_{d,y})^2} \right/ h_j$ und $h_j = \sum_{y=1}^{Y} \frac{b_{j,y} \cdot u_y}{(1-s_{d,y})^2}$.

Bei Multiplikation mit den Anteilsquoten am Marktportfolio $x_j$ und Summation über die Investitionen $j$ resultiert

$$(3.156)\; \sum_{j=1}^{J} \left[ E(\tilde{r}_j) \cdot \left( 1 - \sum_{y=1}^{Y} s_{d,y} \cdot g_{j,y} \right) - i \cdot \left( 1 - \sum_{y=1}^{Y} s_{e,y} \cdot g_{j,y} \right) \right] = M \cdot \operatorname{cov}\left[ \sum_{j=1}^{J} \left( \sum_{y=1}^{Y} b_{j,y} \cdot \frac{\tilde{r}_j}{h_j} \right), \tilde{r}_m \right] \quad .$$

Gleichung (3.156) kann nicht weiter vereinfacht werden, da sie mit den Binärvariablen $b_{j,y}$ und den Gewichtungsfaktoren $g_{j,y}$ Variablen enthält, die sowohl von $y$ als auch von $j$ abhängen.

Die Bestimmung eines Zusammenhangs zwischen der Rendite eines Wertpapiers und der Rendite des Marktportfolios ist daher auf einen Spezialfall beschränkt, der im Folgenden dargestellt wird. Zur Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung ist zu beachten, dass bei linearen Steuersätzen alle Investoren mit identischer Steuersatzkombination ein Portfolio mit identischer wertmäßiger Zusammensetzung halten.[309] Hierbei handelt es sich um das unter Beachtung der Leerverkaufsbeschränkungen zusammengestellte Tangentialportfolio. Zu bestimmen

[308] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 473; König (1990), S. 125; Wiese (2006a), S. 113. Bei den genannten Autoren wird die Binärvariable erst im aggregierten Modell eingeführt.

[309] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 474. Im hier nicht betrachteten Fall progressiver Steuersätze ist für das Halten identischer Portfolios vorauszusetzen, dass die Investoren über identische Anfangsausstattungen verfügen; vgl. hierzu Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 474.

ist nun ein Zusammenhang zwischen diesem Tangentialportfolio und einem einzelnen, in diesem Portfolio enthaltenen Wertpapier.[310] Hierbei ist aus formalen Gründen vorauszusetzen, dass die Steuerfaktoren aus dem Kovarianzterm eliminiert werden können; hierzu werden im Folgenden deterministische Dividendenrenditen angenommen. Eine Gruppe von Investoren mit identischen Steuersätzen sei mit $y_*$ bezeichnet, die insgesamt über ein Anfangsvermögen von $w_{0,y_*}$ verfügt. Für den in ein Wertpapier investierten Anteil am insgesamt von der Investorengruppe investierten Betrag gilt dann

$$(3.157)\; x_{j,y_*} = \frac{\sum\limits_{y \in y_*} P_{0,j} \cdot n_{j,y}}{w_{0,y_*}}.$$

Die Rendite des Tangentialportfolios ergibt sich folglich zu

$$(3.158)\; \tilde{r}_{T,y_*} = \sum_{j=1}^{J} x_{j,y_*} \cdot \tilde{r}_j = \sum_{j=1}^{J} x_{j,y_*} \cdot \left(\tilde{r}_j^K + r_j^D\right).$$

Nunmehr kann der Zusammenhang zwischen der Rendite des Tangentialportfolios und der Rendite des einzelnen Wertpapiers durch Aggregation über die Investoren $y \in y_*$ hergestellt werden. Mit $u_{y_*} = \sum\limits_{y \in y_*} u_y$ ergibt sich die Beziehung

$$(3.159)\; r_j^D \cdot \left(1 - s_{d,y_*}\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1 - s_{v,y_*}\right) - i \cdot \left(1 - s_{e,y_*}\right) = \frac{w_{0,y_*}}{u_{y_*}} \cdot \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_{T,y_*}\right) \cdot \left(1 - s_{v,y_*}\right)^2 .$$

Es wird nun angenommen, dass die Kovarianz $\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_{T,y_*}\right)$ in der folgenden Form proportional zum $\beta$-Faktor der Investition ist:[311]

$$(3.160)\; \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_{T,y_*}\right) = \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{T,y_*}, \tilde{r}_m\right) \cdot \beta_j = \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{T,y_*}, \tilde{r}_m\right) \cdot \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_m\right)} .$$

Wird weiterhin angenommen, dass für alle Investorengruppen die Terme $w_{0,y_*} / u_{y_*}$ und $\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{T,y_*}, \tilde{r}_m\right)$ identische Werte annehmen, so kann eine Aggregation über die Investorengruppen erfolgen. Mit $\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_{T,y_*}, \tilde{r}_m\right) \cdot w_{0,y_*} / u_{y_*} = c$ folgt für das Aggregat:[312]

[310] Vgl. zur Herleitung dieses Zusammenhangs Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 474-475; König (1990), S. 122-124; Wiese (2006a), S. 111-112.
[311] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 475; König (1990), S. 124; Wiese (2006a), S. 113.
[312] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 475; König (1990), S. 125, 126; Wiese (2006a), S. 113. Bei Wiese (2006a) wird offensichtlich übersehen, dass auch der Steuerfaktor auf der rechten Seite von Gleichung (3.161) zu aggregieren ist.

$$(3.161)\quad \begin{aligned} & r_j^D \cdot \left(1-\sum_{y_*=1}^{Y_*} b_{j,y} \cdot s_{d,y_*}\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1-\sum_{y_*=1}^{Y_*} b_{j,y} \cdot s_{v,y_*}\right) - i \cdot \left(1-\sum_{y_*=1}^{Y_*} b_{j,y} \cdot s_{e,y_*}\right) \\ & = c \cdot \beta_j \cdot \sum_{y_*=1}^{Y_*} b_{j,y} \cdot \left(1-s_{v,y_*}\right)^2 \end{aligned}.$$

Wird nun zusätzlich unterstellt, dass ein bestimmtes Wertpapier nur von einer Gruppe, nicht jedoch von allen anderen Gruppen gehalten wird, so nimmt die Binärvariable nur für eine Investorengruppe den Wert 1 an. Gleichung (3.161) vereinfacht sich dann wieder zu

$$(3.162)\quad r_j^D \cdot \left(1-s_{d,y_*}\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1-s_{v,y_*}\right) - i \cdot \left(1-s_{e,y_*}\right) = c \cdot \beta_j \cdot \left(1-s_{v,y_*}\right)^2 \quad ,$$

wobei $y_*$ die Investorengruppe bestimmt, deren Steuersätze in Gleichung (3.162) enthalten sind. In diesem Fall liegt ein so genanntes Steuerklientel-CAPM vor, d.h. die Wertpapiere werden anhand der Höhe der Steuersätze auf die Investorengruppen aufgeteilt. Ist der auf Wertänderungen anzuwendende Steuersatz geringer als der auf Dividenden anzuwendende Steuersatz, so bilden sich die Steuerklientele auf Basis der Höhe der Steuersätze und der Höhe der Dividendenrenditen: Die Investorengruppe mit dem höchsten (niedrigsten) Steuersatz wird die Wertpapiere mit der niedrigsten (höchsten) Dividendenrendite halten.[313]

### 3.4.3.2 Betragsmäßige Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen

#### 3.4.3.2.1 Das individuelle Gleichgewicht

Werden Leerverkaufsbeschränkungen in Form nichtnegativer Anzahlen in das Modell integriert, so kann, wie vorstehend gezeigt, eine aggregierte Gleichgewichtsbeziehung nur in Spezialfällen hergeleitet werden. Nunmehr wird ein Modell betrachtet, welches dieses Problem umgeht, indem anstelle der nichtnegativen Anzahlen eine betragsmäßige Leerverkaufsbeschränkung angenommen wird. Diese ist so ausgestaltet, dass der insgesamt von einem Investor in risikobehaftete Wertpapiere investierte Betrag nicht negativ werden darf. Leerverkäufe einzelner risikobehafteter Wertpapiere sind daher möglich.[314] Zusätzlich wird eine Kreditaufnahmebeschränkung in das Modell integriert. Diese ist so ausgestaltet, dass die Verschuldung zum risikolosen Zinssatz eines Investors den (investorspezifischen) Betrag von $n_{0,y,\min}^0$ nicht

[313] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1980), S. 475; König (1990), S. 125; Wiese (2006a), S. 113.
[314] Vgl. zu dieser Modellierung der Leerverkaufsbeschränkung Auerbach/King (1983), S. 590.

übersteigen darf.[315] Unter diesen Restriktionen ist das Optimierungsproblem des Investors wie folgt zu formulieren:[316]

$$(3.163)\quad \max_{n_{j,y} \,|\, j=0...J} \quad U_y = U_y\left[E\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right), \mathrm{var}\left(\tilde{w}_{s,P,y}\right)\right]$$

unter den Nebenbedingungen

$$(3.164)\sum_{j=1}^{J} P_{0,j}\cdot\left(n_{j,y} - n_{j,y}^{0}\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^{0} = 0 \text{ (Budgetrestriktion)},$$

$$(3.165)\sum_{j=1}^{J} P_{0,j}\cdot n_{j,y} \geq 0 \text{ (Betragsmäßige Leerverkaufsbeschränkung)},$$

$$(3.166)\, n_{0,y} \geq -n_{0,y,\min}^{0} \text{ (Kreditaufnahmebeschränkung)}.$$

Die Ungleichungen (3.165) und (3.166) sind nun zur Lösung des Optimierungsproblems mittels der nichtnegativen Schlupfvariablen $v_{1,y}$ und $v_{2,y}$ wie folgt in Gleichungen zu transformieren:[317]

$$(3.167)\sum_{j=1}^{J} P_{0,j}\cdot n_{j,y} - v_{2,y} = 0,$$

$$(3.168)\, n_{0,y} - v_{1,y} = -n_{0,y,\min}^{0}.$$

Die Schlupfvariablen sind positiv, wenn die zugehörigen Beschränkungen binden; ansonsten nehmen sie den Wert null an.[318] Nunmehr kann das Optimierungsproblem mittels des Lagrangeansatzes gelöst werden. Es ergibt sich die Lagrangefunktion[319]

---

[315] Vgl. Auerbach/King (1983), S. 590 für den Fall $n_{0,y,\min}^{0} = 0$. Komplexere Formen der Modellierung von Kreditaufnahmebeschränkungen finden sich bei Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 166; König (1990), S. 109-110; Wiese (2006a), S. 107. Diese nehmen zwei Kreditaufnahmebeschränkungen, jedoch keine Leerverkaufsbeschränkungen an. Die erste Kreditaufnahmebeschränkung beinhaltet, dass der Kredit einen bestimmten Anteil des in risikobehaftete Wertpapiere investierten Betrags nicht übersteigen darf. Die zweite Kreditaufnahmebeschränkung beinhaltet, dass die zu zahlenden Fremdkapitalzinsen das – in den betrachteten Modellen annahmegemäß deterministische – Einkommen aus Dividenden nicht übersteigen darf. Diese Beschränkung ist allerdings in einem Modell, welches stochastische Dividenden grundsätzlich zulässt, nicht sinnvoll.

[316] Vgl. Auerbach/King (1983), S. 589-590. Für das Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 168; König (1990), S. 109-110; Wiese (2006a), S. 107. Im Folgenden wird auf die Unterschiede der Modellvarianten nicht mehr explizit hingewiesen.

[317] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 169; König (1990), S. 112; Wiese (2006a), S. 108. Die Vorgehensweise ist mit der Eigenschaft des komplementären Schlupfs zu begründen. Bei Auerbach/King (1983) unterbleibt die Einführung der Schlupfvariablen.

[318] Vgl. Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 169; König (1990), S. 112.

[319] Vgl. zur Lösung des Optimierungsproblems mittels des Lagrangeansatzes Auerbach/King (1983), S. 591; Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 169; König (1990), S. 112-113; Wiese (2006a), S. 108.

$$(3.169)\quad \begin{aligned} L_y &= U_y\left[E\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right), \operatorname{var}\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)\right] - \ell_y \cdot \left(\sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot \left(n_{j,y} - n_{j,y}^0\right) + n_{0,y} - n_{0,y}^0\right) \\ &\quad - \ell_{1,y} \cdot \left(\sum_{j=1}^{J} P_{0,j} \cdot n_{j,y} - v_{2,y}\right) - \ell_{2,y} \cdot \left(n_{0,y} + n_{0,y,\min}^0 - v_{1,y}\right) \ , \end{aligned}$$

wobei die Lagrangevariablen $\ell_{1,y}$ (bzw. $\ell_{2,y}$) den Schattenpreis für eine Umschichtung des insgesamt investierten Betrags von risikobehafteten Wertpapieren zur risikolosen Anlage (bzw. umgekehrt) darstellen. Es ist offensichtlich, dass für einen Investor nur eine der beiden Nebenbedingungen binden kann. Es folgen die Bedingungen erster Ordnung

$$(3.170)\quad \frac{\partial L_y}{\partial n_{j,y}} = U'_y \cdot \frac{\partial E\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} + U''_y \cdot \frac{\partial \operatorname{var}\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{j,y}} - \ell_y \cdot P_{0,j} - \ell_{1,y} \cdot P_{0,j} = 0$$

für $j > 0$ und

$$(3.171)\quad \frac{\partial L_y}{\partial n_{0,y}} = U'_y \cdot \frac{\partial E\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{0,y}} + U''_y \cdot \frac{\partial \operatorname{var}\left(\widetilde{w}_{s,P,y}\right)}{\partial n_{0,y}} - \ell_y - \ell_{2,y} = 0$$

für $j = 0$. Auflösen von Gleichung (3.171) nach $\ell_y$ und Einsetzen in Gleichung (3.170) ergibt das individuelle Gleichgewicht

$$(3.172)\quad \begin{aligned} &\sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left[\widetilde{C}_j \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_j \cdot \left(1 - s_{v,y}\right), \widetilde{C}_k \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{P}_k \left(1 - s_{v,y}\right)\right] \cdot n_{k,y} \\ &= u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{C}_j\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\widetilde{P}_j\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_{0,j} \cdot s_{v,y} - P_{0,j} - P_{0,j} \cdot i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] + \frac{\ell_{1,y} - \ell_{2,y}}{2 \cdot U''_y} \cdot P_{0,j} \ . \end{aligned}$$

Bei Überführung in die Renditedarstellung (Division durch $P_{0,j}$) resultiert mit der Definition $LB_y = \dfrac{\ell_{1,y} - \ell_{2,y}}{2 \cdot U''_y}$ das individuelle Gleichgewicht

$$(3.173)\quad \begin{aligned} &\sum_{k=1}^{J} \operatorname{cov}\left[\widetilde{r}_j^D \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{r}_j^K \cdot \left(1 - s_{v,y}\right), \widetilde{r}_k^D \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + \widetilde{r}_k^K \left(1 - s_{v,y}\right)\right] \cdot P_{0,k} \cdot n_{k,y} \\ &= u_y \cdot \left[E\left(\widetilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\widetilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) - i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] + LB_y \ . \end{aligned}$$

Dieses unterscheidet sich von dem individuellen Gleichgewicht des Modells ohne Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen durch den Term $LB_y$, welcher aus den Restriktionen resultiert. Investiert ein Investor im individuellen Gleichgewicht einen positiven Betrag in risikobehaftete Wertpapiere und ist die Kreditaufnahmebeschränkung nicht bindend, so gilt $LB_y = 0$. Könnte der Investor dagegen durch zusätzliche Kreditaufnahme (bzw. Leerverkäufe, welche den insgesamt in risikobehaftete Wertpapiere investierten Betrag unter null sinken lassen) einen Nutzenzuwachs erzielen, so folgt hieraus $\ell_{1,y} = 0$, $\ell_{2,y} > 0$ und somit $LB_y < 0$ (bzw. $\ell_{1,y} > 0$, $\ell_{2,y} = 0$ und somit $LB_y > 0$).

### 3.4.3.2.2 Das Marktgleichgewicht

Das Marktgleichgewicht ist durch Aggregation von Gleichung (3.173) über die Investoren zu bestimmen.[320] Die Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung wird im Folgenden für das allgemeine Modell dargestellt; bezüglich der speziellen Konstellationen erfolgt die Herleitung analog, so dass eine formale Darstellung unterbleiben kann. Summation von Gleichung (3.173) über die Investoren ergibt unter Beachtung von Gleichung (3.120)

$$\text{(3.174)}\quad \begin{aligned} &M \cdot \left[\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^D, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,D} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,D}\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j^K, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,K} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,K}\right)\right] \\ &= \sum_{y=1}^{Y} u_y \cdot \left[E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) - i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] + \sum_{y=1}^{Y} LB_y \ . \end{aligned}$$

Multiplikation mit dem Gewichtungsfaktor $x_j$ und Summation über alle Wertpapiere $j$ ergibt unter Beachtung von $\sum_{j=1}^{J} x_j = 1$ und Gleichung (3.121) die Beziehung

$$\text{(3.175)}\quad \begin{aligned} &h^{-1} \cdot M \cdot \left[\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^D, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,D} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,D}\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^K, \tilde{r}_{s,aggr}^{D,K} + \tilde{r}_{s,aggr}^{K,K}\right)\right] \\ &= r_m^D \cdot \left(1 - S_d\right) + E\left(\tilde{r}_m^K\right) \cdot \left(1 - S_v\right) - i \cdot \left(1 - S_e\right) + h^{-1} \cdot \sum_{y=1}^{Y} LB_y \ . \end{aligned}$$

Mit der Definition $LB_{aggr} = h^{-1} \cdot \sum_{y=1}^{Y} LB_y$ ergibt sich aus den Gleichungen (3.174) und (3.175) die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen:

$$\text{(3.176)}\quad \begin{aligned} &E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot \left(1 - S_d\right) - E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1 - S_v\right) \\ &= i \cdot \left(1 - S_e\right) - LB_{aggr} + \beta_{j,s,aggr} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m^D\right) \cdot \left(1 - S_d\right) - E\left(\tilde{r}_m^K\right) \cdot \left(1 - S_v\right) - i \cdot \left(1 - S_e\right) + LB_{aggr}\right] \ . \end{aligned}$$

Der Vergleich mit Gleichung (3.121) des Modells ohne Restriktionen zeigt, dass weiterhin ein linearer Zusammenhang zwischen der um die Steuerfaktoren gekürzten erwarteten Rendite des Wertpapiers $j$, dem sicheren Zins und der erwarteten Rendite des Marktportfolios besteht. Zu diesem Zusammenhang tritt zusätzlich der Faktor $LB_{aggr}$ hinzu, in den die Schattenpreise der Investoren gewichtet mit den marginalen Nutzenänderungen bezüglich der Rendi-

[320] Vgl. Auerbach/King (1983), S. 591-592; Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 170-173; König (1990), S. 113-114; Wiese (2006a), S. 109.

tevarianzen eingehen.[321] Das Modell mit Restriktionen ergibt sich formal aus dem Modell ohne Restriktionen, indem im letzteren Modell der sichere Zins durch die Differenz aus dem sicheren Zins und dem Faktor $LB_{aggr}$ ersetzt wird.[322] Für die Spezialfälle, in denen die Steuerfaktoren formal aus dem Kovarianzterm des individuellen Gleichgewichts eliminiert werden können, ist die Gleichgewichtsbeziehung analog zu Gleichung (3.176) um einen Faktor $LB_{aggr}$ zu ergänzen. Dieser nimmt bei deterministischen Dividenden sowie bei identischer Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen den Wert $LB_{aggr} = h^{-1} \cdot \sum_{y=1}^{Y} LB_y \cdot \left(1 - s_{v,y}\right)^{-2}$ und bei linearer Beziehung zwischen Kursrendite und Dividendenrendite den Wert $LB_{aggr} = h^{-1} \cdot \sum_{y=1}^{Y} LB_y \cdot \left(1 - s_{l,y}\right)^{-2}$ an, wobei die jeweils abweichende Definition von $h$ zu beachten ist.

Abschließend sind Konstellationen zu betrachten, in denen der Faktor $LB_{aggr}$ aus der Gleichgewichtsbeziehung entfällt, d.h. $LB_{aggr} = 0$ gilt. Dies ist immer dann gegeben, wenn die Restriktionen für keinen Investor bindend sind, da dann $\ell_{1,y} = \ell_{2,y} = 0$ gilt. Weiterhin ist es möglich, dass die Restriktionen für einige Investoren binden, die Schattenpreise für Leerverkäufe und Kreditaufnahmen sich aber im Aggregat neutralisieren; es gilt dann $\sum_{y=1}^{Y} \frac{\ell_{1,y}}{U''_y} - \sum_{y=1}^{Y} \frac{\ell_{2,y}}{U''_y} = 0$ und somit $LB_{aggr} = 0$.

Im Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen kann die Kreditaufnahmebeschränkung für einzelne Investoren binden, während die betragsmäßige Leerverkaufsbeschränkung aufgrund der Effizienz des Marktportfolios für keinen Investor bindend ist. Der Faktor $LB_{aggr}$ entfällt daher nur dann aus der Gleichgewichtsbeziehung, wenn für keinen Investor die Kreditaufnahmebeschränkung bindend ist.

### 3.4.4 Interpretation der Gleichgewichtsbeziehungen des Tax-CAPM

#### 3.4.4.1 Modelle ohne Leerverkaufsbeschränkungen

##### 3.4.4.1.1 Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen

Wie die vorhergehenden Abschnitte gezeigt haben, stellt das Marktgleichgewicht des Tax-CAPM einen Zusammenhang zwischen der steueradjustierten erwarteten Rendite eines Wertpapiers $j$ und der steueradjustierten erwarteten Rendite des Marktportfolios dar. Es stellt sich nunmehr die Frage, was eine durch das Tax-CAPM bestimmte Rendite erklärt. Hierzu existieren grundsätzlich zwei Interpretationsmöglichkeiten. Das Modell erklärt demnach

---

[321] Bei Auerbach/King (1983), S. 591; Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 170; König (1990), S. 115 erfolgt die Gewichtung mit der marginalen Nutzenänderung bezüglich des Erwartungswerts der Rendite. Dies ist auf abweichende Umformungen im Rahmen der Aggregation zurückzuführen.

[322] Bei Litzenberger/Ramaswamy (1979), S. 170; König (1990), S. 114; Wiese (2006a), S. 109 resultieren abweichende Gleichgewichtsbeziehungen. Dies ist auf die Anbindung der dort betrachteten Kreditaufnahmebeschränkung an die Einkünfte aus deterministischen Dividenden zurückzuführen.

1. eine steueradjustierte erwartete Bruttorendite, welche anzeigt, wie sich die gleichgewichtigen Bruttorenditen in einer Welt mit Steuern im Vergleich zu den in einer Welt ohne Steuern gegebenen Renditen verändern; Nettorenditen sind aus dem Tax-CAPM demnach nicht ableitbar.[323] Diese Interpretation setzt voraus, dass sowohl die Rückflüsse als auch die heutigen Preise der Wertpapiere, mittels derer die Renditen bestimmt werden, aus einer Welt ohne Steuern stammen.[324] Wie sich diese Preise gebildet haben, geht aus der Modellierung nicht hervor.

2. einen Zusammenhang zwischen Nettorenditen, welcher auf Bruttorenditen basiert, die aus Preisen resultieren, die sich in einer Welt mit Steuern gebildet haben. Ein Zusammenhang mit den Preisen, die sich in einer Welt ohne Steuern bilden würden, kann nach dieser Interpretation nicht hergestellt werden.[325]

Welche der beiden Interpretationen zutrifft, ist im Folgenden zu klären. Hierzu werden Größen, die sich in einer Welt ohne Steuern ergeben mit $os$, und Größen, die sich in einer Welt mit Steuern ergeben mit $ms$ indiziert. Da das Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen einen Spezialfall des Modells mit investorspezifischen Steuersätzen darstellt, ist davon auszugehen, dass die Aussagen bezüglich des Modells mit investorspezifischen Steuersätzen auch für das Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen gültig sind. Daher wird die Fragestellung anhand des Modells mit nicht investorspezifischen Steuersätzen analysiert. Weiterhin wird zur Vereinfachung der formalen Darstellung $s_e \neq s_v = s_d$ angenommen; für $s_e \neq s_v \neq s_d$ resultieren analoge Ergebnisse. Die Gleichgewichtsbeziehung lautet für $s_e \neq s_v = s_d$ bekanntlich

$$(3.177)\; E(\tilde{r}_j)\cdot(1-s_v) = i\cdot(1-s_e) + \beta_j \cdot \left[E(\tilde{r}_m)\cdot(1-s_v) - i\cdot(1-s_e)\right] \;.$$

In Gleichung (3.177) gehen definitionsgemäß die erwarteten Nettorenditen des Wertpapiers $j$ und des Marktportfolios ein, so dass als erste Erkenntnis festzuhalten ist, dass Gleichgewichtsbeziehung (3.177) einen Zusammenhang zwischen Nettorenditen erklärt. Umformung von Gleichung (3.177) ergibt die erwartete Bruttorendite des Wertpapiers $j$ in Abhängigkeit von der erwarteten Bruttorendite des Marktportfolios

$$(3.178)\; E(\tilde{r}_j) = i\cdot\frac{1-s_e}{1-s_v} + \beta_j \cdot \left[E(\tilde{r}_m) - i\cdot\frac{1-s_e}{1-s_v}\right] \;.$$

Zu klären ist nun, ob diese Bruttorendite eine um Steuern modifizierte Rendite aus einer Welt ohne Steuern darstellt, oder ob es sich um eine Bruttorendite aus einer Welt mit Steuern handelt, welche keinerlei Bezug zu der Rendite aufweist, welche sich in einer Welt ohne Steuern

[323] Vgl. Wiese (2006a), S. 127 ff., insb. S. 133-135; Wiese (2004), S. 12 ff.
[324] Vgl. Wiese (2006a), S. 127, 134.
[325] Vgl. Wiese (2006a), S. 134-135; Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 902-903.

ergeben würde. Renditen folgen formal aus Rückflüssen und Preisen, so dass zur Beantwortung dieser Frage die formale Renditedefinition heranzuziehen ist.

Da im Rahmen der Interpretation 1 Preise, Cash-Flows und Werte angenommen werden, welche sich in einer Welt ohne Steuern gebildet haben, ist zunächst die Preisbildung in der Welt ohne Steuern zu erläutern; bei Wiese wird dagegen ohne nähere Erläuterung des Preisbildungsmodells angenommen, dass „die Preise […], auf deren Grundlage die Dividenden- und Kursrendite sowie die Rendite der risikolosen Anlagemöglichkeit bestimmt werden, aus einer Welt stammen, in welcher keine Steuern existieren."[326] Befindet sich der Kapitalmarkt in der Welt ohne Steuern im Gleichgewicht, so muss unter den hiesigen Prämissen die Gleichgewichtsbeziehung des CAPM gelten und somit unter Beachtung der Renditedefinition

$$(3.179)\; E\left(\frac{\tilde{C}_j^{os}+\tilde{P}_j^{os}}{P_{0,j}^{os}}-1\right)=i+\beta_j^{os}\cdot\left[E\left(\frac{\tilde{C}_m^{os}+\tilde{P}_m^{os}}{M^{os}}-1\right)-i\right]\;.$$

Interpretation 1 setzt nun voraus, dass die Cash-Flows, Werte und Preise durch den Einbezug der Besteuerung in das Modell, d.h. durch den Übergang von einer Welt ohne Steuern zu einer Welt mit Steuern, unverändert bleiben. Hieraus folgt für Gleichung (3.177)

$$(3.180)\; E\left(\frac{\tilde{C}_j^{os}+\tilde{P}_j^{os}}{P_{0,j}^{os}}-1\right)=i\cdot\frac{1-s_e}{1-s_v}+\beta_j^{os}\cdot\left[E\left(\frac{\tilde{C}_m^{os}+\tilde{P}_m^{os}}{M^{os}}-1\right)-i\cdot\frac{1-s_e}{1-s_v}\right]\;.$$

Bei Gültigkeit der Gleichung des Tax-CAPM befindet sich der Markt annahmegemäß im Gleichgewicht. Haben sich die der Renditedefinition zugrunde gelegten Preise in einer Welt ohne Steuern gebildet, so dass Gleichung (3.180) gilt, und wird zudem vorausgesetzt, dass diese Preise Gleichgewichtspreise aus einer Welt ohne Steuern darstellen, so muss auch Gleichung (3.179) erfüllt sein. Somit folgt im Ergebnis

$$(3.181)\; i+\beta_j^{os}\cdot\left[E\left(\frac{\tilde{C}_m^{os}+\tilde{P}_m^{os}}{M^{os}}-1\right)-i\right]=i\cdot\frac{1-s_e}{1-s_v}+\beta_j^{os}\cdot\left[E\left(\frac{\tilde{C}_m^{os}+\tilde{P}_m^{os}}{M^{os}}-1\right)-i\cdot\frac{1-s_e}{1-s_v}\right]\;.$$

Dieser durch Interpretation 1 implizierte Zusammenhang, welcher sich unter der zusätzlichen Prämisse ergibt, dass in der Welt ohne Steuern ein Marktgleichgewicht vorliegt, aus dem die Preise resultieren, kann allerdings nicht zutreffen, da sich die linke und die rechte Seite von Gleichung (3.181) formal unterscheiden. Interpretation 1 beinhaltet demnach einen logischen Widerspruch, sofern für die Preisbildung in der Welt ohne Steuern ein Gleichgewicht vorausgesetzt wird. Dieser Widerspruch kann wie folgt erklärt werden: Ändern sich – wie angenommen – aufgrund der Besteuerung die Renditeforderungen der Investoren, so wirkt sich dies auf die Gleichgewichtspreise der Wertpapiere aus. Steigen (sinken) die Renditeforderungen, so müssen c.p. die Gleichgewichtspreise sinken (steigen). Bei den im Rahmen der Herleitung sowohl des CAPM als auch des Tax-CAPM angenommenen Preisen, auf denen die Renditedefinitionen basieren, handelt es sich annahmegemäß bereits um Gleichgewichtsprei-

[326] Wiese (2006a), S. 127.

se. Diese Gleichgewichtspreise können daher im CAPM und im Tax-CAPM nicht identisch sein. Das Tax-CAPM erklärt allerdings nicht, wie sich die Renditeforderungen der Investoren in einer Welt mit Steuern im Vergleich zum CAPM in einer Welt ohne Steuern ändern, und somit auch nicht, wie sich die Gleichgewichtspreise ändern. Weiterhin sind Werte und Cash-Flows im Zeitpunkt $t = 1$ in einer gleichgewichtigen Welt mit Steuern und einer gleichgewichtigen Welt ohne Steuern nicht notwendigerweise identisch. Ein Zusammenhang zwischen dem Gleichgewicht in einer Welt mit Steuern und in einer Welt ohne Steuern kann folglich grundsätzlich nicht hergestellt werden. Damit das vorstehend dargestellte Problem nicht auftritt und Gleichung (3.180) somit ein widerspruchsfreies Ergebnis liefert, ist folglich anzunehmen, dass sich in der Welt ohne Steuern Preise gebildet haben, welche in dieser Welt zu einem Ungleichgewicht führen. Weiterhin ist vorauszusetzen, dass bei Vorliegen dieser Preise unter Einbeziehung der Besteuerung in das Entscheidungskalkül der Investoren, d.h. in der Welt mit Steuern, der Markt geräumt ist, so dass ein Gleichgewicht besteht. Ausgangspunkt für die Interpretation 1 ist die Existenz von Preisen, die sich in einer Welt ohne Steuern gebildet haben. Ob jedoch ein Preisbildungsmodell existiert, das für die Welt ohne Steuern Ungleichgewichtspreise erklärt, welche in der Welt mit Steuern zu einem Gleichgewicht führen, und wie dieses ggf. abzuleiten ist, bleibt unklar. Prinzipiell erscheint es wenig zielführend, ein Modell für die Bildung von Ungleichgewichtspreisen zu entwickeln.

Nunmehr ist Interpretation 2 zu betrachten, welche von Gleichgewichtspreisen und Rückflüssen ausgeht, die sich in einer Welt mit Steuern gebildet haben. Die erwarteten Bruttorenditen $E(\tilde{r}_j)$ und $E(\tilde{r}_m)$ in Gleichung (3.178) sind daher Renditen, welche aus einer Welt mit Steuern stammen. Für Gleichung (3.178) folgt daher die Definition

$$(3.182)\; E\left(\frac{\tilde{C}_j^{ms} + \tilde{P}_j^{ms}}{P_{0,j}^{ms}} - 1\right) = i \cdot \frac{1 - s_e}{1 - s_v} + \beta_j^{ms} \cdot \left[E\left(\frac{\tilde{C}_m^{ms} + \tilde{P}_m^{ms}}{M^{ms}} - 1\right) - i \cdot \frac{1 - s_e}{1 - s_v}\right]$$

und für die Nettorendite der Gleichung (3.177) entsprechend

$$(3.183)\quad \begin{aligned} & E\left(\frac{\left(\tilde{C}_j^{ms} + \tilde{P}_j^{ms}\right) \cdot \left(1 - s_v\right) + P_{0,j}^{ms} \cdot s_v}{P_{0,j}^{ms}} - 1\right) \\ & = i \cdot \left(1 - s_e\right) + \beta_j^{ms} \cdot \left[E\left(\frac{\left(\tilde{C}_m^{ms} + \tilde{P}_m^{ms}\right) \cdot \left(1 - s_v\right) + M^{ms} \cdot s_v}{M^{ms}} - 1\right) - i \cdot \left(1 - s_e\right)\right] \quad . \end{aligned}$$

Die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM kann somit formal als Zusammenhang zwischen Nettorenditen oder mittels äquivalenter Umformung als Zusammenhang zwischen Bruttorenditen dargestellt werden. Diese Zusammenhänge gelten allerdings annahmegemäß nur dann, wenn sich der Markt unter Berücksichtigung der Besteuerung im Gleichgewicht befindet.

Als Ergebnis kann festgehalten werden, dass das Tax-CAPM bezüglich der Änderung von Gleichgewichtspreisen beim Übergang von einer Welt ohne Steuern zu einer Welt mit Steuern keine Aussagekraft besitzt. Hieraus folgt eine weitere Erkenntnis: Ändern sich die steuerlichen Rahmenbedingungen, so ist davon auszugehen, dass sich auch die Gleichgewichtspreise ändern.[327] Da die Herleitung des Tax-CAPM jedoch die Existenz von Gleichgewichtspreisen, die sich unter den jeweils geltenden steuerlichen Rahmenbedingungen gebildet haben, bereits voraussetzt, kann die Reaktion der Gleichgewichtsrenditen und Gleichgewichtspreise auf eine Änderung steuerlicher Rahmenbedingungen durch das Modell nicht bestimmt werden.

#### 3.4.4.1.2 Modell mit investorspezifischen Steuersätzen

Nunmehr ist das Tax-CAPM mit investorspezifischen Steuersätzen ohne Leerverkaufsbeschränkungen zu betrachten. Auch dieses Modell setzt voraus, dass bei gegebenen Preisen eine Welt mit Steuern existiert, welche sich im Gleichgewicht befindet. Werden diese Preise in einer Welt ohne Steuern betrachtet, so resultiert wiederum ein Ungleichgewicht. Insoweit ergeben sich keine Unterschiede zum Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen. Insbesondere ist das Modell nicht in der Lage, Reaktionen der Gleichgewichtsrenditen und Gleichgewichtspreise auf eine Änderung steuerlicher Rahmenbedingungen zu erklären. Im Folgenden wird angenommen, dass Gleichgewichtspreise existieren, welche sich in einer Welt mit Steuern gebildet haben.

Bezüglich der Interpretation der Gleichgewichtsbeziehungen wird zunächst auf Gleichung (3.92), (3.94) und (3.98) sowie die durch Gleichung (3.127) vereinfachte Version von Gleichung (3.121) eingegangen. Bei diesen Gleichungen handelt es sich nicht um Zusammenhänge zwischen Bruttorenditen; es ist allerdings möglich, durch Umformung einen Zusammenhang zwischen Bruttorenditen herzustellen.[328] Es liegt nahe, dass die Gleichungen (3.92), (3.94), (3.98) und (3.121) Zusammenhänge zwischen Nettorenditen darstellen, da sie strukturell den entsprechenden Gleichgewichtsbeziehungen für den Fall nicht investorspezifischer Steuersätze gleichen. Allerdings gehen in die Gleichungen (3.92), (3.94), (3.98) und (3.121) Steuerfaktoren ein und keine Steuersätze, so dass fraglich ist, ob Nettorenditen vorliegen. Die Interpretation der Gleichungen (3.92), (3.94), (3.98) und (3.121) reduziert sich somit auf eine Interpretation der Steuerfaktoren $S_e$, $S_d$ und $S_v$, bei denen es sich um gewichtete Durchschnitte der Steuersätze aller Marktteilnehmer handelt.

Zu betrachten ist nun ein Investor $y^R$, dessen individuelle Steuersätze jeweils genau den Steuerfaktoren entsprechen, d.h. $s_{e,y^R} = S_e$, $s_{d,y^R} = S_d$ und $s_{v,y^R} = S_v$. Die Renditen nach Abzug des jeweiligen Steuerfaktors stellen demnach für den Investor $y^R$ Nettorenditen dar. Es macht folglich formal keinen Unterschied, ob mit den Steuerfaktoren, welche die Steuersätze aller Marktteilnehmer beinhalten, oder mit den Steuersätzen des Investors $y^R$ gerechnet wird.

---

327 Vgl. Jonas/Löffler/Wiese (2004), S. 902-903.

328 Vgl. zur Bestimmung von Bruttorenditen die Formulierungen bei Wiese (2006a), S. 103, 117; Wiese (2004), S. 10; Brennan (1970), S. 423.

Die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM mit investorspezifischen Steuersätzen ist somit identisch mit der Gleichgewichtsbeziehung eines Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen, wenn letztere Steuersätze den Steuerfaktoren entsprechen und wenn die Rückflüsse und Gleichgewichtspreise in beiden Modellen identisch sind. Da die Renditen und somit die Preise durch besagte Steuerfaktoren bzw. Steuersätze bestimmt sind, ist der Investor $y^R$ als Preis bestimmender oder repräsentativer Investor anzusehen. Die Gleichungen (3.92), (3.94), (3.98) und (3.121) können somit im Ergebnis als Zusammenhänge zwischen den Nettorenditen eines Wertpapiers $j$, der Nettorendite des Marktportfolios und dem sicheren Nettozinssatz des repräsentativen Investors interpretiert werden.[329]

Es ist allerdings fraglich, ob bei gegebenen Steuersätzen der Marktteilnehmer ein Investor existiert, der die Steuersatzkombination $s_{e,y^R}$, $s_{d,y^R}$ und $s_{v,y^R}$ aufweist, oder ob es sich hierbei lediglich um eine hypothetische Steuersatzkombination handelt, die mit keiner der tatsächlich vorhandenen Steuersatzkombinationen übereinstimmt. Diese Frage kann nicht allgemeingültig beantwortet werden. Als bedeutender Spezialfall wird die Situation betrachtet, dass für jeden Investor $y$ eine identische, lineare Relation zwischen den Steuersätzen auf Zinsen, Dividenden und Wertänderungen besteht, d.h. $s_{d,y} = a_d \cdot s_{e,y}$ und $s_{v,y} = a_v \cdot s_{e,y}$ für alle $y$.[330]

Für die Steuerfaktoren $S_d$ und $S_v$ folgt in diesem Fall unter Beachtung von $S_e = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{e,y}$

$$(3.184)\; S_d = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot a_d \cdot s_{e,y} = a_d \cdot \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{e,y} = a_d \cdot S_e$$

sowie

$$(3.185)\; S_v = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot a_v \cdot s_{e,y} = a_v \cdot \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{e,y} = a_v \cdot S_e .$$

Die Relation zwischen den Steuersätzen der einzelnen Investoren gilt folglich auch für die Steuerfaktoren und somit für die Steuersätze des repräsentativen Investors.

Hieraus kann allerdings nicht gefolgert werden, dass die Steuersatzkombination des repräsentativen Investors auch tatsächlich existiert, was anhand eines Beispiels verdeutlicht werden soll. Die Analyse kann hierbei auf den Faktor $S_e$ beschränkt werden, da die Relationen (3.184) und (3.185) zwischen den Steuerfaktoren gegeben sind. Existieren drei Investoren mit den Steuersätzen auf Zinsen $s_{e,1} = 0{,}2$, $s_{e,2} = 0{,}3$ sowie $s_{e,3} = 0{,}4$ und gelten die Gewichtungsfaktoren $g_1 = g_2 = g_2 = 1/3$, so folgt $S_e = 0{,}3 = s_{e,2}$. Investor 2 ist demnach der reprä-

[329] Vgl. zur Bedeutung der Annahme eines repräsentativen Investors im Rahmen der CAPM-basierten Bewertung Ollmann/Richter (1999), S. 173.

[330] Dies ist beispielsweise im Teileinkünfteverfahren der Fall, in dem – unter Vernachlässigung von Progressionseffekten und unter der Annahme steuerpflichtiger Veräußerungsgewinne – $a_d = a_v = 0{,}6$ gilt (§ 3 Nr. 40 i.V.m. § 3c EStG).

sentative Investor. Existieren dagegen lediglich zwei Investoren mit den Steuersätzen $s_{e,1} = 0{,}2$ sowie $s_{e,2} = 0{,}4$ und gelten die Gewichtungsfaktoren $g_1 = g_2 = 1/2$, so folgt $S_e = 0{,}3 \neq s_{e,1} \neq s_{e,2}$. Die Steuersätze des repräsentativen Investors sind in diesem Fall lediglich hypothetische Steuersätze, welche tatsächlich nicht existieren. Wird – jenseits des Beispiels – davon ausgegangen, dass eine lineare Relation zwischen den Steuersätzen vorliegt und der Steuersatz auf Zinsen alle Werte zwischen seiner minimalen und seiner maximalen Ausprägung annehmen kann, so ist davon auszugehen, dass die Steuersatzkombination des repräsentativen Investors auch tatsächlich existiert.

Abschließend ist noch die Gleichgewichtsbeziehung (3.121) ohne die durch Gleichung (3.127) gegebene Vereinfachung zu analysieren. Auch bei dieser Gleichgewichtsbeziehung gehen in die Erwartungswerte Steuerfaktoren ein, die als Steuersätze eines repräsentativen Investors interpretiert werden können. Allerdings ist es nicht möglich, den Einfluss der Besteuerung auf den $\beta$-Faktor durch Einsetzen dieser Steuersätze abzubilden, so dass eine Ermittlung des $\beta$-Faktors auf Basis der Nettorenditen des repräsentativen Investors nicht möglich ist. Eine Interpretation von Gleichung (3.121) als Zusammenhang zwischen Nettorenditen eines repräsentativen Investors ist somit nur im Spezialfall der Gleichung (3.127) uneingeschränkt möglich.

### 3.4.4.2 Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen

#### 3.4.4.2.1 Nichtnegative Anzahlen der risikobehafteten Wertpapiere

Im Folgenden sind investorspezifische Steuersätze vorauszusetzen, da nur in diesem Fall die Leerverkaufsbeschränkungen überhaupt relevant werden können. Das Tax-CAPM mit Leerverkaufsbeschränkungen ist wie das Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen nicht in der Lage, Reaktionen der Gleichgewichtsrenditen und Gleichgewichtspreise auf eine Änderung steuerlicher Rahmenbedingungen zu erklären, da die Existenz von Gleichgewichtspreisen bereits vorausgesetzt wird. Insoweit gelten die vorstehenden Ausführungen analog.

Die Interpretation des durch die Gleichgewichtsbeziehung des Modells mit Leerverkaufsbeschränkungen gegebenen Zusammenhangs ist abhängig von der Fallkonstellation. Sind die Leerverkaufsbeschränkungen für keinen Investor bindend, so resultiert dieselbe Gleichgewichtsbeziehung wie im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen. Die Gleichgewichtsbeziehung kann somit ebenfalls als Zusammenhang zwischen den Nettorenditen eines repräsentativen Investors (mit der vorstehend erläuterten Einschränkung im Fall stochastischer Dividendenrenditen) interpretiert werden. Sind die Leerverkaufsbeschränkungen bindend und existieren keine eindeutigen Steuerklientele, so dass die Wertpapiere jeweils von unterschiedlichen Investorengruppen gehalten werden können, so ist eine Interpretation der dann geltenden Gleichgewichtsbeziehung (3.161) als Zusammenhang zwischen Nettorenditen nicht möglich. Existieren dagegen eindeutige Steuerklientele, so ergibt sich im Fall deterministischer Dividendenrenditen aus Gleichung (3.162) nach Umstellung

$$(3.186)\ r_j^D \cdot \left(1 - s_{d,y*}\right) + E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot \left(1 - s_{v,y*}\right) = i \cdot \left(1 - s_{e,y*}\right) + c \cdot \beta_j \cdot \left(1 - s_{v,y*}\right)^2 \quad .$$

Gleichung (3.186) stellt für das Klientel, welches das zu betrachtende Wertpapier $j$ hält, einen Zusammenhang zwischen der erwarteten Nettorendite des Wertpapiers, dem sicheren Nettozins und einem auf Basis von Nettorenditen bestimmten Kovarianzterm her und weist daher grundsätzliche Ähnlichkeit zu den vorstehend betrachteten Modellen auf. Der wesentliche Unterschied zu diesen Modellen besteht offensichtlich darin, dass die Marktrisikoprämie nach Steuern keinen Eingang in die Gleichgewichtsbeziehung findet.

#### 3.4.4.2.2 Betragsmäßige Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen

Die Struktur der Gleichgewichtsbeziehung mit betragsmäßigen Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen entspricht weitgehend derjenigen des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen. Es ist lediglich die Ergänzung um den Faktor $LB_{aggr}$ vorzunehmen. Die Steuerfaktoren stellen wiederum Steuersätze eines repräsentativen Investors dar. Die Gleichgewichtsbeziehung (3.176) kann somit als Zusammenhang zwischen der erwarteten Nettorendite des Wertpapiers $j$, der erwarteten Nettorendite des Marktportfolios, dem aggregierten $\beta$-Faktor $\beta_{j,s,aggr}$ und dem um den Term $LB_{aggr}$ verminderten Nettozinssatz interpretiert werden.

### 3.4.5 Irrelevanz der Besteuerung im Tax-CAPM

#### 3.4.5.1 Irrelevanz für alle Wertpapierlinien

Beim Tax-CAPM existieren Konstellationen, in denen die Besteuerung im Modell irrelevant ist, wenn die Steuerfaktoren formal aus der Gleichgewichtsbeziehung zwischen der Rendite des Wertpapiers, der Rendite des Marktportfolios und dem sicheren Zins eliminiert werden können. Hierbei ist grundsätzlich zu unterscheiden zwischen Situationen, in denen die Besteuerung für die Wertpapierlinien aller Wertpapiere eines Marktes irrelevant ist und Situationen, in denen die Besteuerung nur bei Wertpapieren mit bestimmten Eigenschaften aus der Wertpapierlinie entfällt, während eine Eliminierung der Besteuerung bei den Wertpapierlinien, welche diese Eigenschaften nicht aufweisen, nicht möglich ist.

Zunächst sind Konstellationen zu betrachten, unter denen die Besteuerung irrelevant für alle Wertpapierlinien ist. Hierbei kann auf die in Abschnitt 3.4.2.2.2 erläuterten Bedingungen für die Irrelevanz der Besteuerung für die Portfolioentscheidungen der Investoren zurückgegriffen werden. Ist die Besteuerung bei investorspezifischen Steuersätzen irrelevant für die Portfolioentscheidungen aller Investoren, so halten diese bei homogenen Erwartungen bezüglich der Bruttogrößen auch bei divergierenden Nettogrößen Tangentialportfolios mit identischer Zusammensetzung. Da im Gleichgewicht aufgrund der Markträumungsbedingung die wertmäßige Zusammensetzung dieser Tangentialportfolios dem Marktportfolio entsprechen muss, folgt im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen unmittelbar die Gleichgewichtsbeziehung

(3.63) des CAPM.[331] Die Besteuerung ist demnach für die Wertpapierlinien aller Wertpapiere irrelevant.

Die Irrelevanz der Besteuerung ist nunmehr für das Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen formal zu zeigen.[332] Hierzu wird zunächst der Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns, d.h. $s_{d,y} = s_{v,y} = s_{e,y}$ für alle $y$, betrachtet. Dieser stellt einen Spezialfall von Gleichung (3.94) dar, für die lediglich $s_{d,y} = s_{v,y}$ vorausgesetzt wurde. Es gilt dann $S_d = S_e$ und im Ergebnis entfallen die Steuerfaktoren aus Gleichung (3.94) der Wertpapierlinie. Auch die weiteren Konstellationen, aus denen Irrelevanz der Besteuerung für die Portfolioentscheidungen aller Investoren resultiert, führen zur Irrelevanz der Besteuerung für die Wertapapierlinie. Dies sei anhand des Falls der linearen Beziehung $\tilde{r}_j^D = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ zwischen stochastischer Dividendenrendite und Gesamtrendite dargestellt, welche einen Spezialfall der linearen Beziehung (3.95) darstellt. Irrelevanz der Besteuerung für alle Investoren liegt vor, wenn neben der linearen Beziehung die Bedingungen $s_{d,y} = s_{e,y} \neq s_{v,y}$ für alle $y$ und somit $S_d = S_e \neq S_v$ sowie $a_1 = i \cdot (1 - a_2)$ gelten.[333] Einsetzen dieser Bedingungen in Gleichung (3.94) ergibt mit $E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot (1 - S_d) - E\left(\tilde{r}_j^K\right) \cdot (1 - S_v) = E\left(\tilde{r}_j\right) \cdot (1 - S_v) - E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot (S_d - S_v)$

$$
\begin{aligned}
& E\left(\tilde{r}_j\right) \cdot (1 - S_v) - E\left(\tilde{r}_j^D\right) \cdot (S_e - S_v) \\
& = i \cdot (1 - S_e) + \beta_j \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m\right) \cdot (1 - S_v) - E\left(\tilde{r}_m^D\right) \cdot (S_e - S_v) - i \cdot (1 - S_e)\right] \quad \Leftrightarrow \\
& E\left(\tilde{r}_j\right) \cdot \left[1 - S_v - a_2 \cdot (S_e - S_v)\right] - i \cdot (1 - a_2) \cdot (S_e - S_v) \\
& = i \cdot (1 - S_e) + \beta_j \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m\right) \cdot \left[1 - S_v - a_2 \cdot (S_e - S_v)\right] - i \cdot (1 - a_2) \cdot (S_e - S_v) - i \cdot (1 - S_e)\right] \quad \Leftrightarrow \\
& E\left(\tilde{r}_j\right) \cdot \left[1 - S_v - a_2 \cdot (S_e - S_v)\right] = \left[\ i + \beta_j \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m\right) - i\right]\ \right] \cdot \left[1 - S_v - a_2 \cdot (S_e - S_v)\right] \quad \Leftrightarrow \\
& E\left(\tilde{r}_j\right) = i + \beta_j \cdot \left[E\left(\tilde{r}_m\right) - i\right] .
\end{aligned}
\tag{3.187}
$$

Hieraus folgt die Irrelevanz der Besteuerung. Für die lineare Beziehung $r_j^D = a_1 + a_2 \cdot E\left(\tilde{r}_j\right)$ zwischen deterministischer Dividendenrendite und erwarteter Gesamtrendite resultiert ein analoges Ergebnis.[334]

Die Irrelevanz der Besteuerung gilt, sofern keine Kreditaufnahmebeschränkungen bindend werden, in den vorstehend betrachteten Konstellationen auch für die Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen. Dies ist damit zu erklären, dass die Investoren aufgrund der Irrelevanz

[331] Vgl. Abschnitt 3.4.2.2.2.
[332] Vgl. zu den Ergebnissen Wiese (2006a), S. 128-129,
[333] Vgl. Abschnitt 3.4.2.2.2.3.
[334] Vgl. König (1990), S. 105-106. Der bei Wiese (2006a), S. 129 betrachtete Fall $s_{d,y} = s_{e,y} \neq s_{v,y}$, $a_1 = i$ und $a_2 = 0$ stellt einen Spezialfall der linearen Beziehung dar.

der Besteuerung für die Erwartungswert-Varianz-Effizienz der Portfolios weiterhin alle ein Tangentialportfolio mit der wertmäßigen Zusammensetzung des Marktportfolios halten und somit die Leerverkaufsbeschränkungen bezüglich der risikobehafteten Wertpapiere niemals bindend werden. Dies ist für beide der vorstehend betrachteten Ausgestaltungen der Leerverkaufsbeschränkung gegeben. Ist jedoch für einzelne Investoren eine Kreditaufnahmebeschränkung bindend, so geht die Irrelevanz der Besteuerung verloren.[335]

Ist die Besteuerung im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen lediglich für die Portfolioentscheidung eines Investors irrelevant, so resultiert hieraus in der Regel keine Irrelevanz der Besteuerung für die Wertpapierlinien. Ist allerdings im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen die Besteuerung irrelevant für die Portfolioentscheidung des repräsentativen Investors, so ergibt sich Irrelevanz der Besteuerung für alle Wertpapierlinien. Dies sei wiederum anhand des Falles $\tilde{r}_j^D = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}_j$ verdeutlicht, wobei nunmehr $s_{d,y} \neq s_{e,y} \neq s_{v,y}$ für alle $y$ sowie $a_1 = i \cdot \left[ \frac{(S_e - S_v)}{(S_d - S_v)} - a_2 \right]$ vorausgesetzt wird. Die Steuerfaktoren bezeichnen hierbei die Steuersätze des repräsentativen Investors. Einsetzen der vorstehend genannten Bedingungen in Gleichgewichtsbeziehung (3.98) ergibt

$$E(\tilde{r}_j)\cdot(1-S_v)-E(\tilde{r}_j^D)\cdot(S_d-S_v)$$

$$=i\cdot(1-S_e)+\beta_j\cdot\left[E(\tilde{r}_m)\cdot(1-S_v)-E(\tilde{r}_m^D)\cdot(S_d-S_v)-i\cdot(1-S_e)\right] \quad \Leftrightarrow$$

(3.188)

$$E(\tilde{r}_j)\cdot[1-S_v-a_2\cdot(S_d-S_v)]-i\cdot\left[\frac{(S_e-S_v)}{(S_d-S_v)}-a_2\right]\cdot(S_d-S_v)$$

$$=i\cdot(1-S_e)+\beta_j\cdot\left[E(\tilde{r}_m)\cdot[1-S_v-a_2\cdot(S_d-S_v)]-i\cdot\left[\frac{(S_e-S_v)}{(S_d-S_v)}-a_2\right]\cdot(S_d-S_v)-i\cdot(1-S_e)\right] \Leftrightarrow$$

$$E(\tilde{r}_j)\cdot[1-S_v-a_2\cdot(S_d-S_v)]=\left[\ i+\beta_j\cdot[E(\tilde{r}_m)-i]\ \right]\cdot[1-S_v-a_2\cdot(S_d-S_v)] \quad \Leftrightarrow$$

$$E(\tilde{r}_j)=i+\beta_j\cdot[E(\tilde{r}_m)-i]\ .$$

Die Irrelevanz der Besteuerung für die Portfolioentscheidung des repräsentativen Investors reicht offensichtlich aus, um Irrelevanz der Besteuerung für alle Wertpapierlinien zu gewährleisten. Für den Fall $r_j^D = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r}_j)$ resultiert wiederum ein analoges Ergebnis. Sind die Steuersätze nicht investorspezifisch, so folgt unter der Bedingung $a_1 = i \cdot \left[ \frac{(s_e - s_v)}{(s_d - s_v)} - a_2 \right]$ ebenfalls Irrelevanz der Besteuerung; dies ist offensichtlich, da dann die Portfolioentscheidung keines Investors durch die Besteuerung beeinflusst wird.

[335] Vgl. König (1990), S. 114.

Bezüglich der Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen sind zwei Fälle zu unterscheiden. Sind weder Leerverkaufs- noch Kreditaufnahmebeschränkungen bindend, so entspricht die Gleichgewichtsbeziehung, unabhängig von der Ausgestaltung der Restriktionen, der Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Restriktionen, so dass obige Zusammenhänge erhalten bleiben. Sind die Restriktionen dagegen für einzelne Investoren bindend, so geht die Irrelevanz der Besteuerung wiederum verloren.

Unter den Bedingungen der Gleichungen (3.187) und (3.188) liefert das Tax-CAPM Gleichgewichtsrenditen, welche aufgrund der Irrelevanz der Besteuerung formal den Gleichgewichtsrenditen des CAPM entsprechen. Es ist daher denkbar, dass die Gleichgewichtspreise und Rückflüsse der Wertapiere in der hier betrachteten Welt mit Steuern den Gleichgewichtspreisen und Rückflüssen entsprechen, welche sich in einer entsprechenden Welt ohne Steuern ergeben. Allerdings geht aus den Gleichungen (3.187) und (3.188) lediglich hervor, dass bei Annahme identischer Gleichgewichtspreise und Rückflüsse für die Welt mit Steuern und die Welt ohne Steuern der in Gleichung (3.181) aufgezeigte formale Widerspruch nicht auftreten kann. Eine zwingende Identität beider Welten kann jedoch aus den Gleichungen (3.187) und (3.188) nicht gefolgert werden, da das Modell weiterhin nichts über die Reaktion des Marktes auf einen Wechsel von der einen Welt in die andere aussagt. Auch die Irrelevanzbedingungen sind demnach nicht in der Lage, einen eindeutigen Zusammenhang zwischen der Welt mit Steuern und der Welt ohne Steuern herzustellen.

### 3.4.5.2 Irrelevanz für einzelne Wertpapierlinien

Nunmehr sind Konstellationen zu betrachten, bei denen die Besteuerung lediglich für einzelne Wertpapierlinien irrelevant ist. Hierbei ist zunächst das Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen zu betrachten. Gilt bei nicht investorspezifischen Steuersätzen $\beta_j = 1$ sowie $s_d = s_v$, so folgt

$$(3.189)\ E(\tilde{r}_j)\cdot(1-s_v) = i\cdot(1-s_e) + 1\cdot[E(\tilde{r}_m)\cdot(1-s_v) - i\cdot(1-s_e)] \Leftrightarrow E(\tilde{r}_j) = E(\tilde{r}_m)\ .$$

Das Resultat ist wie folgt zu erklären: Gilt $\beta_j = 1$, so entfällt der sichere Zins nach Steuern aus der Wertapapierlinie. Die Nettorendite des Wertpapiers $j$ hängt dann nur noch von der Nettorendite des Marktportfolios ab. Da jedoch beide Renditen identisch besteuert werden, kann die Besteuerung eliminiert werden und es ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den jeweiligen Bruttorenditen. Dieses Irrelevanzergebnis resultiert analog für investorspezifische Steuersätze $s_{d,y} = s_{v,y}$.

Aus der Bedingung $\beta_j = 1$ folgt $\operatorname{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_m) = \operatorname{var}(\tilde{r}_m)$. Weiterhin resultiert aus Gleichung (3.189) der Zusammenhang $E(\tilde{r}_j) = E(\tilde{r}_m)$ . Beide Bedingungen sind insbesondere dann erfüllt, wenn die Bruttorenditen von Wertpapier $j$ und Marktpoportfolio identisch verteilt sind, d.h. $\tilde{r}_j = \tilde{r}_m$. Da die Renditebestandteile identisch besteuert werden, sind auch die Nettorenditen identisch verteilt, d.h. $\tilde{r}_{s,j} = \tilde{r}_{s,m}$. In dieser Konstellation kann sowohl die Bruttorendite als auch die Nettorendite des Wertpapiers $j$ durch das gleiche Duplikationsportfolio (hier: Marktportfolio) dupliziert werden, so dass die Besteuerung im Preisbildungskalkül irrelevant ist.

Werden alle Einkünfte unterschiedlich besteuert und sind die Steuersätze nicht investorspezifisch, d.h. $s_d \neq s_v \neq s_e$, so ergibt sich Irrelevanz der Besteuerung, wenn $\beta_j = 1$ gilt, und deterministische Ausschüttungsquoten vorliegen, welche für das Wertpapier $j$ und das Marktportfolio identisch sind, d.h. $\delta_j = \delta_m$. Unter diesen Bedingungen folgt aus Gleichung (3.105) $\beta_{s,j} = \beta_j = 1$. Für die Wertpapierlinie resultiert hiermit

$$E(\tilde{r}_j) \cdot \frac{1 - s_v + \delta_m \cdot (1 - s_d)}{1 + \delta_m} + \frac{\delta_m}{1 + \delta_m} \cdot (s_d - s_v)$$

$$(3.190) = i \cdot (1 - s_e) + 1 \cdot \left[ E(\tilde{r}_m) \cdot \frac{1 - s_v + \delta_m \cdot (1 - s_d)}{1 + \delta_m} + \frac{\delta_m}{1 + \delta_m} \cdot (s_d - s_v) - i \cdot (1 - s_e) \right]$$

$$\Leftrightarrow \quad E(\tilde{r}_j) = E(\tilde{r}_m) \ .$$

Auch im hier betrachteten Fall hängt die Nettorendite des Wertpapiers $j$ lediglich von der Nettorendite des Marktportfolios ab. Um Irrelevanz der Besteuerung zu gewährleisten, ist nunmehr zusätzlich zu fordern, dass das Wertpapier $j$ und das Marktportfolio ein identisches Verhältnis von Dividende und Wert (identische Ausschüttungsquote) aufweisen. Nur diese zusätzliche Bedingung ermöglicht die Eliminierung der Besteuerung aus der Wertpapierlinie. Im Fall investorspezifischer Steuersätze bleibt dieses Ergebnis c.p. erhalten, wenn für den aggregierten $\beta$-Faktor $\beta_{j,s,aggr} = 1$ gilt; dies gilt unabhängig davon, ob entsprechend Gleichung (3.127) $\beta_{j,s,aggr} \approx \beta_{s,j}$ gegeben ist.

Die Annahme $\beta_j = 1$ und Gleichung (3.190) sind wie im vorstehend betrachteten Fall insbesondere dann erfüllt, wenn auch Identität der Bruttorenditen, d.h. $\tilde{r}_j = \tilde{r}_m$, vorliegt. Da zusätzlich identische Ausschüttungsquoten unterstellt wurden, ist nunmehr auch die Aufteilung in Dividendenrendite und Kursrendite vor Steuern identisch, d.h. $\tilde{r}_j^D = \tilde{r}_m^D$ und $\tilde{r}_j^K = \tilde{r}_m^K$. Hieraus folgt wiederum die Identität der Verteilungen der Nettorenditen, d.h. $\tilde{r}_{s,j} = \tilde{r}_{s,m}$. Da wiederum sowohl Bruttorendite und Nettorendite durch das gleiche Duplikationsportfolio dupliziert werden können, ist die Besteuerung irrelevant.[336]

Weiterhin folgt, dass generell bei differenzierter Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen unabhängig von der Stochastizität der Ausschüttungsquote Irrelevanz der Besteuerung für die Wertpapierlinie vorliegt, wenn die Verteilungen der Dividendenrendite und der Kursrenditen des Wertpapiers $j$ und des Marktportfolios jeweils identisch sind, d.h. $\tilde{r}_j^D = \tilde{r}_m^D$ und $\tilde{r}_j^K = \tilde{r}_m^K$, was sich durch Einsetzen in Gleichung (3.121) zeigen lässt.

Existieren bindende Leerverkaufsbeschränkungen, so ist nach deren Ausgestaltung zu differenzieren. Im Fall nichtnegativer Anzahlen ist es nicht möglich, zu den Gleichungen (3.189) und (3.190) äquivalente Irrelevanzbedingungen zu formulieren. Im Fall betragsmäßiger Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen resultieren die vorstehend hergeleiteten Ergebnisse der Gleichungen (3.189) und (3.190) analog, wie sich durch Einsetzen von $\beta_{j,s,aggr} = 1$ in Gleichung (3.176) zeigen lässt.

Aus den hier betrachteten Konstellationen können keine neuen Erkenntnisse bezüglich eines möglichen Zusammenhangs der Gleichgewichtsrenditen in einer Welt ohne Steuern im Vergleich mit einer Welt mit Steuern gewonnen werden, da Irrelevanz der Besteuerung nur in Spezialfällen besteht.

## 3.5 Preisbildung auf einem arbitragefreien Kapitalmarkt und CAPM-Gleichgewicht

### 3.5.1 Modell ohne Steuern

Die folgenden Ausführungen zur Preisbildung auf einem arbitragefreien Kapitalmarkt beziehen sich auf das Einperiodenmodell, um eine unmittelbare Vergleichbarkeit mit dem einperiodigen CAPM herzustellen. Bezüglich des Kapitalmarkts gelten die in Abschnitt 3.3.1.1 aufgeführten Prämissen des CAPM.

Im Rahmen der Bestimmung der Grenzpreise bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts im Modell ohne Steuern wurde erläutert, dass bei Vorliegen eines arbitragefreien, vollständigen Kapitalmarkts aus den Basiswertpapieren eindeutige risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten und hiervon ausgehend Zustandspreise, ein stochastischer Diskontierungsfaktor (= Preisportfolio) oder ein Risikobewertungsfaktor abgeleitet werden können.[337] Durch diese (formal in-

[336] Dies entspricht im Grundsatz der von Richter (2004), S. 31; Ollmann/Richter (1999), S. 171-172; Richter (2002b), S. 330-331 hergeleiteten Irrelevanzbedingung. Richter (2004), Ollmann/Richter (2003) und Richter (2002b) gehen in einem mehrperiodigen Kalkül von einem multiplikativen Wachstumsmodell bei unendlicher Lebensdauer des Bewertungsobjekts aus, und erhalten das Irrelevanzergebnis, wenn im Fall $\beta = 1$ die Wachstumsrate der Cash-Flows des Bewertungsobjekts der Wachstumsrate des Werts des Marktportfolios entspricht. Im unendlichen Wachstumsmodell ist die Wachstumsrate von Wert und Cash-Flows identisch. Weiterhin entspricht im unendlichen Wachstumsmodell die Wachstumsrate des Werts der erwarteten Kursrendite, so dass im Ergebnis die für die Irrelevanz der Besteuerung für die Wertpapierlinie erforderlichen Bedingungen erfüllt sind.

[337] Vgl. Abschnitt 2.2.2.1; Abschnitt 2.3.2.1.

einander überführbaren) Parameter ergibt sich für die Preise der Basiswertpapiere der Zusammenhang[338]

$$(3.191)\; P_{0,j} = \frac{E^{Q}\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right)}{\left(1+i\right)} = E\left[\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right)\cdot \tilde{Q}\right] = \frac{E\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{C}_j + \tilde{P}_j, \tilde{Q}\right)\cdot\left(1+i\right)}{1+i}\; .$$

Diese Erkenntnis ist unmittelbar auf den Fall des arbitragefreien, übervollständigen Kapitalmarkts übertragbar.[339] Im Fall des übervollständigen Kapitalmarkts existieren $Z < J+1$ zukünftige Umweltzustände; die Anzahl der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere übersteigt demnach die Anzahl der zukünftigen Umweltzustände. Existieren nun $j = 0 \ldots Z$ Wertpapiere mit linear unabhängigen Rückflüssen, so stellen diese die Basiswertpapiere des Kapitalmarkts dar. Die Rückflüsse der übrigen Wertpapiere $j = Z+1 \ldots J+1$ sind dann linear abhängig von den Rückflüssen der Basiswertpapiere. Die Wertpapiere $j = Z+1 \ldots J+1$ stellen redundante Wertpapiere dar, da ihre Rückflüsse durch die Rückflüsse der Basiswertpapiere dupliziert werden können. Aufgrund der Arbitragefreiheitsbedingung muss der Preis eines redundanten Wertpapiers dem Preis des aus den Basiswertpapieren gebildeten Duplikationsportfolios entsprechen,[340] so dass Gleichung (3.191) auch für die Preise der redundanten Wertpapiere gilt.

Im Folgenden ist der Zusammenhang zwischen dem Preisportfolio des Arbitragemodells und dem Marktportfolio des CAPM bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts zu erläutern. Es kann zunächst gezeigt werden, dass das Preisportfolio die Eigenschaft der Erwartungswert-Varianz-Effizienz aufweist.[341] Weiterhin kann gezeigt werden, dass bei Existenz der risikolosen Anlage der formale Zusammenhang zwischen der Rendite des Preisportfolios und der Rendite eines Wertpapiers formal identisch mit der Wertpapierlinie des CAPM ist.[342] Dieser Zusammenhang ergibt sich mittels der folgenden Herleitungsschritte: Zunächst ist das Preisportfolio als ein Portfolio zu interpretieren, welches in $t = 1$ Rückflüsse in Höhe von $\tilde{Q}$ generiert.[343] Für ein solches Portfolio kann der heutige Preis[344]

$$(3.192)\; P_{0,Q} = \frac{E\left(\tilde{Q}\right) + \operatorname{var}\left(\tilde{Q}\right)\cdot\left(1+i\right)}{1+i}$$

entsprechend Gleichung (3.191) bestimmt werden. Hiermit ergibt sich der Zusammenhang

---

338 Vgl. Wilhelm (2005a), S. 635.

339 Vgl. zu den Eigenschaften eines übervollständigen Kapitalmarkts Kruschwitz (2002), S. 148-149. Die Betrachtung des übervollständigen Kapitalmarkts ist im Zusammenhang mit der Analyse steuerlich bedingter Arbitragemöglichkeiten von Bedeutung; dies wird in Abschnitt 3.5.2.2.1 gezeigt.

340 Vgl. Kruschwitz (2002), S. 148.

341 Vgl. Löffler (1996), S. 11-15; Wilhelm (1985), S. 85-89; Chamberlain/Rothschild (1983). Zur Erklärung der Wertpapierpreise reicht demnach ein Faktor, nämlich das Preisportfolio, aus. Vor diesem Hintergrund wird die auf Ross (1976) zurückgehende Arbitrage Pricing Theory, welche die Wertpapierpreise durch mehrere Faktoren erklärt, in Teilen der Literatur als gescheitert angesehen; vgl. hierzu Gilles/LeRoy (1991); Kruschwitz/Löffler (1997).

342 Vgl. Löffler (1996), S. 15-17; Wilhelm (1985), S. 87-88; Wilhelm (1981), S. 896-897; Laitenberger (2006), S. 96-98.

343 Vgl. Laitenberger (2006), S. 96-98; Wilhelm (1981), S. 896.

344 Vgl. zum Folgenden Laitenberger (2006), S. 96-98.

$$(3.193)\; 1+i=-\frac{E(\tilde{Q})-P_{0,Q}\cdot(1+i)}{\operatorname{var}(\tilde{Q})}$$

Die Rendite des Preisportfolios ist definiert durch $\tilde{r}_Q=\tilde{Q}/P_{0,Q}-1$. Einsetzen der Gleichungen (3.192) und (3.193) in Gleichung (3.191) ergibt

$$(3.194)\quad \begin{aligned} P_{0,j} &= \frac{E(\tilde{C}_j+\tilde{P}_j)-\operatorname{cov}(\tilde{C}_j+\tilde{P}_j,\tilde{Q})\cdot\dfrac{E(\tilde{Q})-P_{0,Q}\cdot(1+i)}{\operatorname{var}(\tilde{Q})}}{1+i} \\ &= \frac{E(\tilde{C}_j+\tilde{P}_j)-\dfrac{\operatorname{cov}(\tilde{C}_j+\tilde{P}_j,\tilde{r}_Q)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_Q)}\cdot\left[E(\tilde{r}_Q)-i\right]}{1+i}\quad . \end{aligned}$$

Unter Beachtung von $\tilde{r}_j=(\tilde{C}_j+\tilde{P}_j)/P_{0,j}-1$ folgt für die erwartete Rendite des Wertpapiers $j$ der Zusammenhang

$$(3.195)\; E(\tilde{r}_j)=i+\frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_j,\tilde{r}_Q)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_Q)}\cdot\left[E(\tilde{r}_Q)-i\right].$$

Dies entspricht formal der Wertpapierlinie des CAPM, wobei $\tilde{r}_m$ durch $\tilde{r}_Q$ zu ersetzen ist. Der formale Zusammenhang (3.195) gilt unabhängig vom Vorliegen eines CAPM-Gleichgewichts; einzige Bedingung ist die Arbitragefreiheit des Kapitalmarkts bei den gegebenen Preisen. Liegt im Fall eines vollständigen (oder übervollständigen) Kapitalmarkts ein CAPM-Gleichgewicht vor, so kann das Marktportfolio als Preisportfolio interpretiert werden, d.h. es kann $\tilde{r}_Q=\tilde{r}_m$ gesetzt werden. Die Rendite des Marktportfolios nimmt demnach die Rolle der Rendite des Preisportfolios der Arbitragetheorie ein und determiniert daher den stochastischen Diskontierungsfaktor bzw. die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten.[345] Liegt kein CAPM-Gleichgewicht vor, so ist eine ökonomische Interpretation des Preisportfolios als Marktportfolio dagegen nicht möglich.[346]

### 3.5.2 Modell mit Steuern

#### 3.5.2.1 Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen

Im Folgenden ist zu klären, inwieweit entsprechend dem CAPM ohne Steuern ein Zusammenhang zwischen dem Preisportfolio der Arbitragetheorie und dem Marktportfolio des Tax-CAPM hergestellt werden kann. Hierbei wird von dem im Rahmen der Herleitung des Tax-CAPM angenommenen Steuersystem ausgegangen. Weiterhin wird ein vollständiger (oder übervollständiger) Kapitalmarkt angenommen.

---

[345] Vgl. Löffler (1996), S. 41; Wilhelm (1985), S. 85-89.
[346] Vgl. Löffler (1996), S. 15; Wilhelm (1985), S. 89.

Im Rahmen der Bestimmung der Grenzpreise bei Vorliegen des Modells mit nicht investorspezifischen Steuersätzen wurde erläutert, dass bei Vorliegen eines arbitragefreien, vollständigen Kapitalmarkts aus den Basiswertpapieren eindeutige risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten und hiervon ausgehend Zustandspreise, ein stochastischer Diskontierungsfaktor (= Preisportfolio) oder ein Risikobewertungsfaktor abgeleitet werden können.[347] Für die Preise der Basiswertpapiere (und möglicher redundanter Wertpapiere) ergibt sich der Zusammenhang

$$
\begin{aligned}
(3.196)\quad P_{0,j} &= \frac{E^{Q}\left(\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v\right)}{1+i_{se}} = E\left[\left(\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v\right) \cdot \tilde{Q}\right] \\
&= \frac{E\left(\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v\right) + \operatorname{cov}\left(\tilde{C}_j \cdot (1-s_d) + \tilde{P}_j \cdot (1-s_v) + P_{0,j} \cdot s_v, \tilde{Q}\right) \cdot (1+i_{se})}{1+i_{se}}.
\end{aligned}
$$

Sind die Steuersätze nicht investorspezifisch, so weist die Preisbildung auf dem arbitragefreien Kapitalmarkt demnach keine strukturellen Unterschiede zum Modell ohne Steuern auf. Insbesondere existiert ein Preisportfolio, welches analog zum CAPM die Eigenschaft der Erwartungswert-Varianz-Effizienz aufweist. Die Rückflüsse $\tilde{Q}$ des Preisportfolios stellen Rückflüsse nach Steuern dar, da $\tilde{Q}$ durch Nachsteuergrößen determiniert ist. Es kann daher analog zum CAPM der Zusammenhang

$$
(3.197)\quad E(\tilde{r}_{s,j}) = i_{se} + \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_{s,j}, \tilde{r}_Q)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_Q)} \cdot \left[E(\tilde{r}_Q) - i_{se}\right].
$$

abgeleitet werden, wobei $\tilde{r}_Q$ als Nettorendite des Preisportfolios zu interpretieren ist. Auch die Struktur des Tax-CAPM entspricht der Struktur des CAPM. Insbesondere ist das Marktportfolio für alle Investoren Erwartungswert-Varianz-effizient. Die Argumentation bezüglich des CAPM kann daher problemlos auf das Tax-CAPM übertragen werden; es sind lediglich die Bruttogrößen durch Nettogrößen zu ersetzen. Im Ergebnis nimmt im Gleichgewicht des Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen die Nettorendite des Marktportfolios die Rolle der Nettorendite des Preisportfolios in der Arbitragetheorie ein; es kann daher $\tilde{r}_Q = \tilde{r}_{s,m}$ gesetzt werden.

### 3.5.2.2 Modell mit investorspezifischen Steuersätzen

#### 3.5.2.2.1 Steuerarbitrage und Klienteleffekte

Um Zusammenhänge zwischen dem Tax-CAPM und der Preisbildung auf einem arbitragefreien Kapitalmarkt aufzuzeigen, ist zunächst zu analysieren, unter welchen Bedingungen im Fall investorspezifischer linearer Steuersätze[348] die Existenz von globalen Arbitragemöglich-

[347] Vgl. Abschnitt 2.2.2.2.1; Abschnitt 2.3.2.2.1.

[348] Steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten im Fall progressiver Steuersätze werden bei Dybvig/Ross (1986), Schaefer (1982), Dammon/Green (1987), Dammon (1988), Jones/Milne (1992) diskutiert.

keiten[349] ausgeschlossen ist. Hierbei ist zu unterscheiden zwischen Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1, welche unabhängig von der Vollständigkeit des Kapitalmarkts auftreten können, und Arbitragemöglichkeiten vom Typ 2, welche insbesondere dann vorliegen können, wenn der Kapitalmarkt redundante Wertpapiere enthält. Die Analyse der Arbitragemöglichkeiten erfolgt im Rahmen des Binomialmodells, ist jedoch auf komplexere Konstellationen übertragbar. Es wird jeweils zunächst eine Konstellation betrachtet, in der keine Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen existieren. Anschließend wird analysiert, ob Leerverkaufsbeschränkungen oder Kreditaufnahmebeschränkungen erforderlich sind, um globale Arbitragemöglichkeiten auszuschließen.

Zur Analyse der Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1 wird angenommen, dass die Basiswertpapiere entsprechend dem im Rahmen der Analyse der Grenzpreise betrachteten Binomialmodell gegeben sind durch die sichere Anlage und ein risikobehaftetes Wertpapier.[350] Damit auf dem betrachteten Kapitalmarkt keine Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1 existieren, ist zu fordern, dass für alle Steuersatzkombinationen die Arbitragefreiheitsbedingung

$$(3.198)\quad \begin{aligned} &C_d \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + P_d \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} < P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] \\ &< C_u \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + P_u \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} \end{aligned}$$

für alle Investoren erfüllt ist. Tritt nun eine Konstellation auf, in der für einige Investoren

$$(3.199)\quad \begin{aligned} &C_d \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + P_d \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} < C_u \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + P_u \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} \\ &< P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] \end{aligned}$$

gilt, während für alle anderen Investoren die Arbitragefreiheitsbedingung (3.198) gegeben ist, so besteht für die Investoren, für die Gleichung (3.199) gilt, ein Anreiz, das risikobehaftete Wertpapier zu verkaufen und den erhaltenen Betrag in die sichere Anlage zu investieren. Da Leerverkäufe annahmegemäß nicht ausgeschlossen sind, werden die Investoren bei den gegebenen Preisen sogar versuchen, das risikobehaftete Wertpapier in unendlichem Umfang leerzuverkaufen. Da allerdings kein anderer Investor sich in unendlichem Umfang verschulden wird, um die angebotene Menge des risikobehafteten Wertpapiers zu erwerben, wird eine Preisreaktion erfolgen, bis wieder eine Situation erreicht ist, in der die Bedingung (3.198) für alle Investoren erfüllt ist.

Problematisch ist allerdings der Fall, in dem für einige Investoren die Gleichung (3.199) gilt und für einige andere Investoren die Bedingung

[349] Vgl. Ross (1987), S. 375 ff. zu globalen und lokalen Arbitragemöglichkeiten bei Vorliegen unterschiedlicher Steuersysteme.
[350] Vgl. Abschnitt 2.2.2.1.

$$\begin{aligned}(3.200)\quad & P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{e,y}\right)\right] \;< C_d \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + P_d \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} \\ & < C_u \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + P_u \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} \quad .\end{aligned}$$

Letztere Investoren haben einen Anreiz, sich in unendlichem Umfang zu verschulden und den erhaltenen Betrag in das risikobehaftete Wertpapier zu investieren. Da nun einer Nachfrage immer auch ein entsprechendes Angebot gegenübersteht, ist in der betrachteten Konstellation keine Preisreaktion zu erwarten. Das Problem besteht offensichtlich darin, dass unter den gegebenen Prämissen für zwei Investorengruppen (oder für zwei einzelne Investoren) aufgrund der nach Investoren differenzierten Steuersätze eine globale Arbitragemöglichkeit besteht, welche nicht aufgrund einer Anpassung der Preise verschwindet. Dieses nicht sehr realistische Ergebnis ist durch die Annahme unbeschränkter Leerverkaufsmöglichkeiten und Kreditaufnahmemöglichkeiten bedingt. Um das Problem auszuschließen, sind daher Leerverkaufsbeschränkungen oder Kreditaufnahmebeschränkungen in das Modell einzubeziehen.[351]

Liegen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen vor, so können drei Investorengruppen (Steuerklientele) identifiziert werden, welche sich durch die Steuersätze unterscheiden: Investoren, für die die Arbitragefreiheitsbedingung (3.198) gilt, halten entsprechend ihrer Risikopräferenzen sowohl die sichere Anlage als auch das risikobehaftete Wertpapier. Investoren, für die Bedingung (3.199) erfüllt ist, halten dagegen ausschließlich die sichere Anlage. Umgekehrt halten Investoren, für die Bedingung (3.200) gilt, ausschließlich das risikobehaftete Wertpapier; soweit Kreditaufnahmen in begrenztem Umfang zulässig sind, werden sie sich im maximal möglichen Umfang verschulden, um Arbitragemöglichkeiten auszunutzen. In der betrachteten Konstellation liegen demnach durch die investorspezifische Besteuerung bedingte Klienteleffekte vor.[352]

Ein Ausschluss globaler Arbitragemöglichkeiten kann sich im betrachteten Modellrahmen auch aufgrund einer unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen ergeben.[353] Gilt beispielsweise die Bedingung

$$\begin{aligned}(3.201)\quad & P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{h,y}\right)\right] < C_d \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) \; + P_d \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} \\ & < P_0 \cdot \left[1 + i \cdot \left(1 - s_{s,y}\right)\right] \;< C_u \cdot \left(1 - s_{d,y}\right) + P_u \cdot \left(1 - s_{v,y}\right) + P_0 \cdot s_{v,y} \quad ,\end{aligned}$$

so werden die hiervon betroffenen Investoren den Bestand der sicheren Anlage auf null reduzieren und risikobehaftete Wertpapiere erwerben. Sie werden sich jedoch nicht in unendli-

---

[351] Vgl. Schaefer (1982), S. 171. Im Fall progressiver Steuersätze sind Leerverkaufsbeschränkungen oder Kreditaufnahmebeschränkungen nicht erforderlich, da sich in einer solchen Situation aufgrund der Ausnutzung der steuerlich bedingten Arbitragemöglichkeiten die Steuersätze aller Investoren angleichen, so dass ein Gleichgewicht erreicht wird, in dem keine Arbitragemöglichkeiten bestehen; vgl. Schaefer (1982), S. 167 ff.; Dybvig/Ross (1986), S. 754, 760-761.

[352] Diese Situation weist Ähnlichkeiten zu den bei Dybvig/Ross (1986), S. 755 diskutierten Klienteleffekten in Mengen auf, ist jedoch nicht unmittelbar vergleichbar, da bei Dybvig/Ross (1986), S. 755 das Vorliegen eines redundanten Wertpapiers vorausgesetzt wird.

[353] Vgl. Schaefer (1982), S. 171.

chem Umfang verschulden, um den Erwerb weiterer risikobehafteter Wertpapiere zu finanzieren, da durch den fremdfinanzierten Erwerb risikobehafteter Wertpapiere keine Arbitragegewinne zu erzielen sind. Globale Arbitragemöglichkeiten sind demnach ausgeschlossen.

Existieren auf dem Kapitalmarkt auch redundante Wertpapiere, so ist allerdings für den Ausschluss steuerlich bedingter Arbitragemöglichkeiten nicht ausreichend, dass die Bedingung (3.198) für jedes risikobehaftete Wertpapier gegeben ist. Vielmehr können nun auch Arbitragemöglichkeiten vom Typ 2 auftreten, welche aus der Möglichkeit der Duplikation des redundanten Wertpapiers durch die Basiswertpapiere resultieren, woraus wiederum Klienteleffekte resultieren können.[354] Dies wird im Folgenden im Rahmen eines binomialen Zahlenbeispiels analysiert. Es wird unterstellt, dass eine risikolose Anlagemöglichkeit sowie zwei risikobehaftete Wertpapiere $(j = 1, 2)$ existieren. Weiterhin werden exemplarisch drei Investoren $(y = 1, 2, 3)$ mit den Steuersatzkombinationen $s_{d,1} = s_{v,1} = 0{,}2$ und $s_{e,1} = 0{,}4$, $s_{d,2} = s_{v,2} = 0{,}1$ und $s_{e,2} = 0{,}2$ sowie $s_{d,3} = s_{v,3} = 0{,}125$ und $s_{e,3} = 0{,}25$ betrachtet. Der sichere Zinssatz beträgt $i = 0{,}1$. Die heutigen Preise der risikobehafteten Wertpapiere sind gegeben durch $P_{1,0} = 1$ und $P_{2,0} = 1000$. Die Rückflüsse der risikobehafteten Wertpapiere sind vor Steuern gegeben durch $C_{1,u} + V_{1,u} = 1{,}15$ und $C_{1,d} + V_{1,d} = 1{,}05$ sowie $C_{2,u} + V_{2,u} = 1600$ und $C_{2,d} + V_{2,d} = 800$. In der Tabelle 3.8 sind die Rückflüsse nach Steuern pro Einheit der drei Wertpapiere für die unterschiedlichen Investoren ausgewiesen.

| Investor | Sichere Anlage | Wertpapier 1 | | Wertpapier 2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | u | d | u | d |
| 1 | 1,060 | 1,120 | 1,040 | 1480 | 840 |
| 2 | 1,080 | 1,135 | 1,045 | 1540 | 820 |
| 3 | 1,075 | 1,13125 | 1,04375 | 1525 | 825 |

Tabelle 3.8: Rückflüsse der Wertpapiere nach Steuern

Die sichere Anlage und das Wertpapier 1 werden im Folgenden als Basiswertpapiere angenommen und das Wertpapier 2 als redundantes Wertpapier.

Nunmehr wird eine Arbitragestrategie betrachtet, in der der Investor 1 eine Einheit von Wertpapier 2 veräußert und 8000 Einheiten des Wertpapiers 1 erwirbt, sowie einen Kredit von 7056,60 aufnimmt; alternativ zur Kreditaufnahme ist auch eine Reduzierung des Bestands der sicheren Anlage möglich. Die Zahlungen des Arbitrageportfolios sind in Tabelle 3.9 dargestellt:

[354] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 752 ff. Im Folgenden sind die Ergebnisse von Dybvig/Ross (1986) auf den Fall linearer, investorspezifischer Steuersätze zu übertragen.

| Investor 1 | $t=0$ | $t=1,\ u$ | $t=1,\ d$ |
|---|---|---|---|
| Verkauf Wertpapier 2 | 1000,00 | -1480,00 | -840,00 |
| Kauf Wertpapier 1 | -8000,00 | 8960,00 | 8320,00 |
| Kreditaufnahme | 7056,60 | -7480,00 | -7480,00 |
| Summe | 56,60 | 0 | 0 |

Tabelle 3.9: Arbitragestrategie des Investors 1

Für den Investor 2 wird die folgende Arbitragestrategie betrachtet: Erwerb einer Einheit von Wertpapier 2, Veräußerung von 8000 Einheiten von Wertpapier 1 und sichere Anlage eines Betrags von 6981,48. Die Zahlungen des Arbitrageportfolios sind in Tabelle 3.10 dargestellt:

| Investor 2 | $t=0$ | $t=1,\ u$ | $t=1,\ d$ |
|---|---|---|---|
| Kauf Wertpapier 2 | -1000,00 | 1540,00 | 820,00 |
| Verkauf Wertpapier 1 | 8000,00 | -9080,00 | -8360,00 |
| Mittelanlage | -6981,48 | 7540,00 | 7540,00 |
| Summe | 18,52 | 0 | 0 |

Tabelle 3.10: Arbitragestrategie des Investors 2

Investor 3 erwirbt eine Einheit von Wertpapier 2, veräußert 8000 Einheiten von Wertpapier 1 und legt einen Betrag von 7000 an. Die Zahlungen der Arbitragestrategie sind in Tabelle 3.11 dargestellt:

| Investor 3 | $t=0$ | $t=1,\ u$ | $t=1,\ d$ |
|---|---|---|---|
| Kauf Wertpapier 2 | -1000,00 | 1525,00 | 825,00 |
| Verkauf Wertpapier 1 | 8000,00 | -9050,00 | -8350,00 |
| Mittelanlage | -7000,00 | 7525,00 | 7525,00 |
| Summe | 0 | 0 | 0 |

Tabelle 3.11: Arbitragestrategie des Investors 3

Das Beispiel zeigt, dass sich in einem Modell mit redundanten Wertpapieren und investorspezifischen Steuersätzen der Investoren Arbitragemöglichkeiten ergeben. Die Transaktionen, mittels derer die Arbitragegewinne erzielt werden, sind hierbei von den Steuersätzen der Investoren abhängig. So veräußert der Investor 1 das redundante Wertpapier und erwirbt das aus den Basiswertpapieren bestehende Duplikationsportfolio, während der Investor 2 das redundante Wertpapier erwirbt und das Duplikationsportfolio veräußert. Schließlich können Steuersatzkombinationen existieren, bei denen keine Arbitragemöglichkeiten bestehen; dies ist hier für den Investor 3 der Fall.

Die Existenz der durch die Besteuerung bedingten Arbitragemöglichkeiten steht in Zusammenhang mit dem im ersten Abschnitt dieser Arbeit betrachteten Grenzpreiskalkül im Fall des vollständigen Kapitalmarkts unter Unsicherheit. Für die betrachteten Investoren sind die

Grenzpreise, d.h. die individuellen arbitragefreien Preise, für das redundante Wertpapier 2 in Tabelle 3.12 ausgewiesen.

| Investor | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Arbitragefreier Preis des Wertpapiers 2 | 930,23 | 1020,41 | 1000,00 |

Tabelle 3.12: Arbitragefreie Preise für Wertpapier 2

Für Investor 1 (Investor 2) ist Wertpapier 2 überbewertet (unterbewertet), so dass sich ein Anreiz ergibt, das Wertpapier 2 zu veräußern (zu erwerben) und ein aus den Basiswertpapieren bestehendes Duplikationsportfolio zu erwerben (zu veräußern). Bei Investor 3 entspricht dagegen der arbitragefreie Preis genau dem Preis, zu dem das Wertpapier am Markt gehandelt wird.

Es stellt sich nun die Frage, ob die für die Investoren 1 und 2 bestehenden Arbitragemöglichkeiten in unendlichem Umfang ausgenutzt werden können, was durch die Prämisse unbegrenzter Leerverkaufsmöglichkeiten und Kreditaufnahmemöglichkeiten impliziert wird. Einerseits entsprechen sich nach Tabelle 3.9 und Tabelle 3.10 jeweils das durch die Arbitragegelegenheiten implizierte Angebot und die durch die Arbitragegelegenheiten implizierte Nachfrage nach den beiden risikobehafteten Wertpapieren. Andererseits fallen das Angebot und die Nachfrage nach der sicheren Anlage auseinander, so dass in der betrachteten Situation der Markt nur dann geräumt ist, wenn andere Investoren (hier: Investor 3) das nach Tabelle 3.9 und Tabelle 3.10 bestehende Überschussangebot durch eine entsprechende Nachfrage ausgleichen. Es ist allerdings nicht davon auszugehen, dass der Investor 3 in unendlichem Umfang Mittel sicher anlegt. Dies könnte dafür sprechen, dass die Arbitragemöglichkeiten nicht unendlich ausgenutzt werden können, was allerdings den Modellprämissen widerspricht. Insoweit sind die Modellergebnisse widersprüchlich. In einer Konstellation mit mehreren unterschiedlichen Investoren, welche unterschiedliche Arbitrageportfolios bilden, ist es allerdings denkbar, dass sich die durch die Arbitragegelegenheiten implizierten Angebote und Nachfragen nach den einzelnen Wertpapieren jeweils genau ausgleichen, so dass alle Investoren des Kapitalmarkts, bei denen der arbitragefreie Preis nicht dem Marktpreis entspricht, unendliche Arbitragegewinne erzielen können. Es besteht somit das gleiche Problem, welches bereits in Bezug auf die Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1 dargestellt wurde. Im Ergebnis ist somit die vorstehend betrachtete Konstellation nicht mit der Annahme unbegrenzter Leerverkaufsmöglichkeiten und Kreditaufnahmemöglichkeiten vereinbar.

Die vorstehenden Ausführungen zeigen, dass in einem Modell mit investorspezifischen Steuersätzen und redundanten Wertpapieren Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen in das Modell einzubeziehen sind, um modellimmanente Widersprüche und unendliche Arbitragegelegenheiten auszuschließen.[355] Existieren die genannten Restriktionen, so ergeben sich auf dem betrachteten Kapitalmarkt Steuerklientele. Investoren, für die Arbitragegelegenheiten bestehen, nutzen diese aus, bis eine Restriktion bindend wird, die weitere

[355] Vgl. Fn. (351).

Transaktionen verhindert. Die Portfolios dieser Investoren enthalten dann die jeweiligen überbewerteten Wertpapiere nicht, wenn Leerverkäufe und Kreditaufnahmen vollständig ausgeschlossen sind; sind Leerverkäufe und Kreditaufnahmen in begrenztem Umfang möglich, so werden die überbewerteten Wertpapiere jeweils bis zum Erreichen der Restriktion veräußert, so dass negative Bestände dieser Wertpapiere vorliegen.

Existiert für jeden Investor des betrachteten Kapitalmarkts mindestens ein überbewertetes Wertpapier, so gibt es keinen Investor, welcher alle Wertpapiere mit einer positiven Anzahl in seinem Portfolio hält. In dieser Konstellation liegen Klienteleffekte in Mengen und in Preisen vor.[356] Bezüglich der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten, aus denen sich die Marktpreise der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere ergeben, sind dann keine eindeutigen Aussagen möglich; es können lediglich Grenzen angegeben werden.[357]

Existiert dagegen ein Investor $y^R$, welcher durch Transaktionen mit den am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapieren keine Arbitragegewinne erzielen kann, so liegen Klienteleffekte in Mengen vor;[358] im betrachteten Beispiel ist dies der Investor 3. Der Investor $y^R$ hält grundsätzlich alle Wertpapiere des Kapitalmarkts in seinem Portfolio, es sei denn, er verzichtet aufgrund seiner Risikoeinstellung auf bestimmte Risikopositionen. Für den Investor $y^R$ entsprechen die individuellen arbitragefreien Preise jeweils den Marktpreisen. Der Investor $y^R$ stellt demnach den preisbestimmenden oder repräsentativen Investor dar. Die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten, aus denen die Marktpreise der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere resultieren, ergeben sich dann auf Basis der mittels der Steuersätze des repräsentativen Investors bestimmten Nettogrößen.[359]

Abschließend sind Bedingungen zu analysieren, unter denen keine Klienteleffekte vorliegen.[360] Zunächst ist zu fordern, dass Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1 für alle Investoren ausgeschlossen sind; im Binomialmodell bedeutet dies, dass die Bedingung (3.198) für alle Investoren erfüllt ist. Liegen redundante Wertpapiere vor, so ist weiterhin zu fordern, dass die individuellen arbitragefreien Preise aller Investoren den Marktpreisen entsprechen.[361] Dies ist gegeben, wenn sich die Nettorenditen aller Portfolios $P$, welche risikobehaftete Wertpapiere enthalten, mittels der bereits bekannten linearen Beziehungen

$$(3.202)\ \tilde{r}_{s,P,y} = A_{I,y} \cdot \tilde{r}_P + A_{II,y}$$

oder

$$(3.203)\ \tilde{r}_{s,P,y} = A_{I,y} \cdot \tilde{r}_P + A_{II,y} \cdot E(\tilde{r}_P) + A_{III,y}$$

---

[356] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 757-759.
[357] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 758-759.
[358] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 756-757, 759.
[359] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 757, 759.
[360] Vgl. Dybvig/Ross (1986), S. 755.
[361] Vgl. Schaefer (1982), S. 164; im Ergebnis auch Dybvig/Ross (1986), S. 759.

darstellen lassen, wobei $A_{I,y}$, $A_{II,y}$ und $A_{III,y}$ investorspezifische Größen darstellen. Dies sei anhand der Bedingung (3.203) erläutert. Gleichung (3.203) gilt auch für ein einzelnes Wertpapier. Die Nettorendite eines Wertpapiers $j$ ergibt sich daher für den Investor $y$ zu

(3.204) $$\tilde{r}_{s,j,y} = A_{I,y} \cdot \tilde{r}_j + A_{II,y} \cdot E(\tilde{r}_j) + A_{III,y} .$$

Betrachtet sei nun ein Portfolio $P$, welches die Bruttorendite des Wertpapiers $j$ dupliziert, d.h. es gilt $\tilde{r}_j = \tilde{r}_P$.[362] Dieses Portfolio dupliziert nach den Gleichungen (3.203) und (3.204) unabhängig von den Steuersätzen auch die Nettorendite des Wertpapiers $j$, d.h. es gilt für alle Investoren $\tilde{r}_{s,j,y} = \tilde{r}_{s,P,y}$. Das Duplikationsportfolio ist demnach für alle Investoren identisch. Arbitrage aufgrund investorspezifischer Steuersätze ist daher nicht möglich. Die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten können dann auf Basis von Bruttogrößen bestimmt werden.

### 3.5.2.2.2 Zusammenhang zum Tax-CAPM

Nunmehr ist der Zusammenhang des Tax-CAPM mit investorspezifischen Steuersätzen und der Preisbildung auf einem arbitragefreien Kapitalmarkt herzustellen. Im Tax-CAPM mit investorspezifischen Steuersätzen unterscheiden sich die Tangentialportfolios und somit die effizienten Portfolios nach Investoren mit unterschiedlichen Steuersätzen. Zunächst ist daher zu klären, ob überhaupt ein Investor existiert, für den das Marktportfolio Erwartungswert-Varianz-effizient ist. Hierzu sei zunächst das Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen betrachtet. Zwischen der Rendite eines Wertpapiers und der Rendite des effizienten Tangentialportfolios eines Investors besteht entsprechend Gleichung (3.128) der Zusammenhang

(3.205) $$\begin{aligned} & E(\tilde{r}_j^D) \cdot (1 - s_{d,y}) + E(\tilde{r}_j^K) \cdot (1 - s_{v,y}) \\ & = i \cdot (1 - s_{e,y}) + \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_{s,j,y}, \tilde{r}_{s,T,y})}{\operatorname{var}(\tilde{r}_{s,T,y})} \cdot \left[ E(\tilde{r}_T^D) \cdot (1 - s_{d,y}) + E(\tilde{r}_T^K) \cdot (1 - s_{v,y}) - i \cdot (1 - s_{e,y}) \right] . \end{aligned}$$

Im Gleichgewicht des Tax-CAPM gelten in Abhängigkeit von der Parameterkonstellation die Gleichungen (3.92), (3.94), (3.98) oder (3.121). Der Vergleich der Gleichungen des Tax-CAPM mit Gleichung (3.205) zeigt strukturelle Ähnlichkeiten. Insbesondere in den Parameterkonstellationen der Gleichungen (3.92), (3.94) und (3.98) implizieren die Gleichungen des Tax-CAPM, dass für den repräsentativen Investor mit den Steuersätzen $s_{e,y^R} = S_e$, $s_{d,y^R} = S_d$ und $s_{v,y^R} = S_v$ das Tangentialportfolio dem Marktportfolio entspricht. Das Marktportfolio ist demnach in diesen Konstellationen für den repräsentativen Investor Erwartungswert-Varianz-effizient. Im allgemeinen Fall der Gleichung (3.121) stellt sich dieses Ergebnis näherungswei-

[362] Ein Portfolio, welches die Rendite eines Wertpapiers dupliziert, dupliziert auch dessen Rückflüsse. Dies folgt unmittelbar aus der Renditedefinition.

se dann ein, wenn für den $\beta$-Faktor die Vereinfachungen der Gleichungen (3.127) gelten, d.h. $\beta_{j,s,aggr} \approx \beta_{s,j}$, wovon im Folgenden ausgegangen wird.[363]

Bisher wurde gezeigt, dass für den repräsentativen Investor das Marktportfolio (im allgemeinen Fall zumindest näherungsweise) Erwartungswert-Varianz-effizient ist. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass auf einem vollkommenen Kapitalmarkt im Gleichgewicht des Tax-CAPM das Marktportfolio auch bei investorspezifischen Steuersätzen dem Preisportfolio der Arbitragetheorie entspricht. Diese Gleichsetzung ist allerdings dann problematisch, wenn für einige Investoren Gelegenheiten zur Steuerarbitrage vom Typ 1 oder vom Typ 2 bestehen,[364] da in einem Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen unter Umständen unendliche Arbitragegewinne erzielt werden können. Diese Situation ist mit einem Gleichgewicht offensichtlich nicht vereinbar.[365] Insbesondere bei Vorliegen eines übervollständigen Kapitalmarkts und investorspezifischer Steuersätze der Investoren existiert im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen das Gleichgewicht des Tax-CAPM in der Regel nicht. Bei Nichtexistenz des Gleichgewichts ist es jedoch nicht sinnvoll, als Preisportfolio einen Faktor zu verwenden, der aus der Annahme eines Gleichgewichts resultiert. Die Übertragung der Argumentation bezüglich des CAPM auf das Tax-CAPM ist somit nur dann sinnvoll, wenn sicher gestellt ist, dass keine Arbitragegelegenheiten vorliegen. Dies ist immer dann gegeben, wenn der Kapitalmarkt keine redundanten Wertpapiere enthält und auch keine Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1 vorliegen.

Nunmehr ist zu überprüfen, ob Konstellationen existieren, in denen bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze auf einem übervollständigen Kapitalmarkt mit redundanten Wertpapieren das Gleichgewicht des Tax-CAPM existiert. Dies ist gegeben, wenn zum einen Arbitragegelegenheiten vom Typ 1 ausgeschlossen sind und wenn zum anderen für alle Portfolios eine lineare Beziehung der Form (3.202) oder (3.203) vorliegt, wobei die in Abschnitt 3.4.2.2.2.3 vorgenommenen Konkretisierungen der Faktoren $A_{I,y}$, $A_{II,y}$ und $A_{III,y}$ zu verwenden sind. In der betrachteten Konstellation existieren keine Arbitragemöglichkeiten. Weiterhin ist das Marktportfolio für alle Investoren effizient, und nimmt daher im Gleichgewicht des Tax-CAPM die Rolle des Preisportfolios ein. Aufgrund der Irrelevanz der Besteuerung sind hierbei die Rückflüsse des Marktportfolios vor Steuern bzw. die Bruttorendite anzusetzen. Als Ergebnis bleibt festzuhalten, dass unter den Bedingungen, die zur Irrelevanz der Besteuerung für die Portfolioselektion aller Investoren führen, ein Zusammenhang zwischen Marktportfolio und Preisportfolio besteht, der dem Zusammenhang des Modells ohne Steuern entspricht.

Liegen dagegen Steuerarbitragegelegenheiten vor, welche unter Umständen unendliche Arbitragegewinne einzelner Investoren ermöglichen, so sind Modelle mit Leerverkaufsbeschrän-

---

[363] Sind diese Vereinfachungen dagegen nicht möglich, so impliziert Gleichung (3.205) nicht, dass für den repräsentativen Investor das Marktportfolio effizient ist. Die Frage nach der Existenz eines Investors, für den das Marktportfolio im allgemeinen Fall effizient ist, kann somit anhand der Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM nicht beantwortet werden.

[364] Vgl. Abschnitt 3.5.2.2.1.

[365] Vgl. Wiese (2006a), S. 125-126; König (1990), S. 101.

kungen oder Kreditaufnahmebeschränkungen anzunehmen, damit das Gleichgewicht des Tax-CAPM existiert.[366] Im Modell mit nichtnegativen Anzahlen sind die Wertpapiere unterschiedlichen Klientelen zugeordnet. Ein bestimmtes Wertpapier wird hierbei ausschließlich von einem Klientel gehalten. Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Nettorendite der Wertpapiere eines Klientels und der Nettorendite des effizienten Tangentialportfolios dieses Klientels; der Zusammenhang mit der Rendite des Marktportfolios kann nur durch zusätzliche formale Annahmen hergestellt werden. Ein repräsentativer Investor, für den das Marktportfolio effizient ist, existiert nicht. Diese Konstellation ist der Situation des Vorliegens von Klienteleffekten in Mengen und in Preisen vergleichbar. Es ist in dieser Konstellation offensichtlich nicht sinnvoll, das Marktportfolio als Preisportfolio zu interpretieren.

Die Gleichgewichtsbeziehung mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen beinhaltet dagegen die Steuersätze eines repräsentativen Investors. Es ist allerdings fraglich, ob das Marktportfolio für den repräsentativen Investor effizient ist. Für das Tangentialportfolio eines repräsentativen Investors, für den die Restriktionen nicht bindend sind, gilt wiederum Gleichung (3.205), so dass eine formale Übereinstimmung mit Gleichung (3.176) des Tax-CAPM nur dann gegeben ist, wenn der Faktor $LB_{aggr}$, in den die Schattenpreise der Marktteilnehmer für Leerverkäufe und Kreditaufnahmen eingehen, den Wert null annimmt.[367] Da das Modell annahmegemäß bei Nichtexistenz der Restriktionen Steuerarbitragegelegenheiten enthalten würde, welche durch Leerverkäufe bzw. Kreditaufnahmen ausgenutzt werden könnten, sind beide Restriktionen auf jeden Fall für einige Investoren bindend. Es ist daher möglich, dass sich die Schattenpreise für Leerverkäufe und Kreditaufnahmen im Aggregat neutralisieren, so dass die Bedingung $LB_{aggr} = 0$ erfüllt sein kann. Ist dies gegeben, so ist für den repräsentativen Investor im Gleichgewicht das Marktportfolio effizient. Da die Preise durch die Steuersätze des repräsentativen Investors bestimmt sind, bestehen für diesen auch keine steuerlich bedingten Arbitragegelegenheiten. Die übrigen Investoren halten im Gleichgewicht Portfolios in einer Zusammensetzung, die unter Berücksichtigung der Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen keine Steuerarbitrage zulässt. Verfügt beispielsweise ein Investor als Anfangsausstattung über einen positiven Bestand eines Wertpapiers $j$, dessen Preis höher ist als der Preis des zugehörigen Duplikationsportfolios, so wird der Investor versuchen, dieses Wertpapier zu verkaufen und für den Erlös das Duplikationsportfolio zu kaufen, bis die Restriktionen bindend werden. Im Gleichgewicht besteht dann aufgrund der Restriktionen keine Möglichkeit des Verkaufs des Wertpapiers $j$ mehr. Für Investoren mit anderen Steuersätzen kann dagegen ein Anreiz bestehen, eine möglichst große Anzahl des Wertpapiers $j$ zu erwerben. Es stellt sich demnach ein Gleichgewicht ein, in dem einzelne Investoren von bestimmten Wertpapieren die minimal mögliche Anzahl halten, während andere Investoren von diesen Wertpapieren die maximal mögliche Anzahl halten.

---

[366] Vgl. Auerbach/King (1983), S. 588.

[367] Es wird unterstellt, dass die Vereinfachungen der Gleichungen (3.123) bis (3.126) näherungsweise erfüllt sind.

Unter den Prämissen des Tax-CAPM mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen und der zusätzlichen Annahme $LB_{aggr} = 0$ weist das Gleichgewicht folglich eine Struktur auf, die dem Arbitragemodell mit Klienteleffekten in Mengen vergleichbar ist. Insbesondere beinhalten beide Modelle einen repräsentativen Investor, der alle Wertpapiere hält und die Preise bestimmt, sowie eine Beschränkung der Nutzung von steuerlich induzierten Arbitragegelegenheiten bei den übrigen Investoren. Im Ergebnis nimmt in der hier betrachteten Konstellation die mittels der Steuersätze des repräsentativen Investors ermittelte Nettorendite des Marktportfolios die Rolle der Rendite des Preisportfolios des repräsentativen Investors in der Arbitragetheorie ein. Im Fall $LB_{aggr} \neq 0$ geht der Zusammenhang zwischen den Steuersätzen des repräsentativen Investors des Tax-CAPM und dem repräsentativen Investor des Arbitragemodells dagegen verloren.

## 3.6 Bewertung auf Basis des Capital Asset Pricing Model

### 3.6.1 Bewertungsgleichungen

#### 3.6.1.1 CAPM

Auf Basis der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM kann eine Bewertung der Rückflüsse von Bewertungsobjekten durchgeführt werden. Das CAPM ist ein einperiodiges Modell. Daher ist die Bewertung prinzipiell auf einperiodige Bewertungsprobleme beschränkt. Unter bestimmten Bedingungen ist jedoch eine Erweiterung auch auf mehrperiodige Bewertungsprobleme durch rekursive Anwendung der einperiodigen Bewertung möglich, worauf in Abschnitt 3.6.4 eingegangen wird. Das mit dem Tax-CAPM zu lösende Bewertungsproblem besteht darin, den bisher unbekannten heutigen Marktwert $V_0$ eines Bewertungsobjekts mit dem in einer Periode erfolgenden stochastischen Rückfluss $\tilde{C} + \tilde{V}$ mittels des durch das Tax-CAPM gegebenen Renditezusammenhangs zu bestimmen. Im Folgenden werden zunächst die einperiodigen Bewertungsgleichungen dargestellt, welche das Bewertungsproblem lösen. Anschließend werden mit diesen Gleichungen verbundene Probleme erörtert und mögliche Interpretationen des Bewertungsmodells vorgenommen.

Zur Ableitung der CAPM-basierten Bewertungsgleichungen sind die folgenden Prämissen erforderlich:

- Es gelten die Prämissen, welche bei der Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM zur Anwendung kommen.
- Für das Bewertungsobjekt gilt die Gleichgewichtsbeziehung des CAPM.

Nunmehr kann die Bewertungsgleichung des CAPM unter Rückgriff auf formale Zusammenhänge bestimmt werden. Für die erwartete Rendite des Bewertungsobjekts gilt annahmegemäß nach der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM:

$$(3.206)\ E(\tilde{r}) = i + \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}, \tilde{r}_m)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m)} \cdot \left[E(\tilde{r}_m) - i\right] \ .$$

Weiterhin gilt für die einperiodige stochastische Rendite des Bewertungsobjekts

$$(3.207)\,\tilde{r} = \left(\tilde{C} + \tilde{V}\right)/V_0 - 1 \ .$$

Mittels der Gleichungen (3.206) und (3.207) kann nun der heutige Wert $V_0$ des Bewertungsobjekts ermittelt werden. Bildung des Erwartungswerts von Gleichung (3.207), Einsetzen von Gleichung (3.206) und Umstellung ergibt unter Beachtung von $\beta = \operatorname{cov}(\tilde{r},\tilde{r}_m)/\operatorname{var}(\tilde{r}_m)$ die grundlegende einperiodige Bewertungsgleichung[368]

$$(3.208)\,V_0 = \frac{E(\tilde{C}) + E(\tilde{V})}{1 + i + \beta \cdot [E(\tilde{r}_m) - i]} \ .$$

Der Wert ergibt sich demnach durch Diskontierung des erwarteten Rückflusses mit einem risikoadjustierte Diskontierungssatz. Die Bewertungsgleichung (3.208) kann mittels Einsetzen der Renditedefinition (3.207) in den Kovarianzterm von Gleichung (3.208) unter Beachtung der Definition des Marktpreises des Risikos $\lambda = [E(\tilde{r}_m) - i]\ /\operatorname{var}(\tilde{r}_m)$ in eine Bewertungsgleichung nach der Sicherheitsäquivalentmethode überführt werden:[369]

$$(3.209)\,V_0 = \frac{\left[E(\tilde{C}) - \lambda \cdot \operatorname{cov}(\tilde{C},\tilde{r}_m)\right] + \left[E(\tilde{V}) - \lambda \cdot \operatorname{cov}(\tilde{V},\tilde{r}_m)\right]}{1 + i} \ .$$

Der heutige Wert des Bewertungsobjekts ergibt sich demnach als Summe der mit dem risikolosen Zins diskontierten Sicherheitsäquivalente von $\tilde{C}$ und $\tilde{V}$. Beide Methoden sind äquivalent und ineinander überführbar. Bei der Anwendung von Gleichung (3.208) ergibt sich allerdings ein Zirkularitätsproblem,[370] da zur Bestimmung des $\beta$-Faktors die Renditeverteilung des Bewertungsobjekts bekannt sein muss. Bei alleiniger Kenntnis der Verteilung der Rückflüsse ist daher zunächst der Wert mittels der Sicherheitsäquivalentgleichung (3.209) zu bestimmen. Anschließend ist der $\beta$-Faktor durch Einsetzen des bereits ermittelten Werts zu bestimmen. In den Gleichungen (3.208) und (3.209) liegt (wie auch bei arbitragefreier Bewertung) Wertadditivität vor. Dies ermöglicht die isolierte Bewertung einzelner Komponenten des Werts des Bewertungsobjekts.

### 3.6.1.2 Tax-CAPM

#### 3.6.1.2.1 Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen

##### 3.6.1.2.1.1 Nicht investorspezifische Steuersätze

Das mit dem Tax-CAPM zu lösende Bewertungsproblem besteht darin, den bisher unbekannten Wert $V_0$ eines Bewertungsobjekts mit dem stochastischen Rückfluss $\tilde{C} + \tilde{V}$ vor Steuern mittels des durch das Tax-CAPM gegebenen Renditezusammenhangs zu bestimmen. Die Lösung des Bewertungsproblems erfolgt analog zum CAPM anhand der Renditezusammenhänge. Nach dem Gleichgewicht des Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen gilt der Zusammenhang

[368] Vgl. Drukarczyk (2007), S. 70; Kruschwitz (2002), S. 177-178.
[369] Vgl. Drukarczyk (2007), S. 71; Kruschwitz (2002), S. 176-177.
[370] Vgl. Drukarczyk (2007), S. 70. Beim Tax-CAPM besteht dieses Zirkularitätsproblem ebenfalls. Hierauf wird in den folgenden Abschnitten nicht mehr explizit eingegangen.

$$(3.210)\, E(\tilde{r}_s) = i_{se} + \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}_s, \tilde{r}_{s,m})}{\operatorname{var}(\tilde{r}_{s,m})} \cdot \left[E(\tilde{r}_{s,m}) - i_{se}\right]$$

Weiterhin ist die Renditedefinition

$$(3.211)\, \tilde{r}_s = \tilde{r}^D \cdot (1 - s_d) + \tilde{r}^K \cdot (1 - s_v) = \left[\tilde{C} \cdot (1 - s_d) + \tilde{V} \cdot (1 - s_v) + s_v \cdot V_0\right] / V_0 - 1$$

zu beachten. Bildung des Erwartungswerts von Gleichung (3.211) und Einsetzen von Gleichung (3.210) führt bei Auflösen nach dem zu bestimmenden Wert $V_0$ und unter Beachtung von $\beta_s = \operatorname{cov}(\tilde{r}_s, \tilde{r}_{m,s}) / \operatorname{var}(\tilde{r}_{m,s})$ auf die Bewertungsgleichung des Tax-CAPM:[371]

$$(3.212)\, V_0 = \frac{\frac{(1 - s_d)}{(1 - s_v)} \cdot E(\tilde{C}) + E(\tilde{V})}{1 + i \cdot (1 - s_e)/(1 - s_v) + \beta_s \cdot \left[E(\tilde{r}_{m,s}) - i \cdot (1 - s_e)\right] / (1 - s_v)}.$$

Gleichung (3.212) kann unter Beachtung der Definition des $\beta$-Faktors, welcher die Rendite des Bewertungsobjekts enthält, zu der Sicherheitsäquivalentgleichung

$$(3.213)\, V_0 = \frac{\frac{(1 - s_d)}{(1 - s_v)} \cdot \left[E(\tilde{C}) - \lambda_s \cdot \operatorname{cov}(\tilde{C}, \tilde{r}_{m,s})\right] + \left[E(\tilde{V}) - \lambda_s \cdot \operatorname{cov}(\tilde{V}, \tilde{r}_{m,s})\right]}{1 + i \cdot (1 - s_e)/(1 - s_v)}$$

mit $\lambda_s = \left[E(\tilde{r}_{m,s}) - i \cdot (1 - s_e)\right] / \operatorname{var}(\tilde{r}_{m,s})$ umgeformt werden.

Der heutige Wert des Bewertungsobjekts ergibt sich als Summe der mit dem risikolosen Zins diskontierten, von der Besteuerung beeinflussten Sicherheitsäquivalente der Dividende und des Werts der Folgeperiode. Die Gleichungen (3.212) und (3.213) entsprechen strukturell den Gleichungen (3.208) und (3.209) des CAPM. Insbesondere liegt wie beim CAPM Wertadditivität vor, so dass die einzelnen Komponenten des Werts des Bewertungsobjekts isoliert bestimmt werden können.

Im Fall identischer Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen $(s_d = s_v)$ folgt aus Gleichung (3.212) die Bewertungsgleichung[372]

$$(3.214)\, V_0 = \frac{E(\tilde{C}) + E(\tilde{V})}{1 + i \cdot (1 - s_e)/(1 - s_v) + \beta \cdot \left[E(\tilde{r}_m) - i \cdot (1 - s_e)/(1 - s_v)\right]}.$$

Im Ergebnis sind im Fall $s_d = s_v$ somit zur Bestimmung des Werts die Rückflüsse vor Steuern mit der erwarteten Bruttorendite[373] zu diskontieren.

[371] Vgl. Mai (2006a), S. 1236.
[372] Vgl. Wiese (2006a), S. 120; Wiese (2006b), S. 246 für ein mehrperiodiges Modell, mit einer Korrektur durch Rapp/Schwetzler (2007), S. 6.
[373] Diese ergibt sich durch Auflösen der Bestimmungsgleichung $E(\tilde{r}_s) = E(\tilde{r}) \cdot (1 - s_v)$ für die erwartete Nettorendite nach der Bruttorendite $E(\tilde{r})$.

### 3.6.1.2.1.2 Investorspezifische Steuersätze

Bezüglich des Modells mit investorspezifischen Steuersätzen ergeben sich keine grundsätzlichen Änderungen bezüglich der Vorgehensweise. Zu beachten ist lediglich, dass die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM

$$(3.215)\quad \begin{aligned} &E(\tilde{r}^D)\cdot(1-S_d)+E(\tilde{r}^K)\cdot(1-S_v)\\ &=i\cdot(1-S_e)+\beta_{s,aggr}\cdot\left[E(\tilde{r}_m^D)\cdot(1-S_d)+E(\tilde{r}_m^K)\cdot(1-S_v)-i\cdot(1-S_e)\right]\end{aligned}$$

nunmehr die Nettorendite des Bewertungsobjekts für einen repräsentativen Investor darstellt. Die Bewertungsgleichung kann durch Einsetzen des Erwartungswerts der Definition der Nettorendite des repräsentativen Investors

$$(3.216)\; \tilde{r}_s=\tilde{r}^D\cdot(1-S_d)+\tilde{r}^K\cdot(1-S_v)=\left[\tilde{C}\cdot(1-S_d)+\tilde{V}\cdot(1-S_v)+S_v\cdot V_0\right]/V_0-1\;.$$

in Gleichgewichtsbeziehung (3.215) abgeleitet werden. Hierbei ist es unerheblich, ob die Größen auf der rechten Seite der Gleichung (3.215), welche den Erwartungswert der Nettorendite durch aggregierte Größen erklären, d.h. insbesondere der $\beta$-Faktor, durch Nettorenditen des repräsentativen Investors abgebildet werden können. Entscheidend ist, dass auf der linken Seite von Gleichung (3.215), welche die erwartete Nettorendite des Bewertungsobjekts determiniert, die Verwendung der Steuersätze des repräsentativen Investors möglich ist. Als Bewertungsgleichung resultiert im allgemeinen Fall somit bei Auflösung nach $V_0$

$$(3.217)\; V_0=\frac{\dfrac{(1-S_d)}{(1-S_v)}\cdot E(\tilde{C})+E(\tilde{V})}{1+i\cdot(1-S_e)/(1-S_v)+\beta_{s,aggr}\cdot\left[E(\tilde{r}_{m,s})-i\cdot(1-S_e)\right]/(1-S_v)},$$

wobei $\tilde{r}_{m,s}$ die auf Basis der Steuersätze des repräsentativen Investors bestimmte Nettorendite des Marktportfolios darstellt. Als Sicherheitsäquivalentgleichung folgt

$$(3.218)\; V_0=\frac{\dfrac{(1-S_d)}{(1-S_v)}\cdot\left[E(\tilde{C})-\lambda_{s,aggr}\cdot\operatorname{cov}\left(\tilde{C},\dfrac{\tilde{r}^D_{s,aggr}+\tilde{r}^K_{s,aggr}}{1-S_d}\right)\right]+\left[E(\tilde{V})-\lambda_{s,aggr}\cdot\operatorname{cov}\left(\tilde{V},\dfrac{\tilde{r}^D_{s,aggr}+\tilde{r}^K_{s,aggr}}{1-S_v}\right)\right]}{1+i\cdot(1-S_e)/(1-S_v)}$$

mit $\lambda_{s,aggr}=\left[E(\tilde{r}_{m,S})-i\cdot(1-S_e)\right]\Big/\left[\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^D,\tilde{r}^{D,D}_{s,aggr}+\tilde{r}^{K,D}_{s,aggr}\right)+\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^K,\tilde{r}^{D,K}_{s,aggr}+\tilde{r}^{K,K}_{s,aggr}\right)\right]$ .

Kann der $\beta$-Faktor entsprechend Gleichung (3.127) zu $\beta_s$ vereinfacht werden, so resultiert als Bewertungsgleichung

$$(3.219)\; V_0=\frac{\dfrac{(1-S_d)}{(1-S_v)}\cdot E(\tilde{C})+E(\tilde{V})}{1+i\cdot\dfrac{(1-S_e)}{(1-S_v)}+\beta_s\cdot\dfrac{E(\tilde{r}_{m,s})-i\cdot(1-S_e)}{(1-S_v)}}\;.$$

Im Fall der identischen Besteuerung von Wertänderungen und Ausschüttungen ergibt sich die Bewertungsgleichung[374]

$$(3.220)\, V_0 = \frac{E(\tilde{C}) + E(\tilde{V})}{1 + i \cdot (1 - S_e)/(1 - S_v) + \beta \cdot [E(\tilde{r}_m) - i \cdot (1 - S_e)/(1 - S_v)]} .$$

Wie in Gleichung (3.214) mit nicht investorspezifischen Steuersätzen ergibt sich nach Gleichung (3.220) der Wert durch Diskontierung der Rückflüsse vor Steuern mit der durch das Tax-CAPM gegebenen erwarteten Bruttorendite.

**3.6.1.2.2 Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen**

**3.6.1.2.2.1 Modell mit nichtnegativen Anzahlen**

Das Modell mit nicht negativen Anzahlen der risikobehafteten Wertpapiere ist nur unter den Prämissen, welche zur Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung (3.162) benötigt wurden, zur Bewertung geeignet, da nur in diesem Fall eine den vorstehenden Modellen vergleichbare Renditebeziehung existiert. Insbesondere ist demnach vorauszusetzen, dass jedes risikobehaftete Wertpapier nur von einer Investorengruppe mit einer bestimmten Steuersatzkombination (Steuerklientel) gehalten wird. Weiterhin ist eine lineare Beziehung zwischen der Kovarianz der Rendite eines Wertpapiers mit dem Tangentialportfolio des Steuerklientels und der Kovarianz des Wertpapiers mit dem Marktportfolio vorauszusetzen. Die Dividendenrenditen sind als deterministisch anzunehmen.

Diese Bedingungen müssen für Zwecke der Bewertung auch für das Bewertungsobjekt gelten. Das Bewertungsobjekt ist demnach zunächst eindeutig einem Steuerklientel zuzuordnen. Ist dies nicht möglich, so kann die Bewertung nicht durchgeführt werden. Nunmehr ist zu überprüfen, ob der Zusammenhang zwischen den Kovarianzen gegeben ist. Es muss demnach die folgende Beziehung erfüllt sein:

$$(3.221)\, \operatorname{cov}(\tilde{r}, \tilde{r}_{T,y*}) = \operatorname{cov}(\tilde{r}_{T,y*}, \tilde{r}_m) \cdot \frac{\operatorname{cov}(\tilde{r}, \tilde{r}_m)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m)} .$$

Da die Dividenden $C$ annahmegemäß deterministisch sein müssen, vereinfacht sich dies zu

$$(3.222)\, \operatorname{cov}(\tilde{V}, \tilde{r}_{T,y*}) = \operatorname{cov}(\tilde{r}_{T,y*}, \tilde{r}_m) \cdot \frac{\operatorname{cov}(\tilde{V}, \tilde{r}_m)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_m)} .$$

Besteht dieser Zusammenhang, so kann die Bewertungsgleichung, ausgehend von den Gleichungen (3.162) und (3.222), wie folgt formuliert werden:

$$(3.223)\, V_0 = \frac{(1 - s_{d,y*})/(1 - s_{v,y*}) \cdot C + E(\tilde{V})}{1 + i \cdot (1 - s_{e,y*})/(1 - s_{v,y*}) + c \cdot \beta_j \cdot (1 - s_{v,y*})} .$$

Als Sicherheitsäquivalentgleichung folgt:

[374] Vgl. Wiese (2006a), S. 120 für ein mehrperiodiges Modell.

$$(3.224)\, V_0 = \frac{\left(1-s_{d,y*}\right)/\left(1-s_{v,y*}\right)\cdot C}{1+i\cdot\left(1-s_{e,y*}\right)/\left(1-s_{v,y*}\right)} + \frac{E\left(\tilde{V}\right)-c\cdot\frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{V},\tilde{r}_m\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_m\right)}\cdot\left(1-s_{v,y*}\right)}{1+i\cdot\left(1-s_{e,y*}\right)/\left(1-s_{v,y*}\right)} \quad .$$

Die Gleichungen (3.223) und (3.224) bestimmen den Wert des Bewertungsobjekts für das Steuerklientel, dem das Bewertungsobjekt zuzuordnen ist. Ist eine eindeutige Zuordnung zu einem Steuerklientel nicht möglich, so sind die Gleichungen (3.223) und (3.224) nicht anwendbar.

#### 3.6.1.2.2.2 Modell mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen

Das Modell mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen stellt den Zusammenhang

$$(3.225)\quad \begin{aligned} &E\left(\tilde{r}^D\right)\cdot\left(1-S_d\right)-E\left(\tilde{r}^K\right)\cdot\left(1-S_v\right) \\ &= i\cdot\left(1-S_e\right)-LB_{aggr}+\beta_{j,s,aggr}\cdot\left[E\left(\tilde{r}_m^D\right)\cdot\left(1-S_d\right)-E\left(\tilde{r}_m^K\right)\cdot\left(1-S_v\right)-i\cdot\left(1-S_e\right)+LB_{aggr}\right]\end{aligned}$$

zwischen der erwarteten Nettorendite des repräsentativen Investors und einem Marktfaktor her. Die Bewertung auf Basis von Gleichung (3.225) kann nun entsprechend dem Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen durchgeführt werden. Weitere Prämissen sind im Gegensatz zum Modell mit nichtnegativen Anzahlen nicht zu beachten. Einsetzen der Renditedefinition (3.216) in Gleichung (3.225) ergibt die Bewertungsgleichung nach der Risikozuschlagsmethode

$$(3.226)\, V_0 = \frac{\frac{\left(1-S_d\right)}{\left(1-S_v\right)}\cdot E\left(\tilde{C}\right)+E\left(\tilde{V}\right)}{1+i\cdot\frac{\left(1-S_e\right)}{\left(1-S_v\right)}-\frac{LB_{aggr}}{\left(1-S_v\right)}+\beta_{s,aggr}\cdot\frac{E\left(\tilde{r}_{m,s}\right)-i\cdot\left(1-S_e\right)+LB_{aggr}}{\left(1-S_v\right)}}\,.$$

Als Sicherheitsäquivalentgleichung folgt analog zu Gleichung (3.218)

$$(3.227)\, V_0 = \frac{\frac{\left(1-S_d\right)}{\left(1-S_v\right)}\cdot\left[E\left(\tilde{C}\right)-\lambda_{s,aggr}\cdot\operatorname{cov}\left(\tilde{C},\frac{\tilde{r}^D_{s,aggr}+\tilde{r}^K_{s,aggr}}{1-S_d}\right)\right]+\left[E\left(\tilde{V}\right)-\lambda_{s,aggr}\cdot\operatorname{cov}\left(\tilde{V},\frac{\tilde{r}^D_{s,aggr}+\tilde{r}^K_{s,aggr}}{1-S_v}\right)\right]}{1+i\cdot\frac{\left(1-S_e\right)}{\left(1-S_v\right)}-\frac{LB_{aggr}}{\left(1-S_v\right)}}$$

mit $\lambda_{s,aggr}=\left[E\left(\tilde{r}_{m,s}\right)-i\cdot\left(1-S_e\right)+LB_{aggr}\right]/\left[\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^D,\tilde{r}^{D,D}_{s,aggr}+\tilde{r}^{K,D}_{s,aggr}\right)+\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_m^K,\tilde{r}^{D,K}_{s,aggr}+\tilde{r}^{K,K}_{s,aggr}\right)\right]$ .

Die Bewertungsgleichungen (3.217) und (3.218) sowie (3.226)und (3.227) sind weitgehend identisch. Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass in den Gleichungen (3.226) und (3.227) der sichere Zins um den Faktor $LB_{aggr}$ zu vermindern ist; sie fallen formal zusammen, wenn $LB_{aggr}=0$ gilt.

#### 3.6.1.2.3 Irrelevanz der Besteuerung im Bewertungskalkül

Abschließend ist zu analysieren, unter welchen Bedingungen es möglich ist, die Besteuerung im Bewertungskalkül zu vernachlässigen, so dass die Bewertung auch bei Vorliegen von Steuern mittels der Bewertungsgleichung des CAPM durchgeführt werden kann. Hierzu sind die in Abschnitt 3.4.5 analysierten Bedingungen für die Irrelevanz der Besteuerung in der Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM auf das Bewertungskalkül zu übertragen.

Zunächst sind die Konstellationen zu betrachten, in denen die Besteuerung irrelevant für die Portfolioselektion der Investoren ist. Hierbei sind Leerverkaufsbeschränkungen unbeachtlich, da sie für keinen Investor bindend sind. Im Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns folgt die Irrelevanz der Besteuerung unmittelbar aus den Gleichungen (3.214) und (3.220). Für die übrigen Fälle ist vorauszusetzen, dass die jeweilige Bedingung für alle Wertpapiere inklusive des Bewertungsobjekts erfüllt ist. Es ist daher zu überprüfen, ob das Bewertungsobjekt die jeweils zu fordernde Bedingung erfüllt. Die in Tabelle 3.13 enthaltenen Renditebeziehungen implizieren die folgenden Zusammenhänge:

| Bedingung | Implikation |
|---|---|
| $\tilde{r}^D = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}$ | $\tilde{C} = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot \tilde{V} + \frac{a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot V_0$ |
| $\tilde{r}^K = a_1 + a_2 \cdot \tilde{r}$ | $\tilde{V} = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot \tilde{C} + \frac{1+a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot V_0$ |
| $r^D = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r})$ | $C = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot E(\tilde{V}) + \frac{a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot V_0$ |
| $r^K = a_1 + a_2 \cdot E(\tilde{r})$ | $V = \frac{a_2}{1-a_2} \cdot E(\tilde{C}) + \frac{1+a_1 - a_2}{1-a_2} \cdot V_0$ |

Tabelle 3.13: Bedingungen für die Irrelevanz der Besteuerung im Bewertungskalkül bei Vorliegen linearer Beziehungen

Tabelle 3.13 zeigt, dass die Anforderungen, welche mindestens erfüllt sein müssen, damit Irrelevanz der Besteuerung vorliegt, von dem erst noch zu bestimmenden Wert $V_0$ abhängen. Es liegt also ein Zirkularitätsproblem vor. Um Irrelevanz der Besteuerung zu überprüfen, kann der Wert $V_0$ mittels des Bewertungskalküls unter Vernachlässigung der Besteuerung, d.h. also nach Gleichung (3.208), bestimmt werden. Anschließend ist zu überprüfen, ob die jeweilige Bedingung erfüllt ist. Ist dies gegeben, so ist die Vernachlässigung der Besteuerung im Bewertungskalkül gerechtfertigt. Anderenfalls wurde mit dem Kalkül ohne Steuern nicht der korrekte Wert ermittelt. Die Frage, ob Steuern in das Kalkül einzubeziehen sind, kann somit bei Vorliegen der in Tabelle 3.13 dargestellten Irrelevanzbedingungen regelmäßig erst dann beantwortet werden, wenn das Bewertungsproblem bereits unter Vernachlässigung von Steuern gelöst wurde.

Das Zirkularitätsproblem besteht nicht, wenn der Term, welcher den Wert $V_0$ enthält, aus der Irrelevanzbedingung verschwindet. Dies ist für den Fall der linearen Beziehung zwischen Dividendenrendite und erwarteter Gesamtrendite bzw. zwischen Dividendenrendite und Gesamtrendite gegeben, wenn $a_1 = a_2$ gilt. Für den letzteren Fall folgt das Vorliegen einer deterministischen Ausschüttungsquote in Höhe von $\delta = a_2/(1-a_2)$, welche für alle Wertpapiere und das Bewertungsobjekt identisch sein muss. Im ersteren Fall folgt, dass die erwartete Ausschüttungsquote aller Wertapapiere und des Bewertungsobjekts identisch $E(\tilde{\delta}) = a_2/(1-a_2)$ betragen muss. Bei linearer Beziehung zwischen Kursrendite und (erwarteter) Gesamtrendite muss $1+a_1 = a_2$ gelten, damit der Wert $V_0$ aus der zu erfüllenden Bedingung entfällt. Dies impliziert ebenfalls eine deterministische Ausschüttungsquote (bzw. eine erwartete Ausschüttungsquote), welche für alle Wertpapiere und das Bewertungsobjekt identisch sein muss. Die deterministische Ausschüttungsquote (bzw. die erwartete Ausschüttungsquote) beträgt nunmehr $\delta = (1-a_2)/a_2$ (bzw. $E(\tilde{\delta}) = (1-a_2)/a_2$ ).

Ist bei investorspezifischen Steuersätzen die Besteuerung lediglich für die Portfolioselektion des repräsentativen Investors irrelevant und existieren keine Leerverkaufsbeschränkungen, so folgen obige Ergebnisse analog.

Nunmehr sind diejenigen Fälle zu betrachten, in denen die Besteuerung nur für einzelne Wertpapierlinien irrelevant ist. Da solche Bedingungen für das Modell mit nichtnegativen Anzahlen nicht festgestellt werden konnten, wird dieses Modell im Folgenden nicht betrachtet. Irrelevanz der Besteuerung setzt einen $\beta$-Faktor von $\beta_s = 1$ voraus und es resultiert die Beziehung $E(\tilde{r}) = E(\tilde{r}_m)$. Beide Bedingungen sind insbesondere dann gegeben, wenn die Renditen von Bewertungsobjekt und Marktportfolio identisch verteilt sind. Für diesen Fall können wiederum aus den Irrelevanzbedingungen Implikationen für Cash-Flow und Wert des Bewertungsobjekts abgeleitet werden. Diese sind in Tabelle 3.14 dargestellt.

| Bedingung | Implikation |
|---|---|
| $\beta_s = 1$, $s_{d,y} = s_{v,y}$, $\tilde{r}_j = \tilde{r}_m$ | $\tilde{C}+\tilde{V} = a_b \cdot (\tilde{C}_m + \tilde{V}_m)$, $V_0 = a_b \cdot M$ |
| $\beta_s = 1$, $s_{d,y} \neq s_{v,y}$, $\tilde{r}_j^D = \tilde{r}_m^D$, $\tilde{r}_j^K = \tilde{r}_m^K$ | $\tilde{C} = a_b \cdot \tilde{C}_m$, $\tilde{V} = a_b \cdot \tilde{V}_m$, $V_0 = a_b \cdot M$ |

Tabelle 3.14: Bedingungen für die Irrelevanz der Besteuerung im Bewertungskalkül für $\beta_s = 1$

Irrelevanz der Besteuerung für einzelne Wertpapierlinien ist demnach bei identischer Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen insbesondere dann gegeben, wenn die Summe aus Dividende und zukünftigem Wert des Bewertungsobjekts proportional mit einem Faktor $a_b$ zu der Summe aus Dividende und zukünftigem Wert des Marktportfolios ist. Dies bedeutet, dass die Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die Rückflüsse des Marktportfolios dupliziert werden können, wobei aufgrund der identischen Besteuerung die Aufteilung in Dividendenkomponente und Wertkomponente unbeachtlich ist. Bei differenzierter Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen ist dagegen zu fordern, dass die Dividende des Marktportfolios die Dividende des Bewertungsobjekts und simultan der zukünftige Preis des Marktportfolios den zukünftigen Preis des Bewertungsobjekts dupliziert.

Der Wert ergibt sich in den betrachteten Konstellationen jeweils zu $V_0 = a_b \cdot M$. Er ist demnach proportional mit dem Faktor $a_b$ zum Wert des Marktportfolios. Wäre dies nicht gegeben, so würden Arbitragemöglichkeiten bestehen, da die Rückflüsse des Bewertungsobjekts durch die Rückflüsse des Marktportfolios dupliziert werden können. Die Irrelevanz der Besteuerung für einzelne Wertpapierlinien lässt sich demnach für den Fall der identischen Verteilung der Renditen auf ein Arbitrageargument zurückführen.

### 3.6.2 Probleme der CAPM-basierten Bewertung

#### 3.6.2.1 CAPM

Die formale Anwendung der CAPM-basierten Bewertungsgleichung gestaltet sich relativ einfach, wie aus dem vorstehenden Abschnitt 3.6.1 hervorgeht. Die Übertragung des im Rahmen eines Gleichgewichtsmodells gewonnenen Zusammenhangs auf ein Bewertungskalkül wirft allerdings Probleme auf.[375] Diese sollen im Folgenden erläutert werden.

Befindet sich der Kapitalmarkt im Gleichgewicht, so ist ein Zustand erreicht, in dem keine Transaktionen erfolgen.[376] Soll dessen ungeachtet der gleichgewichtige Wert bestimmt werden, so ist zu berücksichtigen, dass die Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung die Existenz von Gleichgewichtspreisen für alle am Kapitalmarkt vorhandenen Wertpapiere voraussetzt. Eine Bewertung ist somit im Ergebnis nicht erforderlich, da die Preise bereits bekannt sind.[377] Das CAPM ist insoweit als Tautologie anzusehen.

Eine Bewertung ist dann erforderlich, wenn ein bisher nicht gehandeltes Bewertungsobjekt mit unbekanntem Preis zum bisher gleichgewichtigen Kapitalmarkt hinzutritt. Das Hinzutreten eines zusätzlichen Bewertungsobjekts zum bisher gleichgewichtigen Kapitalmarkt impliziert jedoch, dass sich ein neues Marktgleichgewicht einstellt. Hierbei können sich die Preise der bisher am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere sowie die Rendite des Marktportfolios ändern.[378] Die Bewertung des Bewertungsobjekts setzt somit in der betrachteten Situation die Kenntnis des neuen Marktgleichgewichts voraus. In Spezialfällen kann dieses berechnet werden.[379] In Konstellationen, in denen das Gleichgewicht des CAPM nicht eindeutig bestimmbar ist,[380] bleibt jedoch unklar, welches der möglichen neuen Gleichgewichte zur Bewertung verwendet werden soll.

Wird die Bewertung des Bewertungsobjekts auf Basis der Rendite des Marktportfolios des bisherigen Gleichgewichts durchgeführt, so ist das Modell zwar ohne das Erfordernis weiterer

---

[375] Vgl. Saelzle (1976a), S. 138 ff.; Saelzle (1976b), S. 319 ff.; Hachmeister (1998), S. 174 ff.; Tschöpel (2004), S. 70 ff.

[376] Vgl. Ballwieser (2002), S. 738; Tschöpel (2004), S. 71.

[377] Vgl. Hachmeister (1998), S. 175; Ballwieser (1990), S. 175-176; Tschöpel (2004), S. 71; Ballwieser (2004), S. 93.

[378] Vgl. Saelzle (1976a), S. 138; Rubinstein (1973), S. 173; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 628.

[379] Vgl. Saelzle (1976a), S. 138 ff.; Saelzle (1976b), S. 319 ff.

[380] Vgl. zur Eindeutigkeit des CAPM-Gleichgewichts Fn. (239).

Berechnungen durchführbar, deren Ergebnis möglicher Weise nicht eindeutig ist. Das Bewertungsergebnis stellt jedoch regelmäßig nicht den Gleichgewichtspreis des Bewertungsobjekts in dem sich neu einstellenden Gleichgewicht dar. Die Bewertung auf Basis der bisherigen Gleichgewichtsrendite des Marktportfolios stellt somit in der Regel bestenfalls eine Näherungslösung des Bewertungsproblems dar.[381] In einer Konstellation, in welcher der Einfluss des Bewertungsobjekts auf das bisherige Kapitalmarktgleichgewicht (Gleichgewichtspreise und Marktrendite) vernachlässigbar gering ist, liefert die Bewertung auf Basis der bisherigen Gleichgewichtsrendite des Marktportfolios das annähernd korrekte Ergebnis. Diese Bedingung kann als erfüllt angesehen werden, wenn die Rückflüsse des Bewertungsobjekts im Vergleich zu den Rückflüssen der bisher am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere gering sind.[382] Zur Bewertung auf Basis des CAPM ist somit die folgende Prämisse erforderlich:

- Der Einfluss des zum Marktportfolio neu hinzutretenden Bewertungsobjekts auf die Rendite des Marktportfolios ist vernachlässigbar gering.

Mittels dieser Prämisse lässt sich die CAPM-basierte Bewertung als Näherungslösung der Preisbildung für das Bewertungsobjekt auf einem gleichgewichtigen Kapitalmarkt interpretieren. Hierbei ist es unerheblich, ob der Kapitalmarkt vollständig ist.

Neben dieser allgemeinen Interpretation der CAPM-basierten Bewertung können spezielle Konstellationen identifiziert werden, bei denen unter Beibehaltung obiger Prämisse des vernachlässigbaren Einflusses des Bewertungsobjekts auf die Rendite des Marktportfolios die Interpretation der CAPM-basierten Bewertung als Ergebnis eines individuellen Bewertungskalküls der Investoren möglich ist. Diese Konstellationen sind unter den Bezeichnungen Portfoliointerpretation und Marktpreisinterpretation der CAPM-basierten Bewertung bekannt.[383] Diese Interpretationen des Modells werden im folgenden Abschnitt 3.6.3 genauer betrachtet.

#### 3.6.2.2 Tax-CAPM

Bei Bewertung auf Basis des Tax-CAPM treten grundsätzlich alle Probleme auf, welche im Zusammenhang mit der CAPM-basierten Bewertung dargestellt wurden. Insbesondere ist die Prämisse erforderlich, dass der Einfluss des Bewertungsobjekts auf die Rendite des Marktportfolios vernachlässigbar gering ist. Ein zusätzliches Problem ergibt sich aus der möglichen Existenz von Steuerarbitragegelegenheiten bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts, welche die Anwendung eines Modells mit Leerverkaufsbeschränkungen erforderlich macht. Diesbezüglich ist zusätzlich anzunehmen, dass auch der Einfluss des Bewertungsobjekts auf die aus den Leerverkaufsbeschränkungen resultierenden Parameter vernachlässigbar gering ist, da ansonsten der Einfluss des Bewertungsobjekts auf diese Größen ermittelt werden müsste.

---

[381] Vgl. von Nitzsch (1997), S. 111.
[382] Vgl. Nippel/von Nitzsch (1998), S. 628; von Nitzsch (1997), S. 111; Hachmeister (1998), S. 174-175; Rubinstein (1973), S. 173.
[383] Vgl. von Nitzsch (1997), S. 125 ff.

Inwieweit die Tax-CAPM-basierte Bewertung aus einem individuellen Bewertungskalkül der Investoren abgeleitet werden kann, ist bislang ungeklärt. Im Folgenden wird versucht die Ergebnisse bezüglich des CAPM auf das Tax-CAPM zu übertragen.

### 3.6.3 Interpretationen der CAPM-basierten Bewertung

#### 3.6.3.1 Portfoliointerpretation

##### 3.6.3.1.1 CAPM

Die Portfoliointerpretation der CAPM-basierten Bewertungsgleichung lässt sich aus dem im Rahmen der Analyse individueller Grenzpreise dargestellten Risikoverbundansatz bei Erwerb durch eine große Zahl von Beteiligten ableiten. Hierzu ist der Risikoverbundansatz in seiner vereinfachten Version mit nur einem am Kapitalmarkt gehandelten risikobehafteten Wertpapier und unter Vernachlässigung des exogenen Einkommens heranzuziehen. Der Grenzpreis $V_0^b$ eines Investors $y$, welcher in dieser Konstellation einen Anteil $b^y$ des Bewertungsobjekts erwirbt, ist in dieser Konstellation bekanntlich gegeben durch[384]

$$(3.228)\; V_0^{y,b} = b^y \cdot n_c \cdot P_0 + \frac{b^y \cdot E\left(\tilde{C} + \tilde{V} - n_c \cdot \tilde{Y}\right) - 0{,}5 \cdot \theta^y \cdot \left(b^y\right)^2 \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{C} + \tilde{V} - n_c \cdot \tilde{Y}\right)}{1+i}\;.$$

Der Risikokorrekturterm stellt hier grundsätzlich einen Risikoabschlag dar, da die Varianz positiv ist. Unter Beachtung von $n_c = \operatorname{cov}\left(\tilde{Y}, \tilde{C} + \tilde{V}\right) \big/ \operatorname{var}\left(\tilde{Y}\right)$ und der Definition $\tilde{r}_W = \tilde{Y} / P_0 - 1$ der Rendite des am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiers lässt sich Gleichung (3.228) umformen zu[385]

$$(3.229)\; V_0^{y,b} = \frac{b^y \cdot E\left(\tilde{C} + \tilde{V}\right) - b^y \cdot \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{C} + \tilde{V}, \tilde{r}_W\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_W\right)} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_W\right) - i\right] - 0{,}5 \cdot \theta^y \cdot \left(b^y\right)^2 \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{C} + \tilde{V} - n_c \cdot \tilde{Y}\right)}{1+i}\;.$$

Vom Erwartungswert der Rückflüsse des Bewertungsobjekts werden nach Gleichung (3.229) ein ausschließlich durch den Kapitalmarkt determinierter Risikokorrekturterm, welcher das systematische Risiko des Bewertungsobjekts widerspiegelt, sowie ein durch die subjektiven Präferenzen determinierter Risikoabschlag, welcher das unsystematische Risiko des Bewertungsobjekts widerspiegelt, abgezogen.[386]

---

[384] Vgl. Abschnitt 2.4.2.1.

[385] Vgl. Nippel/von Nitzsch (1998), S. 625, 627; von Nitzsch (1997), S. 107; Neus/Nippel (1991), S. 90; Franke (1989), S. 78. Die optimale Beteiligungsquote des Investors $y$ bei $Y$ Beteiligten ist gegeben durch $b^y = \left(\theta^y\right)^{-1} \Big/ \sum_{y=1}^{Y} \left(\theta^y\right)^{-1}$ ; vgl. Nippel/von Nitzsch (1998), S. 625; von Nitzsch (1997), S. 109; Neus/Nippel (1991), S. 91; Tschöpel (2004), S. 206.

[386] Vgl. Nippel/von Nitzsch (1998), S. 627. Die Definition von systematischem und unsystematischem Risiko unterscheiden sich demnach im Vergleich zum Modell von Wilhelm (2005a), S. 651, bei dem das gesamte nicht durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere duplizierbare Risiko als unsystematisches Risiko qualifiziert wird.

Nunmehr wird angenommen, dass jeder Investor des betrachteten Kapitalmarkts einen identischen Anteil $b^y = 1/Y$ des Bewertungsobjekts erwirbt.[387] Der Gesamtwert des Bewertungsobjekts sei nun definiert als die Summe der Grenzpreise aller Investoren, welche unter Beachtung von $\sum_{y=1}^{Y} b^y = Y \cdot (1/Y) = 1$ gegeben ist durch[388]

$$(3.230)\; V_0 = \sum_{y=1}^{Y} V_0^{y,b} = \frac{E\left(\tilde{C}+\tilde{V}\right) - \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{C}+\tilde{V},\tilde{r}_W\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_W\right)} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_W\right)-i\right] - 0{,}5 \cdot \sum_{y=1}^{Y} \theta^y \cdot \operatorname{var}\left(\tilde{C}+\tilde{V}-n_c \cdot \tilde{Y}\right) \cdot \frac{1}{Y}}{1+i}.$$

Bei einer sehr großen Anzahl von am Erwerb beteiligten Investoren $(Y \to \infty)$ konvergiert der subjektive Risikoabschlag in Gleichung (3.230) gegen null und für den Gesamtwert des Bewertungsobjekts folgt demnach[389]

$$(3.231)\; V_0 = \frac{E\left(\tilde{C}+\tilde{V}\right) - \frac{\operatorname{cov}\left(\tilde{C}+\tilde{V},\tilde{r}_W\right)}{\operatorname{var}\left(\tilde{r}_W\right)} \cdot \left[E\left(\tilde{r}_W\right)-i\right]}{1+i}.$$

Die Gleichungen (3.230) und (3.231) zeigen, dass aufgrund der Erhöhung der Anzahl der am Erwerb beteiligten Investoren ein personeller Risikodiversifikationseffekt eintritt, der einen Anstieg des Gesamtwerts des Bewertungsobjekts mit steigender Anzahl der Investoren zur Folge hat. Der personelle Risikodiversifikationseffekt mindert den mittels der subjektiven Risikopräferenzen determinierten Risikoabschlag. Im Extremfall $Y \to \infty$ verschwindet der subjektive Risikoabschlag vollständig aus der Bewertungsgleichung, so dass der insgesamt vorzunehmende Risikoabschlag ausschließlich durch das systematische Risiko des Bewertungsobjekts determiniert ist.[390]

Gleichung (3.231) entspricht formal der Bewertungsgleichung des CAPM. Um nun einen inhaltlichen Zusammenhang zur CAPM-basierten Bewertung herzustellen, ist anzunehmen, dass das am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapier durch ein Wertpapierportfolio (beispielsweise einen Aktienindex) gegeben ist, das im Bewertungskalkül als Surrogat für das Marktportfolio (im Folgenden als Marktportfolio bezeichnet) dient.[391] Die Rendite des Wertpapiers ist demnach gegeben durch $\tilde{r}_W = \tilde{r}_m$. Transaktionen am Kapitalmarkt sind in dieser Konstellation annahmegemäß ausschließlich mit dem Marktportfolio als Ganzem zulässig, nicht jedoch mit den einzelnen Wertpapieren, aus denen sich dieses zusammensetzt. Die wertmäßige Zusammensetzung des risikobehafteten Portfolios der Investoren aus den einzelnen Wertpapieren ist

---

[387] Bei Vorliegen identischer Risikoaversionsparameter $\theta$ für alle $y$ stellt $b^y = 1/Y$ die optimale Beteiligungsquote dar; vgl. Tschöpel (2004), S. 207; von Nitzsch (2003), S. 157-158.
[388] Vgl. Nippel/von Nitzsch (1998), S. 628; von Nitzsch (1997), S. 109; Franke (1989), S. 78; Tschöpel (2004), S. 233; von Nitzsch (2003), S. 158.
[389] Vgl. Tschöpel (2004), S. 233-234; von Nitzsch (2003), S. 158; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 628; von Nitzsch (1997), S. 117.
[390] Vgl. zur personellen Risikodiversifikation Tschöpel (2004), S. 207-209, 233-234; Nippel/von Nitzsch (1998), S. 628; von Nitzsch (1997), S. 109, 117, 129-132; Franke (1989), S. 78.
[391] Vgl. Tschöpel (2004), S. 234-235; von Nitzsch (1997), S. 130-131.

daher vorgegeben und kann nicht durch Markttransaktionen verändert werden. Aufgrund dieser Reduzierung der Möglichkeiten der Investoren zur Bildung von Hedgeportfolios auf eine Variation des Umfangs des in das Marktportfolio investierten Betrags wird bei einer großen Anzahl von am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapieren nur in Ausnahmefällen das Kalkül des Risikoverbundansatzes exakt abgebildet. Insoweit stellt vorstehend beschriebenes Kalkül lediglich eine Näherungslösung dar. Der Kapitalmarkt ist in dieser Konstellation, in der de facto nur zwei Basiswertpapiere (Marktportfolio und sichere Anlage) zur Verfügung stehen, in der Regel[392] unvollständig.

Die Prämissen dieser Begründung der CAPM-basierten Bewertung, insbesondere die große Zahl von Beteiligten und die Prämisse homogener Erwartungen der Investoren, entsprechen näherungsweise den Prämissen des beim CAPM unterstellten gleichgewichtigen Kapitalmarktes. Im Gleichgewicht des CAPM hält jeder Investor ein Tangentialportfolio, das in seiner Zusammensetzung dem Marktportfolio entspricht. Dieses Ergebnis des CAPM wird hier durch die Annahme angenähert, dass die Investoren in der Situation ohne Bewertungsobjekt das Marktportfolio halten und eine Hedgeportfoliobildung nur durch Variation des Umfangs des in das Marktportfolio investierten Betrags möglich ist.[393]

Im Ergebnis führt in der betrachteten Konstellation die Aggregation von Grenzpreisen einer großen Anzahl von Investoren zu einem Ergebnis, das der Aggregation individueller Gleichgewichte der Investoren bei gegebenen Preisen im Rahmen der Herleitung des CAPM entspricht. Insbesondere weist unter der Annahme homogener Erwartungen die nicht von den Risikopräferenzen abhängige Komponente des Risikoverbundansatzes die Eigenschaft der Wertadditivität auf, so dass die Aggregation dieser Komponente über die Investoren nicht im Widerspruch zu der Prämisse gegebener Preise im CAPM steht.

#### 3.6.3.1.2 Tax-CAPM

Unterstellt wird wiederum, dass die Möglichkeiten der Investoren zur Bildung von Hedgeportfolios auf eine Variation des in das Marktportfolio investierten Betrags beschränkt sind. Bei der Begründung der Bewertungsgleichungen des Tax-CAPM sind nunmehr die Modelle mit nicht investorspezifischen Steuersätzen und mit investorspezifischen Steuersätzen zu unterscheiden.

Sind die Steuersätze nicht investorspezifisch, so ergeben sich keine strukturellen Unterschiede zum Kalkül ohne Steuern. Der Grenzpreis eines einzelnen Investors ergibt sich analog zu Gleichung (3.229) mit der Definition $\lambda_s = \left[E\left(\tilde{r}_{s,W}\right) - i \cdot (1 - s_e)\right] / \mathrm{var}\left(\tilde{r}_{s,W}\right)$ zu

[392] Ausnahme ist das Binomialmodell, bei dem bereits zwei linear unabhängige Basiswertpapiere zur Vollständigkeit des Kapitalmarkts ausreichen.

[393] Vgl. zum Vergleich der Prämissen des CAPM-Gleichgewichts mit der Portfoliointerpretation des CAPM Tschöpel (2004), S. 236 ff.

$$V_0^{y,b} = \frac{b^y \cdot E\left(\widetilde{C} \cdot \frac{(1-s_d)}{(1-s_v)} + \widetilde{V}\right) - b^y \cdot \mathrm{cov}\left(\widetilde{C} \cdot \frac{(1-s_d)}{(1-s_v)} + \widetilde{V}, \widetilde{r}_{s,W}\right) \cdot \lambda_s}{1 + i \cdot (1-s_e)/(1-s_v)} \tag{3.232}$$

$$- \frac{0{,}5 \cdot \theta^y \cdot (b^y)^2 \cdot \mathrm{var}\left(\widetilde{C} \cdot (1-s_d) + \widetilde{V} \cdot (1-s_v) - n_c \cdot \widetilde{Y}\right)}{1 + i \cdot (1-s_e)/(1-s_v)} \cdot \frac{1}{(1-s_v)} .$$

Für den als Summe der Grenzpreise ermittelten Gesamtwert des Bewertungsobjekts folgt für $b^y = 1/Y$ und $Y \to \infty$ nach Umstellung

$$V_0 = \frac{\frac{(1-s_d)}{(1-s_v)} \cdot \left[E(\widetilde{C}) - \lambda_s \cdot \mathrm{cov}(\widetilde{C}, \widetilde{r}_{s,W})\right] + \left[E(\widetilde{V}) - \lambda_s \cdot \mathrm{cov}(\widetilde{V}, \widetilde{r}_{s,W})\right]}{1 + i \cdot (1-s_e)/(1-s_v)} . \tag{3.233}$$

Die Aggregation individueller Grenzpreise führt auch hier bei einer hinreichend großen Investorengruppe zu einer Bewertungsgleichung, welche der Bewertungsgleichung (3.213) des Tax-CAPM entspricht. Im Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen entspricht bei allen Investoren das Tangentialportfolio dem Marktportfolio, so dass durch die Prämisse bezüglich möglicher Kapitalmarkttransaktionen im Risikoverbundansatz wie im Modell ohne Steuern das Ergebnis des Gleichgewichtsmodells angenähert wird, so dass $\widetilde{r}_{s,W} = \widetilde{r}_{s,m}$ gesetzt werden kann. Weiterhin weist die nicht von den Risikopräferenzen abhängige Komponente des Risikoverbundansatzes mit nicht investorspezifischen Steuersätzen die Eigenschaft der Wertadditivität auf, was mit der Prämisse gegebener Preise im Tax-CAPM vereinbar ist. Formal sind im Kalkül lediglich Nettogrößen in die Bewertungsgleichung des Modells ohne Steuern einzusetzen.

Komplexer stellt sich die Situation dar, wenn die Steuersätze investorspezifisch sind. Wird das Bewertungsobjekt bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze von einer großen Investorengruppe mit identischer Steuersatzkombination erworben, so resultiert unter Beachtung der Definition $\lambda_{s,y} = \left[E(\widetilde{r}_{s,W,y}) - i \cdot (1-s_{e,y})\right] / \mathrm{var}(\widetilde{r}_{s,W,y})$ die Bewertungsgleichung

$$V_0 = \frac{\frac{(1-s_{d,y})}{(1-s_{v,y})} \cdot \left[E(\widetilde{C}) - \lambda_{s,y} \cdot \mathrm{cov}(\widetilde{C}, \widetilde{r}_{s,W,y})\right] + \left[E(\widetilde{V}) - \lambda_{s,y} \cdot \mathrm{cov}(\widetilde{V}, \widetilde{r}_{s,W,y})\right]}{1 + i \cdot (1-s_{e,y})/(1-s_{v,y})} , \tag{3.234}$$

welche formal der Bewertungsgleichung des Tax-CAPM entspricht, wobei aber nunmehr investorspezifische Steuersätze, welche nicht den Steuersätzen des repräsentativen Investors entsprechen müssen, einzusetzen sind. Unter den gegebenen Prämissen kann somit für jede beliebige Steuersatzkombination eine strukturell dem Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen äquivalente Bewertungsgleichung abgeleitet werden. Vorauszusetzen ist lediglich, dass eine hinreichend große Investorengruppe existiert, welche diese Steuersatzkombination aufweist, und dass das Bewertungsobjekt ausschließlich durch Investoren dieser Gruppe erworben wird.

Ein grundsätzliches Problem der Ableitung der Bewertungsgleichung des Tax-CAPM aus dem Risikoverbundansatz bei investorspezifischen Steuersätzen besteht jedoch in der Prämisse bezüglich des Kapitalmarktes. Beim Risikoverbundansatz wird angenommen, dass alle Investoren ein Portfolio in der Zusammensetzung des Marktportfolios halten. Das Tax-CAPM impliziert dagegen, dass die Zusammensetzung der Tangentialportfolios der Investoren investorspezifisch ist und in der Regel nicht dem Marktportfolio entspricht. Insoweit sind bereits die Modellprämissen nicht vereinbar. Vor diesem Hintergrund kann Gleichung (3.234), welche die formale Gültigkeit der Bewertungsgleichung des Tax-CAPM für beliebige Steuersatzkombinationen impliziert, nur insoweit als Begründung für die Bewertungsgleichung des Tax-CAPM im Rahmen des Risikoverbundansatzes herangezogen werden, als die Steuersätze in Gleichung (3.234) den Steuersätzen des repräsentativen Investors entsprechen, da nur für diesen Investor das Marktportfolio effizient ist.[394] Um eine inhaltliche Übereinstimmung der Nettorendite $\tilde{r}_{s,W,y}$ mit der im Tax-CAPM enthaltenen Marktrendite nach Steuern $\tilde{r}_{s,m}$ herzustellen, ist daher anzunehmen, dass die betrachtete Investorengruppe die Steuersätze des repräsentativen Investors aufweist.

Nunmehr ist zu analysieren, ob die Steuersätze des repräsentativen Investors aus dem Risikoverbundansatz abgeleitet werden können. Hierzu ist anzunehmen, dass das Bewertungsobjekt durch eine Investorengruppe mit unterschiedlichen Steuersätzen erworben wird. Es ist erneut davon auszugehen, dass die von den Risikopräferenzen abhängige Komponente des Kalküls aufgrund personeller Risikodiversifikation vernachlässigbar gering wird. Als Gesamtwert folgt somit

$$(3.235)\; V_0 = \sum_{y=1}^{Y} V_0^{y,b} = \frac{1}{Y} \cdot \sum_{y=1}^{Y} \frac{\frac{(1-s_{d,y})}{(1-s_{v,y})} \cdot \left[E(\tilde{C}) - \lambda_{s,y} \cdot \operatorname{cov}(\tilde{C}, \tilde{r}_{s,W,y})\right] + \left[E(\tilde{V}) - \lambda_{s,y} \cdot \operatorname{cov}(\tilde{V}, \tilde{r}_{s,W,y})\right]}{1 + i \cdot (1-s_{e,y}) / (1-s_{v,y})} .$$

Gleichung (3.235) lässt sich aufgrund der investorspezifischen Steuersätze nicht weiter vereinfachen, da keine Wertadditivität vorliegt. Ein möglicher Ausweg könnte darin bestehen, die individuellen Grenzpreise zunächst umzuformen und anschließend zu aggregieren. Dies wird im Folgenden anhand des Falls $s_{d,y} = s_{v,y}$ dargestellt. Die Ausgangsgleichung dieser Vorgehensweise sei durch den individuellen Grenzpreis eines Investors gegeben, der sich nach Umstellung wie folgt darstellt:

$$\begin{aligned} &V_0^{y,b} \cdot \left[1 + i \cdot (1-s_{e,y})\right] \\ (3.236)\quad &= \frac{1}{Y} \cdot \left[ \left[E(\tilde{C}) + E(\tilde{V})\right] \cdot (1-s_{v,y}) - \frac{\operatorname{cov}(\tilde{C}+\tilde{V}, \tilde{r}_W)}{\operatorname{var}(\tilde{r}_W)} \cdot \left[E(\tilde{r}_W) \cdot (1-s_{v,y}) - i \cdot (1-s_{e,y})\right] \right] . \end{aligned}$$

[394] Hierzu sind im allgemeinen Fall auch die Bedingungen (3.123) bis (3.126) bezüglich des Faktors $\beta_{j,s,aggr}$ zu erfüllen.

Bei Summation über alle Investoren lässt sich die rechte Seite von Gleichung (3.236) umformen zu

$$(3.237)\ \left[E\left(\widetilde{C}\right)+E\left(\widetilde{V}\right)\right]\cdot\left(1-S_v\right)-\frac{\operatorname{cov}\left(\widetilde{C}+\widetilde{V},\widetilde{r}_W\right)}{\operatorname{var}\left(\widetilde{r}_W\right)}\cdot\left[E\left(\widetilde{r}_W\right)\cdot\left(1-S_v\right)-i\cdot\left(1-S_e\right)\right]$$

mit $S_v=\frac{1}{Y}\cdot\sum_{y=1}^{Y}s_{v,y}$ und $S_e=\frac{1}{Y}\cdot\sum_{y=1}^{Y}s_{e,y}$. Gleichung (3.237) weist zumindest Ähnlichkeit mit dem Tax-CAPM auf, da eine Darstellung mittels durchschnittlicher Steuersätze möglich ist. Die Gewichtungsfaktoren sind allerdings nicht vergleichbar. Nunmehr ist die linke Seite von Gleichung (3.236) zu betrachten. Die Grenzpreise weisen bei investorspezifischen Steuersätzen nicht die Eigenschaft der Wertadditivität auf, d.h. es gilt $V_0^{y,b}\neq V_0/Y$. Daher gilt auch $\sum_{y=1}^{Y}V_0^{y,b}\cdot\left[1+i\cdot\left(1-s_{e,y}\right)\right]\neq V_0\cdot\left[1+i\cdot\left(1-S_e\right)\right]$, so dass keine Analogie zur Bewertungsgleichung des Tax-CAPM festgestellt werden kann. Während beim Risikoverbundansatz individuelle Grenzpreise aggregiert werden, erfolgt beim Tax-CAPM eine Aggregation individueller Gleichgewichtsbedingungen bei gegebenen und für alle Investoren identischen Gleichgewichtspreisen. Dies führt offensichtlich dann nicht zu strukturgleichen Ergebnissen, wenn die im Risikoverbundansatz ermittelten, von den Risikoaversionsparametern unabhängigen Komponenten der Grenzpreise nicht die Eigenschaft der Wertadditivität aufweisen. Es ist daher nicht möglich, im Rahmen des Risikoverbundansatzes die Steuersätze des repräsentativen Investors zu bestimmen.

Das Problem investorspezifischer Tangentialportfolios im Tax-CAPM besteht dann nicht, wenn die Besteuerung für die Portfolioselektion aller Investoren irrelevant ist. Diesbezüglich wird hier die Besteuerung des ökonomischen Gewinns betrachtet; bezüglich der weiteren Irrelevanzbedingungen ist vor der Bestimmung des Werts in der Regel unklar, ob die jeweilige Irrelevanzbedingung für das Bewertungsobjekt erfüllt ist. Bei der Besteuerung des ökonomischen Gewinns ist die Besteuerung im Kalkül des Risikoverbundansatzes bei Vernachlässigung der subjektiven Komponente ebenso wie im Kalkül des Tax-CAPM irrelevant. Daher resultiert jeweils die Bewertungsgleichung des CAPM, so dass in diesem Spezialfall die Bewertungsgleichung des Tax-CAPM auch bei investorspezifischen Steuersätzen aus dem Risikoverbundansatz abgeleitet werden kann.

Folgt die Irrelevanz der Besteuerung dagegen aufgrund $\beta=1$ und sind die Renditeverteilungen von Bewertungsobjekt und Marktportfolio identisch, so impliziert dies, dass die Rückflüsse des Bewertungsobjekts proportional zu den Rückflüssen des Marktportfolios sind. Dies gilt unabhängig von der jeweiligen Steuersatzkombination. Das im Kalkül des Risikoverbundansatzes zu bildende Hedgeportfolio dupliziert demnach bei jedem Investor exakt die Rückflüsse des Bewertungsobjekts. Als Gesamtwert des Bewertungsobjekts folgt in dieser Konstellation der Preis des Hedgeportfolios,[395] d.h. der Preis des Marktportfolios multipliziert

[395] Vgl. Abschnitt 2.2.3.1.1.

mit einem Proportionalitätsfaktor $a_b$. Die Irrelevanz der Besteuerung besteht demnach in diesem Spezialfall auch bei Ableitung der CAPM-basierten Bewertung aus dem Risikoverbundansatz.

Als Ergebnis kann festgehalten werden, dass bei nicht investorspezifischen Steuersätzen eine Übertragung der Herleitung der CAPM-basierten Bewertung im Rahmen des Risikoverbundansatzes auf das Modell mit Steuern problemlos möglich ist, während eine solche Übertragung bei investorspezifischen Steuersätzen aufgrund nicht zu vereinbarender Prämissen – abgesehen von Spezialfällen – regelmäßig scheitert.

### 3.6.3.2 Marktpreisinterpretation

#### 3.6.3.2.1 CAPM

Die Marktpreisinterpretation der CAPM-basierten Bewertungsgleichung basiert auf der Bestimmung arbitragefreier Werte bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts.[396] Die Vollständigkeit des Kapitalmarkts impliziert, dass alle Zahlungen durch die Rückflüsse von am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapieren dupliziert werden können. Für das Bewertungsobjekt existiert demnach ein Duplikationsportfolio mit den Rückflüssen

$$(3.238)\ \tilde{Y} = \tilde{C} + \tilde{V}\ .$$

Die Verbindung zwischen CAPM und arbitragefreier Bewertung wird durch die Prämisse hergestellt, dass sich die Preise der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere gemäß der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM bilden.[397] Dies impliziert, dass das Marktportfolio die Rolle des Preisportfolios der Arbitragetheorie einnimmt. Für den Preis $P_0$ des Duplikationsportfolios gilt demnach

$$(3.239)\ P_0 = \frac{E(\tilde{Y}) - \lambda \cdot \operatorname{cov}(\tilde{Y}, \tilde{r}_m)}{1+i}\ .$$

Der Wert (Grenzpreis) des Bewertungsobjekts muss in dieser Konstellation dem Preis des Duplikationsportfolios entsprechen, d.h. $P_0 = V_0$, da sonst Arbitrage möglich wäre. Einsetzen von $P_0 = V_0$ und von Gleichung (3.238) in Gleichung (3.239) ergibt die Bewertungsgleichung des CAPM in Sicherheitsäquivalentdarstellung.[398]

Eine Argumentation auf Basis des Risikoverbundansatzes ist ebenso möglich.[399] Hierzu ist vorauszusetzen, dass die Investoren in der Situation ohne Bewertungsobjekt das Marktportfolio halten, was dem Ergebnis des CAPM entspricht, und in der Situation mit Bewertungsobjekt ein Hedgeportfolio bilden, welches aufgrund der angenommenen Vollständigkeit des Kapitalmarkts die Rückflüsse des Bewertungsobjekts exakt dupliziert und somit ein Duplikati-

[396] Vgl. zur Marktpreisinterpretation der CAPM-basierten Bewertungsgleichung von Nitzsch (1997), S. 114-116, 125-128.
[397] Vgl. von Nitzsch (1997), S. 115, 125 ff.
[398] Das marktbestimmte Sicherheitsäquivalent in Gleichung (3.239) lässt sich auch mittels Zustandspreisen oder risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten darstellen, welche aus dem CAPM abzuleiten sind; vgl. Nippel (1996), S. 108 ff.; Kruschwitz (2002), S. 270-271.
[399] Vgl. von Nitzsch (1997), S. 115.

onsportfolio darstellt. Der Wert des Bewertungsobjekts muss in dieser Konstellation dem Preis des Duplikationsportfolios entsprechen, d.h. $P_0 = V_0$. Die Verbindung zum CAPM wird wiederum durch die Prämisse hergestellt, dass die Preisbildung der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere, also auch des Duplikationsportfolios, nach dem CAPM erfolgt. Aufgrund der Äquivalenz des Risikoverbundansatzes zur arbitragefreien Bewertung bei vollständigem Kapitalmarkt sind beide Vorgehensweisen identisch.

#### 3.6.3.2.2 Tax-CAPM

Es wird wie im Modell ohne Steuern ein vollständiger Kapitalmarkt unterstellt, so dass die Rückflüsse des Bewertungsobjekts nach Steuern durch ein Duplikationsportfolio aus den am Kapitalmarkt gehandelten risikobehafteten Wertpapieren und der sicheren Anlage dupliziert werden können. Es sind die Fälle mit nicht investorspezifischen Steuersätzen und mit investorspezifischen Steuersätzen zu unterscheiden.

Sind die Steuersätze nicht investorspezifisch, so ergeben sich keine strukturellen Unterschiede zum Modell ohne Steuern. Die für alle Investoren annahmegemäß identischen Nettorückflüsse des Bewertungsobjekts werden durch am Kapitalmarkt gehandelte Wertpapiere dupliziert. Es existiert demnach ein Duplikationsportfolio mit den Nettorückflüssen

$$(3.240)\ \tilde{Y} = \tilde{C} \cdot (1 - s_d) + \tilde{V} \cdot (1 - s_v) + V_0 \cdot s_v .$$

Die Verbindung zum Tax-CAPM wird durch die Prämisse hergestellt, dass sich die Preise der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere, also auch des Duplikationsportfolios, gemäß der Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM bilden. Für den Preis des Duplikationsportfolios gilt demnach

$$(3.241)\ P_0 = \frac{E(\tilde{Y}) - \lambda_s \cdot \operatorname{cov}(\tilde{Y}, \tilde{r}_{s,m})}{1 + i \cdot (1 - s_e)} \quad .$$

Der Wert des Bewertungsobjekts muss dem Preis des Duplikationsportfolios entsprechen, d.h. $P_0 = V_0$, da sonst Arbitrage möglich wäre. Einsetzen von $P_0 = V_0$ und Gleichung (3.240) in Gleichung (3.241) ergibt nach Auflösen nach $V_0$ die Bewertungsgleichung des Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen.

Im Fall investorspezifischer Steuersätze ist im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen auf Basis der Steuersätze des repräsentativen Investors zu argumentieren. Da der Kapitalmarkt annahmegemäß vollständig ist, kann der repräsentative Investor ein Duplikationsportfolio mit der Eigenschaft

$$(3.242)\ \tilde{Y} = \tilde{C} \cdot (1 - S_d) + \tilde{V} \cdot (1 - S_v) + V_0 \cdot S_v$$

bilden. Die weitere Vorgehensweise entspricht dem Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen. Für den repräsentativen Investor ist der durch das Tax-CAPM bestimmte Wert (3.219) des Bewertungsobjekts daher auch der arbitragefreie Wert. Für die anderen Investoren ergeben sich allerdings bei diesem Wert Arbitragemöglichkeiten, da diese mittels Duplikation der Nettorückflüsse des Bewertungsobjekts andere arbitragefreie Werte ermitteln, sofern nicht die Besteuerung für die Portfolioselektion aller Investoren irrelevant ist.

Da das Bewertungsobjekt durch die Rückflüsse der Basiswertpapiere dupliziert werden kann, stellt es ein redundantes Wertpapier dar. Sind entsprechend der Modellannahme bezüglich der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere auch Leerverkäufe des Bewertungsobjekts unbeschränkt möglich, so können unendliche Arbitragegewinne der Investoren resultieren, deren Steuersätze von den Steuersätzen des repräsentativen Investors abweichen. Damit bei Relevanz der Besteuerung für die Portfolioselektion unendliche Arbitragegewinne ausgeschlossen sind, müsste daher im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen angenommen werden, dass abweichend von den Prämissen bezüglich der Basiswertpapiere Leerverkäufe des Bewertungsobjekts nicht unbeschränkt möglich sind. Sind dagegen zum Ausschluss von Arbitragemöglichkeiten Leerverkaufsbeschränkungen erforderlich, weil im Fall eines vollständigen Kapitalmarkts Arbitragemöglichkeiten vom Typ 1 vorliegen oder weil auf dem Kapitalmarkt neben dem Bewertungsobjekt weitere redundante Wertpapiere gehandelt werden, so ist lediglich anzunehmen, dass diese auch für das Bewertungsobjekt gelten; insoweit ergeben sich keine Abweichungen von den allgemeinen Modellprämissen. Im Folgenden sind daher Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen zu betrachten.

Bezüglich der Bewertung auf Basis des Modells mit nichtnegativen Anzahlen besteht das Problem der Zuordnung des Bewertungsobjekts zu einem Steuerklientel. Dieses Problem kann im Zusammenhang mit der arbitragefreien Bewertung konkretisiert werden. Die am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere werden annahmegemäß jeweils nur von einem Steuerklientel gehalten. Ist es nur einem Klientel möglich, das Bewertungsobjekt durch die von diesem Klientel gehaltenen Wertpapiere zu duplizieren, so ist das Bewertungsobjekt diesem Klientel zuzuordnen; es folgt der für dieses Klientel arbitragefreie Wert. Können dagegen mehrere Klientele das Bewertungsobjekt duplizieren, so ermittelt jedes Klientel einen eigenen arbitragefreien Wert des Bewertungsobjekts; der Wert ist dann nicht eindeutig bestimmt. Kann kein Klientel das Bewertungsobjekt mit den jeweils gehaltenen Wertpapieren duplizieren, beispielsweise weil jedes Klientel weniger Wertpapiere hält als zukünftige Umweltzustände eintreten, so kann die arbitragebasierte Bewertung auf Basis des Modells mit nichtnegativen Anzahlen nicht durchgeführt werden.

Da das Modell mit nichtnegativen Anzahlen somit nicht auf alle Bewertungsobjekte sinnvoll anwendbar ist, wird nunmehr als Alternative die Bewertung auf Basis des Modells mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen betrachtet. Hierbei wird vorausgesetzt, dass das Aggregat der Schattenpreise den Wert $LB_{aggr} = 0$ annimmt. Da in diesem Modell ein repräsentativer Investor existiert, für den das Marktportfolio die Rolle des Preisportfolios der Arbitragetheorie einnimmt, kann die Bewertungsgleichung analog zum Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen begründet werden. Der ermittelte Wert ermöglicht dem repräsentativen Investor keine Arbitragemöglichkeiten. Andere Investoren können möglicher Weise bei Handel des Bewertungsobjekts zu diesem Wert in begrenztem Umfang Arbitragegewinne erzielen. Dies ist jedoch unproblematisch, da unbegrenzte Arbitragegewinne aufgrund der Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen ausgeschlossen sind.

### 3.6.4 Mehrperiodige Bewertung auf Basis des Capital Asset Pricing Model

#### 3.6.4.1 CAPM

Die mehrperiodige Bewertung auf Basis des CAPM erfolgt durch rekursive Anwendung des einperiodigen CAPM auf die bedingten Erwartungswerte der Cash-Flows des Bewertungsobjekts.[400] Hierzu ist vorauszusetzen, dass in jeder Periode $t$ die einperiodige Gleichgewichtsbeziehung des CAPM für die bedingten erwarteten Renditen des Bewertungsobjekts gilt, d.h.

$$(3.243)\ \widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{r}_t) = i + \frac{\widetilde{\operatorname{cov}}_{t-1}(\widetilde{r}_t, \widetilde{r}_{m,t})}{\widetilde{\operatorname{var}}_{t-1}(\widetilde{r}_{m,t})} \cdot \left[\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{r}_{m,t}) - i\right] .$$

$\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{r}_t)$, $\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{r}_{m,t})$, $\widetilde{\operatorname{var}}_{t-1}(\widetilde{r}_{m,t})$, $\widetilde{\operatorname{cov}}_{t-1}(\widetilde{r}_t, \widetilde{r}_{m,t})$ bezeichnen hierbei die auf den Informationsstand der Periode $t-1$ bedingten Parameter der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM. Diese Parameter können aus Sicht des Bewertungszeitpunkts grundsätzlich stochastisch sein. Aus Gleichung (3.243) folgt analog zum Einperiodenkalkül die rekursive Bewertungsgleichung

$$(3.244)\ \widetilde{V}_{t-1} = \frac{\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{C}_t) + \widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{V}_t)}{1 + i + \widetilde{\beta}_t \cdot \left[\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{r}_{m,t}) - i\right]}$$

bzw.

$$(3.245)\ \widetilde{V}_{t-1} = \frac{\left[\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{C}_t) - \widetilde{\lambda}_t \cdot \widetilde{\operatorname{cov}}_{t-1}(\widetilde{C}_t, \widetilde{r}_{m,t})\right] + \left[\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{V}_t) - \widetilde{\lambda}_t \cdot \widetilde{\operatorname{cov}}_{t-1}(\widetilde{V}_t, \widetilde{r}_{m,t})\right]}{1+i},$$

welche den auf den Informationsstand der Periode $t-1$ bedingten (in der Regel stochastischen) Wert des Bewertungsobjekts determiniert. Ausgehend vom Ende der Lebensdauer $T$ des Bewertungsobjekts kann das Bewertungsproblem mittels der Gleichungen (3.244) und (3.245) gelöst werden.[401]

Problematisch an der vorstehend dargestellten rekursiven Vorgehensweise ist die Prämisse der Gültigkeit der Renditebeziehung (3.243) für die bedingten erwarteten Renditen. Dieses Problem resultiert unmittelbar aus den Optimierungskalkülen der Investoren. Das einperiodige CAPM geht von einem einperiodigen Planungshorizont der Investoren und vollständiger Investition der Anfangsausstattungen in ein Wertpapierportfolio aus. In Periode $t=1$ werden die gesamten Rückflüsse des Wertpapierportfolios konsumiert. Diese Rückflüsse stellen das Endvermögen des Investors dar. Das Optimierungsproblem der Investoren reduziert sich daher auf die Maximierung des aus dem Endvermögen der Periode $t=1$ resultierenden Nutzens.

---

[400] Vgl. Bogue/Roll (1974), S. 606 ff. Die bei Bogue/Roll (1974) in das Modell integrierte Zinsunsicherheit wird hier vernachlässigt. Ein Überblick über die unterschiedlichen Varianten der mehrperiodigen Bewertung auf Basis des CAPM findet sich bei Röder/Müller (2001).

[401] Vgl. zur Vorgehensweise Bogue/Roll (1974), S. 608.

In einem mehrperiodigen Modellrahmen ergeben sich die Nachfragen der Investoren nach den risikobehafteten Wertpapieren und der sicheren Anlage dagegen aus der intertemporalen Optimierung des Konsumnutzens[402]

$$(3.246)\ \max_{\widetilde{n}^*_{j,t}} EU\left(c_0, \widetilde{c}_1, \widetilde{c}_2, \cdots \widetilde{c}_t, \cdots \widetilde{c}_{T^*-1}, \widetilde{c}_{T^*}\right)$$

über die Anzahlen $\widetilde{n}^*_{j,t}$ der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere, wobei die Konsumzahlung einer Periode gegeben ist durch

$$\widetilde{c}_t = \widetilde{n}^*_{0,t-1} \cdot (1+i) + \sum_{j=1}^{J} \widetilde{n}^*_{j,t-1} \cdot \left(\widetilde{C}_{j,t} + \widetilde{P}_{j,t}\right)$$

$$(3.247)\qquad - \left(\widetilde{n}^*_{0,t} - \widetilde{n}^*_{0,t-1}\right) - \sum_{j=1}^{J} \left(\widetilde{n}^*_{j,t} - \widetilde{n}^*_{j,t-1}\right) \cdot \widetilde{P}_{j,t}$$

$$= \widetilde{w}^*_t - \left(\widetilde{n}^*_{0,t} - \widetilde{n}^*_{0,t-1}\right) - \sum_{j=1}^{J} \left(\widetilde{n}^*_{j,t} - \widetilde{n}^*_{j,t-1}\right) \cdot \widetilde{P}_{j,t} \quad .$$

Das Vermögen in Periode $t$ ist hierbei gegeben durch $\widetilde{w}^*_t$. Es ist nun möglich, das Optimierungsproblem (3.246) mit der Nebenbedingung (3.247) mittels dynamischer Programmierung in ein Zwei-Zeitpunkte-Optimierungsproblem zu überführen.[403] Dieses Problem enthält als Komponenten den Konsum in $t-1$ und das Vermögen $\widetilde{w}^*_t$ in $t$. Die Optimierung erfolgt durch Maximierung des aus der abgeleiteten Nutzenfunktion[404]

$$(3.248)\ \widetilde{U}_t\left(\widetilde{c}_{t-1}, \widetilde{w}^*_t\right)$$

resultierenden Nutzens. Die abgeleitete Nutzenfunktion (3.248) ist in der Regel zustandsabhängig. Sie wird demnach durch die in den vor $t-1$ befindlichen Perioden eingetretene Entwicklung der Umwelt determiniert. Für die Zustandsabhängigkeit der Nutzenfunktion (3.248) lassen sich drei Ursachen identifizieren:[405]

- Die Präferenzen der Investoren sind zustandsabhängig.
- Die relativen Preise der Konsumgüter sind stochastisch.
- Die durch die bedingten einperiodigen Renditen determinierten Investitionsmöglichkeiten sind zustandsabhängig.

Damit die einperiodige Gleichgewichtsbeziehung des CAPM entsprechend Gleichung (3.243) im Mehrperiodenkontext für die bedingten erwarteten Renditen Gültigkeit besitzt, ist vorauszusetzen, dass die abgeleitete Nutzenfunktion (3.248) zustandsunabhängig ist. Zustandsab-

[402] Vgl. Fama (1970), S. 165; Wilhelm (1983a), S. 24. Eine ausführliche Analyse des intertemporalen Optimierungsproblems (3.246), welches mittels stochastischer dynamischer Optimierung zu lösen ist, findet sich bei Wilhelm (1983a), S. 30 ff.
[403] Vgl. Fama (1970), S. 165 (grundlegend); Wilhelm (1983a), S. 27 ff.
[404] Vgl. Fama (1970), S. 165; Constantinides (1980), S. 77; Wilhelm (1983a), S. 28.
[405] Vgl. Constantinides (1980), S. 73.

hängige abgeleitete Nutzenfunktionen implizieren einen Preisbildungsprozess, welcher von dem Preisbildungsprozess des CAPM abweicht. Insbesondere enthält das effiziente Portfolio einer Periode neben dem Marktportfolio diverse Hedgeportfolios, welche der Absicherung stochastischer Änderungen der Marktparameter dienen.[406]

Die Ursachen zustandsabhängiger Nutzenfunktionen sind daher im Modell zu eliminieren. Zustandsabhängige Präferenzen können durch Annahme ausgeschlossen werden.[407] Stochastische relative Preise der Konsumgüter sind unproblematisch, wenn ausschließlich ein einzelnes Konsumgut betrachtet wird. Hiervon wird im Folgenden ausgegangen, so dass zustandsabhängige abgeleitete Nutzenfunktionen ausschließlich aus der Zustandsabhängigkeit der Investitionsmöglichkeiten resultieren können. Es verbleibt das Problem der zustandsabhängigen Investitionsmöglichkeiten, welches im Folgenden genauer zu betrachten ist.

Um zustandsabhängige Nutzenfunktionen auszuschließen, können zum einen Bedingungen abgeleitet werden, unter denen trotz des Vorliegens zustandsabhängiger Investitionsmöglichkeiten die Nutzenfunktionen zustandsunabhängig sind; dieser Ansatz geht auf Constantinides (1980) zurück. Zum anderen können zustandsabhängige Investitionsmöglichkeiten per Annahme ausgeschlossen werden; dieser Ansatz geht auf Fama (1977) zurück.

Für das Vorliegen zustandsunabhängiger Nutzenfunktionen bei Existenz zustandsabhängiger Investitionsmöglichkeiten lassen sich die folgenden Voraussetzungen identifizieren:[408]

- Der Kapitalmarkt ist vollkommen: Es existieren keine Transaktionskosten und Steuern; die Wertpapiere sind beliebig teilbar; die Konsumenten sind Preisnehmer; die Wertpapierpreise stellen Gleichgewichtspreise dar; im Fall der Existenz der risikolosen Anlage entsprechen die Sollzinsen den Habenzinsen; es existieren keine Leerverkaufsbeschränkungen.
- Es liegen homogene Erwartungen der Konsumenten vor. Investorspezifische Erwartungen sind zulässig, sofern sich die Preise so bilden, als ob die Erwartungen homogen wären.
- Die Präferenzen der Investoren sind zustandsunabhängig.
- Es existiert nur ein Konsumgut.
- Der Output der Unternehmen ergibt sich jeweils aus dem Input der Vorperiode sowie einer stochastischen Störgröße, welche zustandsunabhängig ist. Die Unternehmen stehen im Wettbewerb und maximieren ihren Gewinn.
- Die Verteilung der Renditen der risikobehafteten Wertpapiere entspricht einer separierenden Verteilung.

Unter diesen Bedingungen gilt Gleichung (3.243) in jeder Periode und das Bewertungsproblem kann mittels der Gleichungen (3.244) und (3.245) rekursiv gelöst werden. Das resultie-

---
[406] Vgl. Merton (1973), S. 881; Long (1974), S. 144; Wilhelm (1983a), S. 37.
[407] Vgl. Constantinides (1980), S. 76.
[408] Vgl. Constantinides (1980), S. 75 ff.; Röder/Müller (2001), S. 227.

rende rekursive Bewertungsverfahren, welches die Ermittlung bedingter Erwartungswerte für jeden zukünftigen Zeitpunkt und Zustand erfordert, wird jedoch als wenig praktikabel angesehen.[409]

Nunmehr ist das Modell von Fama (1977) zu betrachten, bei dem zustandsabhängige Investitionsmöglichkeiten ausgeschlossen sind. Zustandsunabhängige Investitionsmöglichkeiten liegen vor, wenn der Marktpreis des Risikos einer jeden Periode $\tau$ aus Sicht des Zeitpunkts $t = 0$ deterministisch ist.[410] Dies ist unter den folgenden Bedingungen erfüllt:

- Der einperiodige sichere Zins einer Periode $t$ ist zustandsunabhängig und somit aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch. Zinsunsicherheit wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ohnehin ausgeschlossen.
- Die Verteilung der Rendite des Marktportfolios ist in jeder Periode $t$ zustandsunabhängig. Dies impliziert Zustandsunabhängigkeit von Erwartungswert und Varianz der Rendite des Marktportfolios.

Weiterhin sind Prämissen bezüglich des Bewertungsobjekts erforderlich. Für die Erwartungswerte der Cash-Flows wird ein multiplikatives Martingalmodell der Form[411]

$$(3.249)\ \tilde{E}_\tau\left(\tilde{C}_t\right) = \tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right) \cdot \left(1 + \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right)$$

mit $E\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right) = 0$ und $\tau \leq t$ angenommen. Hierbei beschreiben die Anpassungsvariablen $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ die Entwicklung des Informationsstands bezüglich des in der zukünftigen Periode $t$ realisierten Cash-Flows im Zeitablauf. Bezüglich der Anpassungsvariablen $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ ist weiterhin anzunehmen, dass der Kovarianzterm $\operatorname{cov}\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}, \tilde{r}_{m,\tau}\right)$ für jede Periode $\tau$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch ist.[412] Dies ist gegeben, wenn in jeder Periode $\tau$ die gemeinsame Verteilung der Anpassungsvariablen $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ und der Rendite des Marktportfolios zustandsunabhängig ist. Ausgehend von diesen Prämissen kann das Bewertungsproblem mittels der Gleichungen (3.244) und (3.245) rekursiv gelöst werden. Da die resultierende Bewertungsgleichung einen Spezialfall der im folgenden Abschnitt 4 zu erläuternden rekursiven Bewertungsgleichungen für Cash-Flow-Modelle darstellt, wird bezüglich der formalen Darstellung auf Abschnitt 4 verwiesen.

#### 3.6.4.2 Tax-CAPM

Nunmehr ist die mehrperiodige Bewertung auf Basis des Tax-CAPM zu betrachten. Das in das Modell zu integrierende Steuersystem sei gegeben durch das Referenzsteuersystem mit periodischer Besteuerung von Wertänderungen, sofortigem Verlustausgleich sowie im Zeitablauf konstanten Steuersätzen. Da eine formale Übertragung des Modells von Constantinides

[409] Vgl. Constantinides (1980), S. 72-73.
[410] Vgl. Fama (1977), S. 8-9.
[411] Vgl. Fama (1977), S. 10. Ein ähnliches multiplikatives Modell wird von Myers/Turnbull (1977) betrachtet. Allerdings kommen im Rahmen der mehrperiodigen CAPM-basierten Bewertung auch additive Modelle und Kombinationen aus additiven und multiplikativen Modellen zum Einsatz; vgl. hierzu Sick (1986), Haley (1993).
[412] Vgl. Fama (1977), S. 11.

(1980) auf das Modell mit Steuern den Rahmen des vorliegenden Beitrags sprengen würde, wird im Folgenden ausschließlich das Modell von Fama (1977) betrachtet. Es sind daher Bedingungen zu analysieren, unter denen die Anforderungen des Modells von Fama (1977) an die Renditen und Kovarianzen, welche im Ergebnis zu zustandsunabhängigen Investitionsmöglichkeiten und somit zur Anwendbarkeit der Renditebeziehung des CAPM auf das mehrperiodige Bewertungsproblem führen, im Modell mit Steuern erfüllt sind.[413] Zustandsunabhängige Präferenzen und nicht stochastische Relativpreise der Konsumgüter werden hierzu im Folgenden vorausgesetzt.

Zunächst ist das Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen zu betrachten. Dieses Modell ist strukturell identisch zum Modell ohne Steuern, so dass die Ergebnisse des Modells ohne Steuern auf das Modell mit Steuern unmittelbar übertragen werden können. Im Modell ohne Steuern ist für jede Periode ein aus Sicht von $t = 0$ deterministischer Marktpreis des Risikos vorauszusetzen, was bei Vorliegen einer zustandsunabhängigen Verteilung der Rendite des Marktportfolios gegeben ist; die Aufteilung der Rendite des Marktportfolios auf Kursrendite und Dividendenrendite ist hierbei nicht relevant. Entscheidend ist die Zustandsunabhängigkeit der Summe der Renditebestandteile. Im Modell mit Steuern ist nunmehr vorauszusetzen, dass der auf Basis von Nettogrößen bestimmte Marktpreis des Risikos aus Sicht von $t = 0$ deterministisch ist. Hierzu ist neben dem Ausschluss von Zinsunsicherheit erforderlich, dass die Verteilung der Nettorendite des Marktportfolios

(3.250) $\tilde{r}_{m,s,t} = \tilde{r}_{m,t}^{K} \cdot (1 - s_v) + \tilde{r}_{m,t}^{D} \cdot (1 - s_d)$

zustandsunabhängig ist. Da die Renditebestandteile unterschiedlich besteuert werden, ist daher vorauszusetzen, dass sowohl die Verteilung der Kursrendite als auch die Verteilung der Dividendenrendite zustandsunabhängig ist. Unter diesen Bedingungen sind aus Sicht von $t = 0$ sowohl die Erwartungswerte und Varianzen der Renditebestandteile als auch die Kovarianz zwischen den Renditebestandteilen deterministisch und es resultiert im Ergebnis ein deterministischer Marktpreis des Risikos.[414]

Weiterhin ist anzunehmen, dass die Erwartungswerte der Cash-Flows vor Steuern des Bewertungsobjekts durch ein multiplikatives Martingalmodell entsprechend Gleichung (3.249) gegeben sind, und dass der Kovarianzterm $\text{cov}(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}, \tilde{r}_{m,s,\tau})$ für jede Periode $\tau$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch ist. Dies ist gegeben, wenn in jeder Periode $\tau$ die gemeinsame Verteilung der Anpassungsvariablen $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ und der Nettorendite des Marktportfolios zustandsunabhängig ist.[415] Sind die vorstehend beschriebenen Voraussetzungen erfüllt, so kann die Bewertung durch rekursive Anwendung des einperiodigen CAPM auf das mehrperi-

413 Vgl. hierzu Wiese (2006a); Wiese (2006b); Wiese (2007); Rapp/Schwetzler (2007); Schwetzler/Piehler (2004); Mai (2006a).
414 Vgl. Mai (2006a), S. 1237.
415 Vgl. Mai (2006a), S. 1237.

odige Bewertungsproblem erfolgen.[416] Bezüglich der formalen Darstellung wird auf Abschnitt 4 verwiesen, welcher die Bewertungsgleichung als Spezialfall enthält.

Nunmehr ist das Modell mit investorspezifischen Steuersätzen zu betrachten. Zur Anwendung dieser Variante des Tax-CAPM auf mehrperiodige Bewertungsprobleme wurde eine Vorgehensweise vorgeschlagen, welche formal der Vorgehensweise im Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen entspricht, wobei jedoch zur Ermittlung der Nettogrößen die marktdurchschnittlichen Steuersätze (die Steuersätze des repräsentativen Investors) zu verwenden sind.[417] Diese Vorgehensweise setzt voraus, dass alle Investoren unabhängig von ihrer Steuersatzkombination zustandsunabhängige abgeleitete Nutzenfunktionen aufweisen, so dass der einperiodige Preisbildungsmechanismus des Tax-CAPM auch im Mehrperiodenfall gilt. Weiterhin ist anzunehmen, dass die Risikotoleranzen der Investoren $u_y = -0{,}5 \cdot U'_y / U''_y$ weder stochastisch[418] noch zeitabhängig sind. Unter diesen Bedingungen sind die marktdurchschnittlichen Steuersätze aus Sicht von $t = 0$ deterministisch und im Zeitablauf konstant.[419] Es existiert demnach ein repräsentativer Investor mit im Zeitablauf konstanten Steuersätzen, welche in die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM und somit die mehrperiodige Bewertungsgleichung eingehen.[420] Die Bewertungsgleichung entspricht dann formal der Bewertungsgleichung mit nicht investorspezifischen Steuersätzen.

### 3.6.4.3 Die Abbildung einer an die Realisation anknüpfenden Besteuerung von Wertänderungen

Abschließend stellt sich die Frage, inwieweit es möglich ist, im Rahmen der mehrperiodigen CAPM-basierten Bewertung eine an die Realisierung anknüpfende Besteuerung abzubilden. Denkbar wäre hier das Steueroptions-CAPM von Constantinides (1983), in dem das CAPM-Gleichgewicht unter Berücksichtigung einer an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung in einem zeitstetigen Modellrahmen abgeleitet wird. Die Integration der Besteuerung von Wertänderungen in das Modell erfolgt mittels Methoden der Optionspreistheorie.[421] Aufgrund seiner Komplexität erscheint das Modell allerdings als für die Bewertung ungeeignet. Alternativ wäre zu analysieren, ob eine zum Individualkalkül analoge Vereinfachung durch Annahme eines effektiven Wertänderungssteuersatzes $s_w$ denkbar ist,[422] welcher die Möglichkeit des Aufschubs einer an die Realisierung anknüpfenden Wertänderungssteuer pauschal abbildet. Dieser Steuersatz müsste im Rahmen der CAPM-basierten Bewertung auch auf das Bewertungsobjekt angewendet werden.

[416] Vgl. Mai (2006a), S. 1246 ff.
[417] Vgl. Wiese (2006a), S. 118 ff.
[418] Nicht stochastische Risikotoleranzen folgen bereits aus der Voraussetzung zustandsunabhängiger Präferenzen. Der Ausschluss zustandsunabhängiger, jedoch zeitabhängiger Präferenzen ist dagegen im Modell von Fama (1977) nicht erforderlich.
[419] Vgl. Wiese (2006a), S. 122-123.
[420] Bezüglich des $\beta$-Faktors ist für $s_v \neq s_d$ anzunehmen, dass die Vereinfachungen der Gleichungen (3.123) bis (3.126) gelten.
[421] Vgl. Constantinides (1983), S. 632-633.
[422] Vgl. zum Individualkalkül Abschnitt 2.3.2.2.2.3.

Voraussetzung für die Annahme eines konstanten effektiven Wertänderungssteuersatzes $s_w$ ist zunächst, dass sowohl die am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere als auch das Bewertungsobjekt eine unendliche Lebensdauer aufweisen und dass der Planungshorizont der Investoren unendlich ist. Weiterhin ist vorauszusetzen, dass die Investoren in jeder Periode einen Anteil $a_w$ des Bestands jedes der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiers sowie der Beteiligung an dem Bewertungsobjekt veräußern und dass sie die aus der Wertänderung einer Periode resultierenden zukünftigen Steuerzahlungen oder Steuerersparnisse durch Duplikation mit der sicheren Anlage in eine Zahlung im Zeitpunkt des Eintretens der Wertänderung transformieren. Abgesehen von der Tatsache, dass durch die Prämisse der periodischen anteiligen Realisierung das optimale Realisierungsverhalten der Investoren sowie ggf. Realisierungen von Wertänderungen aufgrund von Portfolioumschichtungen nicht exakt abgebildet werden können, ist die Annahme eines effektiven Wertänderungssteuersatzes grundsätzlich mit dem mehrperiodigen Tax-CAPM vereinbar, da die an die Wertänderung einer Periode anknüpfenden Steuerzahlungen in eine Zahlung transformiert werden, welche ausschließlich im Zeitpunkt des Eintretens der Wertänderung anfällt.

Im Fall nicht investorspezifischer Steuersätze resultiert der effektive Wertänderungssteuersatz $s_w = s_v \cdot a_w \cdot (1 + i_{se})/(i_{se} + a_w)$. Bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze ist zu beachten, dass auch der Zinssatz nach Steuern investorspezifisch ist, so dass ein marktdurchschnittlicher effektiver Wertänderungssteuersatz von

$$(3.251)\ S_w = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{v,y} \cdot \frac{a_w \cdot (1 + i_{se,y})}{(i_{se,y} + a_w)} = \sum_{y=1}^{Y} g_y \cdot s_{w,y}$$

resultiert. Dieser Steuersatz ist als Wertänderungssteuersatz eines repräsentativen Investors zu interpretieren. Fraglich ist allerdings, ob ein repräsentativer Investor $y^R$ existiert, für den simultan die Bedingungen $s_{e,y^R} = S_e$, $s_{d,y^R} = S_d$ und $s_{w,y^R} = S_w$ erfüllt sind.

## 3.7 Thesenförmige Zusammenfassung von Kapitel 3

■ Existieren keine Steuern oder liegt das Referenzsteuersystem mit nicht investorspezifischen Steuersätzen vor, so entspricht bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts der Marktwert der Unternehmung der Summe der Grenzpreise der einzelnen Beteiligten. Der Individualansatz und der Marktansatz fallen daher zusammen. Im Fall nicht investorspezifischer Steuersätze, unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen oder einer an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung von Wertänderungen liegt dieser Zusammenhang dagegen nicht vor.

■ Bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze kann die Bestimmung von Marktpreisen auf Basis von Arbitrageüberlegungen unter Verwendung der Steuersätze eines repräsentativen Investors oder durch Verwendung der Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM erfolgen.

■ Das CAPM ist ein auf der Theorie der Portfolioselektion basierendes Modell, welches die Bildung der Preise risikobehafteter Wertpapiere auf einem Kapitalmarkt im Gleichgewicht bei vollständiger Diversifizierung der Portfolios der einzelnen Investoren erklärt. Das CAPM geht von homogenen Erwartungen der Investoren aus. Die Herleitung der Gleichgewichtsbeziehung des CAPM kann durch Aggregation individueller Gleichgewichte der Marktteilnehmer oder anhand portfoliotheoretischer Überlegungen erfolgen. Die letztere Vorgehensweise nutzt die Erkenntnis aus, dass bei homogenen Erwartungen die Tangentialportfolios aller Marktakteure eine identische Zusammensetzung aufweisen, welche daher im Gleichgewicht der Zusammensetzung des Marktportfolios entsprechen muss. Das Tangentialportfolio ist das Portfolio, welches in Kombination mit der sicheren Anlage die Erwartungswert-Varianz-effizienten Portfolios generiert. Die Gleichgewichtsbeziehung des CAPM ist präferenzfrei. Sie stellt einen Zusammenhang zwischen der Rendite eines risikobehafteten Wertpapiers, der Rendite des Marktportfolios sowie dem sicheren Zinssatz her.

■ Wird die Annahme homogener Erwartungen aufgegeben, so weisen die Tangentialportfolios der Investoren eine unterschiedliche Zusammensetzung auf. Die Gleichgewichtsbeziehung enthält die Präferenzen der Investoren.

■ Das Tax-CAPM integriert die Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber in die Gleichgewichtsbeziehung des CAPM. Soweit die Steuersätze nicht nach Investoren differenziert sind, entspricht das Tax-CAPM strukturell dem CAPM. Es resultiert eine präferenzfreie Gleichgewichtsbeziehung. Sind die Steuersätze dagegen nach Investoren differenziert, so sind die Erwartungen der Investoren bezüglich der Zuflüsse nach Steuern investorspezifisch, so dass die Struktur des CAPM mit investorspezifischen Erwartungen vorliegt. Bei Herleitung des Tax-CAPM durch Aggregation individueller Gleichgewichte der Investoren zeigt sich, dass die Steuersätze der Investoren, gewichtet mit den individuellen Risikoteleranzen, in die Gleichgewichtsbeziehung eingehen. Resultat ist eine Gleichgewichtsbeziehung, welche strukturell der Gleichgewichtsbeziehung des Modells mit nicht investorspezifischen Steuersätzen entspricht, wobei jedoch die Steuersätze durch marktdurchschnittliche Steuerfaktoren zu ersetzen sind. Im allgemeinen Fall mit stochastischen Ausschüttungen und nach Ausschüttungen und Wertänderungen differenzierten Steuersätzen gilt der genannte Zusammenhang nur näherungsweise.

■ Eine zum CAPM analoge Herleitung des Tax-CAPM auf Basis portfoliotheoretischer Überlegungen ist bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze im Allgemeinen nicht möglich, da die Tangentialportfolios investorspezifisch sind. Die Herleitung auf Basis portfoliotheoretischer Überlegungen gelingt bei investorspezifischen Steuersätzen nur dann, wenn die Besteuerung bei keinem Investor die Portfolioselektion beeinflusst. Ist dies gegeben, so resultiert die Gleichgewichtsbeziehung des CAPM. Die Irrelevanz der Besteuerung ist gegeben, wenn die Rangfolge sowohl der Erwartungswerte als auch der Varianzen bei Ermittlung auf Basis von Nettogrößen und bei Ermittlung auf Basis von Bruttogrößen identisch ist. Dies setzt entweder die Besteuerung des ökonomischen Gewinns oder das Vorliegen einer spezifischen linearen Beziehung zwischen der Dividendenrendite bzw. der Kursrendite und der Gesamtrendite der Wertpapiere voraus, welche für alle Wertpapiere identisch sein muss. Damit die

Irrelevanz für alle Investoren gilt, darf die lineare Beziehung nicht von den Steuersätzen einzelner Investoren beeinflusst sein.

■ Im Gleichgewicht des CAPM und des Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen entspricht die Zusammensetzung der Tangentialportfolios der Zusammensetzung des Marktportfolios. Leerverkäufe sind daher ausgeschlossen. Im Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen dagegen sind die Tangentialportfolios investorspezifisch, so dass möglicher Weise einige Investoren im Gleichgewicht Leerverkäufe tätigen. Sollen Leerverkäufe ausgeschlossen werden, so sind Nichtnegativitätsbedingungen bezüglich der Anzahlen der risikobehafteten Wertpapiere in das Modell zu integrieren. Eine Gleichgewichtsbeziehung lässt sich dann nur für spezielle Parameterkonstellationen angeben. Diese Gleichgewichtsbeziehung unterscheidet sich formal relativ stark von der Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen.

■ Eine weitere Möglichkeit der Integration von Leerverkaufsbeschränkungen in das Modell besteht in der Annahme, dass der insgesamt in risikobehaftete Wertpapiere investierte Betrag nicht negativ werden darf. Diese Beschränkung ist mit der Annahme einer Beschränkung des zulässigen Umfangs der Kreditaufnahme zu kombinieren. Für einen einzelnen Investor kann jeweils nur eine dieser Beschränkungen bindend sein. Unter diesen Annahmen resultiert eine Gleichgewichtsbeziehung, welche strukturell der Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen entspricht. Es ist lediglich ein zusätzlicher Faktor zu berücksichtigen, welcher das Aggregat der Schattenpreise der Investoren bezüglich der Leerverkäufe und der Kreditaufnahmen abbildet. Dieser Faktor kann den Wert null annehmen, wenn sich die Schattenpreise bezüglich der Leerverkäufe und die Schattenpreise bezüglich der Kreditaufnahmen im Aggregat neutralisieren; in diesem Fall resultiert die Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen.

■ Die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen ist als Zusammenhang zwischen der Nettorendite eines einzelnen risikobehafteten Wertpapiers, der Nettorendite des Marktportfolios sowie dem sicheren Zinssatz nach Steuern zu interpretieren. Eine Umformung in eine Bruttorendite ist möglich. Die Renditezusammenhänge des Tax-CAPM ergeben sich aus Gleichgewichtspreisen, welche sich in einer Welt mit Steuern gebildet haben. Das Tax-CAPM liefert dagegen keine Anhaltspunkte dafür, wie sich die Preise in einer Welt mit Steuern gegenüber den Preisen in einer Welt ohne Steuern ändern oder wie die Preise auf eine Änderung der steuerlichen Rahmenbedingungen reagieren.

■ Im Modell mit investorspezifischen Steuersätzen ohne Leerverkaufsbeschränkungen können die Steuerfaktoren als Steuersätze eines repräsentativen Investors interpretiert werden. Das Tax-CAPM stellt demnach einen Zusammenhang zwischen den auf Basis der Steuersätze des repräsentativen Investors ermittelten Nettorenditen des Wertpapiers, des Marktportfolios sowie der sicheren Anlage dar. Im Modell mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen ergibt sich diese Interpretation analog. Werden dagegen nichtnegative Anzahlen der einzelnen Wertpapiere gefordert, so ist es nicht möglich, in der Gleichgewichtsbeziehung Steuersätze eines repräsentativen Investors zu identifizieren.

■ Die Besteuerung ist im Tax-CAPM irrelevant, wenn die Besteuerung keinen Einfluss auf die Portfolioselektion aller Investoren nimmt. Dies gilt auch für die Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen, soweit keine Kreditaufnahmebeschränkungen bindend werden. Im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen ist die Besteuerung darüber hinaus irrelevant, wenn sie die Portfolioselektion des repräsentativen Investors nicht beeinflusst. Ist die Besteuerung irrelevant, so resultiert für alle risikobehafteten Wertpapiere der Renditezusammenhang des CAPM ohne Steuern.

■ Darüber hinaus ist die Besteuerung irrelevant für einzelne Renditezusammenhänge, wenn die Bruttorendite eines Wertpapiers durch die Bruttorendite des Marktportfolios dupliziert werden kann. Für Wertpapiere, deren Bruttorendite nicht durch die Bruttorendite des Marktportfolios dupliziert werden kann, lässt sich dagegen im Allgemeinen die Besteuerung nicht aus dem Renditezusammenhang eliminieren.

■ Bei Vorliegen eines arbitragefreien vollständigen Kapitalmarkts ergibt sich der Preis eines Wertpapiers als Erwartungswert des Produkts aus dem Rückfluss des Bewertungsobjekts und einem stochastischen Diskontierungsfaktor, welcher als Rückfluss eines so genannten Preisportfolios interpretiert werden kann. Es lässt sich zeigen, dass das Preisportfolio die Eigenschaft der Erwartungswert-Varianz-Effizienz aufweist. Bei Vorliegen eines CAPM-Gleichgewichts kann die Rendite des Preisportfolios daher als Rendite des Marktportfolios interpretiert werden. Das CAPM determiniert demnach bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts den stochastischen Diskontierungsfaktor und somit die im Rahmen der arbitragebasierten Bewertung verwendeten risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten.

■ Sind die Steuersätze bei Vorliegen des Referenzsteuersystems nicht nach Investoren differenziert, so liegen keine strukturellen Unterschiede zwischen dem Modell ohne Steuern und dem Modell mit Steuern vor. Das Tax-CAPM determiniert daher entsprechend dem Modell ohne Steuern den stochastischen Diskontierungsfaktor.

■ Sind die Steuersätze investorspezifisch, so können steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten für einzelne Investoren vorliegen. Arbitragegelegenheiten vom Typ 1 können sich unabhängig von der Vollständigkeit des Kapitalmarkts ergeben. Arbitragegelegenheiten vom Typ 2 entstehen, wenn der Kapitalmarkt übervollständig ist. Liegen steuerlich bedingte Arbitragegelegenheiten vor, so ist die Integration von Leerverkaufsbeschränkungen oder Kreditaufnahmebeschränkungen in das Modell erforderlich, da das Modell sonst unbegrenzte Arbitragegewinne implizieren würde. Die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen kann wie eine Kreditaufnahmebeschränkung wirken. Steuerlich bedingte Arbitragegelegenheiten sind ausgeschlossen, wenn entweder der ökonomische Gewinn besteuert wird oder die lineare Beziehung zwischen der Dividendenrendite bzw. der Kursrendite und der Gesamtrendite besteht, welche zur Irrelevanz der Besteuerung für die Portfolioselektion führt.

■ Im Modell mit investorspezifischen Steuersätzen, übervollständigem Kapitalmarkt und Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen lassen sich drei Konstellationen unterscheiden: In der ersten Konstellation ist für jeden Investor mindestens ein Wertpapier überbewertet, so dass kein Investor alle Wertpapiere in seinem individuellen Portfolio hält. Es liegen dann Klienteleffekte in Mengen und in Preisen vor. In der zweiten Konstellation existiert ein Investor, für den kein überbewertetes Wertpapier existiert. Dieser hält alle Wertpapiere in seinem Portfolio. Er stellt den preisbestimmenden oder repräsentativen Investor dar. Die übrigen Investoren halten nicht alle Wertpapiere. Es liegen somit Klienteleffekte in Mengen vor. In der dritten Konstellation existieren keine steuerlich bedingten Arbitragegelegenheiten, so dass auch keine Klienteleffekte auftreten können.

■ Im Gleichgewicht des Tax-CAPM können, insbesondere bei Vorliegen von redundanten Wertpapieren, steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten existieren. Können diese unbegrenzt ausgenutzt werden, so entsteht ein Widerspruch zur Annahme eines Gleichgewichts, so dass in dieser Konstellation ein Modell mit Leerverkaufsbeschränkungen zu verwenden ist. Das Modell mit nichtnegativen Anzahlen ist vergleichbar mit der Konstellation des Vorliegens von Klienteleffekten in Mengen und in Preisen. Ein repräsentativer Investor existiert nicht. Im Modell mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen impliziert die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM (im allgemeinen Fall zumindest näherungsweise), dass das Marktportfolio für den repräsentativen Investor Erwartungswert-Varianz-effizient ist, sofern das Aggregat der Schattenpreise den Wert null annimmt. In diesem Fall kann das Marktportfolio als Preisportfolio interpretiert werden. Der repräsentative Investor des Tax-CAPM entspricht dem repräsentativen Investor des Arbitragemodells und es liegen Klienteleffekte in Mengen vor. Die Voraussetzungen, unter denen die Besteuerung irrelevant für die Portfolioselektion aller Investoren ist, schließt auch steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten aus; in dieser Konstellation kann das Marktportfolio ebenfalls als Preisportfolio interpretiert werden, wobei allerdings Bruttogrößen zu verwenden sind.

■ Die Bewertung auf Basis des CAPM bzw. des Tax-CAPM erfolgt durch Einsetzen des durch das CAPM bzw. das Tax-CAPM implizierten Renditezusammenhangs in die Definitionsgleichung für die Rendite des Bewertungsobjekts. Beim Modell mit nichtnegativen Anzahlen ist diese Vorgehensweise allerdings nicht für alle Wertpapiere einsetzbar.

■ Die CAPM-basierte Bewertung weist logische Probleme auf. Bei Vorliegen eines Gleichgewichts erfolgen zum einen keine Transaktionen und zum anderen sind alle Gleichgewichtspreise bereits bekannt. Es besteht somit bei Gültigkeit der Prämissen des CAPM kein Anlass zur Durchführung einer Bewertung. Tritt dagegen ein bislang nicht gehandeltes Bewertungsobjekt zum bislang gleichgewichtigen Kapitalmarkt hinzu, so stellt sich ein neues Gleichgewicht ein. Dies impliziert eine Änderung der Rendite des Marktportfolios, so dass eine Bewertung unter Verwendung der bislang gültigen Rendite des Marktportfolios nicht zum korrekten Ergebnis führt. Die Anwendung des CAPM zur Bewertung setzt daher voraus, dass die Reaktion der Rendite des Marktportfolios auf das Hinzutreten des bislang nicht gehandelten Bewertungsobjekts zum Kapitalmarkt vernachlässigbar gering ist.

■ Die Bewertung auf Basis des CAPM kann mittels individueller Bewertungskalküle abgeleitet werden, wobei zwischen der Portfoliointerpretation und der Marktpreisinterpretation zu unterscheiden ist. Ausgangspunkt der Portfoliointerpretation ist die Bewertung eines Anteils des Bewertungsobjekts im Rahmen des Risikoverbundansatzes, wobei der Kapitalmarkt ausschließlich aus der sicheren Anlage und dem Marktportfolio besteht. Für eine große Anzahl von Beteiligten lässt sich dann zeigen, dass die Summe der Grenzpreise näherungsweise dem nach dem CAPM ermittelten Wert entspricht. Ausgangspunkt der Marktpreisinterpretation ist die Annahme eines vollständigen Kapitalmarkts, für dessen Basiswertpapiere die Renditebeziehung des CAPM gilt. Da der Wert des Bewertungsobjekts dem Preis des Duplikationsportfolios entspricht, resultiert für das Bewertungsobjekt die durch das CAPM implizierte Rendite und somit im Ergebnis der nach dem CAPM ermittelte Wert.

■ Im Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen sind die Portfoliointerpretation und die Marktpreisinterpretation problemlos auf das Tax-CAPM übertragbar. Im Modell mit investorspezifischen Steuersätzen sind dagegen beide Interpretationen nur dann sinnvoll, wenn von den Steuersätzen des repräsentativen Investors ausgegangen wird. Bei der Portfoliointerpretation ist zudem zu beachten, dass die Steuersätze des repräsentativen Investors nicht modellendogen aus dem Risikoverbundansatz abgeleitet werden können. Soweit steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten bestehen, sind diese durch die Verwendung des Modells mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen auszuschließen.

■ Die mehrperiodige Bewertung auf Basis des CAPM bzw. des Tax-CAPM erfolgt durch rekursive Anwendung der einperiodigen Renditebeziehung. Dies ist allerdings nur zulässig, wenn die abgeleitete Nutzenfunktion in dem für die Bestimmung des Gleichgewichts maßgeblichen mehrperiodigen Portfolioselektionsproblem der Investoren zustandsunabhängig ist. Dies setzt neben zustandsunabhängigen Präferenzen sowie zustandsunabhängigen relativen Preisen der Konsumgüter voraus, dass entweder die Investitionsmöglichkeiten zustandsunabhängig sind oder dass Bedingungen erfüllt sind, unter denen trotz zustandsabhängiger Investitionsmöglichkeiten die abgeleiteten Nutzenfunktionen der Investoren zustandsunabhängig sind. Zustandsunabhängige Investitionsmöglichkeiten sind gegeben, wenn Zinsunsicherheit ausgeschlossen ist und der Marktpreis des Risikos bereits im Bewertungszeitpunkt mit Sicherheit bekannt ist. Zudem ist bezüglich des Bewertungsobjekts von einem multiplikativen Cash-Flow-Modell auszugehen, wobei die Kovarianz der Rendite des Marktportfolios und des Erwartungsrevisionsparameters des Cash-Flow-Modells als aus Sicht des Bewertungszeitpunkts bekannt vorauszusetzen ist. Bei der mehrperiodigen Anwendung des Tax-CAPM sind die Bedingungen, welche zustandsunabhängige Investitionsmöglichkeiten implizieren, für die Nettogrößen zu fordern.

# 4 Bewertung unter Berücksichtigung der steuerlichen Effekte der Kapitalstruktur

## 4.1 Grundlagen und Prämissen

Der Einfluss der Kapitalstruktur auf den Unternehmenswert stellt eine in der Literatur intensiv diskutierte Fragestellung dar. Modigliani und Miller haben in ihrer grundlegenden Arbeit von 1958 gezeigt, dass die Kapitalstruktur einer Unternehmung auf einem arbitragefreien Kapitalmarkt bei Nichtexistenz von Steuern keinen Einfluss auf den Unternehmenswert besitzt. Modigliani/Miller (1958) betrachten hierzu eine verschuldete Unternehmung und eine äquivalente unverschuldete Unternehmung, welche eine unendliche Lebensdauer aufweisen und sich ausschließlich durch ihre Kapitalstruktur unterscheiden, und weisen nach, dass Arbitragegelegenheiten entstehen, wenn der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung vom Wert der unverschuldeten Unternehmung abweicht. Da jedoch Arbitragemöglichkeiten aufgrund von Preisanpassungen keinen Bestand haben, gleichen sich der Wert der verschuldeten Unternehmung und der Wert der unverschuldeten Unternehmung an. Die Kapitalstruktur ist demnach irrelevant für den Unternehmensgesamtwert.

Die Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Unternehmenswert geht unter ansonsten unveränderten Bedingungen regelmäßig verloren, wenn Steuern in das Modell einbezogen werden, da die Zahlungen zwischen den Kapitalgebern und der Unternehmung in Abhängigkeit von der zu Grunde liegenden Finanzierungsquelle unterschiedlich besteuert werden. Für die Wertrelevanz der Kapitalstruktur reicht bereits eine Gewinnsteuer auf Unternehmensebene aus, sofern die an Fremdkapitalgeber gezahlten Zinsen bei der steuerlichen Bemessungsgrundlage der Unternehmung abzugsfähig sind. Eine solche Gewinnsteuer führt demnach zu Steuerersparnissen, den so genannten Tax-Shields. Der Wert der verschuldeten Unternehmung entspricht in diesem Fall dem Wert der unverschuldeten Unternehmung zuzüglich des Werts der Tax-Shields der Unternehmung. Dies wurde grundlegend von Modigliani/Miller (1963) gezeigt.

Wird die Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber in das Bewertungskalkül einbezogen, so resultieren aus der Kapitalstruktur weitere steuerliche Effekte, welche den Unternehmenswert beeinflussen. Zur Determinierung der steuerlichen Effekte unter Berücksichtigung der Kapitalgeberbesteuerung reicht eine Unterscheidung zwischen Eigenkapital und Fremdkapital nicht aus. Vielmehr ist eine Differenzierung des Eigenkapitals der Unternehmung in die Bestandteile Gewinnrücklagen sowie Beteiligungskapital (Nennkapital und steuerliches Einlagenkonto) vorzunehmen, da Zahlungen aus diesen Eigenkapitalbestandteilen unterschiedlich besteuert werden.[423] Dies ist bereits bei der Bewertung von unverschuldeten Unternehmungen zu berücksichtigen. Hierzu treten dann im Fall der verschuldeten Unternehmung aus der Fremdfinanzierung resultierende steuerliche Effekte. Beteiligungskapital ist ebenso wie Fremdkapital der Außenfinanzierung zuzuordnen, während Gewinnrücklagen der Innenfinanzierung zuzuordnen sind. Um die Bewertung durchzuführen sind somit im Gegensatz zum

---

[423] Vgl. Husmann/Kruschwitz/Löffler (2002), S. 30 ff.; Laitenberger (2002), S. 555-556; Schultze (2005), S. 248 ff. Im derzeitigen deutschen Steuerrecht sind zusätzliche Kapitalbestandteile zu beachten, welche aus dem Übergang vom körperschaftsteuerlichen Anrechnungsverfahren zum Shareholder-Relief-Verfahren resultieren; vgl. hierzu Schultze/Zimmermann (2006), S. 886 ff. Diese Kapitalbestandteile werden im Folgenden vernachlässigt.

Modell ohne persönliche Steuern, welches lediglich die Differenzierung von Eigenkapital und Fremdkapital erfordert, im Modell mit persönlichen Steuern drei unterschiedlich besteuerte Finanzierungsquellen zu berücksichtigen. Die bewertungsrelevante Kapitalstruktur sei durch die folgende Abbildung veranschaulicht:

| Eigenfinanzierung | | Fremdfinanzierung |
|---|---|---|
| Gewinnrücklagen $(GR)$ | Beteiligungskapital $(BK)$ | Fremdkapital $(FK)$ |
| Innenfinanzierung | Außenfinanzierung | |

Abbildung 4.1: Bewertungsrelevante Kapitalstruktur bei Berücksichtigung der Kapitalgeberbesteuerung

Im Folgenden werden die steuerlichen Auswirkungen der Kapitalstruktur auf den Unternehmenswert unter Berücksichtigung der Besteuerung auf Ebene der Unternehmung und auf Ebene der Kapitalgeber analysiert. Die Vorgehensweise von Modigliani und Miller, welche den Vergleich einer verschuldeten Unternehmung mit einer äquivalenten unverschuldeten Unternehmung vorsieht, wird hierzu grundsätzlich beibehalten. Die Bewertung erfolgt mittels eines Gesamtbewertungsmodells, welches zunächst den Wert der gesamten zwischen Unternehmung und Kapitalgebern fließenden Zahlungen jeweils nach Abzug der Steuern auf Ebene der Kapitalgeber bewertet und anschließend eine Aufteilung des Gesamtwerts auf die Kapitalgeber vornimmt. Um die Bewertung durchführen zu können, sind zunächst die Modellprämissen darzulegen.

Die Prämissen bezüglich des Kapitalmarkts lauten:

- Der Kapitalmarkt, auf dem die Anteile an den zu bewertenden Unternehmen gehandelt werden, ist vollständig und arbitragefrei. Leerverkäufe sind zulässig.
- Es existiert eine risikolose Anlage- und Verschuldungsmöglichkeit zum Zinssatz $i$.

Bezüglich der beiden zu vergleichenden Unternehmungen kommen die folgenden Prämissen zur Anwendung:

- Die betrachteten Unternehmen weisen die Rechtsform der Kapitalgesellschaft auf.
- Es existiert eine unverschuldete Unternehmung, welche ein exogen gegebenes Investitionsprogramm durchführt. Als Investitionen kommen hierbei Realinvestitionen und Finanzinvestitionen in Betracht.
- Zur Finanzierung des Investitionsprogramms der unverschuldeten Unternehmung wird in jeder Periode Kapital in einer insgesamt festgelegten Höhe benötigt. Der Kapitalbedarf kann stochastisch sein.
- Der in einer Periode $t$ an die Eigenkapitalgeber der unverschuldeten Unternehmung ausgekehrte Betrag sei durch den Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ gegeben.

- Es existieren keine Ausschüttungssperren. Nicht für Investitionen benötigte finanzielle Mittel werden vollständig an die Kapitalgeber ausgekehrt.[424]
- Die verschuldete Unternehmung führt das gleiche Investitionsprogramm durch wie die unverschuldete Unternehmung.[425] Hieraus ergeben sich die folgenden Implikationen: Der Kapitalbedarf und der in der Unternehmung erwirtschaftete Cash-Flow vor Unternehmensteuern sind in jeder Periode identisch. Da alle nicht investierten Cash-Flows ausgekehrt werden, ist auch die Bilanzsumme beider Unternehmungen in jeder Periode identisch. Die Ableitung der steuerlichen Effekte der Kapitalstruktur kann somit durch Vergleich der verschuldeten mit der unverschuldeten Unternehmung erfolgen.
- Insolvenzrisiken liegen nicht vor. Unter der Annahme fehlender Insolvenzrisiken erhalten die Fremdkapitalgeber Zinszahlungen sowie Tilgungszahlungen immer vollständig. Das Fremdkapital der verschuldeten Unternehmung verzinst sich demnach mit dem Zinssatz $i$ und der Marktwert des Fremdkapitals entspricht dem Fremdkapitalbestand. Die Prämisse fehlender Insolvenzrisiken impliziert, dass die Eigenkapitalgeber Einzahlungen in die Unternehmung leisten, sollte der Cash-Flow der Unternehmung nicht für die an die Fremdkapitalgeber zu leistenden Zahlungen ausreichen. Aufgrund der bei Kapitalgesellschaften gegebenen beschränkten Haftung der Eigenkapitalgeber ist die Annahme von Einzahlungen der Eigenkapitalgeber in die Unternehmung nur dann als realistisch anzusehen, wenn der bei Vermeidung der Insolvenz vorliegende Wert des Eigenkapitals die Höhe der zur Vermeidung der Insolvenz erforderlichen Einzahlungen übersteigt. Ist dies nicht gegeben, so ist es für die Eigenkapitalgeber vorteilhaft, auf die Einzahlung zu verzichten, so dass die Insolvenz der Unternehmung eintritt und somit das Eigentum an der Unternehmung auf die Fremdkapitalgeber übergeht.[426] Die Annahme fehlender Insolvenzrisiken ist jedoch als komplexitätsreduzierende Prämisse zur Formulierung des Bewertungsmodells erforderlich, so dass die dem Entscheidungsverhalten der Eigenkapitalgeber widersprechenden Implikationen der Prämisse im Folgenden zu akzeptieren sind.[427]

Das in das Bewertungsmodell zu integrierende Steuersystem weist die folgenden Eigenschaften auf:

- Gewinne von Kapitalgesellschaften unterliegen der Besteuerung mit dem Unternehmensteuersatz $s_u$.
- Im Fall einer negativen Bemessungsgrundlage auf Unternehmensebene erfolgt ein sofortiger Verlustausgleich.

---

[424] Vgl. zur Bedeutung von Ausschüttungssperren Schultze (2005), S. 245.

[425] Die Annahme der Äquivalenz der Investitionsprogramme der verschuldeten und der unverschuldeten Unternehmung ermöglicht es, den steuerlich bedingten Wertbeitrag der Fremdfinanzierung zu identifizieren.

[426] Vgl. Rapp (2006), S. 777-778.

[427] Vgl. zur Integration von Insolvenzrisiken in das Bewertungsmodell ohne Einkommensteuern Rapp (2006), S. 776-779, 803; Kruschwitz/Lodowicks/Löffler (2005), S. 221 ff; Homburg/Stephan/Weiß (2004), S. 276 ff.; Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 52 ff.

- Fremdkapitalzinsen mindern vollständig die Bemessungsgrundlage der Unternehmensteuer.
- Zinsen, Ausschüttungen von Kapitalgesellschaften bzw. Wertänderungen der Beteiligungen an Kapitalgesellschaften unterliegen der Besteuerung mit den Steuersätzen $s_e$, $s_d$ bzw. $s_v$. Die Steuersätze sind linear und nicht nach unterschiedlichen Investoren differenziert. Wertänderungen werden in jeder Periode realisiert und besteuert. Im Fall einer Wertminderung erfolgt ein sofortiger Verlustausgleich.

Die Prämissen bezüglich der Besteuerung sind zu erläutern. Zunächst ist die Unternehmensebene zu betrachten. Aufgrund der Annahme des sofortigen Verlustausgleichs und der vollständigen Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen bleiben steuerliche Regelungen, welche den Verlustausgleich oder den Zinsabzug beschränken, außer Betracht. Diese Prämissen ermöglichen im Folgenden die Herleitung konkreter Bewertungsgleichungen. Aufbauend auf diesen Ergebnissen, werden in Abschnitt 4.6.1 Zinsabzugsbeschränkungen und Verlustausgleichsbeschränkungen in das Bewertungskalkül integriert, und es werden Auswirkungen der Integration dieser steuerlichen Regelungen auf das Bewertungsmodell diskutiert.

Die Prämissen bezüglich der Besteuerung entsprechen dem vorstehend ausführlich betrachteten Referenzsteuersystem. Gemeinsam mit der Prämisse der Vollständigkeit des Kapitalmarkts kann daher von der Existenz eines eindeutigen risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaßes ausgegangen werden, welches die Preise der am Kapitalmarkt gehandelten Wertpapiere determiniert.[428] Liegt in jeder Periode das Gleichgewicht des Tax-CAPM vor, so ergeben sich die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten aus der Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM.[429] Auf Basis des risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaßes können, ausgehend von den an die Kapitalgeber fließenden Zahlungen, Bewertungskalküle entwickelt werden.

Alternativ wäre es möglich, in einem Modell mit investorspezifischen Steuersätzen die Steuersätze $s_e$, $s_d$ und $s_v$ als Steuersätze eines repräsentativen Investors zu interpretieren. Es liegt dann ein Modell mit Klienteleffekten in Mengen vor, in dem der repräsentative Investor die Preise bestimmt. Damit steuerlich bedingte globale Arbitragemöglichkeiten in einem solchen Modellrahmen ausgeschlossen sind, ist dann zudem anzunehmen, dass Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen vorliegen. Weiterhin ist zu unterstellen, dass für den repräsentativen Investor die Beschränkungen nicht bindend sind.[430] In einer solchen Konstellation können die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten beispielsweise durch das Tax-CAPM mit betragsmäßigen Leerverkaufs- und Kreditaufnahmebeschränkungen bestimmt sein.[431]

[428] Vgl. Abschnitt 2.2.2.2.1; 2.3.2.2.1.
[429] Vgl. Abschnitt 3.5.2.1.
[430] Vgl. Abschnitt 3.5.2.2.1.
[431] Vgl. Abschnitt 3.5.2.2.2.

Schließlich ist es möglich den Steuersatz $s_v$ als zeitlich konstanten, effektiven Wertänderungssteuersatz[432] $s_w$ zu interpretieren, welcher die Möglichkeit des Aufschubs einer an die Realisierung anknüpfenden Wertänderungssteuer pauschal abbildet. Voraussetzung hierfür ist zunächst, dass sowohl die Basiswertpapiere des betrachteten Kapitalmarkts als auch das Bewertungsobjekt eine unendliche Lebensdauer aufweisen und dass der Planungshorizont der Investoren unendlich ist. Weiterhin ist vorauszusetzen, dass alle Investoren in jeder Periode einen Anteil $a_w$ des Bestands jedes Basiswertpapiers sowie der Beteiligung an dem Bewertungsobjekt veräußern und dass sie die aus der Wertänderung einer Periode resultierenden zukünftigen Steuerzahlungen oder Steuerersparnisse durch Duplikation mit der sicheren Anlage in eine Zahlung im Zeitpunkt des Eintretens der Wertänderung transformieren.

Im Folgenden wird zunächst der Einfluss der Kapitalstruktur auf die periodischen Steuerzahlungen zwischen Unternehmung und Kapitalgebern betrachtet[433] und hiervon ausgehend ein allgemeines Bewertungskalkül entwickelt.[434] Anschließend werden konkrete Bewertungsgleichungen für die unverschuldete Unternehmung entwickelt. Hierauf aufbauend wird die Bewertung der verschuldeten Unternehmung für unterschiedliche Finanzierungsprämissen diskutiert. Abschließend wird die Integration von Verlustausgleichsbeschränkungen und Zinsabzugsbeschränkungen auf Unternehmensebene, von Nichtnegativitätsrestriktionen bezüglich der Dividenden sowie der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen in das Bewertungskalkül analysiert.

## 4.2 Der Einfluss der Kapitalstruktur auf die periodische Steuerzahlung

### 4.2.1 Unverschuldete Unternehmung

Betrachtet wird eine unverschuldete Unternehmung, welche in jeder Periode $t$ einen Cash-Flow $\tilde{C}_t$ an ihre Eigenkapitalgeber zahlt. Negative Cash-Flows sind hierbei nicht ausgeschlossen; sie stellen Einzahlungen der Eigenkapitalgeber in die Unternehmung dar. Der Cash-Flow $\tilde{C}_t$ sei als Free-Cash-Flow $\left(F\tilde{C}F_t\right)$ bezeichnet. Da die Unternehmung ausschließlich durch Eigenkapitalgeber finanziert ist, stellt dieser auch die den Eigenkapitalgebern zufließende Zahlung, welche als Flow-to-Equitiy $\left(F\tilde{T}E_t\right)$ bezeichnet sei, sowie den insgesamt an die Kapitalgeber auszukehrenden Betrag, welcher als Total-Cash-Flow $\left(T\tilde{C}F_t\right)$ bezeichnet sei, dar.

Die Eigenkapitalgeber der Unternehmung unterliegen der Einkommensbesteuerung. Um die aus dem Cash-Flow $\tilde{C}_t$ resultierenden Steuerzahlungen zu identifizieren, ist die Auswirkung des Cash-Flows auf die Kapitalbestände der Unternehmung zu betrachten. Die Unternehmung

[432] Vgl. Lübbehüsen (2000), S. 69-70; Abschnitt 2.3.2.2.2.3. Die Annahme eines effektiven Wertänderungssteuersatzes bildet die Bewertung durch Duplikation bei an die Realisierung anknüpfender Besteuerung von Wertänderungen allerdings nur ungenau ab.
[433] Die Darstellung des Einflusses der Kapitalstruktur auf die periodische Steuerzahlung in Abschnitt 4.2 erfolgt in Anlehnung an Mai (2007), S. 585-589.
[434] Die Darstellung des Bewertungskalküls in Abschnitt 4.3 erfolgt in Anlehnung an Mai (2007), S. 589-592.

erwirtschaftet in Periode $t$ ein Ergebnis vor Zinsen und Steuern $\left(\widetilde{EBIT}_t\right)$, welches nach Abzug der Unternehmensteuer mit dem Steuersatz $s_u$ zur Auskehrung an die Kapitalgeber zur Verfügung steht.[435] Wird eine Ausschüttung $\widetilde{DIV}_t$ geleistet, welche geringer ist als $\widetilde{EBIT}_t \cdot (1-s_u)$, so werden Gewinne einbehalten. In Höhe des einbehaltenen Betrags erhöht sich der Bestand der Gewinnrücklagen. Wird umgekehrt eine Ausschüttung $\widetilde{DIV}_t$ geleistet, welche $\widetilde{EBIT}_t \cdot (1-s_u)$ übersteigt, so werden Gewinnrücklagen aufgelöst und der Bestand der Gewinnrücklagen mindert sich um den Differenzbetrag. Die Änderung des Bestands der Gewinnrücklagen $\widetilde{GR}_t - \widetilde{GR}_{t-1}$ ist folglich gegeben durch

$$(4.1) \quad \widetilde{GR}_t - \widetilde{GR}_{t-1} = \widetilde{EBIT}_t \cdot (1-s_u) - \widetilde{DIV}_t \ .$$

Hieraus folgt für die Ausschüttung der unverschuldeten Unternehmung

$$(4.2) \quad \widetilde{DIV}_t = \widetilde{EBIT}_t \cdot (1-s_u) - \left(\widetilde{GR}_t - \widetilde{GR}_{t-1}\right) .$$

Weiterhin kann die Unternehmung Kapitalherabsetzungen, welche zu einer Auskehrung von Beteiligungskapital an die Anteilseigner und zu einer Minderung des Bestands des Beteiligungskapitals führen, oder Kapitalerhöhungen, welche zu einer Einzahlung der Eigenkapitalgeber in die Unternehmung und zu einer Erhöhung des Bestands des Beteiligungskapitals führen, vornehmen. Den Zahlungen aufgrund von Kapitalherabsetzungen und Kapitalerhöhungen steht daher eine Änderung des Bestands des Beteiligungskapitals gegenüber, so dass sich diese Zahlungen abbilden lassen durch

$$(4.3) \quad \widetilde{BK}_t - \widetilde{BK}_{t-1} \ .$$

Der bewertungsrelevante stochastische Cash-Flow der eigenfinanzierten Unternehmung einer Periode $t$ ist somit gegeben durch

$$(4.4) \quad \begin{aligned} \widetilde{C}_t &= \widetilde{FCF}_t = \widetilde{FTE}_t = \widetilde{TCF}_t = \widetilde{DIV}_t - \left(\widetilde{BK}_t - \widetilde{BK}_{t-1}\right) \\ &= \widetilde{EBIT}_t \cdot (1-s_u) - \left(\widetilde{GR}_t - \widetilde{GR}_{t-1}\right) - \left(\widetilde{BK}_t - \widetilde{BK}_{t-1}\right) . \end{aligned}$$

Ausschüttungen unterliegen der Ausschüttungssteuer. Zahlungen aufgrund von Kapitalherabsetzungen und Kapitalerhöhungen unterliegen dagegen nicht der Ausschüttungssteuer. Die Belastung mit Ausschüttungssteuer ist demnach gegeben durch[436]

$$(4.5) \quad \left[\widetilde{EBIT}_t \cdot (1-s_u) - \left(\widetilde{GR}_t - \widetilde{GR}_{t-1}\right)\right] \cdot s_d = \left[\widetilde{C}_t + \left(\widetilde{BK}_t - \widetilde{BK}_{t-1}\right)\right] \cdot s_d \ .$$

Eine weitere bewertungsrelevante Steuer ist die periodisch erfolgende Wertänderungssteuer. Zur Ermittlung der Bemessungsgrundlage der Wertänderungssteuer ist die gesamte Änderung

---

[435] Vgl. zur Ermittlung von $\widetilde{EBIT}_t$ Drukarczyk (2007), S. 113.

[436] Vgl. zur Ableitung der Ausschüttungssteuer Schultze (2005), S. 249-250; Schultze/Zimmermann (2006), S. 879-880.

$\widetilde{V}_t - \widetilde{V}_{t-1}$ des Werts $\widetilde{V}_t$ der Unternehmung einer Periode $t$ im Vergleich zum Wert $\widetilde{V}_{t-1}$ der Periode $t-1$ unter Berücksichtigung der Kapitalstruktur in einen steuerpflichtigen und einen steuerfreien Anteil zu zerlegen. Kapitalerhöhungen führen zu einer Ausgabe neuer Anteile und somit zu einer Erhöhung der insgesamt vorhandenen steuerlichen Anschaffungskosten der Anteile an der Unternehmung. Kapitalherabsetzungen führen analog zu einer Minderung der insgesamt vorhandenen steuerlichen Anschaffungskosten der Anteile. Eine Erhöhung (Minderung) der Anschaffungskosten führt zu einer Minderung (Erhöhung) der Bemessungsgrundlage der Wertänderungssteuer. Wird angenommen, dass die Kapitalerhöhungen bzw. Kapitalherabsetzungen der Periode $t$ unmittelbar vor der Besteuerung der Wertänderung erfolgen, so ergibt sich die Bemessungsgrundlage somit zu

$$(4.6) \quad \left(\widetilde{V}_t - \widetilde{V}_{t-1}\right) - \left(\widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}\right) .$$

Als Wertänderungssteuerzahlung resultiert folglich

$$(4.7) \quad \left[\left(\widetilde{V}_t - \widetilde{V}_{t-1}\right) - \left(\widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}\right)\right] \cdot s_v \quad .$$

Insgesamt ergibt sich beim Anteilseigner ein Nettozufluss von[437]

$$(4.8) \quad \underbrace{\widetilde{C}_t \cdot (1-s_d) - \left(\widetilde{V}_t - \widetilde{V}_{t-1}\right) \cdot s_v}_{I} - \underbrace{\left(\widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}\right) \cdot (s_d - s_v)}_{II} \quad .$$

Die Einkommensbesteuerung der Eigenkapitalgeber kann demnach unter Berücksichtigung der Kapitalstruktur wie folgt im Bewertungskalkül abgebildet werden: In Komponente I der gesamten Zahlung werden die Steuerzahlungen so ermittelt, als ob alle Zahlungen zwischen Unternehmung und Eigenkapitalgebern als Ausschüttung und die gesamte Wertänderung als steuerpflichtige Wertänderung besteuert wären. Komponente II berücksichtigt durch einen Korrekturterm die Steuerfreiheit von Zahlungen zwischen Anteilseigner und Unternehmung aufgrund von Kapitalerhöhungen und Kapitalherabsetzungen und mithin die unterschiedliche steuerliche Behandlung der Änderung der Bestände von Innenfinanzierung und Außenfinanzierung. Dieser Korrekturterm kann wie folgt interpretiert werden: Erfolgt eine Erhöhung des Beteiligungskapitals, so führt dies bei gegebenem Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ und gegebenem Kapitalbedarf zu einer Erhöhung des der Ausschüttungssteuer unterliegenden Betrags. Die Erhöhung des Beteiligungskapitals führt zu einer Erhöhung der Anschaffungskosten, der aufgrund der korrespondierenden Erhöhung der Ausschüttung keine Wertsteigerung der Unternehmung gegenübersteht. Insoweit ist die Wertänderungssteuer zu mindern. Im Fall der Minderung des Beteiligungskapitals tritt der umgekehrte Effekt ein. Der Effekt resultiert somit im Ergebnis aus der Differenz zwischen der gesamten Zahlung $\widetilde{C}_t$ und der tatsächlich steuerpflichtigen Ausschüttung $D\widetilde{I}V_t$. Er kann demnach als Ausschüttungsdifferenzeffekt der unverschuldeten

[437] Eine abweichende formale Darstellung des Zuflusses des Eigenkapitalgebers der unverschuldeten Unternehmung, welche (bis auf die Integration der Wertänderungssteuer) die gleiche Zahlung abbildet, findet sich bei Schultze/Zimmermann(2006), S. 880. Für die vorliegende Arbeit erweist sich die Darstellung (4.8) als zweckmäßiger.

Unternehmung bzw. als Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung bezeichnet werden.

### 4.2.2 Verschuldete Unternehmung

Im Fall der verschuldeten Unternehmung ist der insgesamt an die Kapitalgeber auszukehrende Cash-Flow zu analysieren.[438] Dieser ist auf Eigenkapitalgeber und Fremdkapitalgeber aufzuteilen. Den Fremdkapitalgebern fließt ein Betrag in Höhe der Zinszahlungen und der Fremdkapitaltilgung zu. Im Fall einer Fremdkapitalaufnahme der Unternehmung leisten die Fremdkapitalgeber eine Zahlung an die Unternehmung. Den Eigenkapitalgebern steht als Residualanspruch der nach Leistung der Zahlungen an die Fremdkapitalgeber verbleibende, nicht für Investitionen benötigte Betrag zur Verfügung. Dieser setzt sich wie bei der eigenfinanzierten Unternehmung zusammen aus der Ausschüttung des laufenden Gewinns, der Änderung der Gewinnrücklagen und der Änderung des Beteiligungskapitals. Die Höhe dieser Komponenten ist allerdings bei der verschuldeten Unternehmung und der unverschuldeten Unternehmung nicht identisch. Weiterhin wirkt sich die Zinszahlung an die Fremdkapitalgeber auf die Höhe der Unternehmensteuer auf.

Zunächst ist die insgesamt zwischen Unternehmung und Kapitalgebern erfolgende Zahlung der verschuldeten Unternehmung zu betrachten, welche als Total-Cash-Flow der verschuldeten Unternehmung $T\widetilde{C}F_t^l$ bezeichnet sei. Da beide Unternehmungen annahmegemäß ein identisches Investitionsprogramm durchführen, erwirtschaftet die verschuldete Unternehmung in jeder Periode $t$ das gleiche Ergebnis vor Zinsen und Steuern $E\widetilde{B}IT_t$ wie die unverschuldete Unternehmung. Aufgrund der Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen von der steuerlichen Bemessungsgrundlage der Unternehmung erhöht sich der insgesamt an die Kapitalgeber auszukehrende Total-Cash-Flow der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung um das unternehmensteuerliche Tax-Shield $i \cdot \widetilde{F}K_{t-1} \cdot s_u$ auf[439]

$$(4.9) \quad T\widetilde{C}F_t^l = \widetilde{C}_t + i \cdot \widetilde{F}K_{t-1} \cdot s_u \quad .$$

Den Fremdkapitalgebern zufließende Zinszahlungen $i \cdot \widetilde{F}K_{t-1}$ unterliegen der Einkommensteuer mit dem Steuersatz $s_e$. Die Gewährung von Krediten bzw. die Tilgung von Fremdkapital ist gegeben durch die positive beziehungsweise negative Änderung $\widetilde{F}K_t - \widetilde{F}K_{t-1}$ des Fremdkapitalbestands $\widetilde{F}K_t$ der Periode $t$ im Vergleich zum Fremdkapitalbestand $\widetilde{F}K_{t-1}$ der Periode $t-1$. Im Fall einer Gewährung von Krediten (Fremdkapitaltilgung) erfolgt eine Einzahlung der Fremdkapitalgeber in die Unternehmung (eine Auszahlung der Unternehmung an die Fremdkapitalgeber). Diese Zahlungen sind jeweils steuerfrei. Die Zahlungen zwischen

---

438 Vgl. Matschke/Brösel (2005), S. 569 zur Abgrenzung von Free-Cash-Flow, Flow-to-Equity und Total-Cash-Flow bei verschuldeten Unternehmen.

439 Vgl. Modigliani/Miller (1963), S. 433 ff. (grundlegend).

Unternehmung und Fremdkapitalgebern betragen somit unter Berücksichtigung persönlicher Steuern[440]

$$(4.10)\quad i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \cdot (1-s_e) - \left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) \quad .$$

Nunmehr ist der Flow-to-Equity der verschuldeten Unternehmung $F\widetilde{T}E_t^l$ zu bestimmen.[441] Dieser ist gegeben durch den Total-Cash-Flow abzüglich der Zahlung an die Fremdkapitalgeber vor Berücksichtigung persönlicher Steuern, d.h.

$$(4.11)\quad F\widetilde{T}E_t^l = T\widetilde{C}F_t^l - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} + \left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) \quad .$$

Der Flow-to-Equity $F\widetilde{T}E_t^l$ setzt sich zusammen aus der Ausschüttung $D\widetilde{I}V_t^l$ der verschuldeten Unternehmung, welche sich bei Bezeichnung des Bestands der Gewinnrücklagen der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ mit $\widetilde{GR}_t^l$ zu

$$(4.12)\quad D\widetilde{I}V_t^l = \left(E\widetilde{B}IT_t - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\right) \cdot (1-s_u) - \left(\widetilde{GR}_t^l - \widetilde{GR}_{t-1}^l\right)$$

ergibt, sowie der Änderung des Beteiligungskapitalbestands $\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l$ der verschuldeten Unternehmung. Insgesamt folgt somit

$$(4.13)\quad F\widetilde{T}E_t^l = \left(E\widetilde{B}IT_t - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\right) \cdot (1-s_u) - \left(\widetilde{GR}_t^l - \widetilde{GR}_{t-1}^l\right) - \left(\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l\right) \quad .$$

Ausschüttungen unterliegen der Ausschüttungssteuer und Zahlungen aufgrund von Kapitalerhöhungen oder Kapitalherabsetzungen sind steuerfrei. Um die Steuerzahlungen der Eigenkapitalgeber zu bestimmen, ist zudem der Wert des Eigenkapitals der Unternehmung zu berücksichtigen. Dieser sei bezeichnet mit $\widetilde{V}_t^{EK}$. Änderungen des Werts des Eigenkapitals unterliegen der Wertänderungssteuer, soweit sie nicht in einer Änderung des Beteiligungskapitals bestehen. Die steuerliche Bemessungsgrundlage der Eigenkapitalgeber kann nun analog zur unverschuldeten Unternehmung bestimmt werden. Als Zufluss der Eigenkapitalgeber nach persönlichen Steuern resultiert daher entsprechend Gleichung (4.8)

$$(4.14)\quad F\widetilde{T}E_t^l \cdot (1-s_d) - \left(\widetilde{V}_t^{EK} - \widetilde{V}_{t-1}^{EK}\right) \cdot s_v - \left(\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l\right) \cdot (s_d - s_v) \quad .$$

Der den Kapitalgebern insgesamt zufließende Betrag nach persönlichen Steuern ergibt sich als Summe der Gleichungen (4.10) und (4.14).

Um die auf die Fremdfinanzierung zurückzuführenden steuerlichen Effekte zu analysieren, sind die bilanziellen Zusammenhänge zwischen verschuldeter und unverschuldeter Unternehmung zu betrachten. Der Kapitalbestand beider Unternehmungen ist durch das exogene Investitionsprogramm determiniert. Hieraus folgt, dass die Bilanzsummen von unverschulde-

[440] Vgl. Schultze/Zimmermann (2006), S. 880.
[441] Vgl. hierzu Schultze (2005), S. 248 ff.; Schultze/Zimmermann (2006), S. 879ff.

ter und verschuldeter Unternehmung in jeder Periode $t$ identisch sind.[442] Hieraus resultiert die formale Identität

$$(4.15)\quad \widetilde{GR}_t + \widetilde{BK}_t = \widetilde{GR}_t^l + \widetilde{BK}_t^l + \widetilde{FK}_t \quad .$$

Im Ergebnis werden bei der fremdfinanzierten Unternehmung Eigenkapitalbestandteile durch Fremdkapital ersetzt. Gleichung (4.15) determiniert lediglich die Summe der zu ersetzenden Kapitalbestandteile. Die Aufteilung auf Gewinnrücklagen und Beteiligungskapital geht dagegen aus Gleichung (4.15) nicht hervor. Es kann lediglich vorausgesetzt werden, dass sowohl der Bestand der Gewinnrücklagen als auch der Bestand des Beteiligungskapitals bei der verschuldeten Unternehmung den entsprechenden Bestand bei der unverschuldeten Unternehmung nicht übersteigt, d.h. es gilt $\widetilde{GR}_t^l \leq \widetilde{GR}_t$ bzw. $\widetilde{BK}_t^l \leq \widetilde{BK}_t$.

Ausgehend von Zusammenhang (4.15), welcher für jede Periode gilt, kann die Änderung der Bilanzsummen zwischen Periode $t$ und Periode $t-1$ bestimmt werden. Für diese ergibt sich die folgende Identität

$$(4.16)\quad \left(\widetilde{GR}_t - \widetilde{GR}_{t-1}\right) + \left(\widetilde{BK}_t - \widetilde{BK}_{t-1}\right) = \left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) + \left(\widetilde{GR}_t^l - \widetilde{GR}_{t-1}^l\right) + \left(\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l\right) \quad .$$

Weiterhin ist der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung $\widetilde{V}_t^l$ zu betrachten. Dieser ergibt sich als Summe der Werte des Eigenkapitals $\widetilde{V}_t^{EK}$ und des Fremdkapitals. Der Wert des Fremdkapitals entspricht dem in der Bilanz ausgewiesenen Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_t$. Somit gilt in jeder Periode

$$(4.17)\quad \widetilde{V}_t^l = \widetilde{V}_t^{EK} + \widetilde{FK}_t \quad .$$

Unter Beachtung der Zusammenhänge (4.17), (4.16) und (4.10) folgt für den Zufluss, welcher den Kapitalgebern insgesamt nach Steuern zufließt

$$\begin{aligned}
& F\widetilde{T}E_t^l \cdot (1-s_d) - \left(\widetilde{V}_t^{EK} - \widetilde{V}_{t-1}^{EK}\right) \cdot s_v - \left(\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l\right) \cdot (s_d - s_v) \\
& + i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \cdot (1-s_e) - \left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) \\
(4.18)\quad & = \left[\widetilde{C}_t + i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \cdot s_u - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} + \left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right)\right] \cdot (1-s_d) \\
& - \left[\left(\widetilde{V}_t^l - \widetilde{FK}_t\right) - \left(\widetilde{V}_{t-1}^l - \widetilde{FK}_{t-1}\right)\right] \cdot s_v - \left(\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l\right) \cdot (s_d - s_v) \\
& + i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \cdot (1-s_e) - \left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) \quad .
\end{aligned}$$

Umformung von Gleichung (4.18) ergibt

$$(4.19)\quad \begin{aligned}
& \widetilde{C}_t \cdot (1-s_d) - \left(\widetilde{V}_t^l - \widetilde{V}_{t-1}^l\right) \cdot s_v + i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \cdot \left[s_d - s_e + s_u \cdot (1-s_d)\right] \\
& - \left[\ \left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) + \left(\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l\right)\ \right] \cdot (s_d - s_v) \quad .
\end{aligned}$$

[442] Vgl. zu den Bilanzzusammenhängen Schultze (2005), S. 250 ff.; Schultze/Zimmermann (2006), S. 881-882.

Zur Isolierung der auf die Fremdfinanzierung zurückzuführenden steuerlichen Effekte ist die Differenz der Gesamtzahlungen (4.19) und (4.8) bei verschuldeter und unverschuldeter Unternehmung zu betrachten.[443] Diese ergibt sich zu

$$(4.20)\quad \begin{aligned} &\underbrace{-\left[\left(\tilde{V}_t^l-\tilde{V}_t\right)-\left(\tilde{V}_{t-1}^l-\tilde{V}_{t-1}\right)\right]\cdot s_v}_{I}+\underbrace{i\cdot\tilde{F}K_{t-1}\cdot\left[s_d-s_e+s_u\cdot(1-s_d)\right]}_{II} \\ &-\underbrace{\left[\left(\tilde{F}K_t-\tilde{F}K_{t-1}\right)+\left[\left(\tilde{B}K_t^l-\tilde{B}K_{t-1}^l\right)-\left(\tilde{B}K_t-\tilde{B}K_{t-1}\right)\right]\right]\cdot\left(s_d-s_v\right)}_{III}\ . \end{aligned}$$

Die erste Komponente beschreibt die Abweichung der Wertänderungssteuer im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung, welche sich unter der Prämisse ergibt, dass jeweils die gesamte Änderung des Unternehmenswerts der Wertänderungssteuer unterliegt. Sie tritt immer dann auf, wenn sich die Werte von verschuldeter und unverschuldeter Unternehmung unterscheiden, wenn also die Kapitalstruktur den Unternehmenswert beeinflusst.[444] Dieser Effekt sei als Wertdifferenzeffekt bezeichnet.

Die zweite Komponente enthält den steuerlichen Effekt des Abzugs der Fremdkapitalzinsen, d.h. also das Tax-Shield unter Berücksichtigung persönlicher Steuern. Das Tax-Shield sei im Folgenden abgebildet durch $s_{AZ}\cdot i\cdot\tilde{F}K_{t-1}$ mit dem effektiven Steuersatz

$$(4.21)\quad s_{AZ}=s_d-s_e+s_u\cdot(1-s_d)\ .$$

Das Tax-Shield ist wie folgt zu interpretieren:[445] Der Abzug der Fremdkapitalzinsen führt zu einer Unternehmensteuerersparnis. Diese erhöht die Ausschüttung an die Eigenkapitalgeber und ist daher um die Ausschüttungssteuer zu mindern. Durch den Abfluss der Zinszahlungen mindert sich der Flow-to-Equity, so dass insoweit eine Minderung der Ausschüttungssteuer beim Eigenkapitalgeber eintritt. Den Steuerentlastungen auf der Ebene der Unternehmung und der Ebene der Eigenkapitalgeber steht eine Steuerbelastung des Zinszuflusses mit Einkommensteuer bei den Fremdkapitalgebern gegenüber.

Die dritte Komponente enthält den steuerlichen Effekt der Änderung des Fremdkapitalbestands. Dieser ist darauf zurückzuführen, dass bei der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung eine zusätzliche Änderung der Gewinnrücklagen in Höhe von

$$(4.22)\quad \left(\tilde{G}R_t-\tilde{G}R_{t-1}\right)-\left(\tilde{G}R_t^l-\tilde{G}R_{t-1}^l\right)=\left(\tilde{F}K_t-\tilde{F}K_{t-1}\right)+\left[\left(\tilde{B}K_t^l-\tilde{B}K_{t-1}^l\right)-\left(\tilde{B}K_t-\tilde{B}K_{t-1}\right)\right]$$

---

[443] Vgl. zur Vorgehensweise Schultze (2005), S. 250; Schultze/Zimmermann (2006), S. 882. Eine alternative Herleitung der steuerlichen Effekte findet sich bei Husmann/Kruschwitz/Löffler (2002), S. 31-32 sowie Drukarczyk (2007), S. 173.

[444] Vgl. Abschnitt 4.3.4 zu Bedingungen, unter denen die Kapitalstruktur den Unternehmenswert nicht beeinflusst und der Effekt somit entfällt.

[445] Vgl. Dinstuhl (2003), S. 85; Husmann/Kruschwitz/Löffler (2002), S. 32-33; Schultze (2005), S. 243; Schultze (2003), S. 313-318; Drukarczyk (2007), S. 174.

eintritt, welche daraus resultiert, dass das Fremdkapital Gewinnrücklagen substituiert.[446] Dieser Effekt ist eindeutig der Fremdfinanzierung zuzuordnen. Er ist wie folgt zu erklären: Soweit eine Erhöhung des Fremdkapitalbestands im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung durch die Minderung von Gewinnrücklagen kompensiert wird, führt die Erhöhung des Fremdkapitalbestands im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung zu einer Erhöhung der Ausschüttung und somit zu einer Erhöhung der Ausschüttungsbelastung.[447] Die Erhöhung des Fremdkapitalbestands wirkt sich darüber hinaus auf die Belastung mit Wertänderungssteuer aus. Eine Erhöhung des Fremdkapitalbestands führt zu einer erhöhten Ausschüttung und somit zu einer steuerpflichtigen Minderung des Werts des Eigenkapitals, so dass hierdurch die Wertänderungssteuer gesenkt wird. Im Fall der Minderung des Fremdkapitalbestands treten jeweils die umgekehrten Effekte ein. Soweit die Änderung des Fremdkapitalbestands im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung dagegen durch eine Änderung des Beteiligungskapitals kompensiert wird, treten die genannten Effekte nicht ein, da Änderungen des Beteiligungskapitals ebenso wie Änderungen des Fremdkapitals weder der Ausschüttungssteuer noch der Wertänderungssteuer unterliegen. Im Ergebnis bildet der Effekt die Besteuerung aufgrund des Anteils der Änderung des Fremdkapitalbestands ab, welcher durch eine Änderung der Gewinnrücklagen kompensiert wird und somit im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung eine Änderung der Höhe der Ausschüttung bewirkt. Der Effekt ist demnach als Ausschüttungsdifferenzeffekt der Fremdfinanzierung zu bezeichnen. Der Ausschüttungsdifferenzeffekt der Fremdfinanzierung resultiert – analog zu dem in Gleichung (4.8) berücksichtigten Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung – aus der unterschiedlichen steuerlichen Behandlung von Innenfinanzierung und Außenfinanzierung.

Auch der Ausschüttungsdifferenzeffekt der Fremdfinanzierung kann durch effektive Steuersätze abgebildet werden. Hierzu sei zunächst das Verhältnis der Abweichung der Gewinnrücklagen von unverschuldeter Unternehmung und verschuldeter Unternehmung zum Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_t$ der jeweiligen Periode definiert als

$$(4.23)\quad \widetilde{L}_t^G = \frac{\widetilde{GR}_t - \widetilde{GR}_t^l}{\widetilde{FK}_t} \quad .$$

mit $0 \leq \widetilde{L}_t^G \leq 1$. Da sowohl die Zählergröße als auch die Nennergröße in Gleichung (4.23) Zufallsvariablen darstellen, ist auch das Verhältnis $\widetilde{L}_t^G$ im Allgemeinen eine Zufallsvariable. Ein deterministisches Verhältnis $L_t^G$ liegt dann vor, wenn die Abweichung der Gewinnrücklagen von unverschuldeter Unternehmung und verschuldeter Unternehmung zum Fremdkapitalbestand proportional ist.

[446] Zu diesem Ergebnis kommen grundsätzlich auch Laitenberger (2002), S. 558; Schultze (2005), S. 250; Schultze/Zimmermann (2006), S. 882. Allerdings wird dort im Folgenden angenommen, dass der Effekt null beträgt, dass also Fremdkapital ausschließlich Beteiligungskapital substituiert. Bei Dinstuhl (2003), S. 89-91; Husmann/Kruschwitz/Löffler (2002), S. 33; Laitenberger (2003), S. 1227; Drukarczyk (2007), S. 174 wird dagegen unterstellt, dass Fremdkapital ausschließlich Gewinnrücklagen ersetzt.

[447] Vgl. Husmann/Kruschwitz/Löffler (2002), S. 33; Dinstuhl (2003), S. 89-91; Laitenberger (2003), S. 1227.

Der steuerliche Effekt der Änderung des Fremdkapitalbestands lässt sich nunmehr unter Beachtung der Gleichungen (4.22) und (4.23) darstellen als

$$(4.24)\quad -\widetilde{FK}_t \cdot \widetilde{s}_{FB,t} + \widetilde{FK}_{t-1} \cdot \widetilde{s}_{FB,t-1} \quad ,$$

wobei als an den Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_\tau$ anknüpfender effektiver Steuersatz der Ausdruck

$$(4.25)\quad \widetilde{s}_{FB,\tau} = \widetilde{L}_\tau^G \cdot (s_d - s_v)$$

anzusetzen ist. Der effektive Steuersatz $\widetilde{s}_{FB,\tau}$ beinhaltet den steuerlichen Effekt der Ersetzung von Gewinnrücklagen durch Fremdkapital, gewichtet mit dem jeweiligen Verhältnis, in dem Gewinnrücklagen in Periode $\tau$ durch Fremdkapital ersetzt werden. Ist das Verhältnis $\widetilde{L}_\tau^G$ eine Zufallsvariable, so ist auch der effektive Steuersatz eine Zufallsvariable. Der effektive Steuersatz ist dagegen deterministisch, wenn das Verhältnis $L_\tau^G$ deterministisch ist.

## 4.3 Die grundlegenden Bewertungsgleichungen

### 4.3.1 Die Bewertung eines der Wertänderungssteuer unterliegenden Cash-Flows

Aufgrund der Wertadditivität des arbitragebasierten Bewertungskalküls können einzelne Zahlungen eines Bewertungsobjekts isoliert bewertet und die Ergebnisse zum Gesamtwert aggregiert werden. Die isoliert zu bewertenden Zahlungen können hierbei in unterschiedlichen Perioden oder auch in der gleichen Periode realisiert werden.

Zu bestimmen ist nun der Wert einer einzelnen Zahlung $\widetilde{X}_t$, welche als Komponente der Gesamtzahlung in Periode $t$ angesehen werden kann. Hierbei ist ein rekursives Bewertungsverfahren anzuwenden. Es wird angenommen, dass der Wert der Zahlung der Wertänderungssteuer unterliegt. Die Steuerzahlung aufgrund der Wertänderungssteuer in Periode $t$ sei in $\widetilde{X}_t$ nicht enthalten. Der Wert der Zahlung in Periode $t$ beträgt nach der Realisierung $\widetilde{V}_t(\widetilde{X}_t) = 0$. Bezeichnet $\widetilde{E}_{t-1}^Q\{\widetilde{X}_t\}$ den unter dem Informationsstand der Periode $t-1$ unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß gebildeten risikoneutralen Erwartungswert der Zufallsvariable $\widetilde{X}_t$, welcher das marktbestimmte Sicherheitsäquivalent von $\widetilde{X}_t$ darstellt, so folgt als Bewertungsgleichung unter Berücksichtigung der Wertänderungssteuer für den bedingten Wert in Periode $t-1$

$$(4.26)\quad \widetilde{V}_{t-1}(\widetilde{X}_t) = \frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{\ \widetilde{X}_t + \widetilde{V}_{t-1}(\widetilde{X}_t)\cdot s_v\ \right\}}{1 + i\cdot(1-s_e)} \quad \Leftrightarrow \quad \widetilde{V}_{t-1}(\widetilde{X}_t) = \frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{\ \widetilde{X}_t\ \right\}/(1-s_v)}{1+i_s}$$

mit $i_s = i\cdot(1-s_e)/(1-s_v)$. Nunmehr ist im Rahmen der rekursiven Bewertung der Wert in Periode $t-2$ zu ermitteln. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Änderung des Werts der Zahlung zwischen $t-2$ und $t-1$ der Wertänderungssteuer unterliegt. Aus Sicht von $t-2$ ist der Wert $\widetilde{V}_{t-2}(\widetilde{X}_t)$ deterministisch. Hiermit folgt als Bewertungsgleichung

$$\widetilde{V}_{t-2}\left(\widetilde{X}_t\right)=\frac{\widetilde{E}^Q_{t-2}\left\{\ \widetilde{V}_{t-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot\left(1-s_v\right)+\widetilde{V}_{t-2}\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot s_v\ \right\}}{1+i\cdot\left(1-s_e\right)}\quad\Leftrightarrow\quad\widetilde{V}_{t-2}\left(\widetilde{X}_t\right)=\frac{\widetilde{E}^Q_{t-2}\left\{\ \widetilde{V}_{t-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\ \right\}}{1+i_s}\quad\Leftrightarrow$$

(4.27)

$$\widetilde{V}_{t-2}\left(\widetilde{X}_t\right)=\frac{\widetilde{E}^Q_{t-2}\left\{\ \widetilde{X}_t\ \right\}/\left(1-s_v\right)}{\left(1+i_s\right)^2}\quad .$$

Fortsetzen der rekursiven Bewertung ergibt den heutigen Wert der Zahlung

$$\text{(4.28)}\quad V_0\left(\widetilde{X}_t\right)=\frac{E^Q_0\left\{\ \widetilde{X}_t\ \right\}/\left(1-s_v\right)}{\left(1+i_s\right)^t}\quad .$$

Bewertungsgleichung (4.28) bewertet die Zahlung gemeinsam mit den durch ihren Wertbeitrag ausgelösten Wertänderungssteuerzahlungen. Der Gesamtwert des Bewertungsobjekts ergibt sich aufgrund der Wertadditivität des Kalküls als Summe der Werte der einzelnen Zahlungen.

### 4.3.2 Unverschuldete Unternehmung

Der Gesamtwert der unverschuldeten Unternehmung kann, ausgehend von den Zahlungen zwischen den Eigenkapitalgebern und der Unternehmung, im Rahmen des risikoneutralen Bewertungskalküls rekursiv bestimmt werden. Dies sei anhand der Bestimmung des bedingten Werts in Periode $t-1$ erläutert. Die gesamte Zahlung nach Steuern in Periode $t$ ist durch Gleichung (4.8) gegeben. Der bedingte Wert in Periode $t$ sei bereits ermittelt und betrage $\widetilde{V}_t$ . Für den bedingten Gesamtwert in Periode $t-1$ folgt dann

$$\widetilde{V}_{t-1}=\frac{\widetilde{E}^Q_{t-1}\left\{\ \widetilde{C}_t\cdot\left(1-s_d\right)+\widetilde{V}_t\ \cdot\left(1-s_v\right)+\widetilde{V}_{t-1}\cdot s_v-\left(\widetilde{BK}_t-\widetilde{BK}_{t-1}\right)\cdot\left(s_d-s_v\right)\ \right\}}{1+i\cdot\left(1-s_e\right)}$$

(4.29) $\Leftrightarrow$

$$\widetilde{V}_{t-1}=\frac{\widetilde{E}^Q_{t-1}\left\{\ \widetilde{C}_t\cdot\frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}+\widetilde{V}_t\ -\left(\widetilde{BK}_t-\widetilde{BK}_{t-1}\right)\cdot\frac{\left(s_d-s_v\right)}{\left(1-s_v\right)}\ \right\}}{1+i_s}$$

mit $i_s=i\cdot\left(1-s_e\right)/\left(1-s_v\right)$. Gleichung (4.29) zeigt, dass alle Zahlungen der Unternehmung – insbesondere auch diejenige Zahlung, welche zur kapitalstrukturbedingten Korrektur der Belastung mit Wertänderungssteuer eingeführt wurde, – der Wertänderungssteuer unterliegen. Der heutige Wert der zu bewertenden unverschuldeten Unternehmung ist daher durch

$$\text{(4.30)}\quad V_0=\underbrace{\sum_{t=1}^{T}\frac{E^Q_0\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^t}\cdot\frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}}_{I}-\underbrace{\sum_{t=1}^{T}\frac{E^Q_0\left\{\ \widetilde{BK}_t-\widetilde{BK}_{t-1}\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^t}\cdot\frac{\left(s_d-s_v\right)}{\left(1-s_v\right)}}_{II}$$

gegeben, wobei am Ende der Lebensdauer $T$ der Unternehmung $BK_T=0$ gilt. Gleichung (4.30) ist wie folgt zu interpretieren: Komponente I enthält den Wert der von der Unternehmung insgesamt an die Kapitalgeber ausgezahlten Cash-Flows unter der Annahme, dass diese vollständig als Dividende der Ausschüttungssteuer unterliegen und dass darüber hinaus Wertänderungen vollständig der Wertänderungssteuer unterliegen. Komponente II beinhaltet den Wertbeitrag des aufgrund der Beteiligungsfinanzierung zu berücksichtigenden Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung. Dieser bildet den Einfluss der Kapitalstruktur auf den Wert der unverschuldeten Unternehmung ab.

### 4.3.3 Verschuldete Unternehmung

Der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung kann, ausgehend von der Gesamtzahlung zwischen den Kapitalgebern und der Unternehmung, entsprechend dem Wert der unverschuldeten Unternehmung rekursiv bestimmt werden. Dies sei wiederum anhand der Bestimmung des Gesamtwerts in Periode $t-1$ erläutert. Die gesamte Zahlung nach Steuern in Periode $t$ ist durch Gleichung (4.19) gegeben. Der Wert in Periode $t$ sei bereits ermittelt und betrage $\widetilde{V}_t^l$. Hiermit folgt für den bedingten Gesamtwert in Periode $t-1$ unter Berücksichtigung der Definitionen der effektiven Steuersätze

$$\widetilde{V}_{t-1}^l = \frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{ \widetilde{C}_t \cdot (1-s_d) + \widetilde{V}_t^l \cdot (1-s_v) + \widetilde{V}_{t-1}^l \cdot s_v - \left(\widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}\right)\cdot (s_d - s_v) \right\}}{1+i\cdot(1-s_e)}$$

$$+\frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{ i\cdot \widetilde{F}K_{t-1}\cdot s_{AZ} - \widetilde{F}K_t \cdot \widetilde{s}_{FB,t} + \widetilde{F}K_{t-1}\cdot \widetilde{s}_{FB,t-1} \right\}}{1+i\cdot(1-s_e)}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\widetilde{V}_{t-1}^l = \frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{ \widetilde{C}_t \cdot \frac{(1-s_d)}{(1-s_v)} + \widetilde{V}_t^l - \left(\widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}\right)\cdot \frac{(s_d - s_v)}{(1-s_v)} \right\}}{1+i_s}$$

$$+\frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{ i\cdot \widetilde{F}K_{t-1}\cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)} - \widetilde{F}K_t \cdot \frac{\widetilde{s}_{FB,t}}{(1-s_v)} + \widetilde{F}K_{t-1}\cdot \frac{\widetilde{s}_{FB,t-1}}{(1-s_v)} \right\}}{1+i_s} \quad . \tag{4.31}$$

Auch die fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen unterliegen nach Gleichung (4.31) der Wertänderungssteuer. Hierdurch wird der Wertdifferenzeffekt im Bewertungskalkül abgebildet. Der heutige Wert der zu bewertenden verschuldeten Unternehmung ist daher durch

$$V_0^l = \underbrace{\sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left\{ \widetilde{C}_t \right\}}{(1+i_s)^t}\cdot \frac{(1-s_d)}{(1-s_v)}}_{I} - \underbrace{\sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left\{ \widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1} \right\}}{(1+i_s)^t}\cdot \frac{(s_d - s_v)}{(1-s_v)}}_{II}$$

$$+\underbrace{\sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left\{ \widetilde{F}K_{t-1} \right\}}{(1+i_s)^t}\cdot i \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)}}_{III} - \underbrace{\sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left\{ \widetilde{F}K_t \cdot \widetilde{s}_{FB,t} - \widetilde{F}K_{t-1}\cdot \widetilde{s}_{FB,t-1} \right\}}{(1+i_s)^t}\cdot \frac{1}{(1-s_v)}}_{IV} \tag{4.32}$$

gegeben, wobei am Ende der Lebensdauer $T$ der Unternehmung $FK_T = BK_T = 0$ gilt. Gleichung (4.32) ist wie folgt zu interpretieren: Die Komponenten I und II stellen den durch Gleichung (4.30) gegebenen Wert der unverschuldeten Unternehmung dar. Um den Wert der verschuldeten Unternehmung zu erhalten, ist dieser additiv um die Komponenten III und IV zu ergänzen. Komponente III beinhaltet den Wertbeitrag des Tax-Shields. Der Wert des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Fremdfinanzierung wird durch Komponente IV abgebildet. Diese weist im Vergleich zu den anderen Komponenten die Besonderheit auf, dass der anzuwendende effektive Steuersatz stochastisch sein kann.

### 4.3.4 Bedingungen für die Irrelevanz steuerlicher Effekte

Die allgemeine Bewertungsgleichung (4.32) beinhaltet vier Komponenten, in die jeweils unterschiedliche steuerliche Effekte eingehen. Nunmehr sind spezielle Steuersatzkombinationen zu analysieren, bei denen einzelne steuerliche Effekte irrelevant für den Unternehmenswert sind und somit aus dem Bewertungskalkül entfallen.

Werden Ausschüttungen und Wertänderungen identisch besteuert, d.h. $s_d = s_v$, so resultiert

(4.33) $s_d - s_v = \tilde{s}_{FB,t} = 0$

und die Ausschüttungsdifferenzeffekte von Fremdfinanzierung und Beteiligungsfinanzierung (Komponenten II und IV) entfallen aus dem Bewertungskalkül.[448] Dies ist wie folgt zu erklären: Eine Erhöhung des Bestands von Beteiligungskapital oder Fremdkapital führt bei gegebenem Kapitalbedarf zu einer Erhöhung der Ausschüttung. Die Kapitalerhöhung führt zu einer Erhöhung der Anschaffungskosten der Beteiligung, während die Fremdkapitalaufnahme bei gleichzeitiger Ausschüttung den Wert des Eigenkapitals mindert. Werden Ausschüttungen und steuerpflichtige Wertänderungen identisch besteuert, so steht im Fall der Erhöhung des Bestands von Beteiligungskapital oder Fremdkapital der zusätzlichen Steuerbelastung aufgrund der Erhöhung der Ausschüttung eine identische Steuerentlastung aufgrund der Minderung der steuerpflichtigen Wertänderung gegenüber, so dass eine Gesamtsteuerbelastung von null resultiert. Insoweit lösen Zahlungen aufgrund von Änderungen der Innenfinanzierung und der Außenfinanzierung die gleiche Steuerbelastung aus und der Ausschüttungsdifferenzeffekt, welcher die unterschiedliche Belastung von Innenfinanzierung und Außenfinanzierung anzeigt, entfällt aus dem Kalkül. Wie im Modell ohne Berücksichtigung der Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber ist dann als wertrelevanter Effekt der Kapitalstruktur ausschließlich das Tax-Shield zu berücksichtigen. Der steuerliche Effekt der Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen vereinfacht sich unter Berücksichtigung des Wertdifferenzeffekts für $s_d = s_v$ zu

(4.34) $\dfrac{s_{AZ}}{(1-s_v)} = \dfrac{s_d - s_e}{(1-s_d)} + s_u$ .

[448] Dies steht im Widerspruch zu den Ergebnissen von Wiese (2006a), S. 148-149, der bei identischer Besteuerung von Ausschüttungen und Wertänderungen einen Ausschüttungsdifferenzeffekt der Fremdfinanzierung von $\left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) \cdot s_d$ annimmt.

Sind zudem Zinsen identisch besteuert wie Ausschüttungen und Wertänderungen, d.h. $s_d = s_v = s_e$, so folgt wegen

$$(4.35)\quad \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)} = s_u$$

die Irrelevanz der Kapitalgeberbesteuerung im Bewertungskalkül.[449] Die Kapitalstruktur ist dagegen aufgrund der steuerlichen Behandlung der Fremdkapitalzinsen auf Unternehmensebene weiterhin wertrelevant.

Der durch das Tax-Shield bedingte Werteffekt der Komponente III entfällt aus dem Bewertungskalkül, wenn die Steuerersparnis aus dem Zinsabzug der Steuerbelastung der Zinseinkünfte beim Fremdkapitalgeber entspricht.[450] Formal folgt die Bedingung

$$(4.36)\quad s_{AZ} = 0 \;\Leftrightarrow\; s_e = s_d + s_u \cdot (1-s_d)\ .$$

Gilt neben Bedingung (4.36) auch $s_d = s_v$, so dass Bedingung (4.33) ebenfalls erfüllt ist, so folgt die Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Unternehmenswert. Die vorstehenden Ausführungen zeigen, dass bei positiven Unternehmensteuersätzen niemals Irrelevanz der Kapitalstruktur und Irrelevanz der Kapitalgeberbesteuerung für den Unternehmenswert simultan auftreten können.

### 4.3.5 Die Determinierung der Risikoquellen des Bewertungskalküls

Die Bewertung der Unternehmungen erfordert die Kenntnis der Stochastik der einzelnen wertrelevanten Zahlungen und somit die Identifikation der wertrelevanten Risikoquellen. Bewertungsgleichung (4.30) beinhaltet als Risikoquellen der unverschuldeten Unternehmung die zur Auskehrung an die Kapitalgeber zur Verfügung stehenden Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ sowie die Bestände des Beteiligungskapitals. Bei der verschuldeten Unternehmung treten nach Gleichung (4.32) als zusätzliche Risikoquellen die Fremdkapitalbestände sowie die den Ausschüttungsdifferenzeffekt der Fremdfinanzierung determinierenden Verhältniswerte $\widetilde{L}_\tau^G$, welche in die effektiven Steuersätze $\widetilde{s}_{FB,\tau}$ eingehen, hinzu. Die Bewertung der verschuldeten Unternehmung erfordert somit die Determinierung von vier wertrelevanten Risikoquellen. Die Determinierung der Stochastik der aus der Kapitalstruktur resultierenden Steuerzahlungen erfolgt hierbei mittels Finanzierungsstrategien. Aus diesen Finanzierungsstrategien muss die sto-

---

[449] Nach der Unternehmensteuerreform 2008 werden unter den Voraussetzungen des § 32 d EStG Ausschüttungen, Zinsen und realisierte Wertänderungen mit einem identischen Abgeltungssteuersatz besteuert. Sofern eine periodische Realisierung und Besteuerung von Wertänderungen angenommen wird, ist Bedingung (4.35) demnach erfüllt. Die Vernachlässigung persönlicher Steuern im Bewertungskalkül kann somit auf Basis von Bedingung (4.35) gerechtfertigt werden.

[450] Vgl. Dinstuhl (2003), S. 65. Miller (1977), S. 268 ff. leitet auf Basis der Bedingung (4.36) ein allgemeines Kapitalmarktgleichgewicht für den Fall investorspezifischer Steuersätze ab, in dem Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Wert der einzelnen Unternehmung aufgrund von steuerlich bedingten Klienteleffekten besteht. Vgl. hierzu auch Dinstuhl (2003), S. 91-92. Unklar bleibt der Einfluss des Ausschüttungsdifferenzeffekts auf das Kapitalmarktgleichgewicht. Während bei Miller (1977) ein Ausschüttungsdifferenzeffekt aufgrund der Annahme $s_d = s_v = 0$ nicht auftreten kann, liegt im Modell von Dinstuhl (2003) ein Ausschüttungsdifferenzeffekt vor, welcher jedoch bei der Analyse des Kapitalmarktgleichgewichts nicht betrachtet wird.

chastische Entwicklung der Kapitalstruktur eindeutig hervorgehen. Hierbei ist zu beachten, dass der gesamte Kapitalbedarf exogen gegeben ist.

Zunächst ist die unverschuldete Unternehmung zu betrachten. Die Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ stellen die Zahlungen zwischen der unverschuldeten Unternehmung und deren Eigenkapitalgebern dar. Das Risiko der Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ kann durch Cash-Flow-Prozesse modelliert werden. Für diese existieren unter bestimmten Voraussetzungen konkrete Bewertungsgleichungen, welche in die erste Komponente des Bewertungskalküls eingehen. Die unverschuldete Unternehmung verfügt über zwei Finanzierungsquellen, so dass bei gegebenem Kapitalbedarf Prämissen bezüglich einer Finanzierungsquelle erforderlich sind. Die Bewertung der unverschuldeten Unternehmung ist Gegenstand des Abschnitts 4.4.

Nunmehr ist die verschuldete Unternehmung zu betrachten. Bei dieser liegen drei unterschiedlich besteuerte Finanzierungsquellen vor, so dass bei gegebenem Kapitalbedarf Finanzierungsstrategien bezüglich zweier Finanzierungsquellen erforderlich sind, damit die Kapitalstruktur eindeutig determiniert ist. Eine Finanzierungsstrategie, welche sich ausschließlich auf die Fremdkapitalbestände bezieht, reicht somit nicht aus. Soll die Kapitalstruktur, ausgehend von der gegebenen Kapitalstruktur der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung, determiniert werden, so sind die Beteiligungskapitalbestände der unverschuldeten Unternehmung vorgegeben. Der Beteiligungskapitalbestand der verschuldeten Unternehmung ergibt sich dann als Beteiligungskapitalbestand der unverschuldeten Unternehmung abzüglich des stochastischen Anteils des Fremdkapitalbestands $1-\widetilde{L}_t^G$, der im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Beteiligungskapital ersetzt. Die Finanzierungsstrategie der verschuldeten Unternehmung muss demnach bei gegebenem Kapitalbedarf und gegebener Kapitalstruktur der unverschuldeten Unternehmung zusätzlich zu den Informationen bezüglich des Fremdkapitalbestands Informationen darüber enthalten, in welchem Verhältnis Fremdkapital im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Beteiligungskapital bzw. Gewinnrücklagen substituiert; formal bedeutet dies, dass die Größe $\widetilde{L}_t^G$ für Zwecke der Bewertung durch die Finanzierungsstrategie festzulegen ist. Die Bewertung der verschuldeten Unternehmung unter Berücksichtigung spezieller Finanzierungsstrategien ist Gegenstand des Abschnitts 4.5.

Abschließend ist zu analysieren, ob im Fall der Irrelevanz einzelner steuerlicher Effekte für den Unternehmenswert Risikoquellen aus dem Bewertungskalkül entfallen. Gilt $s_d = s_v$, so entfallen die Ausschüttungsdifferenzeffekte aus dem Kalkül. Dies impliziert, dass sowohl die Entwicklung des Bestands des Beteiligungskapitals als auch das Verhältnis, in dem Gewinnrücklagen bei der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung durch Fremdkapital ersetzt werden, als wertrelevante Risikoquellen aus dem Bewertungskalkül entfallen. Folglich ist es auch nicht erforderlich, diese Größen durch Finanzierungsstrategien zu modellieren. Im Fall der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Unternehmenswert entfällt zudem der Fremdkapitalbestand als wertrelevante Risikoquelle. Ist dagegen bei Wertrelevanz der Ausschüttungsdifferenzeffekte das Tax-Shield nach Bedingung (4.36) irrelevant, so erfolgt keine Reduzierung der wertrelevanten Risikoquellen.

## 4.4 Bewertung der unverschuldeten Unternehmung

### 4.4.1 Die Modellierung der Cash-Flows

Im Folgenden sind geschlossene Bewertungsgleichungen für die Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung zu bestimmen. Hierzu ist zunächst die Modellierung der Cash-Flows $\tilde{C}_t$ genauer zu betrachten.

Ein erstes Konzept, welches zur Modellierung von Cash-Flows eingesetzt wird, stellt die Erwartungsrevision dar, welche die Entwicklung der Information[451] bezüglich eines Cash-Flows und somit die Auflösung des Risikos[452] des Cash-Flows im Zeitablauf abbildet. Zur Modellierung der Erwartungsrevision werden multiplikative[453] und additive[454] Modelle sowie eine Kombination von mulitplikativen und additiven Modellen[455] verwendet. Formal wird die Erwartungsrevision abgebildet, indem der bedingte Erwartungswert eines in Periode $t$ zufließenden Cash-Flows $\tilde{C}_t$ unter dem Informationsstand der Periode $\tau \le t$ mit dem bedingten Erwartungswert unter dem Informationsstand der Periode $\tau - 1$ in Beziehung gesetzt wird.[456] Im multiplikativen Modell gilt beispielsweise[457]

$$(4.37)\quad \frac{\tilde{E}_\tau\left(\tilde{C}_t\right)}{\tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)} - 1 = \tilde{\varepsilon}_{t,\tau} \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{E}_\tau\left(\tilde{C}_t\right) = \tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right) \cdot \left(1 + \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right),$$

wobei das Inkrement $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ mit $E\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right) = 0$ eine Störgröße darstellt. Im Fall $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau} \ne 0$ für alle $\tau < t$ treten zwischen Periode $\tau - 1$ und $\tau$ neue Informationen bezüglich der Verteilung von $\tilde{C}_t$ ein. Es liegt dann eine allmähliche Auflösung des Risikos im Zeitablauf vor. Gilt dagegen $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau} = 0$ für alle $\tau < t$ und $\tilde{\varepsilon}_{t,t} \ne 0$, so ergeben sich im Zeitablauf keine neuen Informationen bezüglich der Verteilung von $\tilde{C}_t$. Das Risiko löst sich demnach schlagartig in der Periode $t$ auf, in der der Cash-Flow realisiert wird.[458]

Eine weitere in der Literatur diskutierte Modellierung der Cash-Flows stellen die Cash-Flow-Prozesse dar, welche den Cash-Flow einer Periode $\tilde{C}_t$ in Beziehung zum Cash-Flow der Vorperiode $\tilde{C}_{t-1}$ setzen.[459] Gängige Cash-Flow-Prozesse sind der multiplikative Prozess, der ad-

---

[451] Vgl. Haley (1993), S. 78-81; Myers/Turnbull (1977), S. 322-323; Fama (1977), S. 10.
[452] Vgl. Laitenberger (2006), S. 87; Wilhelm (2005a), S. 645.
[453] Vgl. Myers/Turnbull (1977), S. 322-323; Fama (1977), S. 10; Sick (1986), S. 29-30; Laitenberger (2006), S. 87.
[454] Vgl. Sick (1986), S. 24-25; Wilhelm (2005a), S. 646.
[455] Vgl. Haley (1993), S. 78-81.
[456] Es gilt $\tilde{E}_t\left(\tilde{C}_t\right) = \tilde{C}_t$, so dass die Zusammenhänge zwischen den bedingten Erwartungswerten auch für den Realisierungszeitpunkt $t$ gelten.
[457] Vgl. insbesondere Fama (1977), S. 10; Laitenberger (2006), S. 87.
[458] Vgl. Laitenberger (2006), S. 87.
[459] Einen Überblick über Cash-Flow-Prozesse findet sich bei Wilhelm (2005a), S. 656 ff. Binomiale Cash-Flow-Prozesse werden bei Richter (2001), S. 175 ff. betrachtet.

ditive Prozess sowie der Mean-Reverting-Prozess. Der multiplikative und der additive Prozess können stochastisch abhängig oder stochastisch unabhängig sein. Cash-Flow-Prozesse können als Spezialfall der Erwartungsrevision angesehen werden. Der Informationsstand einer Periode $t-1$, an den die Erwartungsrevision anknüpft, ist beim Cash-Flow-Prozess gegeben durch den Cash-Flow der Periode $t-1$. Dies sei anhand des multiplikativen Cash-Flow-Prozesses erläutert, der gegeben ist durch

(4.38) $\widetilde{C}_t = \widetilde{C}_{t-1} \cdot (1+g_t) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_t)$.

Im Vergleich hierzu ist das multiplikative Modell der Erwartungsrevision gegeben durch Gleichung (4.37). Sind die $\widetilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ im Modell der Erwartungsrevision in einer Periode $\tau$ für alle Cash-Flows identisch, d.h. $\widetilde{\varepsilon}_{t,\tau} = \widetilde{\varepsilon}_\tau$ für alle $t > \tau$, so besteht zwischen den Modellen ein einfacher Zusammenhang, der im Folgenden erläutert wird.[460] Vorausgesetzt wird $\widetilde{\varepsilon}_{t,\tau} = \widetilde{\varepsilon}_\tau$ für alle $t, \tau$ sowie $E_0(\widetilde{C}_\tau) > 0$ für alle $\tau$. Die Differenz der unbedingten Erwartungswerte zweier Cash-Flows der Perioden $\tau = t$ und $\tau = t-1$ kann dann wie folgt ausgedrückt werden:

(4.39) $E_0(\widetilde{C}_t) - E_0(\widetilde{C}_{t-1}) = E_0(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot g_t \quad \Leftrightarrow \quad E_0(\widetilde{C}_t) = E_0(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot (1+g_t)$

mit $g_t > -1$. Hiermit und unter Beachtung von Gleichung (4.37) folgt für den Erwartungswert des in Periode $t$ realisierten Cash-Flows unter dem Informationsstand der Periode 1:

(4.40) $\widetilde{E}_1(\widetilde{C}_t) = E_0(\widetilde{C}_t) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_1) = E_0(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot (1+g_t) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_1) = \widetilde{E}_1(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot (1+g_t)$ .

Entsprechend ergibt sich für den Informationsstand der Periode 2:

(4.41) $\widetilde{E}_2(\widetilde{C}_t) = \widetilde{E}_1(\widetilde{C}_t) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_2) = \widetilde{E}_1(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot (1+g_t) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_2) = \widetilde{E}_2(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot (1+g_t)$ .

Bei Fortsetzen dieser Vorgehensweise resultiert für den Informationsstand der Periode $t-1$:

(4.42) $\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{C}_t) = \widetilde{E}_{t-2}(\widetilde{C}_t) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_{t-1}) = \widetilde{E}_{t-2}(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot (1+g_t) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_{t-1}) = \widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{C}_{t-1}) \cdot (1+g_t) = \widetilde{C}_{t-1} \cdot (1+g_t)$ .

Zusammen mit Gleichung (4.37) folgt hieraus Gleichung (4.38). Wird $g_{t-1}$ entsprechend Gleichung (4.39) definiert, so ergibt sich $E_0(\widetilde{C}_{t-1}) = E_0(\widetilde{C}_{t-2}) \cdot (1+g_{t-1})$. Hieraus folgt:

(4.43) $E_0(\widetilde{C}_t) = E_0(\widetilde{C}_{t-2}) \cdot (1+g_t) \cdot (1+g_{t-1})$ .

Wird diese Vorgehensweise bis zu $E_0(\widetilde{C}_1) = C_0 \cdot (1+g_1)$ fortgesetzt, so resultiert:

(4.44) $E_0(\widetilde{C}_t) = C_0 \cdot \prod_{\tau=1}^{t} (1+g_\tau)$ ,

wobei der Startwert $C_0$ des Cash-Flow-Prozesses durch den bereits zugeflossenen Cash-Flow im Bewertungszeitpunkt $t=0$ gegeben ist.

[460] Vgl. zur Herleitung Mai (2006a), S. 1245-1246. Für das additive Modell ergeben sich analoge Zusammenhänge.

Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die unterschiedlichen Modelle der Erwartungsrevision, die Cash-Flow-Prozesse sowie Bedingungen, welche zur Äquivalenz der Modelle führen. Sofern keine formal einfachen Zusammenhänge bestehen, wird auf eine Darstellung verzichtet.

| Erwartungsrevision | Äquivalenzbedingung | Cash-Flow-Prozess |
|---|---|---|
| Multiplikatives Modell $\tilde{E}_\tau(\tilde{C}_t) = \tilde{E}_{\tau-1}(\tilde{C}_t) \cdot (1 + \tilde{\varepsilon}_{t,\tau})$ | $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau} = \tilde{\varepsilon}_\tau$ für alle $t, \tau$ mit $\tau < t$ $E_0(\tilde{C}_t) > 0$ für alle $t$ | Multiplikativer Prozess, stochastisch abhängig $\tilde{C}_t = \tilde{C}_{t-1} \cdot (1 + g_t) \cdot (1 + \tilde{\varepsilon}_t)$ |
| | $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau} = 0$ für alle $\tau < t$ $\tilde{\varepsilon}_{t,t} = \tilde{\varepsilon}_t \neq 0$ | Multiplikativer Prozess, stochastisch unabhängig $\tilde{C}_t = \overline{C}_t \cdot (1 + \tilde{\varepsilon}_t)$ |
| Additives Modell $\tilde{E}_\tau(\tilde{C}_t) = \tilde{E}_{\tau-1}(\tilde{C}_t) + \tilde{\rho}_{t,\tau}$ | $\tilde{\rho}_{t,\tau} = \tilde{\rho}_\tau$ für alle $t, \tau$ mit $\tau < t$[461] | Additiver Prozess, stochastisch abhängig[462] $\tilde{C}_t = \tilde{C}_{t-1} + g_t + \tilde{\rho}_t$ |
| | $\tilde{\rho}_{t,\tau} = 0$ für alle $\tau < t$ $\tilde{\rho}_{t,t} = \tilde{\rho}_t \neq 0$ | Additiver Prozess, stochastisch unabhängig $\tilde{C}_t = \overline{C}_t + \tilde{\rho}_t$ |
| Kombiniertes Modell $\tilde{E}_\tau(\tilde{C}_t) = \tilde{E}_{\tau-1}(\tilde{C}_t) \cdot (1 + \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}) + \tilde{\rho}_{t,\tau}$ | - | - |
| - | - | Mean-Reverting Prozess $\tilde{C}_t = (1-\eta) \cdot \tilde{C}_{t-1} + \eta \cdot \overline{C} + \tilde{\rho}_t$ |

Tabelle 4.1: Erwartungsrevision und Cash-Flow-Prozesse

Im Fall der stochastisch unabhängigen Prozesse gilt $E_0(\tilde{C}_t) = \overline{C}_t$. Gilt $\overline{C}_t \neq 0$ für alle $t$, so kann $\overline{C}_t$ mittels der Beziehung $\overline{C}_\tau = \overline{C}_{\tau-1} \cdot (1 + g_\tau)$ dargestellt werden durch die multiplikative Wachstumsgleichung $\overline{C}_t = \overline{C}_0 \cdot \prod_{\tau=1}^{t} (1 + g_\tau)$. Eine aus dem Zusammenhang $\overline{C}_\tau = \overline{C}_{\tau-1} + g_\tau$ folgende Darstellung als additive Wachstumsgleichung $\overline{C}_t = \overline{C}_0 + \sum_{\tau=1}^{t} g_\tau$ ist dagegen auch dann möglich, wenn in einzelnen Perioden $\overline{C}_t = 0$ gilt.

Beim Mean-Reverting Prozess stellt $\overline{C}$ den Mittelwert dar, um den die Realisationen des Cash-Flow-Prozesses langfristig schwanken. Der Mean-Reversion Parameter $\eta$ gibt die

[461] Der Erwartungswert der Störgröße $\tilde{\rho}_{t,\tau}$ beträgt $E(\tilde{\rho}_{t,\tau}) = 0$.

[462] Die Herleitung der Äquivalenz zwischen dem Cash-Flow-Prozess und der additiven Erwartungsrevision erfolgt analog zum multiplikativen Modell.

Geschwindigkeit an, mit der der Prozess gegen den langfristigen Mittelwert $\overline{C}$ konvergiert.[463]

Im Folgenden sind Bewertungsgleichungen für die vorstehend betrachteten Cash-Flow-Modelle zu entwickeln. Hierzu werden zunächst die Einkommensteuern vernachlässigt, was zu einer erheblichen Vereinfachung der Notation führt. Aufbauend auf den Ergebnissen des Modells ohne Steuern, werden Bewertungsgleichungen unter Berücksichtigung der Besteuerung betrachtet.

### 4.4.2 Bewertung im Modell ohne Einkommensteuern

#### 4.4.2.1 Bewertung auf Basis marktbestimmter Sicherheitsäquivalente

##### 4.4.2.1.1 Die Bewertung der Inkremente eines stochastischen Prozesses

Die Herleitung konkreter Bewertungsgleichungen für Cash-Flows, deren Stochastik durch einen Prozess der Erwartungsrevision oder einen Cash-Flow-Prozess determiniert ist, erfordert die Bewertung der Inkremente $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ bzw. $\tilde{\rho}_{t,\tau}$ des stochastischen Prozesses. Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf die Bewertung von $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$; für $\tilde{\rho}_{t,\tau}$ resultieren analoge Ergebnisse. Zu betrachten ist die Bewertung einer in Periode $\tau$ realisierten Zahlung der Höhe $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ aus Sicht der Vorperiode $\tau - 1$.[464] Der bedingte Wert dieser Zahlung ist gegeben durch

$$(4.45)\quad \tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right) = \frac{\tilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{\ \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\ \right\}}{1+i}$$

und ist aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ stochastisch, sofern der unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß gebildete Erwartungswert $\tilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{\ \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\ \right\}$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts stochastisch ist. Durch rekursive Bewertung der Zahlung $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ ist es möglich, den heutigen Wert der Zahlung $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$

$$(4.46)\quad V_0\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right) = \frac{E^{Q}_{0}\left\{\ \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\ \right\}}{(1+i)^{\tau}}$$

zu bestimmen. Hieraus ergeben sich allerdings keine konkreten Bewertungsgleichungen für Cash-Flows, welche durch einen der oben genannten stochastischen Prozesse determiniert sind.

Ein Spezialfall von Gleichung (4.45) ist gegeben, wenn der unter dem Informationsstand der Periode $\tau - 1$ gebildete risikoneutrale Erwartungswert der Zahlung $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ deterministisch ist.[465] Es gilt dann

$$(4.47)\quad \bar{\varepsilon}_{t,\tau} = \tilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{\ \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\ \right\} = \tilde{E}^{Q}_{\tau-2}\left\{\ \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\ \right\} = \cdots = E^{Q}_{0}\left\{\ \tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\ \right\}\ ,$$

[463] Vgl. zum zeitdiskreten Mean-Reverting Prozess Bhattacharya (1978), S. 1319. Ein Überblick über zeitstetige Mean-Reverting Prozesse findet sich bei Niemann (2000), S. 28-29.

[464] Die Interpretation der Inkremente des Cash-Flow-Modells als zu bewertende Zahlungen geht auf Laitenberger (2006), S. 88 zurück.

[465] Vgl. Laitenberger (2006), S. 89.

wobei $\bar{\varepsilon}_{t,\tau}$ eine aus Sicht von $t=0$ deterministische Größe darstellt. Der Wert in Periode $\tau-1$ der Zahlung $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ ist dann ebenfalls deterministisch und ergibt sich zu

$$(4.48)\quad V_{\tau-1}\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right)=\frac{\bar{\varepsilon}_{t,\tau}}{1+i} \quad .$$

Für den heutigen Wert folgt entsprechend $V_0\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right)=\bar{\varepsilon}_{t,\tau}/(1+i)^{\tau}$. Unter der Annahme, dass Gleichung (4.48) für alle Perioden $\tau$ gilt, können, wie im Folgenden verdeutlicht wird, rekursive Bewertungsgleichungen für die mittels stochastischer Prozesse modellierten Cash-Flows bestimmt werden.

Zunächst ist allerdings zu analysieren, unter welchen Voraussetzungen der unter dem Informationsstand der Periode $\tau-1$ gebildete risikoneutrale Erwartungswert der Zahlung $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ aus Sicht von $t=0$ deterministisch ist.[466] Hierzu sei das in der Abbildung 4.2 dargestellte zweiperiodige Binomialmodell betrachtet, welches die Ausprägungen $\varepsilon_z$ einer in Periode $\tau=2$ realisierten Zahlungen $\tilde{\varepsilon}_2$ sowie die subjektiven Wahrscheinlichkeiten $p_z$ und die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten $q_z$ enthält; der Index $z$ bezeichnet hierbei den jeweiligen Umweltzustand.

[466] Vgl. das binomiale Beispiel von Laitenberger (2006), S. 91-92. Dieses Beispiel wird im Folgenden verallgemeinert.

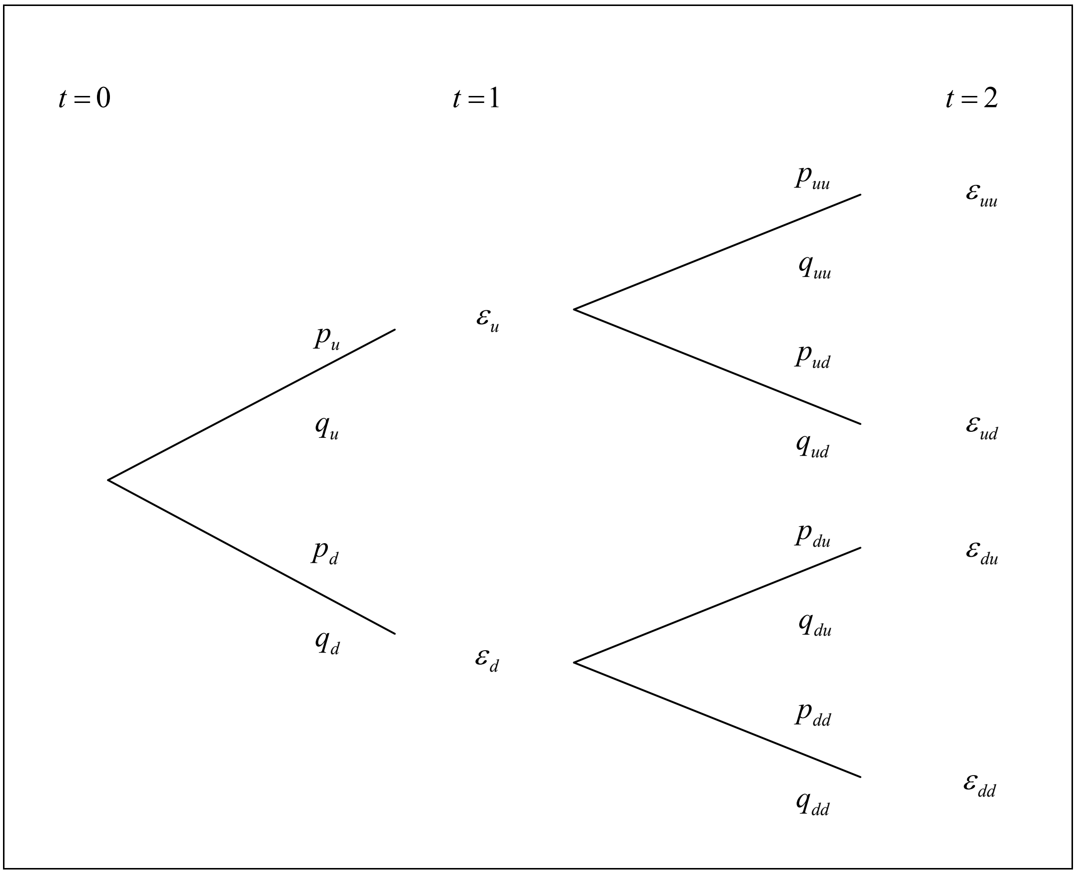


Abbildung 4.2: Ausprägungen des Inkrements $\tilde{\varepsilon}_2$

Damit $\bar{\varepsilon}_2$ deterministisch ist, muss die Bedingung $\bar{\varepsilon}_2 = \tilde{E}_1^Q\left\{\ \tilde{\varepsilon}_2\ \right\} = E_0^Q\left\{\ \tilde{\varepsilon}_2\ \right\}$ für jeden in Periode $\tau = 1$ eintretenden Umweltzustand gelten. Weiterhin muss für jeden dieser Zustände definitionsgemäß die Bedingung $0 = \tilde{E}_1\left(\tilde{\varepsilon}_2\right) = E_0\left(\tilde{\varepsilon}_2\right)$ erfüllt sein. In der Literatur wird als Voraussetzung für die Gültigkeit der beiden Bedingungen oftmals vorausgesetzt, dass die einperiodigen subjektiven Wahrscheinlichkeiten und risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten sowie die Verteilung von $\tilde{\varepsilon}_2$ zustandsunabhängig sind. Diese Voraussetzung stellt allerdings lediglich einen Spezialfall dar. Als Bedingung für deterministische $\bar{\varepsilon}_2$ reicht aus, dass die beiden linearen Gleichungssysteme

$$\begin{aligned} p_{uu} \cdot \varepsilon_{uu} + \left(1 - p_{uu}\right) \cdot \varepsilon_{ud} &= 0 \\ q_{uu} \cdot \varepsilon_{uu} + \left(1 - q_{uu}\right) \cdot \varepsilon_{ud} &= \bar{\varepsilon}_2 \end{aligned} \tag{4.49}$$

und

$$\begin{aligned} p_{du} \cdot \varepsilon_{du} + \left(1 - p_{du}\right) \cdot \varepsilon_{dd} &= 0 \\ q_{du} \cdot \varepsilon_{du} + \left(1 - q_{du}\right) \cdot \varepsilon_{dd} &= \bar{\varepsilon}_2 \end{aligned} \tag{4.50}$$

simultan erfüllt sind. Die Gleichungssysteme bestehen jeweils aus zwei Gleichungen mit jeweils insgesamt vier Variablen, so dass unterschiedliche Parameterkonstellationen zulässig sind, die zu einem deterministischen Wert $\bar{\varepsilon}_2$ führen. Konkret sind alle Parameterkonstellationen zulässig, welche die folgenden vier Bedingungen erfüllen:

$$
(4.51)\quad
\begin{aligned}
\varepsilon_{uu} &= \bar{\varepsilon}_2 \cdot \frac{1-p_{uu}}{q_{uu}\cdot(1-p_{uu})-p_{uu}\cdot(1-q_{uu})}\\
\varepsilon_{ud} &= -\bar{\varepsilon}_2 \cdot \frac{p_{uu}}{q_{uu}\cdot(1-p_{uu})-p_{uu}\cdot(1-q_{uu})}\\
\varepsilon_{du} &= \bar{\varepsilon}_2 \cdot \frac{1-p_{du}}{q_{du}\cdot(1-p_{du})-p_{du}\cdot(1-q_{du})}\\
\varepsilon_{dd} &= -\bar{\varepsilon}_2 \cdot \frac{p_{du}}{q_{du}\cdot(1-p_{du})-p_{du}\cdot(1-q_{du})}\ .
\end{aligned}
$$

Für gegebene subjektive Wahrscheinlichkeiten und risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten sind die bedingten Verteilungen von $\tilde{\varepsilon}_2$ durch Gleichung (4.50) im Binomialmodell eindeutig determiniert. Sind beispielsweise die Wahrscheinlichkeiten für den up-Zustand und den down-Zustand in Periode $\tau = 2$ unabhängig vom in Periode $\tau = 1$ eingetretenen Zustand und gilt somit $p_{uu} = p_{du}$ und $q_{uu} = q_{du}$, so resultiert $\varepsilon_{uu} = \varepsilon_{du}$ und $\varepsilon_{ud} = \varepsilon_{dd}$. Die Verteilung von $\tilde{\varepsilon}_2$ ist demnach ebenfalls zustandsunabhängig.

Sind aus Sicht der jeweiligen Vorperiode mehr als zwei zukünftige Umweltzustände möglich, so können die zulässigen Parameterkonstellationen ebenfalls anhand linearer Gleichungssysteme bestimmt werden. Hierzu sei ein Trinomialmodell betrachtet, welches in jeder Periode $\tau$, ausgehend von der Vorperiode $\tau-1$, drei mögliche Umweltzustände $z \in \{1, 2, 3\}$ aufweist, welche mit den bedingten einperiodigen Wahrscheinlichkeiten $[p_{1,\tau}|F_{\tau-1}]$, $[p_{2,\tau}|F_{\tau-1}]$ und $[p_{3,\tau}|F_{\tau-1}]$ eintreten; die Filtration $F_{\tau-1}$ gibt an, dass die Bewertung unter dem Informationsstand der Periode $\tau-1$ erfolgt. Bei analoger Notation für die bedingten risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten folgen lineare Gleichungssysteme der Form

$$
(4.52)\quad
\begin{aligned}
&[p_{1,\tau}|F_{\tau-1}]\cdot[\varepsilon_{1,\tau}|F_{\tau-1}]+[p_{2,\tau}|F_{\tau-1}]\cdot[\varepsilon_{2,\tau}|F_{\tau-1}]+[p_{3,\tau}|F_{\tau-1}]\cdot[\varepsilon_{3,\tau}|F_{\tau-1}]=0\\
&[q_{1,\tau}|F_{\tau-1}]\cdot[\varepsilon_{1,\tau}|F_{\tau-1}]+[q_{2,\tau}|F_{\tau-1}]\cdot[\varepsilon_{2,\tau}|F_{\tau-1}]+[q_{3,\tau}|F_{\tau-1}]\cdot[\varepsilon_{3,\tau}|F_{\tau-1}]=\bar{\varepsilon}_{t,\tau}\ ,
\end{aligned}
$$

welche für jede Filtration $F_{\tau-1}$ erfüllt sein müssen. Diese beinhalten jeweils zwei Gleichungen mit neun Variablen. Neben den subjektiven Wahrscheinlichkeiten und den risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten liegen nunmehr für jede Filtration $F_{\tau-1}$ drei mögliche Realisationen der Zufallsvariablen $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ vor. Bei gegebenen subjektiven Wahrscheinlichkeiten und risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten sind demnach die Werte für $[\varepsilon_{1,\tau}|F_{\tau-1}]$, $[\varepsilon_{2,\tau}|F_{\tau-1}]$ und $[\varepsilon_{3,\tau}|F_{\tau-1}]$ nicht eindeutig determiniert, da zwei Gleichungen und drei Variablen vorliegen. Insbesondere sind deswegen auch bei zustandsunabhängigen subjektiven Wahrscheinlichkeiten und risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten Konstellationen gegeben, in denen eine aus Sicht des Bewertungszeitpunkts zustandsabhängige Verteilung von $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ zulässig ist. Steigt die Anzahl zukünftiger Umweltzustände weiter an, so erhöht sich auch die Anzahl der zulässigen Parameterkonstellationen.

Aus der Eigenschaft deterministischer $\bar{\varepsilon}_{t,\tau}$ sind im Ergebnis außer im Fall des Binomialmodells auch bei Kenntnis der subjektiven Wahrscheinlichkeiten und risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten keine Rückschlüsse auf die Verteilung von $\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}$ möglich. Es können lediglich unterschiedliche Verteilungen ermittelt werden, welche mit der Eigenschaft deterministischer $\bar{\varepsilon}_{t,\tau}$ vereinbar sind.

#### 4.4.2.1.2 Erwartungsrevision

Im Folgenden wird die Bewertungsgleichung für einen einzelnen Cash-Flow $\tilde{C}_t$ bestimmt,[467] dessen Erwartungswert durch den allgemeinen Prozess der Erwartungsrevision

$$(4.53)\quad \tilde{E}_\tau\left(\tilde{C}_t\right) = \tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right)+\tilde{\rho}_{t,\tau}$$

mit $\tilde{E}_t\left(\tilde{C}_t\right)=\tilde{C}_t$, $E\left(\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right)=0$ und $E\left(\tilde{\rho}_{t,\tau}\right)=0$ gegeben ist. Hierbei wird als zentrale Prämisse vorausgesetzt, dass die Größen

$$(4.54)\quad \bar{\varepsilon}_{t,\tau} = \tilde{E}^Q_{\tau-1}\left\{\,\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\,\right\} = \cdots = E^Q_0\left\{\,\tilde{\varepsilon}_{t,\tau}\,\right\}$$

und

$$(4.55)\quad \bar{\rho}_{t,\tau} = \tilde{E}^Q_{\tau-1}\left\{\,\tilde{\rho}_{t,\tau}\,\right\} = \cdots = E^Q_0\left\{\,\tilde{\rho}_{t,\tau}\,\right\},$$

wie im vorstehenden Abschnitt 4.4.2.1.1 erläutert, aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ jeweils deterministische Größen darstellen. Hiermit folgt aus Sicht von Periode $t-1$ für den bedingten Wert des Cash-Flows $\tilde{C}_t$:

$$(4.56)\quad \tilde{V}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right) = \frac{\tilde{E}^Q_{t-1}\left\{\,\tilde{C}_t\,\right\}}{1+i} = \frac{\tilde{E}^Q_{t-1}\left\{\,\tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\tilde{\varepsilon}_{t,t}\right)+\tilde{\rho}_{t,t}\,\right\}}{1+i} = \frac{\tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t}}{1+i}.$$

Um ausgehend von Gleichung (4.56) den Wert $\tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)$ des Cash-Flows $\tilde{C}_t$ aus Sicht von Periode $t-2$ zu bestimmen, ist $\tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right)$ gemäß Gleichung (4.53) durch $\tilde{E}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\tilde{\varepsilon}_{t,t-1}\right)+\tilde{\rho}_{t,t-1}$ zu substituieren. Hiermit ergibt sich der Wert von $\tilde{C}_t$ unter dem Informationsstand von Periode $t-2$ zu

[467] Die formale Herleitung erfolgt in Anlehnung an Haley (1993), S. 86-88. Es ist darauf hinzuweisen, dass bei Vorliegen eines arbitragefreien vollständigen Kapitalmarkts die Bewertung mittels des mehrperiodigen CAPM als Spezialfall der im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten risikoneutralen Bewertung anzusehen ist.

$$(4.57)\quad \tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\tilde{E}^Q_{t-2}\left\{\ \tilde{V}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right)\ \right\}}{1+i}=\frac{\tilde{E}^Q_{t-2}\left\{\ \left[\tilde{E}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\tilde{\varepsilon}_{t,t-1}\right)+\tilde{\rho}_{t,t-1}\right]\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t}\ \right\}}{\left(1+i\right)^2}\quad .$$

Aus Sicht von Periode $t-2$ sind die einzigen in Gleichung (4.57) enthaltenen unsicheren Größen die Inkremente $\tilde{\varepsilon}_{t,t-1}$ und $\tilde{\rho}_{t,t-1}$. Der Wert $\tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)$ lässt sich daher aus Sicht von $t-2$ mittels

$$(4.58)\quad \begin{aligned}\tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)&=\frac{\tilde{E}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t}}{\left(1+i\right)^2}+\frac{\tilde{E}^Q_{t-2}\left\{\ \tilde{\varepsilon}_{t,t-1}\ \right\}}{\left(1+i\right)}\cdot\frac{\tilde{E}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)}{\left(1+i\right)}\\&+\frac{\tilde{E}^Q_{t-2}\left\{\ \tilde{\rho}_{t,t-1}\ \right\}}{\left(1+i\right)}\cdot\frac{\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)}{\left(1+i\right)}\end{aligned}$$

als lineare Funktion der Werte der Inkremente darstellen. Einsetzen der Gleichungen (4.54) und (4.55) ergibt nach Umstellung die Bewertungsgleichung

$$(4.59)\quad \tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\left[\tilde{E}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t-1}\right)+\bar{\rho}_{t,t-1}\right]\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t}}{\left(1+i\right)^2}\quad .$$

Aus Sicht von Periode $t-3$ ist der Wert $\tilde{V}_{t-3}\left(\tilde{C}_t\right)$ des Cash-Flows $\tilde{C}_t$ analog zu bestimmen. Es resultiert:

$$(4.60)\quad \begin{aligned}\tilde{V}_{t-3}\left(\tilde{C}_t\right)&=\frac{\tilde{E}^Q_{t-3}\left\{\ \tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)\ \right\}}{1+i}\\&=\frac{\tilde{E}^Q_{t-3}\left\{\ \left[\tilde{E}_{\tau-3}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\tilde{\varepsilon}_{t,t-2}\right)+\tilde{\rho}_{t,t-2}\right]\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t-1}\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t-1}\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t}\ \right\}}{\left(1+i\right)^3}\\&=\frac{\tilde{E}_{\tau-3}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t-2}\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t-1}\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t-2}\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t-1}\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t-1}\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,t}\right)+\bar{\rho}_{t,t}}{\left(1+i\right)^3}\quad .\end{aligned}$$

Fortsetzen des rekursiven Bewertungsverfahrens bis zu Periode $h<t$ ergibt[468]

$$(4.61)\quad \tilde{V}_h\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\tilde{E}_h\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,\tau}\right)+\left[\bar{\rho}_{t,t}+\sum_{\tau=h+1}^{t-1}\bar{\rho}_{t,\tau}\cdot\prod_{k=\tau}^{t-1}\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,k+1}\right)\right]}{\left(1+i\right)^{t-h}}\quad .$$

---

[468] Vgl. Haley (1993), S. 81, 88. Bei Haley (1993) lautet der zweite Summand der Bewertungsgleichung abweichend von Gleichung (4.61) $\sum_{\tau=h+1}^{t}\bar{\rho}_{t,\tau}$ ; die aus der Kombination der additiven mit der multiplikativen Erwartungsrevision resultierende multiplikative Verknüpfung der risikoneutralen Erwartungswerte der Inkremente in der Bewertungsgleichung wird von Haley (1993) offensichtlich übersehen. Ein weiterer Unterschied zu Gleichung (4.61) besteht in abweichenden Modellierung der Erwartungsrevision in der letzten Periode $t$.

Der Wert unter dem Informationsstand der Periode $h$ ergibt sich demnach durch Diskontierung des unter dem Informationsstand dieser Periode gebildeten marktbestimmten Sicherheitsäquivalents

$$(4.62)\quad \widetilde{E}_h^Q\left(\widetilde{C}_t\right)=\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+\overline{\varepsilon}_{t,\tau}\right)+\left[\overline{\rho}_{t,t}+\sum_{\tau=h+1}^{t-1}\overline{\rho}_{t,\tau}\cdot\prod_{k=\tau}^{t-1}\left(1+\overline{\varepsilon}_{t,k+1}\right)\right]$$

mit dem sicheren Zins. Das Sicherheitsäquivalent enthält den unter dem Informationsstand der Periode $h$ gebildeten Erwartungswert des Cash-Flows sowie Anpassungen an das multiplikative und das additive Risiko. Die Anpassung an das additive Risiko wird hierbei durch die Anpassung an das multiplikative Risiko beeinflusst.

Aus Gleichung (4.61) lassen sich die Bewertungsgleichungen bei ausschließlich multiplikativer Erwartungsrevision und bei ausschließlich additiver Erwartungsrevision als Spezialfälle ableiten. Bei ausschließlich multiplikativer Erwartungsrevision gilt $\widetilde{\rho}_{t,\tau}=\overline{\rho}_{t,\tau}=0$ für alle $\tau$ und es folgt die Bewertungsgleichung[469]

$$(4.63)\quad \widetilde{V}_h\left(\widetilde{C}_t\right)=\frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+\overline{\varepsilon}_{t,\tau}\right)}{(1+i)^{t-h}}\quad .$$

Bei ausschließlich additiver Erwartungsrevision gilt $\widetilde{\varepsilon}_{t,\tau}=\overline{\varepsilon}_{t,\tau}=0$ für alle $\tau$ und es resultiert die Bewertungsgleichung[470]

$$(4.64)\quad \widetilde{V}_h\left(\widetilde{C}_t\right)=\frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_t\right)+\sum_{\tau=h+1}^{t}\overline{\rho}_{t,\tau}}{(1+i)^{t-h}}\quad .$$

Der Gesamtwert des Bewertungsobjekts in Periode $h$ ist aufgrund der Wertadditivität des Bewertungsmodells als Summe der Werte der einzelnen Cash-Flows gegeben. Es folgt somit im allgemeinen Fall:[471]

$$(4.65)\quad \widetilde{V}_h=\sum_{t=h+1}^{T}\widetilde{V}_h\left(\widetilde{C}_t\right)=\sum_{t=h+1}^{T}\frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+\overline{\varepsilon}_{t,\tau}\right)+\left[\overline{\rho}_{t,t}+\sum_{\tau=h+1}^{t-1}\overline{\rho}_{t,\tau}\cdot\prod_{k=\tau}^{t-1}\left(1+\overline{\varepsilon}_{t,k+1}\right)\right]}{(1+i)^{t-h}}\quad .$$

Die aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministischen Werte der Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ und des gesamten Bewertungsobjekts im Bewertungszeitpunkt $t=0$ ergeben sich, indem $h=0$ gesetzt wird.

---

[469] Vgl. Myers/Turnbull (1977), S. 324; Sick (1986), S. 30.

[470] Vgl. Sick (1986), S. 25.

[471] Es gilt $\sum_{\tau=h+1}^{h}[\cdots]=0$.

#### 4.4.2.1.3 Cash-Flow-Prozesse

Auch für die in Abschnitt 4.4.2.1.3 dargestellten Cash-Flow-Prozesse können unter der Prämisse, dass die

$$(4.66)\quad \bar{\varepsilon}_\tau = \tilde{E}^Q_{\tau-1}\left\{ \tilde{\varepsilon}_\tau \right\}$$

bzw.

$$(4.67)\quad \bar{\rho}_\tau = \tilde{E}^Q_{\tau-1}\left\{ \tilde{\rho}_\tau \right\}$$

aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind, konkrete Bewertungsgleichungen angegeben werden. Hierzu ist grundsätzlich das für den Fall der Erwartungsrevision dargestellte rekursive Bewertungsverfahren analog anzuwenden, wobei anstelle der Erwartungsrevision die stochastische Abhängigkeit der Cash-Flows im Rahmen der Herleitung der Bewertungsgleichung zu berücksichtigen ist. Für die Konstellationen, in denen Cash-Flow-Prozess und Erwartungsrevision äquivalent sind, können die Bewertungsgleichungen unmittelbar mittels des Zusammenhangs zwischen den bedingten Erwartungswerten angegeben werden. Für den multiplikativen, stochastisch abhängigen Prozess gilt beispielsweise

$$(4.68)\quad \tilde{E}_h\left(\tilde{C}_t\right) = \tilde{C}_h \cdot \prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1 + g_\tau\right) \ .$$

Gleichung (4.68) ist in dieser Konstellation lediglich in Gleichung (4.61) einzusetzen, um das bedingte marktbestimmte Sicherheitsäquivalent zu erhalten. Für die multiplikativen, stochastisch abhängigen bzw. unabhängigen Prozesse folgen demnach unter Beachtung der in Abschnitt 4.4.1 hergeleiteten Zusammenhänge die in Tabelle 4.2 angegebenen Bewertungsgleichungen.[472] Die Zählergröße in den Bewertungsgleichungen für die einzelnen Cash-Flows stellt hierbei jeweils den aus Sicht von Periode $h$ unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß gebildeten Erwartungswert $\tilde{E}^Q_h\left(\tilde{C}_t\right)$ dar, d.h. also das marktbestimmte Sicherheitsäquivalent aus Sicht von Periode $h$.

[472] Vgl. auch Wilhelm (2005a), S. 640-642, 656-658; Richter (2001), S. 175 ff. zur Herleitung der Bewertungsgleichungen bei Vorliegen multiplikativer und additiver Cash-Flow-Prozesse.

| Wert | Einzelner Cash-Flow | Bewertungsobjekt |
| --- | --- | --- |
| Multiplikativ, stochastisch abhängig | $\tilde{V}_h\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\tilde{C}_h\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left[\left(1+g_\tau\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_\tau\right)\right]}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ | $\tilde{V}_h=\sum_{t=h+1}^{T}\frac{\tilde{C}_h\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left[\left(1+g_\tau\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_\tau\right)\right]}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ |
| Multiplikativ, stochastisch unabhängig | $V_h\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\bar{C}_h\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_t\right)\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+g_\tau\right)}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ | $V_h=\sum_{t=h+1}^{T}\frac{\bar{C}_h\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_t\right)\cdot\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+g_\tau\right)}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ |
| Additiv, stochastisch abhängig | $\tilde{V}_h\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\tilde{C}_h+\sum_{\tau=h+1}^{t}g_\tau+\sum_{\tau=h+1}^{t}\bar{\rho}_\tau}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ | $\tilde{V}_h=\sum_{t=h+1}^{T}\frac{\tilde{C}_h+\sum_{\tau=h+1}^{t}g_\tau+\sum_{\tau=h+1}^{t}\bar{\rho}_\tau}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ |
| Additiv, stochastisch unabhängig | $V_h\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\bar{C}_h+\sum_{\tau=h+1}^{t}g_\tau+\bar{\rho}_t}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ | $V_h=\sum_{t=h+1}^{T}\frac{\bar{C}_h+\sum_{\tau=h+1}^{t}g_\tau+\bar{\rho}_t}{\left(1+i\right)^{t-h}}$ |

Tabelle 4.2: Bewertungsgleichungen für Cash-Flow-Prozesse

Bei den stochastisch abhängigen Cash-Flow-Prozessen ist eine periodische (multiplikative oder additive) Risikoanpassung vorzunehmen. Die bedingten Werte der einzelnen Cash-Flows und die bedingten Gesamtwerte in Periode $h>0$ sind bei diesen Cash-Flow-Prozessen aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ stochastisch. Bei den stochastisch unabhängigen Prozessen ist dagegen lediglich eine einmalige Risikoanpassung jeweils für die Periode der Realisierung vorzunehmen, da aus Sicht des Bewertungszeitpunkts bezüglich des einzelnen in Periode $t$ realisierten Cash-Flows lediglich eine einmalige Erwartungsrevision zwischen $t-1$ und $t$ erfolgt. Die Werte der einzelnen Cash-Flows und die Gesamtwerte in Periode $h>0$ sind bei diesen Cash-Flow-Prozessen aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ deterministisch.

Die Bewertungsgleichung für den Mean-Reverting Prozess $\tilde{C}_t=\left(1-\eta\right)\cdot\tilde{C}_{t-1}+\eta\cdot\bar{C}+\tilde{\rho}_t$ kann nicht mittels eines Zusammenhangs zum Modell der Erwartungsrevision unmittelbar angegeben werden, so dass die rekursive Bewertung explizit durchzuführen ist.[473] Bewertet wird wiederum zunächst ein einzelner, in Periode $t$ realisierter Cash-Flow. Aus Sicht der Periode $t-1$ ist der Wert dieses Cash-Flows gegeben durch

$$(4.69)\quad \tilde{V}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right)=\frac{\tilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{\tilde{C}_t\right\}}{1+i}=\frac{\tilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{\left(1-\eta\right)\cdot\tilde{C}_{t-1}+\eta\cdot\bar{C}+\tilde{\rho}_t\right\}}{1+i}=\frac{\left(1-\eta\right)\cdot\tilde{C}_{t-1}+\eta\cdot\bar{C}+\bar{\rho}_t}{1+i}.$$

Für den Wert $\tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right)$ aus Sicht von Periode $t-2$ folgt

[473] Vgl. zur Bewertung bei Vorliegen eines Mean-Reverting Prozesses Bhattacharya (1978), S. 1319 ff.; Wilhelm (2005a), S. 642.

$$\tilde{V}_{t-2}\left(\tilde{C}_t\right) = \frac{\tilde{E}^{Q}_{t-2}\left\{\, \tilde{V}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right) \right\}}{1+i} = \frac{\tilde{E}^{Q}_{t-2}\left\{\, (1-\eta)\cdot\left[(1-\eta)\cdot \tilde{C}_{t-2} + \eta\cdot\overline{C} + \tilde{\rho}_{t-1}\right] + \eta\cdot\overline{C} + \overline{\rho}_t \,\right\}}{(1+i)^2}$$

(4.70)

$$= \frac{(1-\eta)^2\cdot \tilde{C}_{t-2} + \eta\cdot\overline{C}\cdot\left[1+(1-\eta)\right] + \overline{\rho}_t + (1-\eta)\cdot\overline{\rho}_{t-1}}{(1+i)^2} \quad .$$

Für den Wert $\tilde{V}_{t-3}\left(\tilde{C}_t\right)$ aus Sicht von Periode $t-3$ resultiert

(4.71)

$$\tilde{V}_{t-3}\left(\tilde{C}_t\right) = \frac{(1-\eta)^3\cdot \tilde{C}_{t-3} + \eta\cdot\overline{C}\cdot\left[1+(1-\eta)+(1-\eta)^2\right]}{(1+i)^3} + \frac{\overline{\rho}_t + (1-\eta)\cdot\overline{\rho}_{t-1} + (1-\eta)^2\cdot\overline{\rho}_{t-2}}{(1+i)^3} \, .$$

Fortsetzen des rekursiven Bewertungsverfahrens bis zu Periode $h<t$ ergibt

$$(4.72)\quad \tilde{V}_h\left(\tilde{C}_t\right) = \tilde{C}_h\cdot\frac{(1-\eta)^{t-h}}{(1+i)^{t-h}} + \eta\cdot\overline{C}\cdot\frac{\sum_{\tau=h+1}^{t}(1-\eta)^{\tau-h-1}}{(1+i)^{t-h}} + \frac{\overline{\rho}_t + \sum_{\tau=h+1}^{t-1}\left[\overline{\rho}_\tau\cdot(1-\eta)^{t-\tau}\right]}{(1+i)^{t-h}} \quad .$$

Für den Gesamtwert in Periode $h<t$ resultiert somit

$$(4.73)\quad \tilde{V}_h = \sum_{t=h+1}^{T}\left[\tilde{C}_h\cdot\frac{(1-\eta)^{t-h}}{(1+i)^{t-h}} + \eta\cdot\overline{C}\cdot\frac{\sum_{\tau=h+1}^{t}(1-\eta)^{\tau-1}}{(1+i)^{t-h}} + \frac{\overline{\rho}_t + \sum_{\tau=h+1}^{t-1}\left[\overline{\rho}_\tau\cdot(1-\eta)^{t-\tau}\right]}{(1+i)^{t-h}}\right] \, .$$

Der Wert des einzelnen Cash-Flows und der Gesamtwert enthalten den stochastischen Cash-Flow $\tilde{C}_h$ und sind daher aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ für $h>0$ stochastisch.

Für die in Tabelle 4.2 angegebenen Bewertungsgleichungen sowie Gleichung (4.73), welche den Gesamtwert des Bewertungsobjekts determinieren, können geschlossene Ausdrücke abgeleitet werden, wenn die Wachstumsraten $g$ (soweit vorhanden) und die Parameter $\overline{\varepsilon}$ bzw. $\overline{\rho}$, welche die Risikoanpassung determinieren, im Zeitablauf konstant sind. Für diese Konstellationen sind die Bewertungsgleichungen für den Gesamtwert $V_0$ im Bewertungszeitpunkt $t=0$ in Tabelle 4.3 angegeben.[474]

[474] Die Herleitung der Gleichungen befindet sich im Anhang, Abschnitt 4.8.

| | | |
|---|---|---|
| Multiplikativ, stochastisch abhängig | $T < \infty$ | $V_0 = C_0 \cdot \frac{(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})}{(1+i)-(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})} \cdot \left[1-\left(\frac{(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})}{1+i}\right)^T\right]$ |
| | $T = \infty$ | $V_0 = C_0 \cdot \frac{(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})}{(1+i)-(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})}$ |
| Multiplikativ, stochastisch unabhängig | $T < \infty$ | $V_0 = \overline{C}_0 \cdot (1+\bar{\varepsilon}) \cdot \frac{1+g}{i-g} \cdot \left[1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^T\right]$ |
| | $T = \infty$ | $V_0 = \overline{C}_0 \cdot (1+\bar{\varepsilon}) \cdot \frac{1+g}{i-g}$ |
| Additiv, stochastisch abhängig | $T < \infty$ | $V_0 = \left(C_0 + \frac{1+i}{i} \cdot (g+\bar{\rho})\right) \cdot \frac{1}{i} \cdot \left[1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right] - (g+\bar{\rho}) \cdot T \cdot \frac{1}{i} \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^T$ |
| | $T = \infty$ | $V_0 = \left(C_0 + \frac{1+i}{i} \cdot (g+\bar{\rho})\right) \cdot \frac{1}{i}$ |
| Additiv, stochastisch unabhängig | $T < \infty$ | $V_0 = \left(\overline{C}_0 + \frac{1+i}{i} \cdot g + \bar{\rho}\right) \cdot \frac{1}{i} \cdot \left[1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right] - g \cdot T \cdot \frac{1}{i} \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^T$ |
| | $T = \infty$ | $V_0 = \left(\overline{C}_0 + \frac{1+i}{i} \cdot g + \bar{\rho}\right) \cdot \frac{1}{i}$ |
| Mean-Reverting Prozess | $T < \infty$ | $V_0 = \left(C_0 - \overline{C} - \frac{1}{\eta} \cdot \bar{\rho}\right) \cdot \frac{1-\eta}{i+\eta} \cdot \left[1-\left(\frac{1-\eta}{1+i}\right)^T\right] + \left(\overline{C} + \frac{1}{\eta} \cdot \bar{\rho}\right) \cdot \frac{1}{i} \cdot \left[1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right]$ |
| | $T = \infty$ | $V_0 = \left(C_0 - \overline{C} - \frac{1}{\eta} \cdot \bar{\rho}\right) \cdot \frac{1-\eta}{i+\eta} + \left(\overline{C} + \frac{1}{\eta} \cdot \bar{\rho}\right) \cdot \frac{1}{i}$ |

Tabelle 4.3: Bewertungsgleichungen für Cash-Flow-Prozesse bei konstanten Parametern

#### 4.4.2.2 Risikoadjustierung des Diskontierungssatzes

##### 4.4.2.2.1 Bewertung durch Diskontierung mit Kapitalkosten

In den vorstehenden Bewertungsgleichungen wird der Wert des Bewertungsobjekts durch Diskontierung von marktbestimmten Sicherheitsäquivalenten mit dem sicheren Zinssatz bestimmt. Abweichend hiervon werden die Bewertungsgleichungen oftmals dargestellt, indem unbedingte Erwartungswerte durch Diskontierung mit risikoangepassten Kalkulationszinssätzen, welche als Kapitalkosten bezeichnet werden, diskontiert werden (Kapitalkostenkonzept).[475] Insbesondere im Rahmen der Discounted-Cash-Flow-Verfahren (DCF-Verfahren) wird regelmäßig das Kapitalkostenkonzept angewendet. Hierbei sind insbesondere die Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung von Bedeutung, welche dann im Fall der verschuldeten Unternehmung an die steuerlichen Effekte der Fremdfinanzierung anzupassen sind.[476] Die Definition von Kapitalkosten erfolgt in der Literatur nicht einheitlich.[477] Im Folgenden wird zur Darstellung des Kapitalkostenkonzepts die Kapitalkostendefinition von Rapp (2006) verwendet. Aufbauend auf dieser Darstellung werden Bedingungen erläutert, unter denen die Kapitalkosten entsprechend dem Modell von Kruschwitz/Löffler (2006a) als erwartete einperiodige Renditen interpretiert werden können.

Die Kapitalkostengleichung für den Wert des Bewertungsobjekts in Periode $h$ mit $t \geq \tau > h \geq 0$ lautet bei nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten

$$(4.74)\quad \widetilde{V}_h = \sum_{t=h+1}^{T} \frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_t\right)}{\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+\widetilde{k}_{t,\tau}^{h}\right)} \quad ,$$

wobei die Kapitalkosten $\widetilde{k}_{t,\tau}^{h}$ für $t > \tau$ gegeben sind durch[478]

$$(4.75)\quad \widetilde{k}_{t,\tau}^{h} = \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{C}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\right]} - 1 .$$

Für $t = \tau$ ist in Gleichung (4.75) $\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{C}_t\right)$ durch $\widetilde{C}_t$ zu ersetzen. Die Kapitalkosten $\widetilde{k}_{t,\tau}^{h}$ stellen die unter dem Informationsstand der Periode $h$ ermittelte einperiodige Verzinsung des Werts des Cash-Flows dar, welche den Wert $\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{C}_t\right)\right]$ auf den Wert $\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\right]$ diskontiert.[479] Die Kapitalkosten $\widetilde{k}_{t,\tau}^{h}$ sind aus Sicht von Periode $h$ deterministisch, können jedoch für $h > 0$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts stochastisch sein; es gilt daher in der Regel $\widetilde{k}_{t,\tau}^{h} \neq k_{t,\tau}^{0}$ .

Bewertungsgleichung (4.74) lässt sich alternativ darstellen, indem nicht nach Cash-Flows differenzierte Kapitalkosten $\widetilde{k}_{\tau}^{h}$ verwendet werden. Die Bewertungsgleichung lautet dann

[475] Bei konsistenter Bestimmung der Kapitalkosten ist es in der Regel gleichgültig, ob die Bewertung im Rahmen der Sicherheitsäquivalentmethode oder des Kapitalkostenkonzepts vorgenommen wird. Probleme ergeben sich allerdings, wenn eine unsichere Zahlung zu bewerten ist, welche einen Erwartungswert von null aufweist. Diese hat bei Anwendung des Kapitalkostenkonzepts stets einen Wert von null, kann jedoch bei Anwendung der Sicherheitsäquivalentmethode einen positiven oder einen negativen Wert aufweisen. Bei Zahlungen mit einem Erwartungswert von null ist das Kapitalkostenkonzept daher nicht anwendbar; vgl. zu dieser Problematik Wilhelm (2005c), S. 1011.

[476] Vgl. zu den DCF-Verfahren für viele Drukarczyk (2007), S. 138 ff.; Dinstuhl (2003), S. 5 ff.; Ballwieser (2004), S. 111 ff.

[477] Vgl. beispielsweise Rapp (2006), S 779-781; Kruschwitz/Löffler (2005c), S. 26-27; Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 22 ff.; Wilhelm (2004), S. 5-6.

[478] Vgl. Rapp (2006), S 780, 795-796. Die auf den einzelnen Cash-Flow bezogenen Kapitalkosten werden bei Rapp (2006) als Diskontierungssätze bezeichnet.

[479] Vgl. Rapp (2006), S 780.

$$(4.76)\quad \widetilde{V}_h = \sum_{t=h+1}^{T} \frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_t\right)}{\prod_{\tau=h+1}^{t}\left(1+\widetilde{k}_\tau^h\right)} \quad ,$$

wobei die Kapitalkosten $\widetilde{k}_\tau^h$ gegeben sind durch[480]

$$(4.77)\quad \widetilde{k}_\tau^h = \frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_\tau + \widetilde{V}_\tau\right)}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)} - 1 \quad .$$

Zwischen den nicht nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten und den nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten lässt sich unter Beachtung von $\widetilde{V}_\tau = \sum_{t=\tau+1}^{T} \widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{C}_t\right)$ der folgende Zusammenhang herstellen:[481]

$$\widetilde{k}_\tau^h = \frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_\tau + \widetilde{V}_\tau\right)}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)} - 1 = \frac{\widetilde{E}_h\left[\left(\widetilde{C}_\tau\right) + \sum_{t=\tau+1}^{T} \widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{C}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)} - 1$$

$$(4.78)\qquad = \left[\frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_\tau\right)}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_\tau\right)\right]} - 1\right] \cdot \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_\tau\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)} + \sum_{t=\tau+1}^{T} \left[\frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{C}_t\right)}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\right]} - 1\right] \cdot \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)}$$

$$= \sum_{t=\tau}^{T} \widetilde{k}_{t,\tau}^h \cdot \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)} \quad .$$

Die nicht nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten $\widetilde{k}_\tau^h$ stellen demnach eine mit den erwarteten Wertbeiträgen der Cash-Flows im Verhältnis zum Gesamtwert gewichtete Summe der nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten $\widetilde{k}_{t,\tau}^h$ dar.

#### 4.4.2.2.2 Deterministische Kapitalkosten und erwartete einperiodige Renditen

Zu betrachten sind die bedingten einperiodigen Renditen eines Cash-Flows und des Bewertungsobjekts. Die auf Periode $\tau-1$ bedingte erwartete einperiodige Rendite des Wertbeitrags eines in Periode $t$ realisierten Cash-Flows ist gegeben durch

$$(4.79)\quad \widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right) = \frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{C}_t\right)\right]}{\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)} - 1 \quad .$$

Für die auf Periode $\tau-1$ bedingte erwartete einperiodige Rendite des gesamten Bewertungsobjekts gilt entsprechend

[480] Vgl. Rapp (2006), S 780, 796.
[481] Vgl. Rapp (2006), S. 781, 797-798.

$$\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_\tau) = \frac{\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau + \widetilde{V}_\tau)}{\widetilde{V}_{\tau-1}} - 1$$

(4.80)
$$= \left[\frac{\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)}{\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)} - 1\right] \cdot \frac{\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)}{\widetilde{V}_{\tau-1}} + \sum_{t=\tau+1}^{T}\left[\frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{V}_\tau(\widetilde{C}_t)\right]}{\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)} - 1\right] \cdot \frac{\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)}{\widetilde{V}_{\tau-1}}$$

$$= \sum_{t=\tau}^{T} \widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau}) \cdot \frac{\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)}{\widetilde{V}_{\tau-1}} \; .$$

Die bedingte erwartete Rendite des Gesamtobjekts ergibt sich demnach als gewichtete durchschnittliche erwartete Rendite der einzelnen Cash-Flows. Der Gewichtungsfaktor, mit dem die erwartete Rendite eines einzelnen Cash-Flows in die Gesamtrendite eingeht, ist jeweils durch das Verhältnis des Werts des einzelnen Cash-Flows aus Sicht der Periode $\tau - 1$ zum Gesamtwert des Bewertungsobjekts aus Sicht der Periode $\tau - 1$ gegeben. Für $h = \tau - 1$ stimmen die Definitionen (4.75) und (4.79) bzw. (4.77) und (4.80) für Kapitalkosten und erwartete einperiodige Renditen offensichtlich überein; für $h < \tau - 1$ ist dagegen eine Übereinstimmung in der Regel nicht gegeben.

Wie vorstehend dargelegt, stellen die Kapitalkosten $\widetilde{k}^h_{t,\tau}$ bzw. $\widetilde{k}^h_\tau$ für $h > 0$ Größen dar, welche aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ in der Regel stochastisch sind, so dass sie sich aufgrund der Auflösung des Risikos im Zeitablauf ändern. Nunmehr sind Konstellationen zu betrachten, in denen die Kapitalkosten einer Periode $\tau$ bereits aus Sicht des Bewertungszeitpunkts mit Sicherheit bekannt sind, d.h.

(4.81) $\widetilde{k}^h_{t,\tau} = k^0_{t,\tau} = k_{t,\tau}$ bzw.

(4.82) $\widetilde{k}^h_\tau = k^0_\tau = k_\tau$

für alle $h$. Für diese Fälle können einfache formale Zusammenhänge zwischen den Kapitalkosten und den erwarteten einperiodigen Renditen hergestellt werden.

Ist Gleichung (4.81) erfüllt, so ergibt sich für $h = \tau - 1$ der folgende Zusammenhang zwischen den nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten (4.75) und der erwarteten einperiodigen Rendite (4.79) des Cash-Flows:

(4.83)
$$k_{t,\tau} = \frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{V}_\tau(\widetilde{C}_t)\right]}{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)\right]} - 1 = \frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{V}_\tau(\widetilde{C}_t)\right]}{\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)} - 1 = \widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau}) = E(\widetilde{r}_{t,\tau}) \; .$$

Die annahmegemäß deterministischen Kapitalkosten einer Periode $\tau$ entsprechen demnach der auf den Zeitpunkt $\tau - 1$ bedingten einperiodigen erwarteten Rendite $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau})$ des Werts des Cash-Flows der Periode $\tau$. Da in Gleichung (4.83) die linke Seite deterministisch ist, muss auch die rechte Seite deterministisch sein, d.h. die einperiodige erwartete Rendite ist bereits im Bewertungszeitpunkt mit Sicherheit bekannt und entspricht daher der unbedingten einperiodigen Rendite $E\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right)$. Für $h < \tau - 1$ folgt dann[482]

$$k_{t,\tau} = \frac{\tilde{E}_h\left[\tilde{V}_\tau\left(\tilde{C}_t\right)\right]}{\tilde{E}_h\left[\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\right]} - 1 = \frac{\tilde{E}_h\left[\ \tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{V}_\tau\left(\tilde{C}_t\right)\right]\ \right]}{\tilde{E}_h\left[\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\right]} - 1$$

$$(4.84) \qquad = \frac{\tilde{E}_h\left[\ \left[\frac{\tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{V}_\tau\left(\tilde{C}_t\right)\right]}{\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)} - 1\right] \cdot \tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right) + \tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\ \right]}{\tilde{E}_h\left[\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\right]} - 1$$

$$= \frac{\tilde{E}_h\left[\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\right]}{\tilde{E}_h\left[\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\right]} \cdot \left[1 + E\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right)\right] - 1 = E\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right) \ .$$

Im Ergebnis impliziert die Annahme deterministischer Kapitalkosten $k_{t,\tau}$, dass die Kapitalkosten den einperiodigen unbedingten erwarteten Renditen entsprechen.[483] Für das Bewertungsobjekt folgt analog aus der Annahme deterministischer Kapitalkosten $k_\tau$, dass die Kapitalkosten den einperiodigen unbedingten erwarteten Renditen entsprechen, d.h.[484]

$$(4.85) \quad k_\tau = \tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{r}_\tau\right) = E\left(\tilde{r}_\tau\right).$$

#### 4.4.2.2.3 Deterministische Kapitalkosten und Cash-Flow-Modelle

##### 4.4.2.2.3.1 Einzelne Cash-Flows

Der Zusammenhang zwischen den auf marktbestimmten Sicherheitsäquivalenten basierenden Bewertungsgleichungen und den Kapitalkostengleichungen mit deterministischen Kapitalkosten ist im Folgenden zu analysieren. Hierzu werden, ausgehend von den vorstehend betrachteten Bewertungsgleichungen für die Cash-Flow-Modelle, Bedingungen analysiert, unter denen die bedingten erwarteten einperiodigen Renditen aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind, so dass die auf Basis von Sicherheitsäquivalenten bestimmten Bewertungsgleichungen in kapitalkostenbasierte Bewertungsgleichungen überführt werden können, in denen die Kapitalkosten als deterministische erwartete einperiodige Renditen des einzelnen Cash-Flows oder des Bewertungsobjekts interpretiert werden können. Hierbei wird zunächst auf die Bewertung einzelner Cash-Flows eingegangen. Anschließend erfolgt die Betrachtung eines aus mehreren Cash-Flows bestehenden Bewertungsobjekts.

---

[482] Vgl. zu einem entsprechenden Ergebnis für das gesamte Bewertungsobjekt Laitenberger (2006), S. S. 85. Sind die erwarteten einperiodigen Renditen unkorreliert mit den Werten der jeweiligen Vorperioden, d.h. $\operatorname{cov}\left[\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right), \tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right)\right] = 0$ für alle $\tau$, so ergibt sich der Zusammenhang $\tilde{k}^h_{t,\tau} = \tilde{E}_h\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right)$; vgl. hierzu Laitenberger (2006), S. 84.

[483] Die Bedingung (4.84) ist im Modell von Fama (1977) die Voraussetzung für die mehrperiodige Bewertung auf Basis des CAPM; vgl. Fama (1977), S. 10 ff.

[484] Gleichung (4.85) entspricht der in der Literatur oftmals verwendeten Interpretation der Kapitalkosten als deterministische erwartete einperiodige Renditen; vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 25; Laitenberger/Löffler (2006), S. 292.

Zu betrachten sind zunächst die bedingten einperiodigen Renditen eines in Periode $t$ realisierten einzelnen Cash-Flows. Für die Perioden $\tau < t$ vor der Realisierung des Cash-Flows sind die bedingten einperiodigen Renditen gegeben durch

$$(4.86)\quad \tilde{r}_{t,\tau} = \frac{\tilde{V}_\tau\left(\tilde{C}_t\right)}{\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)} - 1 = \frac{\dfrac{\tilde{E}_\tau^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}}{(1+i)^{t-\tau}}}{\dfrac{\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}}{(1+i)^{t-\tau-1}}} - 1 = \frac{\tilde{E}_\tau^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}}{\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}} \cdot (1+i) - 1$$

und es resultiert der bedingte Erwartungswert

$$(4.87)\quad \tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right) = \frac{\tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{E}_\tau^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}\right]}{\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}} \cdot (1+i) - 1 \ .$$

In der Periode $t$ der Realisierung des Cash-Flows folgt analog

$$(4.88)\quad \tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{r}_{t,t}\right) = \frac{\tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{C}_t\right)}{\tilde{E}_{t-1}^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}} \cdot (1+i) - 1 \ .$$

Die Erwartungswerte auf der rechten Seite der Gleichungen (4.87) und (4.88) sind aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ regelmäßig stochastische Größen, so dass auch die bedingte erwartete Rendite aus Sicht von $t = 0$ stochastisch ist. Ausgehend von der allgemeinen Definition (4.87) können jedoch spezielle Konstellationen identifiziert werden, unter denen die bedingte erwartete einperiodige Rendite des einzelnen Cash-Flow deterministisch ist.

Liegt ein stochastisch unabhängiger, multiplikativer oder additiver Cash-Flow-Prozess vor, so sind die Größen $\tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{E}_\tau^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}\right]$ und $\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}$ aus Sicht von $t = 0$ deterministisch. Für die Periode $t$ der Realisierung ergibt sich die bedingte erwartete Rendite des einzelnen Cash-Flows im Fall des multiplikativen Prozesses zu

$$(4.89)\quad \tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{r}_{t,t}\right) = \frac{\tilde{E}_{t-1}\left[\overline{C}_{t-1} \cdot (1+g_t) \cdot (1+\tilde{\varepsilon}_t)\right]}{\overline{C}_{t-1} \cdot (1+\bar{\varepsilon}_t) \cdot (1+g_t)} \cdot (1+i) - 1 = \frac{1+i}{1+\bar{\varepsilon}_t} - 1 = E\left(\tilde{r}_{t,t}\right) \ .$$

Für den additiven, stochastisch unabhängigen Prozess resultiert analog

$$(4.90)\quad \tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{r}_{t,t}\right) = \frac{\tilde{E}_{t-1}\left[\overline{C}_{t-1} + g_t + \tilde{\rho}_t\right]}{\overline{C}_{t-1} + g_t + \bar{\rho}_t} \cdot (1+i) - 1 = \frac{\overline{C}_{t-1} + g_t}{\overline{C}_{t-1} + g_t + \bar{\rho}_t} \cdot (1+i) - 1 = E\left(\tilde{r}_{t,t}\right) \ .$$

Die Renditen (4.89) und (4.90) sind jeweils aus Sicht von $t = 0$ deterministisch und entsprechen daher der unbedingten erwarteten Rendite. Für die Perioden $\tau < t$ vor der Realisierung des Cash-Flows gilt im Fall der stochastisch unabhängigen Prozesses jeweils der Zusammenhang

$$(4.91)\quad \tilde{E}_\tau^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\} = \tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\} = \tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{E}_\tau^Q\left\{\ \tilde{C}_t\ \right\}\right] \ .$$

Hieraus folgt, dass die deterministische einperiodige Rendite dem sicheren Zinssatz entspricht, d.h.

$$(4.92)\quad \widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right)=E\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right)=i\ .$$

Dieses Ergebnis ist damit zu erklären, dass die Bewertung sicherer Größen durch Diskontierung mit dem sicheren Zinssatz erfolgt. Die einperiodige Rendite muss daher dem sicheren Zinssatz entsprechen.

Nunmehr sind die übrigen Konstellationen zu betrachten, in denen $\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}^{Q}_{\tau}\left\{\widetilde{C}_t\right\}\right]$ und $\widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{\widetilde{C}_t\right\}$ aus Sicht von $t=0$ stochastisch sind. Deterministische erwartete einperiodige Renditen resultieren in diesem Fall, wenn das Verhältnis $\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}^{Q}_{\tau}\left\{\widetilde{C}_t\right\}\right]/\widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{\widetilde{C}_t\right\}$ aus Sicht von $t=0$ deterministisch ist. Im Fall der multiplikativen periodischen Erwartungsrevision ergibt sich

$$(4.93)\quad \frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}^{Q}_{\tau}\left\{\widetilde{C}_t\right\}\right]}{\widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{\widetilde{C}_t\right\}}=\frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\left(1+\widetilde{\varepsilon}_{t,\tau}\right)\cdot\prod_{j=\tau+1}^{t}\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,j}\right)\right]}{\widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\prod_{j=\tau}^{t}\left(1+\bar{\varepsilon}_{t,j}\right)}=\frac{1}{1+\bar{\varepsilon}_{t,\tau}}$$

und somit

$$(4.94)\quad \widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right)=\frac{1+i}{1+\bar{\varepsilon}_{t,\tau}}-1=E\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right)\ .$$

Die bedingte erwartete einperiodige Rendite ist demnach aus Sicht von $t=0$ deterministisch.[485] Im Fall der additiven Erwartungsrevision, der Kombination aus multiplikativer und additiver Erwartungsrevision sowie des Mean-Reverting-Prozesses ist dagegen das Verhältnis $\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}^{Q}_{\tau}\left\{\widetilde{C}_t\right\}\right]/\widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{\widetilde{C}_t\right\}$ und somit auch die bedingte einperiodige Rendite aus Sicht von $t=0$ stochastisch, was sich leicht durch Einsetzen in die jeweiligen Gleichungen erkennen lässt.

Deterministische einperiodige Renditen der einzelnen Cash-Flows sind somit im Ergebnis auf die Fälle der stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesse und das Modell der multiplikativen Erwartungsrevision beschränkt.

#### 4.4.2.2.3.2 Bewertungsobjekt

Nunmehr sind Konstellationen zu betrachten, in denen die bedingten erwarteten einperiodigen Renditen des aus mehreren Cash-Flows bestehenden Bewertungsobjekts aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind, d.h. $\widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{r}_{\tau}\right)=E\left(\widetilde{r}_{\tau}\right)=k_{\tau}$. In Gleichung (4.80) für die bedingte erwartete Rendite des Bewertungsobjekts gehen als mögliche stochastische Kompo-

[485] Vgl. Laitenberger (2006), S. 89; für das mehrperiodige CAPM Fama (1977), S. 10 ff.; Mai (2006a), S. 1243.

nenten die erwarteten Renditen der einzelnen Cash-Flows $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau})$ sowie die Gewichtungsfaktoren $\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)/\widetilde{V}_{\tau-1}$ ein, so dass im Folgenden diese Größen zu analysieren sind.

Ein erster Fall, der zu $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_\tau) = E(\widetilde{r}_\tau) = k_\tau$ führt, liegt vor, wenn die erwarteten Renditen der Cash-Flows deterministisch sind und für alle Cah-Flows identisch $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau}) = k_\tau$ betragen. Es gilt dann wegen $\sum_{t=\tau}^{T} \widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)/\widetilde{V}_{\tau-1} = 1$ und Gleichung (4.85)[486]

$$(4.95)\quad \widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_\tau) = \sum_{t=\tau}^{T} k_\tau \cdot \frac{\widetilde{V}_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)}{\widetilde{V}_{\tau-1}} = k_\tau = E(\widetilde{r}_\tau)$$

und die stochastischen Gewichtungsfaktoren entfallen im Ergebnis aus dem Kalkül. Deterministische $E(\widetilde{r}_{t,\tau}) = (1+i)/(1+\overline{\varepsilon}_{t,\tau}) - 1$ liegen im Fall der multiplikativen Erwartungsrevision vor. Sollen diese nun in einer Periode $\tau$ für alle Cash-Flows identisch sein, so ist die Bedingung $\overline{\varepsilon}_{t,\tau} = \overline{\varepsilon}_\tau$ für alle $t$ vorauszusetzen. Dies ist nach Tabelle 4.2 insbesondere dann gegeben, wenn ein multiplikativer, stochastisch abhängiger Cash-Flow-Prozess vorliegt.[487] Ist darüber hinaus $\overline{\varepsilon}_\tau$ im Zeitablauf konstant, d.h. $\overline{\varepsilon}_\tau = \overline{\varepsilon}$ für alle $\tau$, so sind die deterministischen Kapitalkosten im Zeitablauf konstant, d.h. $k_\tau = k$.

Ein zweiter Fall, welcher zu $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_\tau) = E(\widetilde{r}_\tau) = k_\tau$ führt, ist gegeben, wenn sowohl die Renditen $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau}) = k_{t,\tau}$ als auch die Werte des Bewertungsobjekts bereits im Bewertungszeitpunkt für alle zukünftigen Perioden bekannt sind.[488] In diesem Fall sind sowohl die Renditen der einzelnen Cash-Flows als auch die Gewichtungsfaktoren deterministisch, so dass auch deterministische $E(\widetilde{r}_\tau) = k_\tau$ resultieren. Dies ist bei Vorliegen eines stochastisch unabhängigen multiplikativen oder additiven Cash-Flow-Prozesses gegeben. Mit den Gleichungen (4.89) und (4.92) resultiert die unbedingte erwartete Rendite

$$(4.96)\quad E(\widetilde{r}_\tau) = E(\widetilde{r}_{\tau,\tau}) \cdot \frac{V_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)}{V_{\tau-1}} + \sum_{t=\tau+1}^{T} i \cdot \frac{V_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)}{V_{\tau-1}} = \left[E(\widetilde{r}_{\tau,\tau}) - i\right] \cdot \frac{V_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)}{V_{\tau-1}} + i = k_\tau \quad .$$

Die deterministischen Kapitalkosten sind darüber hinaus konstant, wenn sowohl die erwarteten Renditen $E(\widetilde{r}_{\tau,\tau})$ als auch die Gewichtungsfaktoren $V_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)/\widetilde{V}_{\tau-1}$ für alle Perioden $\tau$ identisch sind. Identische $E(\widetilde{r}_{\tau,\tau})$ liegen nach Gleichung (4.89) im Fall des multiplikativen, stochastisch unabhängigen Modells vor, wenn der Parameter $\overline{\varepsilon}$, welcher die Risikoanpassung determiniert, im Zeitablauf konstant ist. Wird weiterhin vorausgesetzt, dass die Lebensdauer der Unternehmung unendlich ist und die Wachstumsraten $g$ des Cash-Flow-Prozesses konstant sind, dann ergeben sich die konstanten Gewichtungsfaktoren

[486] Vgl. Laitenberger (2006), S. 94; für das mehrperiodige CAPM Fama (1977), S. 20; Mai (2006a), S. 1244.
[487] Vgl. Laitenberger (2006), S. 94.
[488] Vgl. hierzu das Beispiel von Laitenberger/Löffler (2006), S. 293-294.

$$(4.97)\quad \frac{V_{\tau-1}\left(\widetilde{C}_\tau\right)}{V_{\tau-1}} = \frac{\overline{C}_{\tau-1}\cdot(1+\overline{\varepsilon})\cdot\dfrac{1+g}{1+i}}{\overline{C}_{\tau-1}\cdot(1+\overline{\varepsilon})\cdot\dfrac{1+g}{i-g}} = \frac{i-g}{1+i}\quad .$$

Sind die deterministischen Kapitalkosten im Zeitablauf konstant, so vereinfacht sich Gleichung (4.76) zu der in der Literatur verbreiteten Kapitalkostengleichung

$$(4.98)\quad V_0 = \sum_{t=1}^{T}\frac{E\left(\widetilde{C}_t\right)}{(1+k)^t}\quad .$$

Bezüglich der übrigen Cash-Flow-Modelle können keine Bedingungen identifiziert werden, welche die Bewertung mittels deterministischer Kapitalkosten ermöglichen, die aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ als deterministische erwartete einperiodige Renditen interpretiert werden können.

#### 4.4.2.2.3.3 Das Modell schwach autoregressiver Cash-Flows

Abschließend ist der Zusammenhang zwischen den in den Abschnitten 4.4.1 betrachteten Cash-Flow-Modellen und dem von Kruschwitz/Löffler (2006a) im Zusammenhang mit der kapitalkostenbasierten Bewertung diskutierten schwach autoregressiven Cash-Flow-Prozess herzustellen. Kruschwitz/Löffler (2006a) legen ihrer Modellierung der arbitragefreien Bewertung mittels Kapitalkosten den folgenden, als schwach autoregressiv bezeichneten Cash-Flow-Prozess

$$(4.99)\quad \widetilde{C}_t = \widetilde{C}_{t-1}\cdot(1+g_t)+\widetilde{\rho}_t$$

mit $\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{\rho}_t)=E(\widetilde{\rho}_t)=0$ und $\operatorname{cov}(\widetilde{\rho}_t,\widetilde{\rho}_\tau)=0$ für $t\neq\tau$ zu Grunde.[489] Weiterhin nehmen Kruschwitz/Löffler (2006a) an, dass die Bewertung mittels deterministischer Kapitalkosten $k_t$ durchgeführt werden kann, welche als deterministische bedingte einperiodige erwartete Renditen zu interpretieren sind.[490] Der Zusammenhang dieses Konzepts zu den vorstehend betrachteten Cash-Flow-Prozessen wird im Folgenden hergestellt. Hierzu wird die Bewertung des gesamten Bewertungsobjekts ausgehend von Periode $T$ des Endes der Lebensdauer des Bewertungsobjekts betrachtet. Der bedingte Wert $\widetilde{V}_{T-1}$ in Periode $T-1$ ist unter den Annahmen von Kruschwitz/Löffler (2006a) gegeben durch

$$(4.100)\quad \widetilde{V}_{T-1} = \frac{\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\widetilde{C}_T\right\}}{1+i} = \frac{\widetilde{C}_{T-1}\cdot(1+g_T)+\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\widetilde{\rho}_T\right\}}{1+i} = \frac{\widetilde{C}_{T-1}\cdot(1+g_T)}{1+k_T}\quad .$$

Aus Gleichung (4.100) folgt

---

489 Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 33-35; Laitenberger/Löffler (2006), S. 295.

490 Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 39; Laitenberger/Löffler (2006), S. 297. Es lässt sich zeigen, dass unter den gegebenen Annahmen die Ausschüttungsquote des Bewertungsobjekts $\delta_t = \widetilde{C}_t / \widetilde{V}_t$ deterministisch ist; vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 36-37; Laitenberger/Löffler (2006), S. 296.

$$(4.101)\ \frac{1+i}{1+k_T}-1=\frac{\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{\rho}_T\ \right\}}{\widetilde{C}_{T-1}\cdot\left(1+g_T\right)}\quad .$$

Da die linke Seite von Gleichung (4.101) annahmegemäß deterministisch ist, muss auch die rechte Seite von Gleichung (4.101) deterministisch sein. Unter Verwendung der Definition

$$(4.102)\ \widetilde{\varepsilon}_T=\frac{\widetilde{\rho}_T}{\widetilde{C}_{T-1}\cdot\left(1+g_T\right)}$$

kann der Cash-Flow-Prozess dargestellt werden durch

$$(4.103)\ \widetilde{C}_T=\widetilde{C}_{T-1}\cdot\left(1+g_T\right)\cdot\left(1+\widetilde{\varepsilon}_T\right)\ .$$

Für Gleichung (4.101) folgt dann

$$(4.104)\ \frac{1+i}{1+k_T}-1=\overline{\varepsilon}_T$$

mit der deterministischen Größe $\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{\varepsilon}_T\ \right\}=\overline{\varepsilon}_T$. Als Wert resultiert folglich

$$(4.105)\ \begin{aligned}\widetilde{V}_{T-1}&=\frac{\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{C}_T\ \right\}}{1+i}=\frac{\widetilde{C}_{T-1}\cdot\left(1+g_T\right)\cdot\left(1+\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{\varepsilon}_T\ \right\}\right)}{1+i}\\&=\frac{\widetilde{C}_{T-1}\cdot\left(1+g_T\right)\cdot\left(1+\overline{\varepsilon}_T\right)}{1+i}=\frac{\widetilde{C}_{T-1}\cdot\left(1+g_T\right)}{1+k_T}\end{aligned}$$

mit den deterministischen Kapitalkosten

$$(4.106)\ k_T=\frac{1+i}{1+\overline{\varepsilon}_T}-1\ .$$

Gleichung (4.105) zeigt, dass in der letzten Periode der Lebensdauer der Unternehmung der schwach autoregressive Cash-Flow-Prozess mit dem multiplikativen Prozess (4.38) übereinstimmt. Nunmehr ist zu überprüfen, ob die Übereinstimmung auch für die vorhergehenden Perioden gilt. Hierzu ist die Bewertung des Gesamtobjekts aus Sicht der Periode $T-2$ zu betrachten. Unter den Annahmen von Kruschwitz/Löffler (2006a) gilt die Bewertungsgleichung

$$(4.107)\ \begin{aligned}\widetilde{V}_{T-2}&=\frac{\widetilde{E}^Q_{T-2}\left\{\ \widetilde{C}_{T-1}+\widetilde{V}_{T-1}\ \right\}}{1+i}=\frac{\widetilde{E}^Q_{T-2}\left\{\ \widetilde{C}_{T-1}\ \right\}}{1+i}\cdot\left(1+\frac{1+g_T}{1+k_T}\right)\\&=\frac{\widetilde{C}_{T-2}\cdot\left(1+g_{T-1}\right)+\widetilde{E}^Q_{T-2}\left\{\ \widetilde{\rho}_{T-1}\ \right\}}{1+i}\cdot\left(1+\frac{1+g_T}{1+k_T}\right)\\&=\frac{\widetilde{C}_{T-2}\cdot\left(1+g_{T-1}\right)}{1+k_{T-1}}\cdot\left(1+\frac{1+g_T}{1+k_T}\right)\ .\end{aligned}$$

Diese lässt sich umformen zu dem Zusammenhang

$$(4.108)\, \frac{1+i}{1+k_{T-1}} - 1 = \frac{\widetilde{E}^{Q}_{T-2}\left\{ \widetilde{\rho}_{T-1} \right\}}{\widetilde{C}_{T-2}\cdot\left(1+g_{T-1}\right)} \quad .$$

Gleichung (4.108) entspricht strukturell Gleichung (4.101). Insbesondere ist wiederum die rechte Seite deterministisch, so dass auch die linke Seite deterministisch sein muss. Mit der analogen Definition $\widetilde{\varepsilon}_{T-1} = \frac{\widetilde{\rho}_{T-1}}{\widetilde{C}_{T-2}\cdot\left(1+g_{T-1}\right)}$ folgt für den Cash-Flow-Prozess

$$(4.109)\, \widetilde{C}_{T-1} = \widetilde{C}_{T-2}\cdot\left(1+g_{T-1}\right)\cdot\left(1+\widetilde{\varepsilon}_{T-1}\right) \ .$$

Unter Beachtung der Implikation von Gleichung (4.108), wonach $\widetilde{E}^{Q}_{T-2}\left\{ \widetilde{\varepsilon}_{T-1} \right\} = \bar{\varepsilon}_{T-1}$ deterministisch sein muss, resultiert der Wert

$$(4.110)\, \widetilde{V}_{T-2} = \frac{\widetilde{C}_{T-2}\cdot\left(1+g_{T-1}\right)\cdot\left(1+\bar{\varepsilon}_{T}\right)}{1+i}\cdot\left(1+\frac{1+g_T}{1+k_T}\right) = \frac{\widetilde{C}_{T-2}\cdot\left(1+g_{T-1}\right)}{1+k_{T-1}}\cdot\left(1+\frac{1+g_T}{1+k_T}\right)$$

mit den deterministischen Kapitalkosten

$$(4.111)\, k_{T-1} = \frac{1+i}{1+\bar{\varepsilon}_{T-1}} - 1 \ .$$

Auch aus Sicht von Periode $T-2$ stimmen der schwach autoregressive Cash-Flow-Prozess und der multiplikative Prozess somit ebenfalls überein. Durch Fortsetzung des rekursiven Bewertungsverfahrens lässt sich für die weiteren Perioden die Übereinstimmung analog nachweisen. Der schwach autoregressive Cash-Flow-Prozess stellt demnach unter der Prämisse deterministischer Kapitalkosten lediglich eine alternative Formulierung des multiplikativen Cash-Flow-Prozesses unter der Prämisse deterministischer $\bar{\varepsilon}_{\tau}$ dar.

### 4.4.3 Bewertung im Modell mit Einkommensteuern

#### 4.4.3.1 Bewertung auf Basis marktbestimmter Sicherheitsäquivalente

Nunmehr ist das Modell mit Einkommensteuern zu betrachten. Der Wert in Periode $\tau$ eines einzelnen Cash-Flows, welcher bei Realisierung der Ausschüttungssteuer unterliegt, und dessen Wertbeitrag mit Wertänderungssteuer besteuert wird, ist entsprechend der Gleichungen (4.26) bis (4.28) gegeben durch

$$(4.112)\, \widetilde{V}_{\tau}\left(\widetilde{C}_t\right) = \frac{\widetilde{E}^{Q}_{\tau}\left\{ \widetilde{C}_t \right\}\cdot\frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}}{\left(1+i_s\right)^{t-\tau}} \quad .$$

Um nun für die Cash-Flow-Modelle analog zum Modell ohne Steuern rekursive Bewertungsgleichungen für den einzelnen Cash-Flow ableiten zu können, ist wiederum vorauszusetzen, dass die unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß gebildeten Erwartungswerte $\widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{ \widetilde{\varepsilon}_{t,\tau} \right\}$ bzw. $\widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{ \widetilde{\rho}_{t,\tau} \right\}$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind. Hierbei ist zu beachten, dass nunmehr das risikoneutrale Wahrscheinlichkeitsmaß zu verwenden ist, welches sich in der Welt mit Steuern auf Basis von Nettogrößen ergibt. Mit den Definitionen der deterministischen Größen $\overline{\varepsilon}_{t,\tau} = \widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{ \widetilde{\varepsilon}_{t,\tau} \right\} = \cdots = E^{Q}_{0}\left\{ \widetilde{\varepsilon}_{t,\tau} \right\}$ und $\overline{\rho}_{t,\tau} = \widetilde{E}^{Q}_{\tau-1}\left\{ \widetilde{\rho}_{t,\tau} \right\} = \cdots = E^{Q}_{0}\left\{ \widetilde{\rho}_{t,\tau} \right\}$ können nun analog zu den Abschnitten 4.4.2.1.2 und 4.4.2.1.3 rekursive Bewertungsgleichungen für die einzelnen Cash-Flows ermittelt werden. Diese ergeben sich formal aus den in den Abschnitten 4.4.2.1.2 und 4.4.2.1.3 dargestellten Bewertungsgleichungen, indem jeweils $i$ durch $i_s$ ersetzt wird und die Gleichung mit $(1-s_d)/(1-s_v)$ multipliziert wird.

Der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich entsprechend Gleichung (4.30) aus zwei Komponenten. Die erste Komponente enthält den Wert der von der Unternehmung insgesamt an die Kapitalgeber ausgezahlten Cash-Flows unter der Annahme, dass diese vollständig als Dividende der Ausschüttungssteuer unterliegen und dass darüber hinaus Wertänderungen vollständig der Wertänderungssteuer unterliegen. Die zweite Komponente beinhaltet den Wertbeitrag des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung. Für die erste Komponente können nun analog zu den Abschnitten 4.4.2.1.2 und 4.4.2.1.3 Bewertungsgleichungen für den Wert der Unternehmung unter Vernachlässigung des Ausschüttungsdifferenzeffekts bestimmt werden, indem in den Bewertungsgleichungen für den Gesamtwert im Fall ohne Steuern jeweils $i$ durch $i_s$ ersetzt wird und die Gleichungen mit $(1-s_d)/(1-s_v)$ multipliziert werden. Hierzu ist dann der Wertbeitrag des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung zu addieren, um den Gesamtwert der unverschuldeten Unternehmung im Modell mit Einkommensteuern zu erhalten.

Die stochastische Entwicklung des Beteiligungskapitalbestands dürfte in der Regel nicht in Zusammenhang mit der stochastischen Entwicklung der Cash-Flows stehen. Aus den Cash-Flow-Modellen lassen sich daher im Allgemeinen keine Aussagen bezüglich der Bewertung der zweiten Komponente von Gleichung (4.30) erhalten. Ein Spezialfall, in dem ein systematischer Zusammenhang zwischen den Cash-Flow-Modellen und dem Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung vorliegt, ist dann gegeben, wenn unterstellt wird, dass die Änderung des Beteiligungskapitalbestands $\Delta\widetilde{B}K_t = \widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}$ in jeder Periode $t$ proportional zum Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ ist,[491] d.h.

$$(4.113)\ \Delta\widetilde{B}K_t = \widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1} = \alpha_b \cdot \widetilde{C}_t .$$

In diesem Fall resultiert für den Wertbeitrag $WB_0\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right)$ des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung der betrachteten Periode $t$ aufgrund der Wertadditivität des Bewertungsmodells

[491] Vgl. Mai (2007), S. 590.

$$WB_0\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right) = -\frac{E_0^Q\left\{\ \alpha_b \cdot \widetilde{C}_t\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot \frac{\left(s_d - s_v\right)}{\left(1-s_v\right)}$$

(4.114)

$$= -\frac{E_0^Q\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\} \cdot \dfrac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot \alpha_b \cdot \frac{\left(s_d - s_v\right)}{\left(1-s_d\right)} = -V_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot \alpha_b \cdot \frac{\left(s_d - s_v\right)}{\left(1-s_d\right)} \ .$$

Für die Bewertungsgleichung folgt dann der Zusammenhang

$$(4.115)\ V_0 = \sum_{t=1}^{T}\left[V_0\left(\widetilde{C}_t\right) + WB_0\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right)\right] = \sum_{t=1}^{T}\frac{E_0^Q\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot \frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)} \cdot \left(1 - \alpha_b \cdot \frac{\left(s_d - s_v\right)}{\left(1-s_d\right)}\right).$$

Im betrachteten Spezialfall lässt sich der Gesamtwert der unverschuldeten Unternehmung daher ermitteln, indem der Wertbeitrag der ersten Komponente von Gleichung (4.30) mit dem Faktor $\left(1-\alpha_b \cdot \left(s_d - s_v\right)/\left(1-s_d\right)\right)$ multipliziert wird. Für Gleichung (4.115) können mittels der Cash-Flow-Modelle geschlossene Ausdrücke abgeleitet werden.

Sind dagegen beispielsweise die zukünftigen Beteiligungskapitalbestände bereits aus Sicht des Bewertungszeitpunkts mit Sicherheit bekannt, so folgt die Bewertungsgleichung

$$(4.116)\ V_0 = \sum_{t=1}^{T}\frac{E_0^Q\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot \frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)} - \sum_{t=1}^{T}\frac{BK_t - BK_{t-1}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot \frac{\left(s_d - s_v\right)}{\left(1-s_v\right)}$$

und es besteht kein systematischer Zusammenhang zwischen dem Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung und der ersten Komponente des Bewertungskalküls.[492]

### 4.4.3.2 Risikoadjustierung des Diskontierungssatzes

#### 4.4.3.2.1 Bewertung durch Diskontierung mit Kapitalkosten

Bei der Bestimmung risikoadjustierter Kapitalkosten ist analog vorzugehen wie im Modell ohne Steuern. Zunächst wird eine einzelne Zahlung $\widetilde{X}_t$ bewertet, deren Wertbeitrag in jeder Periode der Wertänderungssteuer unterliegt; die Bewertung erfolgt gemeinsam mit den durch den Wertbeitrag von $\widetilde{X}_t$ ausgelösten Wertänderungssteuerzahlungen. Die nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten seien definiert durch[493]

$$(4.117)\ \widetilde{k}_{t,\tau}^{h} = \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot\left(1-s_v\right) + \widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot s_v\right]}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\right]} - 1 = \left[\frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{X}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\right]} - 1\right]\cdot\left(1-s_v\right).$$

---

[492] Weitere Spezialfälle, in denen eine lineare Relation zwischen dem Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung und den Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ hergestellt werden kann, sind denkbar. So können grundsätzlich alle der in Abschnitt 4.5 dargestellten, den Fremdkapitalbestand betreffenden Finanzierungsstrategien formal auch auf den Beteiligungskapitalbestand übertragen werden. Eine Darstellung dieser Finanzierungsstrategien bezüglich des Beteiligungskapitalbestands wird jedoch hier nicht vorgenommen.

[493] Dies entspricht der Definition von Rapp (2006) übertragen auf das Modell mit Steuern. Wilhelm (2004), S. 6-7 verwendet eine abweichende Definition der Kapitalkosten im Modell mit Steuern.

Für $t=\tau$ ist in Gleichung (4.117) $\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot\left(1-s_v\right)$ durch $\widetilde{X}_t=\left[\widetilde{X}_t/\left(1-s_v\right)\right]\cdot\left(1-s_v\right)$ zu ersetzen. Gleichung (4.117) lässt sich umformen zu

$$(4.118)\ \frac{\widetilde{k}^h_{t,\tau}}{\left(1-s_v\right)}=\frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{X}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\right]}-1\,.$$

Mittels Gleichung (4.118) wird die periodische Besteuerung der Wertänderungen durch eine Adjustierung der Kapitalkosten abgebildet.[494] Der Ausdruck $\widetilde{k}^h_{t,\tau}/\left(1-s_v\right)$ ist nun zur Diskontierung der Zahlungen zu verwenden, so dass sich die Kapitalkostengleichung

$$(4.119)\ \widetilde{V}_h=\sum_{t=h+1}^{T}\frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{X}_t\right)/\left(1-s_v\right)}{\prod_{\tau=h+1}^{t}\left[1+\widetilde{k}^h_{t,\tau}/\left(1-s_v\right)\right]}$$

ergibt. Entsprechend folgt für den Fall der nicht nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten

$$(4.120)\ \widetilde{k}^h_\tau=\frac{\widetilde{E}_h\left[\left(\left(\widetilde{X}_\tau\right)/\left(1-s_v\right)+\widetilde{V}_\tau\right)\cdot\left(1-s_v\right)+\widetilde{V}_{\tau-1}\cdot s_v\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)}-1=\sum_{t=\tau}^{T}\widetilde{k}^h_{t,\tau}\cdot\frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}\right)}$$

und

$$(4.121)\ \widetilde{V}_h=\sum_{t=h+1}^{T}\frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{X}_t\right)/\left(1-s_v\right)}{\prod_{\tau=h+1}^{t}\left[1+\widetilde{k}^h_\tau/\left(1-s_v\right)\right]}\ .$$

Die Gleichungen (4.119) und (4.121) gelten unabhängig von der Zusammensetzung der Zahlung $\widetilde{X}_t$ aus Ausschüttungen und steuerfreien Kapitalrückzahlungen.

#### 4.4.3.2.2 Deterministische Kapitalkosten und erwartete einperiodige Renditen

Im Fall mit Steuern kann analog zum Fall ohne Steuern der Zusammenhang zwischen annahmegemäß bereits aus Sicht des Bewertungszeitpunkts bekannten und somit deterministischen Kapitalkosten und den bedingten erwarteten einperiodigen Renditen hergestellt werden. Letztere sind für die einzelne Zahlung $\widetilde{X}_t$ definiert durch

$$(4.122)\ \widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right)=\frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot\left(1-s_v\right)+\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot s_v\right]}{\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_t\right)}-1\ .$$

Für $t=\tau$ ist in Gleichung (4.122) $\widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot\left(1-s_v\right)$ durch $\widetilde{X}_t=\left[\widetilde{X}_t/\left(1-s_v\right)\right]\cdot\left(1-s_v\right)$ zu ersetzen. Für das gesamte Bewertungsobjekt folgt somit

[494] Vgl. Wilhelm (2004), S. 7.

$$\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_\tau)=\frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\left(\left(\widetilde{X}_\tau\right)/(1-s_v)+\widetilde{V}_\tau\right)\cdot(1-s_v)+\widetilde{V}_{\tau-1}\cdot s_v\right]}{\widetilde{V}_{\tau-1}}-1$$

(4.123)

$$=\sum_{t=\tau}^{T}\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau})\cdot\frac{\widetilde{V}_{\tau-1}\left(\widetilde{X}_\tau\right)}{\widetilde{V}_{\tau-1}}\quad .$$

Wird nun wiederum angenommen, dass die Kapitalkosten einer Periode $\tau$ bereits aus Sicht des Bewertungszeitpunkts mit Sicherheit bekannt sind, d.h. $\widetilde{k}_{t,\tau}^{h}=k_{t,\tau}^{0}=k_{t,\tau}$ für alle $h$, so lässt sich analog zu den Gleichungen (4.83) und (4.84) zeigen, dass die Kapitalkosten des einzelnen Cash-Flows den auf Periode $\tau-1$ bedingten erwarteten Renditen entsprechen, welche dann ebenfalls deterministisch sind; es resultiert im Ergebnis $k_{t,\tau}=E(\widetilde{r}_{t,\tau})$. Für das Bewertungsobjekt folgt analog aus der Annahme deterministischer Kapitalkosten $\widetilde{k}_{\tau}^{h}=k_{\tau}^{0}=k_{\tau}$ für alle $h$, dass die Kapitalkosten den einperiodigen unbedingten erwarten Renditen entsprechen, d.h. $k_\tau=E(\widetilde{r}_\tau)$. Das Modell ohne Steuern weist somit bezüglich des Zusammenhangs zwischen deterministischen Kapitalkosten und erwarteten einperiodigen Renditen keine strukturellen Unterschiede zum Modell ohne Steuern auf. Zu beachten ist lediglich die auf die Wertänderungsbesteuerung zurückzuführende Adjustierung der Kapitalkosten im Rahmen der Bewertung.

#### 4.4.3.2.3 Deterministische Kapitalkosten und Cash-Flow-Modelle

##### 4.4.3.2.3.1 Einzelne Cash-Flows

Im Folgenden ist analog zum Modell ohne Steuern der Zusammenhang der Kapitalkostengleichungen und der Bewertungsgleichungen auf Basis marktbestimmter Sicherheitsäquivalente zu analysieren. Hierzu werden, ausgehend von den vorstehend betrachteten Bewertungsgleichungen für die Cash-Flow-Modelle, Bedingungen analysiert, unter denen die bedingten erwarteten einperiodigen Renditen aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind, so dass die auf Basis von Sicherheitsäquivalenten bestimmten Bewertungsgleichungen in kapitalkostenbasierte Bewertungsgleichungen überführt werden können, in denen die Kapitalkosten als erwartete einperiodige Renditen des einzelnen Cash-Flows interpretiert werden können. Bezüglich der Besteuerung wird zunächst davon ausgegangen, dass ein Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung nicht vorliegt. Es gilt daher

(4.124) $\widetilde{X}_t=\widetilde{C}_t\cdot(1-s_d)$.

Zu betrachten sind zunächst die bedingten einperiodigen Renditen eines in Periode $t$ realisierten einzelnen Cash-Flows. Für die Perioden $\tau<t$ vor der Realisierung des Cash-Flows sind die bedingten einperiodigen Renditen gegeben durch

$$\tilde{r}_{t,\tau} = \frac{\tilde{V}_\tau\left(\tilde{C}_t\right)\cdot\left(1-s_v\right)+\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)\cdot s_v}{\tilde{V}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)} - 1 = \frac{\dfrac{\tilde{E}_\tau^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}}{\left(1+i_s\right)^{t-\tau}}\cdot\dfrac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}\cdot\left(1-s_v\right)}{\dfrac{\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}}{\left(1+i_s\right)^{t-\tau-1}}\cdot\dfrac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}} + s_v - 1 \tag{4.125}$$

$$= \left[\frac{\tilde{E}_\tau^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}}{\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}}\cdot\left(1+i_s\right)-1\right]\cdot\left(1-s_v\right) .$$

und es resultiert der bedingte Erwartungswert

$$\tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right) = \left[\frac{\tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{E}_\tau^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}\right]}{\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}}\cdot\left(1+i_s\right)-1\right]\cdot\left(1-s_v\right) . \tag{4.126}$$

In der Periode $t$ der Realisierung des Cash-Flows folgt analog

$$\tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{r}_{t,\tau}\right) = \left[\frac{\tilde{E}_{\tau-1}\left(\tilde{C}_t\right)}{\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}}\cdot\left(1+i_s\right)-1\right]\cdot\left(1-s_v\right) . \tag{4.127}$$

Nunmehr sind Bedingungen zu bestimmen, unter denen die Gleichungen (4.126) und (4.127) aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministische Werte annehmen. Liegt ein stochastisch unabhängiger, multiplikativer oder additiver Cash-Flow-Prozess vor, so sind die Größen $\tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{E}_\tau^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}\right]$ und $\tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}$ aus Sicht von $t=0$ deterministisch. Für die Periode $t$ der Realisierung ergibt sich die bedingte erwartete Rendite des einzelnen Cash-Flows im Fall des multiplikativen Prozesses zu[495]

$$\tilde{E}_{t-1}\left(\tilde{r}_{t,t}\right) = \left[\frac{\tilde{E}_{t-1}\left[\overline{C}_{t-1}\cdot\left(1+g_t\right)\cdot\left(1+\tilde{\varepsilon}_t\right)\right]}{\overline{C}_{t-1}\cdot\left(1+\overline{\varepsilon}_t\right)\cdot\left(1+g_t\right)}\cdot\left(1+i_s\right)-1\right]\cdot\left(1-s_v\right) \tag{4.128}$$

$$= \left(\frac{1+i_s}{1+\overline{\varepsilon}_t}-1\right)\cdot\left(1-s_v\right) = E\left(\tilde{r}_{t,t}\right) .$$

Die Rendite (4.128) ist aus Sicht von $t=0$ deterministisch und entspricht daher der unbedingten erwarteten Rendite. Für die Perioden $\tau < t$ vor der Realisierung des Cash-Flows gilt im Fall der stochastisch unabhängigen Prozesse jeweils der Zusammenhang

$$\tilde{E}_\tau^Q\left\{\tilde{C}_t\right\} = \tilde{E}_{\tau-1}^Q\left\{\tilde{C}_t\right\} = \tilde{E}_{\tau-1}\left[\tilde{E}_\tau^Q\left\{\tilde{C}_t\right\}\right] , \tag{4.129}$$

so dass die deterministische einperiodige Rendite dem sicheren Zinssatz nach Steuern entspricht, d.h.

---

[495] Auf die Darstellung des additiven Prozesses wird verzichtet, da diese keine neuen Erkenntnisse bringt.

(4.130) $\widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right) = E\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right) = i \cdot (1 - s_e)$ .

Nunmehr sind die übrigen Konstellationen zu betrachten, in denen $\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}^Q_\tau\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}\right]$ und $\widetilde{E}^Q_{\tau-1}\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}$ aus Sicht von $t = 0$ stochastisch sind. Deterministische erwartete einperiodige Renditen resultieren in diesem Fall, wenn das Verhältnis $\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}^Q_\tau\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}\right] / \widetilde{E}^Q_{\tau-1}\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}$ aus Sicht von $t = 0$ deterministisch ist. Im Fall der multiplikativen periodischen Erwartungsrevision ergibt sich analog zu Gleichung (4.93)

(4.131) $$\frac{\widetilde{E}_{\tau-1}\left[\widetilde{E}^Q_\tau\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}\right]}{\widetilde{E}^Q_{\tau-1}\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}} = \frac{1}{1 + \bar{\varepsilon}_{t,\tau}}$$

und somit

(4.132) $$\widetilde{E}_{\tau-1}\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right) = \left(\frac{1 + i_s}{1 + \bar{\varepsilon}_{t,\tau}} - 1\right) \cdot (1 - s_v) = E\left(\widetilde{r}_{t,\tau}\right) .$$

Die bedingte erwartete einperiodige Rendite ist demnach aus Sicht von $t = 0$ deterministisch.[496] In den übrigen Fällen sind die bedingten erwarteten einperiodigen Renditen dagegen wie im Modell ohne Steuern aus Sicht von $t = 0$ stochastisch, so dass das Vorliegen deterministischer erwarteter einperiodiger Renditen im Ergebnis wiederum auf die Fälle der stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesse und das Modell der multiplikativen Erwartungsrevision beschränkt ist.

Nunmehr ist der Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung in die Betrachtung einzubeziehen. Die Zahlung $\widetilde{X}_t$ sei hierzu definiert durch

(4.133) $\widetilde{X}_t = \widetilde{C}_t \cdot (1 - s_d) + \Delta\widetilde{B}K_t \cdot (s_d - s_v)$.

Im Fall der Gleichung (4.133) führt das Vorliegen eines stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesses oder eines multiplikativen stochastisch abhängigen Prozesses dann zu deterministischen bedingten erwarteten Renditen, wenn das Risiko des Ausschüttungsdifferenzeffekts dem Risiko des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ entspricht, wenn also der Zusammenhang $\Delta\widetilde{B}K_t = \alpha_b \cdot \widetilde{C}_t$ gilt, da sich dann $\widetilde{X}_t = \widetilde{C}_t \cdot \left[(1 - s_d) + \alpha_b \cdot (s_d - s_v)\right]$ ergibt und die durch den Cash-Flow-Prozess determinierte Größe $\widetilde{C}_t$ demnach die einzige Risikoquelle der Zahlung $\widetilde{X}_t$ darstellt. Bei Vorliegen eines stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesses resultieren auch in einer Konstellation deterministische einperiodige erwartete Renditen, in der die zukünftigen Änderungen des Bestands des Beteiligungskapitals bereits im Bewertungszeitpunkt mit Sicherheit bekannt sind, da dann deterministische $\Delta BK_t$ vorliegen und die für die Be-

[496] Vgl. für den Fall des mehrperiodigen Tax-CAPM Mai (2006a), S. 1249.

rechnung der einperiodigen erwarteten Rendite verwendete Bezugsgröße $V_{\tau-1}(\widetilde{X}_t)$ ebenfalls deterministisch ist. Abgesehen von den vorstehend betrachteten Spezialfällen ergeben sich bei Einbezug des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung regelmäßig stochastische bedingte erwartete Renditen $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau})$.

#### 4.4.3.2.3.2 Bewertungsobjekt

Nunmehr sind Konstellationen zu betrachten, in denen die bedingten erwarteten einperiodigen Renditen des aus mehreren Cash-Flows bestehenden Bewertungsobjekts aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind, d.h. $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_\tau)=E(\widetilde{r}_\tau)=k_\tau$. Hierbei wird zunächst wie bei der Betrachtung der einzelnen Cash-Flows davon ausgegangen, dass ein Ausschüttungsdifferenzeffekt nicht auftritt.

Im Fall der multiplikativen Erwartungsrevision ist entsprechend Gleichung (4.95) $\bar{\varepsilon}_{t,\tau}=\bar{\varepsilon}_\tau$ für alle $t,\tau$ vorauszusetzen, so dass $\widetilde{E}_{\tau-1}(\widetilde{r}_{t,\tau})=k_\tau$ für alle $t,\tau$ gilt. Dies ist insbesondere bei Vorliegen des multiplikativen, stochastisch abhängigen Cash-Flow-Prozesses erfüllt.[497]

Bei Vorliegen des stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesses sind wie im Fall ohne Steuern sowohl die bedingten erwarteten Renditen als auch die Werte des Bewertungsobjekts bereits im Bewertungszeitpunkt für alle zukünftigen Perioden bekannt und somit deterministisch. Mit den Gleichungen (4.128) und (4.130) resultiert die unbedingte erwartete Rendite

$$
\begin{aligned}
E(\widetilde{r}_\tau) &= E(\widetilde{r}_{\tau,\tau})\cdot\frac{V_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)}{V_{\tau-1}}+\sum_{t=\tau+1}^{T} i\cdot(1-s_e)\cdot\frac{V_{\tau-1}(\widetilde{C}_t)}{V_{\tau-1}} \\
&= \left[E(\widetilde{r}_{\tau,\tau})-i\cdot(1-s_e)\right]\cdot\frac{V_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)}{V_{\tau-1}}+i\cdot(1-s_e)=k_\tau \quad .
\end{aligned}
\tag{4.134}
$$

Für den Spezialfall des multiplikativen, stochastisch unabhängigen Modells mit konstanten $\bar{\varepsilon}$, konstanten Wachstumsraten und unendlicher Lebensdauer ergeben sich konstante erwartete Renditen und entsprechend Gleichung (4.97) konstante Gewichtungsfaktoren

$$
\frac{V_{\tau-1}(\widetilde{C}_\tau)}{V_{\tau-1}}=\frac{i_s-g}{1+i_s} \quad . \tag{4.135}
$$

Liegt ein Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung vor, so gelten die obigen Ausführungen für den Fall des linearen Zusammenhangs $\Delta\widetilde{B}K_t=\alpha_b\cdot\widetilde{C}_t$ analog.[498] Bei Vorliegen eines stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesses und deterministischer $\Delta BK_t$ resultieren ebenfalls deterministische erwartete einperiodige Renditen des Bewertungsobjekts. Abgesehen von diesen Spezialfällen sind die bedingten erwarteten Renditen des Bewertungsobjekts dagegen regelmäßig stochastisch. Die Möglichkeit der Interpretation der Kapitalkos-

---

[497] Vgl. für den Fall des mehrperiodigen Tax-CAPM Mai (2006a), S. 1240.
[498] Vgl. hierzu Mai (2007), S. 590.

ten als bedingte erwartete Renditen ist somit bei Vorliegen eines Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung auf die vorstehend erläuterten Spezialfälle beschränkt.

**4.4.3.2.3.3 Das Modell schwach autoregressiver Cash-Flows**

Abschließend ist der schwach autoregressive Cash-Flow-Prozess zu betrachten. Kruschwitz/Löffler (2006a) definieren den schwach autoregressiven Prozess auf Basis der Zahlungen des Bewertungsobjekts nach Abzug der im Zeitpunkt des Zuflusses anfallenden Steuern,[499] d.h. also

$$(4.136)\ \widetilde{X}_t = \widetilde{X}_{t-1} \cdot (1+g_t) + \widetilde{\rho}_t$$

mit $\widetilde{E}_{t-1}(\widetilde{\rho}_t) = E(\widetilde{\rho}_t) = 0$ und $\operatorname{cov}(\widetilde{\rho}_t, \widetilde{\rho}_\tau) = 0$ für $t \neq \tau$. Weiterhin werden deterministische, nicht nach Cash-Flows differenzierte Kapitalkosten $k_t$ angenommen, welche als bedingte einperiodige erwartete Renditen zu interpretieren sind.[500] Die Wertänderungssteuerzahlungen werden im hier verwendeten Modell[501] nicht in Gleichung (4.136) einbezogen, da sie im Rahmen der Adjustierung der Kapitalkosten zu $k_t/(1-s_v)$ Berücksichtigung finden. Der bedingte Wert $\widetilde{V}_{T-1}$ in Periode $T-1$ ist unter diesen Annahmen gegeben durch

$$(4.137)\ \widetilde{V}_{T-1} = \frac{\dfrac{\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{X}_T\ \right\}}{(1-s_v)}}{1+i_s} = \frac{\dfrac{\widetilde{X}_{T-1} \cdot (1+g_T) + \widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{\rho}_T\ \right\}}{(1-s_v)}}{1+i_s} = \frac{\dfrac{\widetilde{X}_{T-1} \cdot (1+g_T)}{(1-s_v)}}{1+k_T/(1-s_v)}\ .$$

Aus Gleichung (4.137) folgt

$$(4.138)\ \frac{1+i_s}{1+k_T/(1-s_v)} - 1 = \frac{\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{\rho}_T\ \right\}}{\widetilde{X}_{T-1} \cdot (1+g_T)}\ .$$

Da die linke Seite von Gleichung (4.138) annahmegemäß deterministisch ist, muss auch die rechte Seite von Gleichung (4.138) deterministisch sein. Unter Verwendung der Definition

$$(4.139)\ \widetilde{\varepsilon}_T = \frac{\widetilde{\rho}_T}{\widetilde{X}_{T-1} \cdot (1+g_T)}$$

kann der Cash-Flow-Prozess dargestellt werden durch

$$(4.140)\ \widetilde{X}_T = \widetilde{X}_{T-1} \cdot (1+g_T) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_T)\ .$$

Für Gleichung (4.138) folgt

$$(4.141)\ \frac{1+i_s}{1+k_T/(1-s_v)} - 1 = \bar{\varepsilon}_T$$

mit der deterministischen Größe $\widetilde{E}^Q_{T-1}\left\{\ \widetilde{\varepsilon}_T\ \right\} = \bar{\varepsilon}_T$ und es ergeben sich die Kapitalkosten

---

[499] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 105-107.

[500] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 106.

[501] Kruschwitz/Löffler (2006a) betrachten ein Modell, in dem Wertänderungen steuerfrei sind.

$$(4.142)\; k_T = \left( \frac{1+i_s}{1+\bar{\varepsilon}_T} - 1 \right) \cdot \left(1 - s_v\right) \; .$$

Für die übrigen Perioden ergeben sich die Gleichungen (4.138) bis (4.142) analog.[502] Insbesondere liegt in jeder Periode ein multiplikativer, stochastisch abhängiger Cash-Flow-Prozess der Form

$$(4.143)\; \widetilde{X}_t = \widetilde{X}_{t-1} \cdot \left(1 + g_t\right) \cdot \left(1 + \widetilde{\varepsilon}_t\right)$$

bezüglich der Zahlungen nach Steuern des Zuflusszeitpunkts vor.

Abschließend sind die Implikationen von Gleichung (4.143) für die Cash-Flows vor Steuern zu analysieren. Liegt kein Ausschüttungsdifferenzeffekt vor, d.h. $\widetilde{X}_t = \widetilde{C}_t \cdot \left(1 - s_d\right)$, oder ist eine lineare Beziehung zwischen dem Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ und der Änderung des Bestands des Beteiligungskapitals gegeben, d.h. $\widetilde{X}_t = \widetilde{C}_t \cdot \left[\left(1 - s_d\right) + \alpha_b \cdot \left(s_d - s_v\right)\right]$, so folgt aus Gleichung (4.143) der auf die Cash-Flows vor Steuern bezogene multiplikative Prozess $\widetilde{C}_t = \widetilde{C}_{t-1} \cdot \left(1 + g_t\right) \cdot \left(1 + \widetilde{\varepsilon}_t\right)$. Es ist somit im Ergebnis gleichgültig, ob der Cash-Flow-Prozess auf Basis von Bruttogrößen oder auf Basis von Nettogrößen definiert ist. Gilt dagegen $\Delta\widetilde{B}K_t \neq \alpha_b \cdot \widetilde{C}_t$ und $\Delta\widetilde{B}K_t \neq 0$, so ergeben sich aus Gleichung (4.143) keine Folgerungen bezüglich der Cash-Flows vor Steuern. Die Definitionen (4.136) bzw. (4.143) haben in einer solchen Konstellation den Vorteil, dass die gesamten Zahlungen der unverschuldeten Unternehmung mittels deterministischer Kapitalkosten diskontiert werden können. Der Nachteil dieser Definitionen besteht darin, dass eine Isolierung des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung als eigenständige Risikoquelle nicht mehr möglich ist.

## 4.5 Bewertung der verschuldeten Unternehmung

### 4.5.1 Grundlagen

#### 4.5.1.1 Überblick über die Finanzierungsstrategien

Im Folgenden sind konkrete Bewertungsgleichungen für die verschuldete Unternehmung unter Verwendung spezieller Finanzierungsstrategien zu bestimmen.[503] Diese lassen sich in drei Kategorien unterteilen. Die erste Kategorie stellt die autonome Finanzierung dar, bei der die Fremdkapitalbestände aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind. Diese Strategie berücksichtigt einerseits die oftmals gegebene Langfristigkeit von Kreditverträgen, ist jedoch andererseits nicht in der Lage, Anpassungen des Fremdkapitalbestands an stochastische Entwicklungen abzubilden.[504]

Letzteres kann im Rahmen der zweiten Kategorie der Finanzierungsstrategien geschehen, welche den Fremdkapitalbestand mittels einer deterministischen Fremdkapitalquote an eine der Unternehmensgrößen Marktwert, Buchwert oder Cash-Flow anbinden. Der Fremdkapitalbestand ist bei diesen Finanzierungsstrategien stochastisch, sofern die zu Grunde liegende Un-

[502] Der Nachweis erfolgt analog zum Fall ohne Steuern, vgl. Abschnitt 4.4.2.2.3.3.
[503] Vgl. zu einem Überblick über Finanzierungsstrategien Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 50.
[504] Vgl. Taggart (1991), S. 10.

ternehmensgröße stochastisch ist. Im Rahmen der Finanzierungsstrategien mit deterministischen Fremdkapitalquoten wird meist die Prämisse verwendet, dass die Anpassung des Fremdkapitalbestands an die jeweilige Unternehmensgröße in jeder Periode erfolgt. Dies impliziert kurzfristige stochastische Schwankungen der Fremdkapitalbestände, was als unrealistisch kritisiert wird.[505] Stattdessen ist es möglich, dass die Fremdkapitalbestände über mehrere Perioden vertraglich festgelegt sind und dass eine Anpassung an die stochastische Entwicklung der Unternehmung nur in bestimmten zeitlichen Abständen erfolgt. Dies kann durch Finanzierungsstrategien mit mehrperiodigem Anpassungsintervall abgebildet werden, welche die Anpassung des Fremdkapitals an die jeweilige stochastische Unternehmensgröße zum Ende eines mehrere Perioden umfassenden zeitlichen Intervalls vornehmen.[506] Auch ist es möglich, die Finanzierungsstrategien mit deterministischen Fremdkapitalquoten mit der autonomen Finanzierung zu kombinieren. Dies ist anzunehmen, wenn bereits im Bewertungszeitpunkt für jede Periode ein sicherer Mindestbetrag für den Fremdkapitalbestand festgelegt ist, und darüber hinaus gehende Fremdkapitalbestände an die stochastische Entwicklung der jeweiligen Unternehmensgröße angepasst werden.[507]

Als dritte Kategorie sind die zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien zu betrachten, bei denen die Änderung des Fremdkapitalbestands unmittelbar an Zahlungsgrößen anknüpft. Den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien zuzuordnen sind die Cash-Flow-orientierte Finanzierung, bei der die periodische Fremdkapitaltilgung an den periodischen Cash-Flow der Unternehmung anknüpft, sowie die dividendenorientierte Finanzierung, bei der von einer deterministischen periodischen Dividende ausgegangen wird und der Fremdkapitalbestand als Residualgröße bestimmt wird. Die Cash-Flow-orientierte Finanzierung ist beispielsweise für die Bewertung im Rahmen eines Leveraged Buyout anzuwenden, bei dem das Management unter Aufnahme von Fremdkapital die Unternehmung erwirbt und anschließend der Fremdkapitalbestand in Abhängigkeit von den Cash-Flows der Unternehmung getilgt wird.[508]

#### 4.5.1.2 Lineare Relation zwischen Fremdkapitalbeständen und steuerlichen Effekten

Bevor konkrete Bewertungsgleichungen hergeleitet werden können, ist zunächst zu klären, inwieweit es möglich ist, stochastische Steuersätze, hier insbesondere die stochastischen effektiven Steuersätze $\tilde{s}_{FB,t}$, im Rahmen der Finanzierungsstrategien abzubilden. Die in Modellen ohne persönliche Steuern diskutierten Finanzierungsstrategien[509] gehen regelmäßig davon aus, dass neben den Cash-Flows der Unternehmung der Fremdkapitalbestand die einzige mit Unsicherheit behaftete Größe darstellt.[510] Steuersatzunsicherheit ist dagegen ausgeschlossen. Es besteht daher eine lineare Beziehung zwischen dem steuerlichen Effekt und dem Fremdkapitalbestand. Mittels dieser Prämissen ist es im Modell ohne persönliche Steuern möglich, das

[505] Vgl. für die wertorientierte Finanzierung Schildbach (2000), S. 717.
[506] Vgl. für die wertorientierte Finanzierung Clubb/Doran (1995), S. 682-683.
[507] Vgl. zur Kombination von autonomer und wertorientierter Finanzierung Richter (1998), S. 381-382, 387-388; hierzu kritisch Dinstuhl (2003), S. 34.
[508] Vgl. Löffler (2000), S. 2-3; Rosarius (2007), S. 48-49.
[509] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 49 ff.
[510] Vgl. zur Bedeutung der linearen Beziehung Kruschwitz/Löffler (2003a), S. 239; Kruschwitz/Löffler (2005c), S. 33; Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 49.

Risiko der fremdfinanzierungsbedingten steuerlichen Effekte auf das Risiko der zu Grunde liegenden Fremdkapitalbestände zu reduzieren und hiervon ausgehend Bewertungsgleichungen für Finanzierungsstrategien zu entwickeln. Soll auch im Modell mit persönlichen Steuern die lineare Beziehung zwischen den steuerlichen Effekten der Fremdfinanzierung und den Fremdkapitalbeständen bestehen, so hat dies für den Ausschüttungsdifferenzeffekt der Fremdfinanzierung die Konsequenz, dass die prinzipiell stochastischen effektiven Steuersätze $\widetilde{s}_{FB,t}$ als deterministisch vorauszusetzen sind.[511] Folglich sind im Rahmen der Finanzierungsstrategie deterministische Verhältniswerte $L_t^G$ anzunehmen. Dies impliziert, dass in einer Periode $t$ ein deterministischer Anteil $L_t^G$ des Fremdkapitalbestands dieser Periode im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Gewinnrücklagen substituiert.

Die vorstehenden Ausführungen zeigen, dass die in der Literatur diskutierten Varianten der Berücksichtigung des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Fremdfinanzierung[512] als zwei Extrempositionen eines Modells anzusehen sind, welches deterministische und konstante Verhältniswerte $L^G$ voraussetzt. Wird angenommen, dass Änderungen des Fremdkapitalbestands ausschließlich durch Änderungen der Gewinnrücklagen kompensiert werden, so impliziert dies $L^G = 1$ und folglich $s_{FB} = (s_d - s_v)$. Dies bedeutet, dass die verschuldete und die unverschuldete Unternehmung den gleichen Beteiligungskapitalbestand aufweisen. Unter der Annahme, dass Änderungen des Fremdkapitalbestands ausschließlich durch Änderungen des Beteiligungskapitals kompensiert werden, gilt dagegen $L^G = 0$ und somit $s_{FB} = 0$. In diesem Fall ist der Bestand der Gewinnrücklagen (Innenfinanzierung) von verschuldeter und unverschuldeter Unternehmung identisch. Folglich weisen die verschuldete und die unverschuldete Unternehmung auch einen identischen Bestand der Außenfinanzierung (Beteiligungskapital und Fremdkapital) auf.

Werden deterministische Werte für die Anteile $L_t^G$ angenommen, so können in einzelnen Umweltzuständen zukünftiger Perioden negative Dividenden auftreten, d.h. $D\widetilde{I}V_t^l < 0$. Die Annahme negativer Dividenden impliziert, dass Einzahlungen der Eigenkapitalgeber in die Unternehmung auf der Ebene des Anteilseigners die gleichen steuerlichen Folgen hervorrufen wie positive Ausschüttungen; insbesondere ist mit der negativen Dividende eine Erstattung der Ausschüttungssteuer verbunden. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass negative Dividenden – abweichend von der Realität – zulässig sind.[513] Weiterhin wird unterstellt, dass das Verhältnis, mit dem bei der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Gewinnrücklagen durch Fremdkapital ersetzt werden, deterministisch und im Zeitablauf konstant ist. Es folgt dann der deterministische und konstante[514] effektive Steu-

[511] Ähnlich Laitenberger (2003), S. 1226.
[512] Vgl. Fn. (446).
[513] Vgl. zur Problematik negativer Dividenden Laitenberger (2003), S. 1225-1226. Der Einbezug von Nichtnegativitätsrestriktionen in das Bewertungskalkül erfolgt in Abschnitt 4.6.2
[514] Die Annahme der zeitlichen Konstanz des effektiven Steuersatzes ist nicht erforderlich; sie dient lediglich der Vereinfachung der Darstellung.

ersatz $s_{FB} = L^G \cdot (s_d - s_v)$ für den Ausschüttungsdifferenzeffekt, so dass eine lineare Relation zwischen den Fremdkapitalbeständen und den steuerlichen Effekten der Fremdfinanzierung besteht.

Aufgrund der Wertadditivität des Bewertungsmodells können einzelne Zahlungen des Bewertungsobjekts isoliert bewertet werden. Dies ermöglicht eine im Folgenden oftmals verwendete Darstellung der steuerlichen Effekte der Fremdfinanzierung, welche an den Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_{t-1}$ einer Periode $t-1$ anknüpft. Hierzu ist es erforderlich, den aus der Änderung des Fremdkapitalbestands resultierenden steuerlichen Effekt einer Periode $t$ gedanklich zu zerlegen in zwei Schritte: Im ersten Schritt erfolgt eine Tilgung des Fremdkapitalbestands $\widetilde{FK}_{t-1}$ der Vorperiode, welche eine Minderung der Ausschüttung um den Betrag $L^G \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ bewirkt. Im zweiten Schritt erfolgt eine Fremdkapitalaufnahme in Höhe von $\widetilde{FK}_t$, welche eine Erhöhung der Ausschüttung um den Betrag $L^G \cdot \widetilde{FK}_t$ bewirkt. Die an den Fremdkapitalbestand einer Periode $t-1$ anknüpfenden Zahlungen sind in Tabelle 4.4 dargestellt:

| Zeit | $t-1$ | $t$ |
|---|---|---|
| Aufnahme des Fremdkapitals | $-\widetilde{FK}_{t-1} \cdot s_{FB}$ | |
| Zinsabzug | | $\widetilde{FK}_{t-1} \cdot i \cdot s_{AZ}$ |
| Tilgung des Fremdkapitals | | $\widetilde{FK}_{t-1} \cdot s_{FB}$ |

Tabelle 4.4: Steuerliche Effekte des Fremdkapitalbestands einer Periode

Die Wertbeiträge der in Tabelle 4.4 dargestellten Zahlungen können nunmehr zu einer Bewertungseinheit zusammengefasst werden. Der Wertbeitrag dieser Bewertungseinheit in Periode $\tau < t-1$ ergibt sich zu

(4.144)
$$\widetilde{WB}_\tau\left(\widetilde{FK}_{t-1}\right) = \frac{\widetilde{E}_\tau^Q\left\{\widetilde{FK}_{t-1}\right\}}{(1+i_s)^{t-\tau}} \cdot \left(i \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)} + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} - \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \cdot (1+i_s)\right)$$
$$= \frac{i \cdot \widetilde{E}_\tau^Q\left\{\widetilde{FK}_{t-1}\right\}}{(1+i_s)^{t-\tau}} \cdot \frac{s_{AZ} - s_{FB} \cdot \frac{(1-s_e)}{(1-s_v)}}{(1-s_v)} = \frac{i \cdot \widetilde{E}_\tau^Q\left\{\widetilde{FK}_{t-1}\right\}}{(1+i_s)^{t-\tau}} \cdot S_{FK}$$

mit dem an den Fremdkapitalbestand einer Periode anknüpfenden effektiven Steuersatz

(4.145) $$S_{FK} = \frac{s_{AZ} - s_{FB} \cdot \frac{(1-s_e)}{(1-s_v)}}{(1-s_v)} \quad .$$

Bezüglich des Fremdkapitalbestands $\widetilde{FK}_\tau$ der Periode $\tau$ ist zu beachten, dass dieser in Periode $\tau$ bereits vorhanden ist. Der steuerliche Effekt der Fremdkapitalaufnahme in Periode $\tau$

$-\widetilde{FK}_\tau \cdot s_{FB}/(1-s_v)$ ist daher im Wertbeitrag $\widetilde{WB}_\tau\left(\widetilde{FK}_\tau\right)$ dieses Fremdkapitalbestands nicht zu berücksichtigen, ist jedoch in $S_{FK}$ enthalten. Der Wertbeitrag des Fremdkapitalbestands $\widetilde{FK}_\tau$ der Periode $\tau$ kann daher wie folgt dargestellt werden:

$$(4.146)\ \widetilde{WB}_\tau\left(\widetilde{FK}_\tau\right)=\frac{i\cdot\widetilde{FK}_\tau}{1+i_s}\cdot S_{FK}+FK_\tau\cdot\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\quad .$$

Mittels der Gleichungen (4.144) und (4.146) kann das allgemeine Bewertungskalkül daher mittels

$$(4.147)\ V_0^l=V_0+\sum_{t=1}^{T}\frac{i\cdot E_0^Q\left\{\widetilde{FK}_{t-1}\right\}}{(1+i_s)^t}\cdot S_{FK}+FK_0\cdot\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}$$

dargestellt werden.

### 4.5.2 Autonome Finanzierung

#### 4.5.2.1 Die Bewertungsgleichung

Bei der autonomen Finanzierung werden aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ sichere Fremdkapitalbestände $FK_t$ unterstellt.[515] Da annahmegemäß die zukünftigen Fremdkapitalbestände als einzige Risikoquelle die Unsicherheit der an die Fremdfinanzierung anknüpfenden Steuerzahlungen determinieren, sind diese Zahlungen aus Sicht des Bewertungszeitpunkts sicher.

Der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung setzt sich nach der allgemeinen Bewertungsgleichung (4.32) zusammen aus dem Wert der Cash-Flows der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung und dem Wert des aus der Fremdfinanzierung resultierenden Zahlungsstroms. Als heutiger Wert der fremdfinanzierten Unternehmung resultiert aufgrund des Zusammenhangs $\widetilde{E}_\tau^Q(FK_t)=FK_t$

$$(4.148)\ \widetilde{V}_\tau^A=\widetilde{V}_\tau+WB_{\tau,T}\quad ,$$

wobei der deterministische Wertbeitrag der autonomen Finanzierung im Zeitraum $t=\tau$ bis $t=T$ entsprechend Gleichung (4.32) definiert ist durch[516]

$$(4.149)\ WB_{\tau,T}=\sum_{t=\tau+1}^{T}\frac{FK_{t-1}}{(1+i_s)^{t-\tau}}\cdot i\cdot\frac{s_{AZ}}{(1-s_v)}-\sum_{t=\tau+1}^{T}\frac{FK_t-FK_{t-1}}{(1+i_s)^{t-\tau}}\cdot\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\quad .$$

Der Wert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich demnach durch Ergänzung des Werts der unverschuldeten Unternehmung um den Wertbeitrag der Fremdfinanzierung. Gleichung (4.148) wird als APV-Modell (Adjusted Present Value) bezeichnet.[517] Dieses Modell ist unabhängig von der Bewertungsgleichung für die unverschuldete Unternehmung anwendbar.

[515] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 61.
[516] Vgl. Dinstuhl (2003), S. 102.
[517] Vgl. Myers (1974), S. 4 (grundlegend); Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 61; Dinstuhl (2003), S. 10-11, 101-102; Drukarczyk (2007), S. 165 ff.

Insbesondere ergeben sich keine Interdependenzen zu möglichen Wertbeiträgen der steuerlichen Effekte aufgrund von Änderungen des Beteiligungskapitals der unverschuldeten Unternehmung.

Der Wertbeitrag (4.149) soll nun im Hinblick auf die Formulierung komplexerer Finanzierungsstrategien genauer betrachtet werden. Mittels des Zusammenhangs (4.144) lässt er sich umformen zu

$$(4.150)\, WB_{\tau,T} = \sum_{t=\tau+1}^{T} WB_{\tau}\left(FK_{t-1}\right) = \sum_{t=\tau+1}^{T} \frac{i \cdot FK_{t-1}}{\left(1+i_s\right)^{t-\tau}} \cdot S_{FK} + FK_{\tau} \cdot \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)} \quad .$$

Ist der Fremdkapitalbestand $FK_{\tau}$ in Periode $\tau$ positiv, so kann dies mittels Division durch $FK_{\tau}$ wie folgt dargestellt werden

$$(4.151)\, WB_{\tau,T} = FK_{\tau} \cdot \left( \sum_{t=\tau+1}^{T} \frac{FK_{t-1}}{FK_{\tau}} \cdot \frac{i \cdot S_{FK}}{\left(1+i_s\right)^{t-\tau}} + \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)} \right) = FK_{\tau} \cdot WBF_{\tau,T} \quad ,$$

wobei

$$(4.152)\, WBF_{\tau,T} = \frac{i \cdot S_{FK}}{FK_{\tau}} \cdot \sum_{t=\tau+1}^{T} \frac{FK_{t-1}}{\left(1+i_s\right)^{t-\tau}} + \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)}$$

als Wertbeitragsfaktor der autonomen Fremdfinanzierung im Zeitraum $t=\tau$ bis $t=T$ bezeichnet sei.[518] Der Wertbeitragsfaktor ermittelt den Wertbeitrag der Fremdfinanzierung als Summe der auf die Periode $\tau$ diskontierten Fremdkapitalbestände, welche mit dem Verhältnis des mit dem sicheren Zins multiplizierten effektiven Steuersatzes zum Fremdkapitalbestand des Bewertungszeitpunkts multipliziert werden. Zusätzlich ist der Korrekturfaktor für den Fremdkapitalbestand der Periode $\tau$ zu addieren. Da der steuerliche Effekt, welcher an den Fremdkapitalbestand von Periode $t-1$ anknüpft, durch den effektiven Steuersatz für Periode $t$ berechnet wird, ist der Fremdkapitalbestand der Periode $t-1$ im Ergebnis $t-\tau$ mal zu diskontieren.

Der Wertbeitragsfaktor der autonomen Fremdfinanzierung kann durch Prämissen bezüglich der Entwicklung der Fremdkapitalbestände im Zeitablauf weiter spezialisiert werden. Ist die Unternehmung in keiner Periode ihrer Lebensdauer unverschuldet, d.h. $FK_{t-1} > 0$ für alle $t-1 < T$, so lässt sich der Fremdkapitalbestand einer Periode $t-1$, ausgehend vom Fremdkapitalbestand des Bewertungszeitpunkts $t=0$, wie folgt als Wachstumsgleichung darstellen:

$$(4.153)\, FK_{t-1} = FK_0 \cdot \prod_{\tau=1}^{t} \left(1+g_{\tau-1}\right),$$

[518] Diese Darstellungsweise erweist sich insbesondere im Zusammenhang mit den im Folgenden herzuleitenden Bewertungsgleichungen bei Finanzierungsstrategien mit deterministischer Fremdkapitalquote als nützlich.

wobei die Wachstumsrate für $t > 0$ gegeben ist durch $g_t = FK_t / FK_{t-1} - 1 = 0$ und für $t = 0$ durch $g_0 = FK_0 / FK_0 - 1 = 0$.[519] Der Wertbeitragsfaktor im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ lässt sich dann mittels Gleichung (4.153) darstellen als

$$(4.154)\quad WBF_{0,T} = \sum_{t=1}^{T} \frac{i \cdot S_{FK}}{(1+i_s)^t} \cdot \prod_{\tau=1}^{t} (1 + g_{\tau-1}) + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \ .$$

Betragen die Wachstumsraten im Zeitablauf konstant $g$, wobei allerdings weiterhin $g_0 = 0$ gilt, so ist der Wertbeitragsfaktor gegeben durch

$$(4.155)\quad \begin{aligned} WBF_{0,T} &= \sum_{t=1}^{T} \frac{i \cdot S_{FK}}{(1+i_s)^t} \cdot (1+g)^{t-1} + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \\ &= \frac{i \cdot S_{FK}}{i_s - g} \cdot \left[ 1 - \frac{(1+g)^T}{(1+i_s)^T} \right] + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \ . \end{aligned}$$

In Tabelle 4.5 ist der Wertbeitragsfaktor $WBF_{0,T}$ der autonomen Fremdfinanzierung für konstante (positive oder negative) Wachstumsraten $g$ des Fremdkapitalbestands in Abhängigkeit von der Lebensdauer der Unternehmung bei Einsetzen der Definition (4.145) in Gleichung (4.155) dargestellt.

| Parameter | Wertbeitragsfaktor $WBF_{0,T}$ |
|---|---|
| $g \neq 0$, $T < \infty$ | $\frac{i \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)}}{i_s - g} \cdot \left(1 - \frac{(1+g)^T}{(1+i_s)^T}\right) - \frac{\frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \cdot g}{i_s - g} \cdot \left(1 - \frac{(1+g)^{T-1}}{(1+i_s)^{T-1}}\right) + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \cdot \frac{(1+g)^{T-1}}{(1+i_s)^T}$ |
| $g \neq 0$, $T = \infty$ | $\frac{i \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)}}{i_s - g} - \frac{g \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}}{i_s - g}$ |
| $g = 0$, $T < \infty$ | $\frac{s_{AZ}}{(1-s_e)} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i_s)^T}\right) + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \cdot \frac{1}{(1+i_s)^T}$ |
| $g = 0$, $T = \infty$ | $\frac{s_{AZ}}{(1-s_e)}$ |

Tabelle 4.5: Wertbeitragsfaktoren für konstante Wachstumsraten

Die Gleichungen für den Wertbeitragsfaktor sind leicht zu interpretieren. Im Fall $g \neq 0$ besteht der Wertbeitrag aus drei Komponenten. Der Wertbeitrag enthält als erste Komponente die diskontierte Summe der periodisch wachsenden Steuerersparnisse aus der Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen. Die zweite Komponente resultiert aus der periodischen Steuer-

[519] Diese Definition der Wachstumsrate in $t = 0$ wird zur formalen Darstellung des Wertbeitragsfaktors benötigt. Sie gelte im Folgenden auch dann, wenn im Zeitablauf konstantes Wachstum $g \neq 0$ vorausgesetzt wird.

zahlung aufgrund des aus der periodischen Veränderung des Fremdkapitalbestands resultierenden Ausschüttungsdifferenzeffekts. Die dritte Komponente ergibt sich bei endlicher Lebensdauer der Unternehmung aus der Steuerzahlung aufgrund des in Periode $T$ vorhandenen und zurückgezahlten Fremdkapitalbestands. Bei unendlicher Lebensdauer entfällt die dritte Komponente, da das Fremdkapital dann nie zurückgezahlt wird.

Im Fall $g = 0$ ist der Fremdkapitalbestand im Zeitablauf konstant. Der Wertbeitrag enthält als erste Komponente die diskontierte Summe der für alle Perioden konstanten, aus der Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen resultierenden Steuerersparnisse und als zweite Komponente die diskontierte Steuerzahlung aufgrund der Rückzahlung des Fremdkapitalbestands am Ende der Lebensdauer. Bei unendlicher Lebensdauer entfällt die zweite Komponente, da das Fremdkapital nie zurückgezahlt wird.

#### 4.5.2.2 Wertermittlung durch Anpassung der Kapitalkosten

Gleichung (4.148) gibt den Wert der Unternehmung als Adjusted-Present-Value an. Diese Gleichung ist nun in eine kapitalkostenbasierte Gleichung zu überführen. Hierzu werden die folgenden Prämissen vorausgesetzt:[520]

- Die Lebensdauer der Unternehmung ist unendlich.
- Der Fremdkapitalbestand beträgt im Zeitablauf konstant $FK$.
- Der Wert der unverschuldeten Unternehmung ist gegeben durch $V_0 = \overline{C} \cdot (1 - s_d)/k$, wobei $\overline{C} = E_0(\widetilde{C}_t)$ den für alle zukünftigen Cash-Flows identischen unbedingten Erwartungswert der zukünftigen Cash-Flows und $k$ die konstanten Kapitalkosten darstellt.
- Der Bestand des Beteiligungskapitals ist im Zeitablauf konstant.

Der heutige Wert der verschuldeten Unternehmung ist unter diesen Prämissen im APV-Modell gegeben durch

$$(4.156)\; V_0^A = \frac{\overline{C} \cdot (1 - s_d)}{k} + FK \cdot \frac{s_{AZ}}{(1 - s_e)} \quad .$$

Die auf Basis von Marktwerten berechnete Fremdkapitalquote im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ sei definiert durch

$$(4.157)\; l_0 = \frac{FK}{V_0^A} \quad .$$

Hiermit lässt sich Gleichung (4.156) umformen zu[521]

---

[520] Dies sind die Prämissen des grundlegenden Modells von Modigliani/Miller (1963), S. 434-435, erweitert um die Besteuerung der Kapitalgeber.

[521] Vgl. Modigliani/Miller (1963), S. 636 ff. (grundlegend) für das Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung. Dinstuhl (2003), S. 103 ff. erweitert den wacc-Ansatz um periodisch schwankende Fremdkapitalbestände und die Besteuerung der Kapitalgeber.

$$(4.158)\; V_0^A = \frac{\overline{C} \cdot (1 - s_d)}{wacc^{MM}}$$

mit den gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten

$$(4.159)\; wacc^{MM} = k \cdot \left(1 - l_0 \cdot \frac{s_{AZ}}{(1 - s_e)}\right) .$$

Der Wert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich demnach in der betrachteten Konstellation, indem die unter dem Informationsstand des Bewertungszeitpunkts gebildeten Erwartungswerte der zukünftigen Cash-Flows mit gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten $wacc^{MM}$ diskontiert werden. Diese ergeben sich aus den Kapitalkosten der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung und einer Adjustierung, welche die aus dem Zinsabzug resultierenden Tax-Shields abbildet. Diese Adjustierung wird als Modigliani-Miller-Anpassung der Kapitalkosten bezeichnet. Die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten ermöglichen es, den steuerlichen Effekt der Fremdfinanzierung durch Adjustierung der Kapitalkosten darzustellen. Eine Interpretation von $wacc^{MM}$ als steueradjustierte erwartete einperiodige Rendite ist lediglich im Fall eines stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesses möglich; diesbezüglich wird auf Abschnitt 4.5.3.2.1.2 verwiesen. Liegt ein schwach autoregressiver Cash-Flow-Prozess mit konstanten Kapitalkosten vor, so sind die zukünftigen Unternehmenswerte $\widetilde{V}_\tau^A$ stochastisch. Da der Fremdkapitalbestand deterministisch ist, sind die zukünftigen Fremdkapitalquoten $\widetilde{l}_\tau = FK_\tau / \widetilde{V}_\tau^A$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts stochastisch. Eine Interpretation von $wacc^{MM}$ als an die Fremdfinanzierung angepasste einperiodige erwartete Renditen ist daher im Fall des schwach autoregressiven Cash-Flow-Prozesses nicht möglich.[522]

### 4.5.3 Finanzierungsstrategien mit deterministischer Fremdkapitalquote

#### 4.5.3.1 Lineare Relation zwischen Cash-Flows und Fremdkapitalbeständen

Im Folgenden werden Finanzierungsstrategien betrachtet, welche den Fremdkapitalbestand mittels einer deterministischen Fremdkapitalquote an eine der Unternehmensgrößen Marktwert, Buchwert oder Cash-Flow anbinden. Der Fremdkapitalbestand ist bei diesen Finanzierungsstrategien stochastisch, sofern die zu Grunde liegende Unternehmensgröße stochastisch ist, so dass aus Sicht des Bewertungszeitpunkts stochastische fremdkapitalbedingte Steuerzahlungen vorliegen. Zu bestimmen sind nun Bewertungsgleichungen für die verschuldete Unternehmung unter Berücksichtigung des Risikogehalts der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen.

Das Risiko der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen entspricht aufgrund der angenommenen linearen Relation zwischen fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen und Fremdkapitalbeständen dem Risiko der Fremdkapitalbestände. Die Prämisse deterministischer Fremdkapitalquoten setzt nun die Fremdkapitalbestände in ein deterministisches Verhältnis zu stochasti-

[522] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 74-75.

schen Unternehmensgrößen, so dass im Ergebnis das Risiko der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen auf dem Risiko der jeweiligen stochastischen Unternehmensgröße basiert. Die Bewertung der verschuldeten Unternehmung erfordert demnach die Determinierung des Risikos der jeweiligen stochastischen Unternehmensgröße.

Um das Bewertungskalkül zu konkretisieren, ist zunächst eine Zahlung oder ein Wertbeitrag einer Zahlung $\widetilde{X}_t$ in einer Periode $t$ zu betrachten, welcher aus Sicht des Bewertungszeitpunkts proportional zum Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ der betrachteten Periode ist. Es gilt demnach[523]

$$(4.160)\ \widetilde{X}_t = x_t \cdot \widetilde{C}_t .$$

Der Wertbeitrag von $\widetilde{X}_t$ in Periode $t-1$ ist unter Beachtung von Gleichung (4.112) gegeben durch

$$(4.161)\quad \begin{aligned} \widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{X}_t\right) &= \frac{\widetilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{\ x_t \cdot \widetilde{C}_t + \widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{X}_t\right) \cdot s_v\ \right\}}{1+i\cdot\left(1-s_e\right)} \quad \Leftrightarrow \\ \widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{X}_t\right) &= \frac{\widetilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{\ \widetilde{C}_t\ \right\}}{1+i_s} \cdot \frac{x_t}{\left(1-s_v\right)} = \widetilde{V}_{t-1}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot \frac{x_t}{\left(1-s_v\right)} \cdot \frac{\left(1-s_v\right)}{\left(1-s_d\right)} . \end{aligned}$$

Fortsetzen der rekursiven Bewertung ergibt den heutigen Wertbeitrag der zu $\widetilde{C}_t$ proportionalen Zahlung $\widetilde{X}_t$

$$(4.162)\ WB_0\left(\widetilde{X}_t\right) = V_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot \frac{x_t}{\left(1-s_v\right)} \cdot \frac{\left(1-s_v\right)}{\left(1-s_d\right)} .$$

Dieses Ergebnis ist auf die Wertadditivität des arbitragebasierten Bewertungskalküls zurückzuführen. Beispielsweise konkretisiert sich für den Fall, dass $V_0\left(\widetilde{C}_t\right)$ durch Diskontierung des Erwartungswerts von $\widetilde{C}_t$ mit deterministischen Kapitalkosten, welche erwartete einperiodische Renditen darstellen, bestimmt werden kann, der Wertbeitrag der proportionalen Zahlung $\widetilde{X}_t$ zu[524]

$$(4.163)\ WB_0\left(\widetilde{X}_t\right) = \frac{E_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot \left(1-s_d\right)/\left(1-s_v\right)}{\prod_{\tau=1}^{t}\left[1+k_{t,\tau}/\left(1-s_v\right)\right]} \cdot \frac{x_t}{\left(1-s_v\right)} \cdot \frac{\left(1-s_v\right)}{\left(1-s_d\right)} .$$

Die Anwendung von Gleichung (4.162) ist allerdings nicht auf die Anwendung des Kapitalkostenkonzepts beschränkt. Vielmehr kann für den Wert $V_0\left(\widetilde{C}_t\right)$ jede der in Abschnitt 4.4 betrachteten Bewertungsgleichungen (Sicherheitsäquivalentgleichungen oder Kapitalkostengleichungen) eingesetzt werden.

---

[523] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 133-134; Kruschwitz/Löffler (2005c), S. 33-34 zur Bedeutung der linearen Beziehung (4.160) für die Bewertung fremdkapitalbedingter Steuerzahlungen.

[524] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 133-134; Kruschwitz/Löffler (2005c), S. 33-34.

Für die Bewertung der Finanzierungsstrategien mit stochastischen Fremdkapitalquoten ergeben sich aus den Gleichungen (4.160) und (4.162) die folgenden Konsequenzen: Ist es möglich, die der Determinierung der Fremdkapitalbestände zu Grunde liegende stochastische Unternehmensgröße in eine lineare Relation zu den Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ der zu bewertenden Unternehmung zu setzen, so liegt auch eine lineare Relation zwischen den fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen und den Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ vor. Die fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen können dann mittels Gleichung (4.162) bewertet werden. Dies ist dann von Nutzen, wenn der Wert $V_0\left(\widetilde{C}_t\right)$ des einzelnen Cash-Flows bereits bestimmt ist, so dass zur Bestimmung des Werts der fremdkapitalbedingten Steuerzahlung lediglich der Wert $V_0\left(\widetilde{C}_t\right)$ mit einem aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministischen Faktor zu multiplizieren ist, der von $x_t$ abhängt. Dieser Faktor ist im Folgenden für die einzelnen Finanzierungsstrategien zu determinieren.

### 4.5.3.2 Wertorientierte Finanzierung

#### 4.5.3.2.1 Das Grundmodell

##### 4.5.3.2.1.1 Die Bewertungsgleichung

Bei der wertorientierten Finanzierung mit einperiodigem Anpassungsintervall ist die periodische Entwicklung des Fremdkapitalbestands an die Entwicklung des Werts der verschuldeten Unternehmung gebunden. Der Fremdkapitalbestand ist in jeder Periode proportional zum Unternehmenswert mit der deterministischen Fremdkapitalquote $l_t^W$. Diese kann im Zeitablauf variieren. Der bedingte Fremdkapitalbestand einer Periode ist somit gegeben durch[525]

(4.164) $\widetilde{FK}_t = l_t^W \cdot \widetilde{V}_t^W$.

Ist der Wert der verschuldeten Unternehmung aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ stochastisch, so ist auch der Fremdkapitalbestand aus Sicht des Bewertungszeitpunkts stochastisch.

Nunmehr ist auf die Eigenschaft der Wertadditivität des Bewertungsmodells zurückzugreifen. Der Wert der unverschuldeten Unternehmung ergibt sich als Summe der Wertbeiträge der einzelnen Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung, welche isoliert bewertet werden können. Im Rahmen der Entwicklung von Bewertungsgleichung (4.28) für den Cash-Flow, welcher der Wertänderungssteuer unterliegt, wurde der Wertbeitrag der einzelnen Cash-Flows, ausgehend von der Periode der Realisierung, ermittelt, indem die einzelnen Cash-Flows gemeinsam mit den durch ihren Wertbeitrag ausgelösten Wertänderungssteuerzahlungen bewertet wurden. Ebenso ist es im Fall der wertorientierten Finanzierung möglich, den Wert eines einzelnen Cash-Flows, ausgehend von der Periode der Realisierung, gemeinsam mit den durch seinen Wertbeitrag ausgelösten fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen

[525] Vgl. Miles/Ezzell (1980), S. 722 (grundlegend); Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 65.

zu bestimmen.[526] Dieser an die wertorientierte Finanzierung angepasste Wertbeitrag des einzelnen Cash-Flows sei mit $\widetilde{V}_{\tau}^{W}\left(\widetilde{C}_{t}\right)$ bezeichnet. Auch der Wertbeitrag, welcher sich aus dem Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung der unverschuldeten Unternehmung ergibt, beeinflusst den Unternehmenswert und somit den Fremdkapitalbestand. Um dies abzubilden, ist der Wertbeitrag des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung analog an die wertorientierte Finanzierung anzupassen. Der angepasste Wertbeitrag der durch den Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung bedingten Steuerzahlung einer Periode $t$ sei durch $\widetilde{WB}_{\tau}^{W}\left(\Delta\widetilde{B}K_{t}\right)$ gegeben. Unter Berücksichtigung der bewertungsrelevanten Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung folgt somit für den Fremdkapitalbestand der Periode $\tau$ [527]

$$(4.165)\ \widetilde{F}K_{\tau}=l_{t}^{W}\cdot\widetilde{V}_{t}^{W}=l_{\tau}^{W}\cdot\left[\sum_{t=\tau+1}^{T}\widetilde{V}_{\tau}^{W}\left(\widetilde{C}_{t}\right)+\sum_{t=\tau+1}^{T}\widetilde{WB}_{\tau}^{W}\left(\Delta\widetilde{B}K_{t}\right)\right].$$

Der Fremdkapitalbestand einer Periode kann somit auf die Wertbeiträge der einzelnen Cash-Flows aufgeteilt werden. Nunmehr kann der an die Fremdfinanzierung angepasste Wertbeitrag eines einzelnen, in Periode $t$ realisierten Cash-Flows $\widetilde{C}_{t}$ durch rekursive Berechnung, ausgehend von Periode $t$, bestimmt werden.[528] Hierbei ist analog vorzugehen wie bei der Ermittlung des Wertbeitrags des Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung unter Berücksichtigung persönlicher Steuern, insbesondere der Besteuerung der Wertänderungen. In Periode $t$ der Realisierung beträgt der Wertbeitrag nach der Ausschüttung null, so dass auch der an diesen Wertbeitrag anknüpfende Fremdkapitalbestand null beträgt; Steuerzahlungen in der Folgeperiode $t+1$ sind daher nicht zu berücksichtigen. Zu bestimmen ist nun der Wertbeitrag des Cash-Flows aus Sicht der Periode $t-1$. Der Wertbeitrag $\widetilde{V}_{t-1}^{W}\left(\widetilde{C}_{t}\right)$ ist aus Sicht der Periode $t-1$ sicher, so dass sich die folgende Bewertungsgleichung ergibt:

$$\widetilde{V}_{t-1}^{W}\left(\widetilde{C}_{t}\right)=\frac{\widetilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{\ \widetilde{C}_{t}\cdot\left(1-s_{d}\right)+\widetilde{V}_{t-1}^{W}\left(\widetilde{C}_{t}\right)\cdot s_{v}+\widetilde{V}_{t-1}^{W}\left(\widetilde{C}_{t}\right)\cdot l_{t-1}^{W}\cdot\left(i\cdot s_{AZ}+s_{FB}\right)\ \right\}}{1+i\cdot\left(1-s_{e}\right)}\qquad\Leftrightarrow$$

$$(4.166)\quad \widetilde{V}_{t-1}^{W}\left(\widetilde{C}_{t}\right)=\frac{\widetilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{\ \widetilde{C}_{t}\ \right\}\cdot\dfrac{\left(1-s_{d}\right)}{\left(1-s_{v}\right)}}{1+i_{s}}\cdot\frac{1}{1-l_{t-1}^{W}\cdot\dfrac{i\cdot\dfrac{s_{AZ}}{\left(1-s_{v}\right)}+\dfrac{s_{FB}}{\left(1-s_{v}\right)}}{1+i_{s}}}.$$

---

[526] Vgl. zu dieser Vorgehensweise im Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung Rapp (2006), S. 786. Diese im Rahmen der vorliegenden Arbeit als zweckmäßig angesehene Vorgehensweise wird im Folgenden im Modell mit Kapitalgeberbesteuerung angewendet. Eine weiter verbreitete Vorgehensweise besteht darin, die Wertbeiträge der Cash-Flows gemeinsam zu bewerten; vgl. Laitenberger (2003), S. 1234-1236; Wiese (2006a), S. 145 ff.; Dinstuhl (2003), S. 110 ff. für das Modell mit Kapitalgeberbesteuerung; Miles/Ezzell (1980), S. 723 ff.; Richter (2002a), S. 142 ff.; Löffler (2004), S. 933 ff. für das Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung. Bei Dinstuhl (2003), S. 111 wird jedoch das Risiko des Ausschüttungsdifferenzeffekts unzutreffend abgebildet; vgl. Laitenberger (2003), S. 1223, 1230.

[527] Vgl. Rapp (2006), S. 788.

[528] Vgl. Rapp (2006), S. 798-801.

Der fremdfinanzierungsbedingte steuerliche Anpassungsfaktor bei wertorientierter Finanzierung für Periode $\tau$ sei definiert durch

$$(4.167)\ FSF_{\tau}^{W} = \frac{1 - l_{\tau+1}^{W} \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}}{1 - l_{\tau}^{W} \cdot \frac{i \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)} + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}}{1+i_s}} \quad ;$$

weiterhin gelte die Definition

$$(4.168)\ f_{\tau} = \left(1 - l_{\tau}^{W} \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right)^{-1} \quad .$$

Mit diesen Definitionen und Gleichung (4.112) für den Wertbeitrag $\widetilde{V}_{t-1}(\widetilde{C}_t)$ des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ zum Wert der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung resultiert für den Wertbeitrag des Cash-Flows zum Wert der verschuldeten Unternehmung

$$(4.169)\ \widetilde{V}_{t-1}^{W}(\widetilde{C}_t) = \widetilde{V}_{t-1}(\widetilde{C}_t) \cdot FSF_{t-1}^{W} \cdot f_t \quad .$$

Im Rahmen der rekursiven Vorgehensweise ist nun der Wertbeitrag aus Sicht der Periode $t-2$ zu ermitteln. Dieser ergibt sich zu

$$\widetilde{V}_{t-2}^{W}(\widetilde{C}_t) = \frac{\widetilde{E}_{t-2}^{Q}\left\{ \widetilde{V}_{t-1}^{W}(\widetilde{C}_t) \cdot (1-s_v) + \widetilde{V}_{t-2}^{W}(\widetilde{C}_t) \cdot s_v \right\}}{1 + i \cdot (1-s_e)}$$

$$(4.170) \qquad + \frac{\widetilde{E}_{t-2}^{Q}\left\{ -\widetilde{V}_{t-1}^{W}(\widetilde{C}_t) \cdot l_{t-1}^{W} \cdot s_{FB} + \widetilde{V}_{t-2}^{W}(\widetilde{C}_t) \cdot l_{t-2}^{W} \cdot (i \cdot s_{AZ} + s_{FB}) \right\}}{1 + i \cdot (1-s_e)} \quad \Leftrightarrow$$

$$\widetilde{V}_{t-2}^{W}(\widetilde{C}_t) = \frac{\widetilde{E}_{t-2}^{Q}\left\{ \widetilde{V}_{t-1}^{W}(\widetilde{C}_t) \right\}}{1+i_s} \cdot \frac{1 - l_{t-1}^{W} \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}}{1 - l_{t-2}^{W} \cdot \frac{i \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)} + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}}{1+i_s}} \quad .$$

Einsetzen von Gleichungen (4.169) in Gleichung (4.170) ergibt

$$(4.171)\ \widetilde{V}_{t-2}^{W}(\widetilde{C}_t) = \widetilde{V}_{t-2}(\widetilde{C}_t) \cdot FSF_{t-2}^{W} \cdot FSF_{t-1}^{W} \cdot f_t \quad .$$

Fortsetzen der rekursiven Bewertung bis zum Bewertungszeitpunkt $t = 0$ ergibt den Wertbeitrag des in Periode $t$ realisierten Cash-Flows zum Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung im Bewertungszeitpunkt unter Berücksichtigung der durch diesen Cash-Flow verursachten fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen. Es resultiert ein Wertbeitrag von

$$(4.172)\ V_0^{W}(\widetilde{C}_t) = V_0(\widetilde{C}_t) \cdot \prod_{\tau=0}^{t-1} FSF_{\tau}^{W} \cdot f_t \quad .$$

Der Wertbeitrag des Cash-Flows der verschuldeten Unternehmung ist in jeder Periode proportional zum Wertbeitrag des Cash-Flows der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung. Die Proportionalitätsfaktoren sind periodenspezifisch, da sich die fremdfinanzierungsbedingten steuerlichen Anpassungsfaktoren $FSF_{\tau}^{W}$, welche den Werteinfluss der Fremdfinanzierung widerspiegeln, im Zeitablauf kumulieren. Dies gilt insbesondere auch dann, wenn die $FSF_{\tau}^{W}$ aufgrund konstanter Fremdkapitalquoten im Zeitablauf konstant sind.

Bezüglich des Wertbeitrags des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung ist analog vorzugehen. Insbesondere beträgt auch hier der Wertbeitrag null, nachdem die Steuerzahlung erfolgt ist, so dass, ausgehend von der Periode der Steuerzahlung, eine rekursive Bewertung durchgeführt werden kann. Der an die Fremdfinanzierung angepasste Wertbeitrag des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung ergibt sich demnach zu

$$(4.173)\; WB_0^W\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right) = WB_0\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right)\cdot\prod_{\tau=0}^{t-1} FSF_{\tau}^{W}\cdot f_t \quad .$$

Der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich als Summe der Wertbeiträge der einzelnen Cash-Flows sowie des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung, d.h. also[529]

$$(4.174)\; V_0^W = \sum_{t=1}^{T} V_0^W\left(\widetilde{C}_t\right) + \sum_{t=1}^{T} WB_0^W\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right) \quad .$$

#### 4.5.3.2.1.2 Wertermittlung durch Anpassung der Kapitalkosten

Im Folgenden wird der im Zusammenhang mit der wertorientierten Finanzierung in der Literatur weit verbreitete $wacc$-Ansatz analysiert.[530] Bei diesem wird im Modell ohne persönliche Steuern der Wert der verschuldeten Unternehmung durch Diskontierung des unter dem subjektiven Wahrscheinlichkeitsmaß gebildeten Erwartungswerts der Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung mit gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten $wacc$ bestimmt.

Bei der Bestimmung der Kapitalkosten $wacc$ ist weitgehend analog vorzugehen wie im Modell ohne Steuern. Ausgangspunkt der Analyse sind die an die Total-Cash-Flows bei wertorientierter Finanzierung anknüpfenden Kapitalkosten $\widetilde{k}_{\tau}^{W,h}$, welche gegeben sind durch

$$(4.175)\quad \begin{aligned}\widetilde{k}_{\tau}^{W,h} = &\frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{X}_{\tau} + \widetilde{V}_{\tau}^{W}\cdot(1-s_v) + \widetilde{V}_{\tau-1}^{W}\cdot s_v\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^{W}\right)} \\ &+ \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^{W}\cdot l_{\tau-1}^{W}\cdot(i\cdot s_{AZ} + s_{FB}) - \widetilde{V}_{\tau}^{W}\cdot l_{\tau}^{W}\cdot s_{FB}\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^{W}\right)} - 1 \quad .\end{aligned}$$

mit

---

[529] Vgl. Rapp (2006), S. 788.

[530] Vgl. Miles/Ezzell (1980), S. 726 ff. (grundlegend) zum Modell mit konstanten Fremdkapitalquoten sowie Löffler (2004), S. 933 ff. zum Modell mit zeitabhängigen Fremdkapitalquoten. Vgl. auch Drukarczyk (2007), S. 288 ff.; Wiese (2006a), S. 145 ff.

$$(4.176)\ \widetilde{X}_t = \widetilde{C}_t \cdot (1-s_d) + \Delta\widetilde{B}K_t \cdot (s_d - s_v).$$

Gleichung (4.175) lässt sich unter Beachtung von Gleichung (4.168) umformen zu

$$(4.177)\quad \left[\widetilde{k}_\tau^{W,h} - l_{\tau-1}^W \cdot (i \cdot s_{AZ} + s_{FB}) + (1-s_v)\cdot\left(1-f_\tau^{-1}\right)\right]\cdot\frac{f_\tau}{(1-s_v)} = \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{X}_\tau \cdot f_\tau/(1-s_v) + \widetilde{V}_\tau^W\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^W\right)} - 1 \ .$$

Mit der Definition

$$(4.178)\ w\widetilde{a}cc_\tau^h = \widetilde{k}_\tau^{W,h} - l_{\tau-1}^W \cdot (i \cdot s_{AZ} + s_{FB}) + l_\tau^W \cdot s_{FB}$$

folgt unter Beachtung von $(1-s_v)\cdot\left(1-f_\tau^{-1}\right) = l_\tau^W \cdot s_{FB}$

$$(4.179)\ w\widetilde{a}cc_\tau^h \cdot \frac{f_\tau}{(1-s_v)} = \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{X}_\tau \cdot f_\tau/(1-s_v) + \widetilde{V}_\tau^W\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^W\right)} - 1 \quad .$$

Die Bewertungsgleichung ist dann gegeben durch[531]

$$(4.180)\ \widetilde{V}_h = \sum_{t=h+1}^{T} \frac{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot f_\tau/(1-s_v)}{\prod_{\tau=h+1}^{t}\left[1 + w\widetilde{a}cc_\tau^h \cdot f_\tau/(1-s_v)\right]} \quad .$$

Gleichung (4.179) ist genauer zu analysieren. Bei zu Gleichung (4.78) analoger Vorgehensweise kann Gleichung (4.179) wie folgt dargestellt werden:

$$(4.181)\ w\widetilde{a}cc_\tau^h \cdot \frac{f_\tau}{(1-s_v)} = \frac{\widetilde{E}_h\left[\frac{\widetilde{X}_\tau \cdot f_\tau}{(1-s_v)}\right]}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_\tau\right)\right]} \cdot \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_\tau\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^W\right)} + \sum_{t=\tau+1}^{T} \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_\tau^W\left(\widetilde{X}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_t\right)\right]} \cdot \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^W\right)} - 1 \ .$$

Unter Beachtung von $\widetilde{V}_\tau^W\left(\widetilde{X}_t\right) = \widetilde{V}_\tau\left(\widetilde{X}_t\right)\cdot\prod_{j=\tau}^{t-1} FSF_j^W \cdot f_t$, der entsprechenden Definition für $\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{C}_t\right)$ sowie den Gleichungen (4.117) und (4.118) für die nach Cash-Flows differenzierten Kapitalkosten $\widetilde{k}_{t,\tau}^h$ der unverschuldeten Unternehmung folgt schließlich

$$(4.182)\ w\widetilde{a}cc_\tau^h \cdot \frac{f_\tau}{(1-s_v)} = \sum_{t=\tau}^{T} \frac{\widetilde{k}_{t,\tau}^h}{(1-s_v)} \cdot \frac{\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_t\right)\right]}{\widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^W\right)} \cdot \left(FSF_{\tau-1}^W\right)^{-1} + \left(FSF_{\tau-1}^W\right)^{-1} - 1 \ .$$

Die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten ergeben sich demnach als gewichtete Summe der Kapitalkosten der einzelnen Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung zu-

[531] Der Ausschüttungsdifferenzeffekt beeinflusst auch den Zähler der Bewertungsgleichung (4.180). Anders als im Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung ist es demnach nicht möglich, die fremdkapitalbedingten steuerlichen Effekte ausschließlich im Kapitalkostensatz abzubilden; vgl. Laitenberger (2003), S. 1231. Bei Wiese (2006a), S. 152 wird der Ausschüttungsdifferenzeffekt vollständig im Zähler der Bewertungsgleichung berücksichtigt.

züglich fremdkapitalbedingter Anpassungen. Gewichtungsfaktoren sind die Verhältnisse der an die Fremdfinanzierung angepassten Wertbeiträge der Zahlungen $\widetilde{X}_t$ der jeweiligen Perioden zum Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung. Gleichung (4.182) ist strukturell ähnlich aufgebaut wie Gleichung (4.120) für die Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung. Die Anpassung an die Fremdfinanzierung erfolgt mittels der im Vergleich zu Gleichung (4.120) geänderten Gewichtungsfaktoren und mittels weiterer fremdkapitalbedingter Anpassungen.

Im Folgenden sind Spezialfälle von Gleichung (4.182) zu betrachten, welche eine Vereinfachung ermöglichen. Sind die Kapitalkosten der einzelnen Cash-Flows identisch, d.h. $\widetilde{k}_{t,\tau}^h = \widetilde{k}_\tau^h$ für alle $t$, so folgt unter Beachtung des Zusammenhangs $\sum_{t=\tau}^{T} \widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_t\right) = \widetilde{V}_{\tau-1}^W$ und unter Beachtung der Definitionsgleichungen (4.167) und (4.168) für $FSF_{\tau-1}^W$ und $f_\tau$ die Gleichung[532]

$$
\begin{aligned}
&w\widetilde{a}cc_\tau^h \cdot \frac{f_\tau}{(1-s_v)} = \frac{\widetilde{k}_\tau^h}{(1-s_v)} \cdot \left(FSF_{\tau-1}^W\right)^{-1} + \left(FSF_{\tau-1}^W\right)^{-1} - 1 \quad \Leftrightarrow \\
(4.183)\quad &w\widetilde{a}cc_\tau^h = \widetilde{k}_\tau^h - i \cdot s_{AZ} \cdot l_{\tau-1}^W \cdot \frac{1+\widetilde{k}_\tau^h/(1-s_v)}{1+i_s} - s_{FB} \cdot \frac{l_{\tau-1}^W \cdot \left[1+\widetilde{k}_\tau^h/(1-s_v)\right] - l_\tau^W \cdot (1+i_s)}{1+i_s} \quad .
\end{aligned}
$$

Dieses als Miles-Ezzell-Anpassung[533] der Kapitalkosten bezeichnete Ergebnis ist darauf zurückzuführen, dass im Fall $\widetilde{k}_{t,\tau}^h = \widetilde{k}_\tau^h$ die Gewichtungsfaktoren $\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_t\right)\right] / \widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^W\right)$ aus der Bestimmungsgleichung (4.182) für die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten entfallen.[534] Aus der Miles-Ezzell-Anpassung (4.183) resultiert demnach ein einfacher Zusammenhang zwischen den Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung und den durchschnittlichen gewichteten Kapitalkosten der verschuldeten Unternehmung.

Sind dagegen die Kapitalkosten $\widetilde{k}_{t,\tau}^h$ für die einzelnen Cash-Flows unterschiedlich, so entfallen die Gewichtungsfaktoren $\widetilde{E}_h\left[\widetilde{V}_{\tau-1}^W\left(\widetilde{X}_t\right)\right] / \widetilde{E}_h\left(\widetilde{V}_{\tau-1}^W\right)$ nicht aus Gleichung (4.182), so dass im

---

[532] Vgl. Laitenberger (2003), S. 1238 für den Fall $s_v = 0$; im dritten Term der dort angegebene Gleichung für die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten werden allerdings die zeitabhängigen Fremdkapitalquoten unzutreffend berücksichtigt. Für den Fall konstanter Fremdkapitalquoten entspricht Gleichung (4.183) dem Ergebnis von Laitenberger (2003), S. 1230.

[533] Vgl. Miles/Ezzell (1980), S. 727 (grundlegend) für das Modell ohne Steuern.

[534] Vgl. Rapp (2006), S. 794 für den Fall deterministischer Kapitalkosten im Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung. Ein vergleichbares Ergebnis erzielt Streitferdt (2004), S. 46-48. Die Annahme deterministischer Kapitalkosten ist nicht erforderlich; die Identität $\widetilde{k}_{t,\tau}^h = \widetilde{k}_\tau^h$ reicht aus, um das Ergebnis der Gleichung (4.183) zu erzielen. Werden die durchschnittlichen gewichteten Kapitalkosten durch die Miles-Ezzell-Anpassung berechnet, obwohl die hierzu erforderliche Voraussetzung $\widetilde{k}_{t,\tau}^h = \widetilde{k}_\tau^h$ nicht erfüllt ist, so weicht der durch Diskontierung mit den durchschnittlichen gewichteten Kapitalkosten berechnete Wert vom arbitragefreien Wert der verschuldeten Unternehmung ab. Dies impliziert Arbitragegelegenheiten, welche durch Transaktionen mit der verschuldeten Unternehmung, der unverschuldeten Unternehmung sowie der sicheren Anlage ausgenutzt werden können; vgl. hierzu Löffler (2002a), S. 297-298; Löffler (2002b), S. 505 ff., insb. S. 507-509; Schwetzler/Rapp (2002), S. 502 ff.; Streitferdt (2004), S. 43 ff.

Allgemeinen keine weiteren Vereinfachungen möglich sind. Ein Spezialfall, in dem dennoch eine Vereinfachung möglich ist, liegt unter den folgenden Bedingungen vor:

- Es liegt ein stochastisch unabhängiger multiplikativer Cash-Flow-Prozess mit konstanten Parametern ohne Wachstum vor; die Cash-Flows sind daher in jeder Periode gegeben durch $\widetilde{C} = \overline{C} \cdot (1+\widetilde{\varepsilon})$.
- Die Lebensdauer der Unternehmung ist unendlich.
- Ein Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung liegt nicht vor.
- Die Fremdkapitalquote beträgt im Zeitablauf konstant $l^W$.

Die durch $(1-s_v)$ dividierten deterministischen und konstanten Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung sind in diesem Fall entsprechend der Gleichungen (4.134) und (4.135) gegeben durch den Zusammenhang $k/(1-s_v) = \left[E(\widetilde{r})/(1-s_v) - i_s\right] \cdot i_s/(1+i_s) + i_s$ $= \left[E(\widetilde{r})/(1-s_v) + 1\right] \cdot i_s/(1+i_s)$. Die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten sind dann ebenfalls deterministisch; sie ergeben sich zu

$$(4.184)\; wacc_\tau \cdot \frac{f}{(1-s_v)} = \left[\left(\frac{E(\widetilde{r})}{(1-s_v)} - i_s\right) \cdot \frac{V_{\tau-1}^W(\widetilde{C})}{V_{\tau-1}^W} + i_s\right] \cdot \left(FSF^W\right)^{-1} + \left(FSF^W\right)^{-1} - 1 \;.$$

Für den Gewichtungsfaktor folgt

$$(4.185)\; \frac{V_{\tau-1}^W(\widetilde{C})}{V_{\tau-1}^W} = \frac{\overline{C} \cdot (1+\overline{\varepsilon}) \cdot \dfrac{f \cdot (1-s_d)}{(1-s_v)} \cdot \dfrac{FSF^W}{1+i_s}}{\overline{C} \cdot (1+\overline{\varepsilon}) \cdot \dfrac{f \cdot (1-s_d)}{(1-s_v)} \cdot \dfrac{FSF^W}{1+i_s - FSF^W}} = 1 - \frac{FSF^W}{1+i_s} \;.$$

Da dieser ebenfalls konstant ist, sind auch die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten konstant. Einsetzen von Gleichung (4.185) in Gleichung (4.184) ergibt die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten

$$\begin{aligned} wacc \cdot \frac{f}{(1-s_v)} &= \left[\left(\frac{E(\widetilde{r})}{(1-s_v)} - i_s\right) \cdot \left(1 - \frac{FSF^W}{1+i_s}\right) + i_s\right] \cdot \left(FSF^W\right)^{-1} + \left(FSF^W\right)^{-1} - 1 \\ (4.186) \qquad &= \frac{k/(1-s_v)}{i_s} \cdot \left[(1+i_s) \cdot \left(FSF^W\right)^{-1} - 1\right] \quad \Leftrightarrow \\ wacc &= k \cdot \left(1 - l^W \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_e)}\right) = wacc^{MM} \;. \end{aligned}$$

Der Wert der verschuldeten Unternehmung ist dann gegeben durch

$$(4.187)\; V_h = \frac{\overline{C} \cdot f \cdot (1-s_d)/(1-s_v)}{wacc^{MM} \cdot f/(1-s_v)} = \frac{\overline{C} \cdot (1-s_d)}{wacc^{MM}} \;.$$

Im Fall des stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesses mit konstanten Parametern kann demnach der Unternehmenswert durch Diskontierung der Cash-Flows nach Steuern mit $wacc^{MM}$ bestimmt werden. Dies ist wie folgt zu erklären: Vorausgesetzt wurden eine unendliche Lebensdauer, konstante Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung sowie konstante erwartete Cash-Flows. Hieraus folgte ein deterministischer und konstanter Wert der verschuldeten Unternehmung und somit bei der ebenfalls angenommenen konstanten Fremdkapitalquote ein deterministischer und konstanter Fremdkapitalbestand. Die Voraussetzungen, unter denen die Modigliani-Miller-Anpassung der Kapitalkosten gilt, sind demnach erfüllt, so dass auch das Ergebnis der Modigliani-Miller-Anpassung resultieren muss. Im Fall des stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesses kann $wacc^{MM}$ daher als Anpassung der erwarteten einperiodigen Rendite der unverschuldeten Unternehmung an die Fremdfinanzierung mittels der konstanten und deterministischen Fremdkapitalquote interpretiert werden.

#### 4.5.3.2.2 Modellerweiterungen

##### 4.5.3.2.2.1 Mehrperiodige Anpassungsintervalle

Die wertorientierte Finanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall unterscheidet sich von der vorstehend betrachteten wertorientierten Finanzierung mit einperiodigem Anpassungsintervall dadurch, dass die Anpassung des Fremdkapitalbestands an den Wert der verschuldeten Unternehmung nicht in jeder Periode erfolgt, sondern jeweils zum Ende eines festgelegten zeitlichen Intervalls, welches mehrere Perioden umfasst.[535]

Im Folgenden ist eine Bewertungsgleichung für diese Finanzierungsstrategie abzuleiten. Hierzu wird unterstellt, dass die Anpassung des Fremdkapitalbestands in $a \in \{0, A\}$ zukünftigen Zeitpunkten erfolgt. Die jeweiligen Anpassungstermine seien bezeichnet mit $n(a)$, wobei vereinfachend $n(0) = 0$ als erster Anpassungstermin definiert sei. Der Zeitraum zwischen zwei Anpassungsterminen $n(a)$ und $n(a+1)$ sei gegeben durch $x(a)$. Ist die Lebensdauer der Unternehmung endlich, so sei die letzte Periode der Lebensdauer gegeben durch $T = n(A+1)$; in dieser Periode wird das Fremdkapital des letzten Anpassungsintervalls vollständig zurückgezahlt.

Die Fremdkapitalquote in Anpassungstermin $n(a)$ sei gegeben durch $l_a^W$. Der Fremdkapitalbestand in einem Anpassungstermin $n(a)$ ist demnach gegeben durch

$$(4.188)\ \widetilde{FK}_{n(a)} = l_a^W \cdot \widetilde{V}_{n(a)}^W \quad .$$

Er ist aus Sicht der Periode $n(a)$ deterministisch und aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ stochastisch, sofern der Wert der verschuldeten Unternehmung stochastisch ist. In den Perioden $n(a) < \tau < n(a+1)$, d.h. innerhalb des Intervalls $x(a)$, erfolgt dagegen keine Anpassung des Fremdkapitalbestands an den Wert. Dies bedeutet nicht, dass der Fremdkapitalbestand in diesen Perioden konstant $\widetilde{FK}_{n(a)} = l_a^W \cdot \widetilde{V}_{n(a)}^W$ betragen muss. Vielmehr ist es mög-

[535] Vgl. Clubb/Doran (1995), S. 683.

lich, dass der Fremdkapitalbestand innerhalb des Anpassungsintervalls an den unbedingten erwarteten Unternehmenswert angepasst wird[536] oder mit aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministischen positiven bzw. negativen Wachstumsraten $g_\tau$ mit $g_\tau > -1$ zunimmt bzw. abnimmt. Beispielsweise ist es möglich, das deterministische Wachstum des Fremdkapitals innerhalb des Anpassungsintervalls an die Wachstumsraten eines multiplikativen Cash-Flow-Modells zu koppeln.[537] Im Folgenden sei jedoch zur Vereinfachung der formalen Darstellung angenommen, dass der Fremdkapitalbestand zwischen zwei Anpassungsterminen konstant $\widetilde{FK}_{n(a)} = l_a^W \cdot \widetilde{V}_{n(a)}^W$ beträgt, d.h. dass kein deterministisches Wachstum erfolgt.[538]

Zu Herleitung der Bewertungsgleichung kann wiederum die Eigenschaft der Wertadditivität ausgenutzt werden, wobei wie bei der wertorientierten Finanzierung vom Cash-Flow einer Periode ausgegangen wird, und im Rahmen der rekursiven Wertermittlung die steuerlichen Effekte der Fremdfinanzierung berücksichtigt werden. Demnach ergibt sich der Gesamtwert der Unternehmung in Periode $n(a)$ als Summe der Wertbeiträge der einzelnen Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ mit $t > n(a)$ sowie der Wertbeiträge der Steuerzahlungen aufgrund des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung zu

$$(4.189)\ \widetilde{V}_{n(a)}^W = \sum_{t=n(a)+1}^{T} \widetilde{V}_{n(a)}^W\left(\widetilde{C}_t\right) + \sum_{t=n(a)+1}^{T} \widetilde{WB}_{n(a)}^W\left(\Delta\widetilde{BK}_t\right) \ .$$

Nach dem Ende des Anpassungsintervalls, in dem der Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ realisiert wird, beträgt der an den Cash-Flow anknüpfende Fremdkapitalbestand null, da dann der Wertbeitrag dieses Cash-Flows null beträgt. Allerdings ist während des gesamten Anpassungsintervalls, insbesondere auch in der Zeit zwischen der Realisierung des Cash-Flows und dem Ende des Anpassungsintervalls, der an den Cash-Flow anknüpfende Fremdkapitalbestand positiv und konstant. Dies gilt analog für die an die Wertbeiträge aufgrund des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung anknüpfenden Fremdkapitalbestände. Innerhalb des gesamten Anpassungsintervalls $x(a)$ ist der Fremdkapitalbestand daher gegeben durch

$$(4.190)\ \widetilde{FK}_{n(a)} = l_a^W \cdot \left[ \sum_{t=n(a)+1}^{T} \widetilde{V}_{n(a)}^W\left(\widetilde{C}_t\right) + \sum_{t=n(a)+1}^{T} \widetilde{WB}_{n(a)}^W\left(\Delta\widetilde{BK}_t\right) \right] \ .$$

Nach diesen Vorüberlegungen kann die Bewertungsgleichung für die wertorientierte Finanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall rekursiv bestimmt werden.[539] Zunächst ist der an die Fremdfinanzierung angepasste Wertbeitrag des innerhalb eines Anpassungsintervalls $x(a)$ realisierten Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ zum Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung in Periode $n(a)$, also dem Beginn des Anpassungszeitraums, zu ermitteln. Dieser setzt sich zusammen aus dem Wertbeitrag des Cash-Flows der äquivalenten unverschuldeten Unterneh-

---

[536] Vgl. Clubb/Doran (1995), S. 685.
[537] Vgl. Clubb/Doran (1995), S. 693-694.
[538] Vgl. Clubb/Doran (1995), S. 689.
[539] Vgl. zur Vorgehensweise Clubb/Doran (1995), S. 684 ff. (grundlegend). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden wie im Fall des einperiodigen Anpassungsintervalls die einzelnen Cash-Flows isoliert bewertet.

mung und dem Wertbeitrag der durch die Fremdfinanzierung ausgelösten Steuerzahlungen. Beide Komponenten können isoliert bewertet werden.

Der Wertbeitrag der durch die an den Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ anknüpfenden Fremdkapitalbestände ausgelösten Steuerzahlungen ist aus Sicht der Periode $n(a)$ deterministisch, so dass aus Sicht der Periode $n(a)$ bis zum Ende des Anpassungsintervalls $n(a+1)$, in dem das Fremdkapital zurückgezahlt wird, eine autonome Finanzierung vorliegt.[540] Der bedingte Wertbeitrag der Fremdfinanzierung in Periode $n(a)$ lässt sich daher mittels des in Tabelle 4.5 dargestellten Wertbeitragsfaktors bei autonomer Finanzierung und konstantem Fremdkapitalbestand darstellen, welcher angepasst an die hier verwendete Notation

$$(4.191)\; WBF_a = \frac{s_{AZ}}{(1-s_e)} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i_s)^{x(a)}}\right) + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \cdot \frac{1}{(1+i_s)^{x(a)}}$$

lautet. Der Wertbeitrag der aus dem in Periode $t$ mit $n(a) < t \le n(a+1)$ realisierten Cash-Flow resultierenden Fremdfinanzierung ergibt sich daher zu

$$(4.192)\; l_a^W \cdot \widetilde{V}_{n(a)}^W\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot WBF_a .$$

Der an die Fremdfinanzierung angepasste Wertbeitrag des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ zum Wert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich entsprechend der Bewertungsgleichung (4.148) des APV-Modells für die autonome Finanzierung als Summe des Wertbeitrags des Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung $\widetilde{V}_{n(a)}\left(\widetilde{C}_t\right)$ und des in Gleichung (4.192) dargestellten Wertbeitrags der Fremdfinanzierung. Es resultiert

$$(4.193)\quad \begin{aligned} &\widetilde{V}_{n(a)}^W\left(\widetilde{C}_t\right) = \widetilde{V}_{n(a)}\left(\widetilde{C}_t\right) + l_a^W \cdot \widetilde{V}_{n(a)}^W\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot WBF_a \quad \Leftrightarrow \quad \widetilde{V}_{n(a)}^W\left(\widetilde{C}_t\right) = \widetilde{V}_{n(a)}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot \frac{1}{1 - l_a^W \cdot WBF_a} \\ &\Leftrightarrow \quad \widetilde{V}_{n(a)}^W\left(\widetilde{C}_t\right) = \widetilde{V}_{n(a)}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF_a^W \cdot f_{a+1} \end{aligned}$$

mit $f_{a+1}$ entsprechend Gleichung (4.168) und dem fremdkapitalbedingten steuerlichen Anpassungsfaktor der wertorientierter Fremdfinanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall in Periode $n(a)$

$$(4.194)\; FSF_a^W = \frac{1 - l_{a+1}^W \cdot \dfrac{s_{FB}}{(1-s_v)}}{1 - l_a^W \cdot WBF_a} .$$

Nunmehr ist im Rahmen des rekursiven Bewertungsverfahrens der Wertbeitrag des betrachteten Cash-Flows zum Gesamtwert im vorhergehenden Anpassungstermin $n(a-1)$ zu bestimmen. Dieser setzt sich zusammen aus dem Wertbeitrag der Steuerzahlungen, die aus dem in

[540] Vgl. im Ergebnis auch Clubb/Doran (1995), S. 686, 689.

$n(a-1)$ aufgenommenen Fremdkapital $l_{a-1}^{W} \cdot \widetilde{V}_{n(a-1)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)$ resultieren, und dem Wert des Wertbeitrags $\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)$ in Periode $n(a-1)$.

Das in $n(a-1)$ aufgenommene, an den betrachteten Cash-Flow anknüpfende Fremdkapital ist aus Sicht dieser Periode deterministisch und konstant. Es wird in $n(a)$ vollständig zurückgezahlt. Aus Sicht von $n(a-1)$ liegt insoweit im Anpassungsintervall $x(a-1)$ wiederum eine autonome Finanzierung vor, deren bedingter Wertbeitrag entsprechend Gleichung (4.192) durch $l_{a-1}^{W} \cdot \widetilde{V}_{n(a-1)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot WBF_{a-1}$ gegeben ist.

Der Wert des Wertbeitrags $\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)$ ist durch periodenweise rekursive Bewertung zu ermitteln. Hierbei ist zu beachten, dass der steuerliche Effekt der Aufnahme des Fremdkapitalbestands $l_a^{W} \cdot \widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)$ in Periode $n(a)$ durch Gleichung (4.193) noch nicht berücksichtigt ist. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass Wertänderungen der periodischen Wertänderungssteuer unterliegen. Hiermit folgt für den Wert in $n(a)-1$

(4.195)
$$\widetilde{V}_{n(a)-1}^{W}\left[\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)\right] = \frac{\widetilde{E}_{n(a)-1}^{Q}\left\{ \widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot (1-s_v) + \widetilde{V}_{n(a)-1}^{W}\left[\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)\right] \cdot s_v - l_a^{W} \cdot \widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot s_{FB} \right\}}{1 + i \cdot (1-s_e)}$$
$$\Leftrightarrow \quad \widetilde{V}_{n(a)-1}^{W}\left[\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)\right] = \frac{\widetilde{E}_{n(a)-1}^{Q}\left\{ \widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right) \right\}}{1+i_s} \cdot \left(1 - l_a^{W} \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right) .$$

Unter Beachtung der Bewertungsgleichung (4.112) für den Wertbeitrag des Cash-Flows zum Wert der unverschuldeten Unternehmung und Gleichung (4.193) lässt sich dies umformen zu

$$(4.196)\quad \widetilde{V}_{n(a)-1}^{W}\left[\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)\right] = \widetilde{V}_{n(a)-1}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF_a^{W} \cdot \left(1 - l_a^{W} \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right) \cdot f_{a+1} \quad .$$

In den zwischen $n(a)$ und $n(a-1)$ liegenden Perioden erfolgt ausschließlich eine Besteuerung der Wertänderungen; fremdkapitalbedingte Steuerzahlungen sind dagegen nicht zu berücksichtigen, da diese schon durch den Wertbeitragsfaktor $WBF_{a-1}$ erfasst sind. Der Wert des Wertbeitrags $\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)$ in Periode $n(a-1)$ ist daher gegeben durch

$$(4.197)\quad \widetilde{V}_{n(a-1)}^{W}\left[\widetilde{V}_{n(a)}^{W}\left(\widetilde{C}_t\right)\right] = \widetilde{V}_{n(a-1)}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF_a^{W} \cdot \left(1 - l_a^{W} \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right) \cdot f_{a+1} \quad .$$

Der Wertbeitrag des betrachteten Cash-Flows zum Gesamtwert der unverschuldeten Unternehmung ergibt sich als Summe der in den Gleichungen (4.196) und (4.197) dargestellten Wertbeiträge. Es resultiert somit

$$\widetilde{V}^W_{n(a-1)}\left(\widetilde{C}_t\right) = \widetilde{V}^W_{n(a-1)}\left[\widetilde{V}^W_{n(a)}\left(\widetilde{C}_t\right)\right] + l^W_{a-1} \cdot \widetilde{V}^W_{n(a-1)}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot WBF_{a-1} \iff$$

$$(4.198)\; \widetilde{V}^W_{n(a-1)}\left(\widetilde{C}_t\right) = \widetilde{V}^W_{n(a-1)}\left[\widetilde{V}^W_{n(a)}\left(\widetilde{C}_t\right)\right] \cdot \frac{1}{1 - l^W_{a-1} \cdot WBF_{a-1}} \iff$$

$$\widetilde{V}^W_{n(a-1)}\left(\widetilde{C}_t\right) = \widetilde{V}_{n(a-1)}\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF^W_{a-1} \cdot FSF^W_a \cdot f_{a+1} \quad .$$

mit dem für Periode $n(a-1)$ entsprechend Gleichung (4.194) definierten fremdkapitalbedingten steuerlichen Anpassungsfaktor $FSF^W_{a-1}$ der wertorientierten Fremdfinanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall. Analoge Fortsetzung der rekursiven Bewertung bis zum Bewertungszeitpunkt $t = 0$ ergibt den an die Fremdfinanzierung angepassten heutigen Wert des in Periode $t$ mit $n(a) < t \leq n(a+1)$ realisierten Cash-Flows $\widetilde{C}_t$

$$(4.199)\; V^W_{n(0)}\left(\widetilde{C}_t\right) = V^W_0\left(\widetilde{C}_t\right) = V_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot \prod_{j=0}^{a} FSF^W_j \cdot f_{a+1} \quad .$$

Die Anpassung des Wertbeitrags an die wertorientierte Finanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall erfolgt analog zu der Anpassung bei wertorientierter Fremdfinanzierung mit einperiodigem Anpassungsintervall. Insbesondere sind die an die Fremdfinanzierung angepassten Wertbeiträge der einzelnen Cash-Flows zum Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung wiederum proportional zu den Wertbeiträgen der Cash-Flows der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung. Allerdings ist die Anpassung nur in den jeweiligen Anpassungsterminen vorzunehmen. Die Anzahl der durchzuführenden Anpassungen ist daher geringer als im Fall des einperiodigen Anpassungsintervalls.

Die Wertbeiträge der aus dem Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung resultierenden Steuerzahlungen sind analog an die Fremdfinanzierung anzupassen. Es ergibt sich ein Wertbeitrag in Höhe von

$$(4.200)\; WB^W_0\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right) = WB_0\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right) \cdot \prod_{j=0}^{a} FSF^W_j \cdot f_{a+1} \quad .$$

Der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich als Summe der an die Fremdfinanzierung angepassten Wertbeiträge der einzelnen Zahlungen der unverschuldeten Unternehmung zu[541]

$$(4.201)\; V^W_0 = \underbrace{\sum_{a=0}^{A} \underbrace{\sum_{n(a)<t\leq n(a+1)} \left[ \underbrace{\left[V_0\left(\widetilde{C}_t\right) + WB^W_0\left(\Delta\widetilde{B}K_t\right)\right] \cdot \prod_{j=0}^{a} FSF^W_j \cdot f_{a+1}}_{I} \right]}_{II}}_{III} \quad .$$

[541] Ähnlich Clubb/Doran (1995), S. 690.

Der Unternehmenswert wird demnach in drei Schritten ermittelt: Zunächst erfolgt die Anpassung der Wertbeiträge der Cash-Flows und der Zahlungen aufgrund des Ausschüttungsdifferenzeffekts der unverschuldeten Unternehmung innerhalb eines Anpassungsintervalls an die Fremdfinanzierung (I). Diese werden im zweiten Schritt summiert (II). Die Schritte I und II werden für alle Anpassungsintervalle durchgeführt und die Ergebnisse aggregiert (III).

Die wertorientierte Finanzierung mit einperiodigem Anpassungsintervall und die autonome Finanzierung mit konstantem Fremdkapitalbestand können als Spezialfälle der wertorientierten Finanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall angesehen werden. Gleichung (4.201) kann in Gleichung (4.174) der wertorientierten Finanzierung überführt werden, wenn die Länge des Anpassungsintervalls auf $x(a)=1$ gesetzt wird. Gleichung (4.148) der autonomen Finanzierung kann bei konstantem Fremdkapitalbestand mittels der Beziehung $FK = l_0 \cdot V_0^A$ in die Form[542]

$$(4.202)\; V_0^A = V_0 + l_0 \cdot V_0^A \cdot WBF_a \quad \Leftrightarrow \quad V_0^A = \frac{V_0}{1 - l_0 \cdot WBF_a}$$

gebracht werden, was Bewertungsgleichung (4.201) für den Fall $x(a)=T$ entspricht. Die wertorientierten Finanzierung mit einperiodigem Anpassungsintervall und die autonome Finanzierung bei konstantem Fremdkapitalbestand stellen demnach Extremfälle dar, die aus der allgemeineren Gleichung (4.201) abgeleitet werden können.

Abschließend soll Gleichung (4.201) für den Spezialfall des multiplikativen Cash-Flow-Prozesses mit deterministischen und konstanten Kapitalkosten $k$ und konstanten Wachstumsraten der Cash-Flows $g$ konkretisiert werden. Hierzu sei weiterhin angenommen, dass konstante Fremdkapitalquoten $l^W$, eine unendliche Lebensdauer der Unternehmung sowie eine konstanten Länge der Anpassungsintervalle vorliegen und dass kein Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung auftritt. Bei konstanter Länge der Anpassungsintervalle gilt $x(a)=x$ für alle $a$, der fremdkapitalbedingte steuerliche Anpassungsfaktor beträgt konstant $FSF^W$ und es gilt $f = \left(1 - l^W \cdot s_{FB} / (1 - s_v)\right)^{-1}$. Mit der Definition des Bewertungsfaktors $BF = \dfrac{1+g}{1 + k/(1-s_v)}$ folgt dann die Bewertungsgleichung

[542] Gleichung (4.202) ähnelt der Modigliani-Miller-Anpassung der Kapitalkosten in Gleichung (4.156); Gleichung (4.202) gilt allerdings unabhängig davon, ob die unverschuldete Unternehmung mittels Diskontierung mit konstanten Kapitalkosten bewertet werden kann. Die Modigliani-Miller-Anpassung der Kapitalkosten stellt insoweit einen Spezialfall von Gleichung (4.202) dar.

$$V_0^W = \sum_{a=0}^{\infty}\left[\sum_{x\cdot a<t\le x\cdot(a+1)} V_0\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot\left(FSF^W\right)^{a+1}\right]\cdot f$$

$$(4.203)\qquad = \sum_{a=0}^{\infty}\left[C_0\cdot\frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}\cdot BF^{a\cdot x}\cdot\sum_{t=1}^{x} BF^t\cdot\left(FSF^W\right)^{a+1}\right]\cdot f$$

$$= C_0\cdot\frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)}\cdot f\cdot FSF^W\cdot\frac{BF}{1-BF}\cdot\left(1-BF^x\right)\cdot\frac{FSF^W\cdot BF^x}{1-FSF^W\cdot BF^x}\ .$$

Unter den gegebenen Annahmen ist es demnach möglich, einen geschlossenen Ausdruck für die Bewertungsgleichung bei wertorientierter Finanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall abzuleiten.

#### 4.5.3.2.2.2 Kombination mit der autonomen Finanzierung

Bei einer Kombination aus autonomer Finanzierungsstrategie und wertorientierter Finanzierung ist das Fremdkapital in einen autonomen und einen an den Unternehmenswert anknüpfenden, in der Regel stochastischen Bestandteil zu zerlegen.[543] Die Wertbeiträge dieser beiden Bestandteile sind separat zu bewerten, beeinflussen sich jedoch gegenseitig. Im Folgenden werden lediglich einperiodige Anpassungsintervalle betrachtet. Eine Erweiterung auf mehrperiodige Anpassungsintervalle ist problemlos möglich.

Der autonome Bestandteil des Fremdkapitals besteht in aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ deterministischen Fremdkapitalbeständen $FK_t$, die bereits in $t=0$ für jede Periode der Lebensdauer vorgegeben werden. Der wertorientierte Bestandteil des Fremdkapitals ist stochastisch und knüpft wie bei der wertorientierten Finanzierung an den Wert der verschuldeten Unternehmung $\widetilde{V}_t^{W,A}$ an. Der gesamte Fremdkapitalbestand einer Periode ergibt sich somit zu

$$(4.204)\ \widetilde{FK}_t = FK_t + l_t^W\cdot\widetilde{V}_t^{W,A}\ .$$

Die Bewertung dieser Finanzierungsstrategie kann in zwei Schritten erfolgen. Zunächst ist der Wert der unsicheren Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ und der Ausschüttungsdifferenzeffekte der Beteiligungsfinanzierung ohne die aus dem autonomen Bestandteil der Finanzierung resultierenden Zahlungen unter Berücksichtigung der bei wertorientierter Finanzierung vorzunehmenden Anpassung zu ermitteln. Ergebnis ist der Wert $V_0^W$ der Unternehmung bei wertorientierter Finanzierung ohne autonomen Fremdkapitalbestandteil. Im zweiten Schritt ist der Wertbeitrag der aus der autonomen Finanzierung resultierenden Zahlungen zu bestimmen. Hierbei kann nicht der Wertbeitrag $WB_{0,T}$ der ausschließlich autonomen Finanzierung aus Gleichung (4.148) übernommen werden, da die aus der autonomen Finanzierung resultierenden Zahlungen in den Unternehmenswert eingehen und deswegen die Höhe des wertorientierten Fremdkapitalbestands beeinflussen. Um dies zu berücksichtigen, sind die aus der autonomen Finanzierung resultierenden Steuerzahlungen mit der Bewertungsgleichung (4.172) für einzelne Cash-Flows

[543] Vgl. Richter (1998), S. 381-382, 387-388; hierzu kritisch Dinstuhl (2003), S. 34.

bei wertorientierter Finanzierung zu bewerten. Für den an die wertorientierte Finanzierung angepassten Wertbeitrag der autonomen Finanzierung resultiert demnach

$$WB_{0,T}^{W} = \sum_{t=1}^{T} \frac{FK_{t-1}}{(1+i_s)^t} \cdot i \cdot \frac{s_{AZ}}{(1-s_v)} \cdot \prod_{\tau=0}^{t-1} FSF_{\tau}^{W} \cdot f_t$$

(4.205)

$$- \sum_{t=1}^{T} \frac{FK_t - FK_{t-1}}{(1+i_s)^t} \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \cdot \prod_{\tau=0}^{t-1} FSF_{\tau}^{W} \cdot f_t \quad .$$

Im Ergebnis resultiert bei Fremdfinanzierung mit wertorientierter und autonomer Komponente

(4.206) $V_0^{W,A} = V_0^W + WB_{0,T}^W$

als Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung. Dieser Wert setzt sich zusammen aus dem Wert der Unternehmung bei ausschließlich wertorientierter Finanzierung und dem um den Einfluss der wertorientierten Finanzierung modifizierten Wertbeitrag (4.205) der autonomen Finanzierung.

Als Spezialfall der Kombination von autonomer und wertorientierter Finanzierung kann eine so genannte hybride Finanzierungsstrategie[544] angesehen werden, in der in der ersten Phase der Lebensdauer der Unternehmung ausschließlich eine autonome Finanzierung erfolgt, während in der zweiten Phase ausschließlich wertorientiert finanziert wird. Die letzte Periode der ersten Phase sei mit $T^*$ bezeichnet. Es gilt demnach $l_t^W = 0$ für $0 \le t < T^*$ und $l_t^W > 0$ für $t \ge T^*$. Hieraus folgt für den an die wertorientierte Finanzierung angepassten Wertbeitrag der autonomen Finanzierung $WB_{0,T}^W = WB_{0,T^*}$. Der Gesamtwert der Unternehmung ist dann gegeben durch[545]

(4.207) $$V_0^{W,A} = \underbrace{\sum_{t=1}^{T^*} \left[ V_0\left(\tilde{C}_t\right) + WB_0\left(\Delta \tilde{B}K_t\right) \right] + WB_{0,T^*}}_{I} + \underbrace{\sum_{t=T^*+1}^{T} \left[ V_0^W\left(\tilde{C}_t\right) + WB_0^W\left(\Delta \tilde{B}K_t\right) \right]}_{II} \quad .$$

Er setzt sich zusammen aus der Summe der nicht durch die wertorientierte Finanzierung beeinflussten Werte der Cash-Flows und der Ausschüttungsdifferenzeffekte der Beteiligungsfinanzierung sowie dem durch die wertorientierte Finanzierung nicht beeinflussten Wertbeitrag der autonomen Finanzierung in ersten Phase (I) sowie der Summe der durch die wertorientierte Finanzierung beeinflussten Werte der Cash-Flows und der Ausschüttungsdifferenzeffekte der Beteiligungsfinanzierung in der zweiten Phase (II).

[544] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2007), S. 427 ff.
[545] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2007), S. 431 für das Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung.

#### 4.5.3.3 Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads

##### 4.5.3.3.1 Das Grundmodell

Bei der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads ist der dynamische Verschuldungsgrad, welcher durch das Verhältnis des Total-Cash-Flows der verschuldeten Unternehmung einer Periode zum Fremdkapitalbestand dieser Periode bestimmt ist, deterministisch. Die Fremdfinanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads stellt somit eine auf den Cash-Flows der Unternehmung basierende Finanzierungsstrategie dar. Der Total-Cash-Flow der verschuldeten Unternehmung setzt sich zusammen aus dem Free-Cash-Flow und dem Tax-Shield der Unternehmensteuer. Mit der Bezeichnung $l_t^C$ für den dynamischen Verschuldungsgrad einer Periode $t$ folgt für den bedingten Fremdkapitalbestand dieser Periode[546]

$$(4.208)\ \widetilde{FK}_t = l_t^C \cdot \left(\widetilde{C}_t + s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\right)\ .$$

Fremdkapitalbestände sind nicht negativ, d.h. $\widetilde{FK}_t \geq 0$; die Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads setzt demnach voraus, dass der Total-Cash-Flow in jeder Periode keinen negativen Wert annimmt, d.h. $\widetilde{C}_t + s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \geq 0$ für alle $t$. Der in Gleichung (4.208) enthaltene Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_{t-1}$ der Periode $t-1$ resultiert analog aus dem Total-Cash-Flow der Periode $t-1$.

Mittels Beziehung (4.208) kann der Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_t$ rekursiv bestimmt werden und hiervon ausgehend die Bewertungsgleichung abgeleitet werden.[547] Abweichend von dieser Vorgehensweise soll im Folgenden die Bewertungsgleichung unter Anwendung einer Überlegung hergeleitet werden, welche die Bestimmung des Fremdkapitalbestands $\widetilde{FK}_t$ nicht erfordert, sondern unmittelbar an den Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ anknüpft. Hierzu ist zunächst die Höhe der Fremdkapitalbestände und Zinszahlungen zu ermitteln, die durch den Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ im Zeitablauf verursacht werden. In Periode $t$ ergibt sich ein an den Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ anknüpfender Fremdkapitalbestand in Höhe von $l_t^C \cdot \widetilde{C}_t$. In der Folgeperiode $t+1$ folgt aus diesem Fremdkapitalbestand ein Zinsabzug von $i \cdot l_t^C \cdot \widetilde{C}_t$ und somit eine Erhöhung des Total-Cash-Flows dieser Periode um $s_u \cdot i \cdot l_t^C \cdot \widetilde{C}_t$. Die Erhöhung des Total-Cash-Flows der Periode $t+1$ generiert somit in dieser Periode einen (zusätzlichen) Fremdkapitalbestand von $l_{t+1}^C \cdot s_u \cdot i \cdot l_t^C \cdot \widetilde{C}_t$. Diese Entwicklung des Fremdkapitalbestands setzt sich ausgehend von $t+1$ für alle Folgeperioden bis zum Ende der Lebensdauer der Unternehmung fort. Bei endlicher Lebensdauer wird in der letzten Periode $T$ das gesamte Fremdkapital zurückgezahlt; weiterhin wird kein neues Fremdkapital aufgenommen, so dass $l_T^C = 0$ gelten muss. Die Entwicklung des aus dem

[546] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 95.
[547] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 147-148.

Cash-Flow $\tilde{C}_t$ resultierenden Fremdkapitalbestands im Zeitablauf ist in Tabelle 4.6 verdeutlicht:

| Zeit | Fremdkapitalbestand | Zinsabzug | Änderung Total-Cash-Flow |
|---|---|---|---|
| $t$ | $l_t^C \cdot \tilde{C}_t$ | - | - |
| $t+1$ | $s_u \cdot i \cdot l_{t+1}^C \cdot l_t^C \cdot \tilde{C}_t$ | $i \cdot l_t^C \cdot \tilde{C}_t$ | $s_u \cdot i \cdot l_t^C \cdot \tilde{C}_t$ |
| $t+2$ | $(s_u \cdot i)^2 \cdot l_{t+2}^C \cdot l_{t+1}^C \cdot l_t^C \cdot \tilde{C}_t$ | $i \cdot s_u \cdot i \cdot l_{t+1}^C \cdot l_t^C \cdot \tilde{C}_t$ | $(s_u \cdot i)^2 \cdot l_{t+1}^C \cdot l_t^C \cdot \tilde{C}_t$ |
| … | … | … | … |
| $T-1$ | $(s_u \cdot i)^{T-1-t} \cdot \prod_{\tau=t}^{T-1} l_\tau^C \cdot \tilde{C}_t$ | $i \cdot (s_u \cdot i)^{T-2-t} \cdot \prod_{\tau=t}^{T-2} l_\tau^C \cdot \tilde{C}_t$ | $(s_u \cdot i)^{T-1-t} \cdot \prod_{\tau=t}^{T-2} l_\tau^C \cdot \tilde{C}_t$ |
| $T$ | 0 | $i \cdot (s_u \cdot i)^{T-1-t} \cdot \prod_{\tau=t}^{T-1} l_\tau^C \cdot \tilde{C}_t$ | $(s_u \cdot i)^{T-t} \cdot \prod_{\tau=t}^{T-1} l_\tau^C \cdot \tilde{C}_t$ |

Tabelle 4.6: Fremdkapitalbestände bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads

Sollte in einer der Folgeperioden $\tau > t$ der dynamische Verschuldungsgrad $l_\tau^C = 0$ betragen, so dass die Unternehmung in dieser Periode unverschuldet ist, nimmt das Tax-Shield in Periode $\tau + 1$ den Wert null an. Hieraus resultiert in $\tau + 1$ ein durch den Cash-Flow $\tilde{C}_t$ der Periode $t$ verursachter Fremdkapitalbestand von null. In allen Folgeperioden ergeben sich dann wiederum Tax-Shields und Fremdkapitalbestände von null, so dass bei $l_\tau^C = 0$ die in Tabelle 4.6 dargestellte Entwicklung in Periode $\tau$ abbricht. Im Fall $l_t^C = 0$ betragen die an den Cash-Flow $\tilde{C}_t$ anknüpfenden Fremdkapitalbestände in allen Folgeperioden null, so dass auch ein Wertbeitrag der Fremdfinanzierung von null resultiert.

Die in Tabelle 4.6 ausgewiesenen Fremdkapitalbestände enthalten als einzige stochastische Variable den Cash-Flow $\tilde{C}_t$ und stellen daher unter dem Informationsstand der Periode $t$ deterministische Größen dar.[548] Aus Sicht von $t$ liegt daher bezüglich der durch den Cash-Flow $\tilde{C}_t$ induzierten Fremdkapitalbestände eine autonome Finanzierung vor, so dass der bedingte Wertbeitrag der Fremdfinanzierung in Periode $t$ mittels der in Abschnitt 4.5.2.1 entwickelten Bewertungsgleichung unter Anwendung des Wertbeitragsfaktors der autonomen Finanzierung bestimmt werden kann. Für den bedingten Wertbeitrag der aus dem Cash-Flow $\tilde{C}_t$ resultierenden Fremdkapitalbestände aus Sicht der Periode $t$ folgt für $l_t^C > 0$ somit

$$(4.209)\ \widetilde{WB}_t\left(\tilde{C}_t\right) = l_t^C \cdot \tilde{C}_t \cdot WBF_{t,T}$$

[548] Aus Sicht des Bewertungszeitpunkts sind sie selbstverständlich stochastisch, sofern der Cash-Flow stochastisch ist.

mit dem unter Beachtung der in Tabelle 4.6 dargestellten Fremdkapitalbestände für den Zeitraum $T-t$ ermittelten deterministischen Wertbeitragsfaktor

$$(4.210)\; WBF_{t,T} = \frac{i \cdot S_{FK}}{l_t^C} \cdot \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{(s_u \cdot i)^{\tau-1-t}}{(1+i_s)^{\tau-t}} \cdot \prod_{k=t}^{\tau-1} l_k^C + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \;.$$

Der Wertbeitragsfaktor $WBF_{t,T}$ kann unter Beachtung der Entwicklung des Fremdkapitalbestands weiter spezialisiert werden. Ist die Unternehmung in keiner der Folgeperioden unverschuldet, d.h. $l_\tau^C > 0$ für alle $\tau > t$, so gilt für alle $\tau < T$ die Wachstumsbeziehung $\widetilde{FK}_\tau = \widetilde{FK}_{\tau-1} \cdot (1+g_\tau)$ und es resultiert der Zusammenhang

$$(4.211)\; \frac{\widetilde{FK}_\tau}{\widetilde{FK}_{\tau-1}} = \frac{(s_u \cdot i)^{\tau-t} \cdot \prod_{k=t}^{\tau} l_k^C \cdot \widetilde{C}_t}{(s_u \cdot i)^{\tau-1-t} \cdot \prod_{k=t}^{\tau-1} l_k^C \cdot \widetilde{C}_t} = s_u \cdot i \cdot l_\tau^C = 1+g_\tau \;\Leftrightarrow\; g_\tau = s_u \cdot i \cdot l_\tau^C - 1 \;.$$

Der Wertbeitragsfaktor ist demnach durch Gleichung (4.154) gegeben, wobei die in Gleichung (4.211) bestimmte (positive oder negative) Wachstumsrate zu verwenden ist. Beträgt der dynamische Verschuldungsgrad in allen Perioden $\tau \geq t$ identisch $l^C$, so beträgt die Wachstumsrate zeitunabhängig $g = s_u \cdot i \cdot l^C - 1$ und der Wertbeitragsfaktor ist durch Tabelle 4.5 gegeben.

Nunmehr ist der Wertbeitrag der Fremdkapitalbestände, welche aus dem in Periode $t$ realisierten Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ resultieren, zum Gesamtwert der Unternehmung im Bewertungszeitpunkt $t=0$ zu bestimmen. Hierbei ist zu beachten, dass der steuerliche Effekt der Fremdkapitalaufnahme in Periode $t$ durch den Wertbeitragsfaktor $WBF_{t,T}$ nicht erfasst ist. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass der Wertbeitrag $\widetilde{WB}_t(\widetilde{C}_t)$ ein Bestandteil des Werts der verschuldeten Unternehmung ist, und daher der Wertänderungssteuer unterliegt. Aus Sicht der Periode $t-1$ ergibt sich somit unter Berücksichtigung des versteuerten Wertbeitrags der unter dem Informationsstand von Periode $t$ autonomen Fremdfinanzierung sowie der Fremdkapitalaufnahme in Periode $t$ ein bedingter Wertbeitrag von

$$(4.212)\quad \begin{aligned} \widetilde{WB}_{t-1}(\widetilde{C}_t) &= \frac{\widetilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{ l_t^C \cdot \widetilde{C}_t \cdot WBF_{t,T} \cdot (1-s_v) + \widetilde{WB}_{t-1}(\widetilde{C}_t) \cdot s_v - l_t^C \cdot \widetilde{C}_t \cdot s_{FB} \right\}}{1+i \cdot (1-s_e)} \quad \Leftrightarrow \\ \widetilde{WB}_{t-1}(\widetilde{C}_t) &= \frac{\widetilde{E}_{t-1}^{Q}\left\{ \widetilde{C}_t \right\}}{1+i_s} \cdot l_t^C \cdot \left[ WBF_{t,T} - \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \right] \;. \end{aligned}$$

Unter Beachtung von Gleichung (4.112) für den Wertbeitrag $\widetilde{V}_{t-1}(\widetilde{C}_t)$ des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ zum Wert der unverschuldeten Unternehmung lässt sich der Wertbeitrag $\widetilde{WB}_{t-1}(\widetilde{C}_t)$ umformen zu

$$(4.213)\ \widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{C}_t\right)=\widetilde{V}_{t-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot l_t^C\cdot\left[WBF_{t,T}-\frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)}\right]\cdot\frac{\left(1-s_v\right)}{\left(1-s_d\right)}\quad.$$

Zur Vereinfachung der Notation sei der fremdkapitalbedingte steuerliche Anpassungsfaktor der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads für den Wertbeitrag des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ definiert durch

$$(4.214)\ FSF_t^C=l_t^C\cdot\left[WBF_{t,T}-\frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)}\right]\cdot\frac{\left(1-s_v\right)}{\left(1-s_d\right)}\quad.$$

Hiermit folgt

$$(4.215)\ \widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{C}_t\right)=\widetilde{V}_{t-1}\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot FSF_t^C\quad.$$

Sollte in einer Periode die Unternehmung unverschuldet sein, d.h. $l_t^C=0$, so beträgt der aus dem Cash-Flow dieser Periode resultierende Wertbeitrag der Fremdfinanzierung $\widetilde{WB}_t\left(\widetilde{C}_t\right)=0$ und Gleichung (4.210) für den Wertbeitragsfaktor ist nicht definiert. Um diese Konstellation abzubilden ist für den Fall $l_t^C=0$ der Anpassungsfaktor $FSF_t^C=0$ zu setzen.

Nunmehr kann der Wertbeitrag der aus dem Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ resultierenden Fremdfinanzierung aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ bestimmt werden. Da in den Perioden $\tau<t$ an den Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ keine Fremdkapitalbestände anknüpfen, sind, ausgehend von Periode $t-1$, keine weiteren fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen zu berücksichtigen. Der Wertbeitrag unterliegt allerdings als Komponente des Unternehmenswerts der periodischen Wertänderungssteuer. Da der Wertbeitrag $\widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{C}_t\right)$ proportional zum Wertbeitrag $\widetilde{V}_{t-1}\left(\widetilde{C}_t\right)$ des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ zum Wert der unverschuldeten Unternehmung ist, und auch steuerlich identisch behandelt wird, resultiert folglich aufgrund der Wertadditivität des Bewertungsmodells im Bewertungszeitpunkt $t=0$ ein Wertbeitrag von

$$(4.216)\ WB_0\left(\widetilde{C}_t\right)=V_0\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot FSF_t^C\quad.$$

Der gesamte Wertbeitrag der Fremdfinanzierung setzt sich zusammen aus der Summe der nach Gleichung (4.216) bestimmten Wertbeiträge der aus den einzelnen Cash-Flows resultierenden Fremdkapitalbestände und dem Wertbeitrag des im Bewertungszeitpunkt vorhandenen Fremdkapitalbestands. Letzterer resultiert aus dem im Bewertungszeitpunkt bereits zugeflossenen Total-Cash-Flow der Unternehmung. Der Wertbeitrag dieses Fremdkapitalbestands ist somit gegeben durch

$$(4.217)\ WB_0\left(FK_0\right)=FK_0\cdot WBF_{0,T}=l_0^C\cdot\left(C_0+s_u\cdot i\cdot FK_{-1}\right)\cdot WBF_{0,T}\quad,$$

wobei $WBF_{0,T}$ durch Gleichungen (4.210) unter Verwendung des Parameters $t=0$ definiert ist.

Nach Gleichung (4.216) ergibt sich der Fremdkapitalbestand einer Periode in Abhängigkeit vom jeweiligen Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ und dem Tax-Shield der Unternehmensteuer. Der aus dem Tax-Shield resultierende Anteil des Fremdkapitalbestands wird durch die auf den Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ und dem Total-Cash-Flow des Bewertungszeitpunkts basierenden Wertbeitragsfaktoren abgebildet. Für den Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads resultiert somit[549]

$$(4.218)\; V_0^C = V_0 + \sum_{t=1}^{T} V_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF_t^C + WB_0\left(FK_0\right) \; .$$

Abschließend sind Spezialfälle von Bewertungsgleichung (4.218) zu betrachten. Die fremdkapitalbedingten steuerlichen Anpassungsfaktoren sind zeitunabhängig, wenn zum einen der dynamische Verschuldungsgrad für alle Perioden identisch ist und zum anderen die Lebensdauer der Unternehmung unendlich ist. Zeitunabhängige $l^C$ reichen nicht für die Zeitunabhängigkeit der $FSF_t^C$ aus, da letztere von der Anzahl der Perioden zwischen der Realisierung des Cash-Flows und dem Ende der Lebensdauer $T$ der Unternehmung abhängen. Im Fall unendlicher Lebensdauer und zeitunabhängiger $l^C$ resultiert für den konstanten Wertbeitragsfaktor unter Beachtung von Gleichung (4.210) und Tabelle 4.5

$$(4.219)\; WBF_\infty = \frac{i \cdot \frac{s_{AZ}}{\left(1-s_v\right)}}{i_s - \left(s_u \cdot i \cdot l^C - 1\right)} - \frac{\left(s_u \cdot i \cdot l^C - 1\right) \cdot \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)}}{i_s - \left(s_u \cdot i \cdot l^C - 1\right)} \; .$$

Als Bewertungsgleichung folgt bei konstantem Wertbeitragsfaktor und folglich konstantem fremdkapitalbedingten steuerlichen Anpassungsfaktor $FSF_\infty^C$

$$(4.220)\; \begin{aligned} V_0^C &= V_0 + \sum_{t=1}^{\infty} V_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF_\infty^C + WB_0\left(FK_0\right) \\ &= \left(V_0 - \sum_{t=1}^{\infty} WB_0\left(\Delta BK_t\right)\right) \cdot \left(1 + FSF_\infty^C\right) + \sum_{t=1}^{\infty} WB_0\left(\Delta \widetilde{B}K_t\right) + WB_0\left(FK_0\right) \; . \end{aligned}$$

Werden persönliche Einkommensteuern ausgeblendet, so vereinfacht sich dies zu

$$(4.221)\; WBF_\infty = \frac{i \cdot s_u}{1 + i \cdot \left(1 - s_u \cdot l^C\right)} \; .$$

und[550]

[549] Vgl. im Ergebnis auch Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 95, 147.
[550] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 96, 148.

$$V_0^C = V_0 \cdot \left(1 + l^C \cdot \frac{i \cdot s_u}{1 + i \cdot \left(1 - s_u \cdot l^C\right)}\right) + FK_0 \cdot \frac{i \cdot s_u}{1 + i \cdot \left(1 - s_u \cdot l^C\right)}$$

(4.222)

$$= V_0 \cdot \frac{1 + i}{1 + i \cdot \left(1 - s_u \cdot l^C\right)} + FK_0 \cdot \frac{i \cdot s_u}{1 + i \cdot \left(1 - s_u \cdot l^C\right)} \quad .$$

#### 4.5.3.3.2 Modellerweiterungen

##### 4.5.3.3.2.1 Mehrperiodige Anpassungsintervalle

Ebenso wie bei der wertorientierten Finanzierung ist es auch bei der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads möglich, mehrperiodige Anpassungsintervalle in die Bewertungsgleichung zu integrieren. Bezüglich der Anpassungsintervalle gelten die Prämissen und die Notation von Abschnitt 4.5.3.2.2.1. Bei der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads mit mehrperiodigem Anpassungsintervall wird demnach die Anpassung des Fremdkapitalbestands an den Total-Cash-Flow mittels des deterministischen dynamischen Verschuldungsgrads $l_a^C$ nicht in jeder Periode, sondern jeweils zum Beginn $n(a)$ eines $x(a)$ Perioden umfassenden zeitlichen Intervalls vorgenommen. Wie bei der wertorientierten Finanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall wird hierbei vereinfachend angenommen, dass der Fremdkapitalbestand innerhalb eines Anpassungsintervalls konstant ist.

Zur Herleitung der Bewertungsgleichung ist analog vorzugehen wie bei der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads mit einperiodigem Anpassungsintervall. Demnach ist zunächst der Wertbeitrag der durch einen Cash-Flow $\widetilde{C}_{n(a)}$ ausgelösten fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen im Anpassungstermin $n(a)$ zu bestimmen. Im zweiten Schritt sind die Wertbeiträge zum Gesamtwert zu aggregieren.

Wird ein Cash-Flow in einer Periode realisiert, in der keine Anpassung des Fremdkapitalbestands vorzunehmen ist, so resultiert aus diesem Cash-Flow keine Veränderung des Fremdkapitalbestands. Dieser Cash-Flow löst daher keine fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen aus. Erfolgt die Realisierung des Cash-Flows in einer Periode $n(a)$, in welcher der Fremdkapitalbestand anzupassen ist, so sind die Steuerzahlungen, welche aus den an diesen Cash-Flow anknüpfenden Fremdkapitalbeständen resultieren, zunächst aus Sicht der Periode $n(a)$ zu bewerten. Wie im Modell mit einperiodigem Anpassungsintervall ist aus Sicht der Periode $n(a)$ die durch den in $n(a)$ realisierten Cash-Flow $\widetilde{C}_{n(a)}$ verursachte Fremdfinanzierung autonom, so dass die Bewertung des bedingten Wertbeitrags der Fremdfinanzierung in $n(a)$ mittels eines Wertbeitragsfaktors erfolgen kann. Zu analysieren ist somit lediglich die deterministische zeitliche Entwicklung des Fremdkapitalbestands aus Sicht von Periode $n(a)$. In $n(a)$ ergibt sich der Fremdkapitalbestand wie auch im Fall des einperiodigen Anpassungsintervalls unmittelbar aus dem Cash-Flow. In Periode $n(a+1)$ erfolgt eine Anpassung des Fremdkapitalbestands, die aus der deterministischen Unternehmensteuerersparnis dieser Periode resultiert. Diese Entwicklung des Fremdkapitalbestands setzt sich bis zum Ende der Lebensdauer der

Unternehmung fort, wobei zu beachten ist, dass der dynamische Verschuldungsgrad im Fall endlicher Lebensdauer am Ende der Lebensdauer $l_T^C = 0$ beträgt. Allgemein folgt für den aus dem Cash-Flow $\widetilde{C}_{n(a)}$ resultierenden Fremdkapitalbestand der Periode $n(a+j)$

$$(4.223)\ (s_u \cdot i)^j \cdot \prod_{h=a}^{a+j} l_h^C \cdot \widetilde{C}_{n(a)}$$

Da aus Sicht von $n(a)$ die Fremdkapitalbestände deterministisch sind, ergibt sich entsprechend Gleichung (4.209) ein bedingter Wertbeitrag der Fremdfinanzierung von

$$(4.224)\ \widetilde{WB}_{n(a)}\left(\widetilde{C}_{n(a)}\right) = l_a^C \cdot \widetilde{C}_{n(a)} \cdot WBF_{n(a),T}$$

mit dem Wertbeitragsfaktor

$$(4.225)\ WBF_{n(a),T} = \frac{i \cdot S_{FK}}{l_a^C} \cdot \sum_{j=0}^{A-a} \left[ \underbrace{\frac{(s_u \cdot i)^j}{(1+i_s)^{n(a+j)-n(a)}} \cdot \prod_{h=a}^{a+j} l_h^C}_{I} \cdot \underbrace{\sum_{\tau=1}^{x(a+j)} (1+i_s)^{-\tau}}_{II} \right] + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \ .$$

Der Term in eckiger Klammer setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Komponente I nimmt analog zu Gleichung (4.210) des Modells mit einperiodigem Anpassungsintervall die durch den dynamischen Verschuldungsgrad induzierte Änderung des Fremdkapitalbestands in der Anpassungsperiode $n(a+j)$ vor und diskontiert das Ergebnis auf Periode $n(a)$. Komponente II addiert die auf den Beginn $n(a+j)$ des jeweiligen Anpassungsintervalls diskontierten Fremdkapitalbestände, welche durch Komponente I gegeben sind, innerhalb dieses Anpassungsintervalls, und bildet somit den Wert der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen eines Anpassungsintervalls zu dessen Beginn ab.

Ist bei unendlicher Lebensdauer der Unternehmung der dynamische Verschuldungsgrad in den jeweiligen Anpassungsterminen konstant, d.h. $l_a^C = l^C$ für alle $a$, und beträgt die Länge der Anpassungsintervalle einheitlich $x(a) = x$ für alle $a$, so vereinfacht sich Gleichung (4.225) zu

$$(4.226)\quad \begin{aligned} WBF_\infty &= \frac{i \cdot S_{FK}}{l^C} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \left[ \frac{(s_u \cdot i)^j}{(1+i_s)^{j \cdot x}} \cdot \left(l^C\right)^{j+1} \cdot \sum_{\tau=1}^{x} (1+i_s)^{-\tau} \right] + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \\ &= i \cdot S_{FK} \cdot \frac{(1+i_s)^x}{(1+i_s)^x - s_u \cdot i \cdot l^C} \cdot \frac{1}{i_s} \cdot \left[1 - (1+i_s)^{-x}\right] + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \ . \end{aligned}$$

Im betrachteten Spezialfall ist der Wertbeitragsfaktor daher zeitunabhängig.

Bisher wurde lediglich der Wertbeitrag der Steuerzahlungen der an einen einzelnen Cash-Flow anknüpfenden Fremdkapitalbestände für die Periode $n(a)$ der Realisierung des Cash-Flows spezifiziert. Ausgehend hiervon kann der Wertbeitrag der an den Cash-Flow $\widetilde{C}_{n(a)}$ anknüpfenden Fremdkapitalbestände zum Gesamtwert der Unternehmung im Bewertungszeitpunkt durch rekursive Vorgehensweise bestimmt werden. Da in den Perioden $t < n(a)$ keine fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen anfallen, ergeben sich hierbei keine Unterschiede zum Modell mit einperiodigem Anpassungsintervall. Somit resultiert ein Wertbeitrag von

$$(4.227)\; WB_0\left(\widetilde{C}_{n(a)}\right) = V_0\left(\widetilde{C}_{n(a)}\right) \cdot FSF^C_{n(a)} \quad .$$

mit

$$(4.228)\; FSF^C_{n(a)} = l^C_a \cdot \left[ WBF_{n(a),T} - \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \right] \cdot \frac{(1-s_v)}{(1-s_d)} \quad .$$

Sollte in einem Anpassungsintervall die Unternehmung unverschuldet sein, d.h. $l^C_a = 0$, so ist analog zum Modell mit einperiodigem Anpassungsintervall $FSF^C_{n(a)} = 0$ zu setzen. Ist der Wertbeitragsfaktor zeitunabhängig, so ist auch der fremdkapitalbedingte steuerliche Anpassungsfaktor zeitunabhängig.

Wie im Modell mit einperiodigem Anpassungsintervall ist der Wertbeitrag des im Bewertungszeitpunkt vorhandenen Fremdkapitals zu berücksichtigen. Da annahmegemäß $t = n(0) = 0$ der erste Anpassungstermin ist, erfolgt in $t = n(0) = 0$ eine Anpassung des Fremdkapitalbestands. Der Wertbeitrag des vorhandenen Fremdkapitals ist daher gegeben durch

$$(4.229)\; WB_0(FK_0) = FK_0 \cdot WBF_{0,T} = l^C_0 \cdot \left(C_0 + s_u \cdot i \cdot FK_{-1}\right) \cdot WBF_{0,T} \quad ,$$

wobei $WBF_{0,T}$ durch Gleichung (4.225) für $a = 0$ definiert ist.

Der Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung setzt sich zusammen aus dem Wert der unverschuldeten Unternehmung, der Summe der nach Gleichung (4.227) bestimmten Wertbeiträge und dem Wertbeitrag des im Bewertungszeitpunkt vorhandenen Fremdkapitalbestands. Für den Gesamtwert der Unternehmung folgt demnach

$$(4.230)\; V^C_0 = V_0 + \sum_{a=1}^{A} V_0\left(\widetilde{C}_{n(a)}\right) \cdot FSF^C_{n(a)} + WB_0(FK_0) \quad .$$

Gleichung (4.230) entspricht strukturell dem Modell mit einperiodigem Anpassungsintervall. Aufgrund der Mehrperiodigkeit des Anpassungsintervalls knüpfen die Fremdkapitalbestände nunmehr jedoch nicht an jeden Cash-Flow $\widetilde{C}_t$, sondern nur an die Cash-Flows $\widetilde{C}_{n(a)}$ der jeweiligen Anpassungstermine an.

#### 4.5.3.3.2.2 Kombination mit der autonomen Finanzierung

Bei einer Kombination der autonomen Finanzierungsstrategie mit der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads ist das Fremdkapital in einen autonomen und einen an den Total-Cash-Flow anknüpfenden Bestandteil aufzuspalten. Der Gesamtwert der Unternehmung setzt sich dann zusammen aus dem Wert $V^C_0$ bei ausschließlicher Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads und dem Wertbeitrag der autonomen Finanzierung. Letzterer ist durch die Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads beeinflusst, da die aus der autonomen Finanzierung resultierende Unternehmensteuerersparnis den Total-Cash-Flow und somit den auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads determinierten Fremdkapitalbestand erhöht. Zu betrachten ist die aus der autonomen Finanzierung resultierende Unternehmensteuerersparnis $TS_t = s_u \cdot i \cdot FK_{t-1}$ in Periode $t$. Diese ist zum Zweck der Anpassung an die Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads ebenso zu behandeln wie dies bezüglich des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ der Unternehmung in Abschnitt 4.5.3.3.1 dargestellt ist. Der aus der Unternehmensteuerersparnis $TS_t$ resultierende Wertbeitrag aufgrund der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads in Periode $t$ ergibt sich somit zu

$$(4.231)\, WB_t(TS_t) = l_t^C \cdot TS_t \cdot WBF_{t,T}$$

mit dem durch Gleichung (4.210) gegebenen deterministischen Wertbeitragsfaktor $WBF_{t,T}$. Da der autonome Fremdkapitalbestand annahmegemäß deterministisch ist, ist auch der Wertbeitrag deterministisch. Wertbeitrag (4.231) tritt additiv zu den unmittelbar aus der autonomen Fremdfinanzierung in Periode $t$ resultierenden Steuerzahlungen hinzu. Es bietet sich daher an, eine separate Bewertung dieses Wertbeitrags durchzuführen. Hierbei ist analog vorzugehen wie bei der Herleitung von Gleichung (4.216). Es resultiert daher ein heutiger Wertbeitrag der Unternehmensteuerersparnis $TS_t$ in Höhe von

$$(4.232)\, WB_0(TS_t) = \frac{TS_t}{(1+i_s)^t} \cdot FSF_t^C \cdot \frac{(1-s_d)}{(1-s_v)}$$

mit

$$(4.233)\, FSF_t^C = l_t^C \cdot \left[ WBF_{t,T} - \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \right] \cdot \frac{(1-s_v)}{(1-s_d)} \quad .$$

Die Unternehmensteuerersparnis $TS_t$ wird anders als $\widetilde{C}_t$ im Rahmen der Bewertung nicht mit $(1-s_d)/(1-s_v)$ multipliziert. Die Multiplikation mit $(1-s_d)/(1-s_v)$ in Gleichung (4.232) ist demnach erforderlich, um die in $FSF_t^C$ vorgenommene Multiplikation mit $(1-s_v)/(1-s_d)$ zu neutralisieren.

Der Gesamtwert der Unternehmung ergibt sich aus dem Wert bei ausschließlicher Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads zuzüglich des Wertbeitrags (4.149) der autonomen Finanzierung und zuzüglich der Summe der Wertbeiträge (4.232), welche sich aus der Wechselwirkung von autonomer Finanzierung und Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads ergeben. Als Gesamtwert der verschuldeten Unternehmung resultiert somit

$$(4.234)\, V_0^{C,A} = V_0^C + WB_{0,T} + \sum_{t=1}^{T} WB_0(TS_t) \quad .$$

Als Spezialfall der Kombination von autonomer Finanzierung und Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads kann eine Situation angesehen werden, in der in der ersten Phase der Lebensdauer der Unternehmung von $t = 0$ bis $t = T^*$ ausschließlich eine autonome Finanzierung erfolgt, während in der zweiten Phase ausschließlich auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads finanziert wird. In diesem Fall gilt demnach $l_t^C = 0$ für $0 \le t < T^*$ und $l_t^C > 0$ für $t \ge T^*$. In der betrachteten Konstellation tritt in Periode $t = T^*$ letztmalig eine Unternehmensteuerersparnis aufgrund der autonomen Finanzierung auf und es wird erstmalig der Fremdkapitalbestand auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads festgelegt, so dass sich ein Wertbeitrag aufgrund der Wechselwirkung von autonomer Finanzierung und Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads ausschließlich in $t = T^*$ ergeben kann. Der Unternehmenswert konkretisiert sich dann zu

$$(4.235)\; V_0^{C,A} = V_0 + \sum_{t=T^*}^{T} V_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF_t^C + WB_{0,T^*} + WB_0\left(TS_{T^*}\right) .$$

wobei $WB_0\left(TS_{T^*}\right)$ durch Gleichung (4.232) gegeben ist.

#### 4.5.3.4 Buchwertorientierte Finanzierung

##### 4.5.3.4.1 Das Grundmodell

Bei der buchwertorientierten Finanzierung ist die Entwicklung des Fremdkapitalbestands in jeder Periode $t$ an die Entwicklung des in der Bilanz der Unternehmung ausgewiesenen, aus Sicht des Bewertungszeitpunkts in der Regel stochastischen Buchwerts $\widetilde{BW}_t$ der verschuldeten Unternehmung gebunden. Die Anbindung des Fremdkapitalbestands an den Buchwert erfolgt mittels der deterministischen bilanziellen Fremdkapitalquote $l_t^B$, welche im Zeitablauf variieren kann. Der Fremdkapitalbestand der Periode $t$ beträgt somit[551]

$$(4.236)\; \widetilde{FK}_t = l_t^B \cdot \widetilde{BW}_t .$$

Die buchwertorientierte Finanzierung impliziert, dass der Buchwert der bilanzierten Wirtschaftsgüter der Unternehmung mit dem Anteil $l_t^B$ durch Fremdkapital und mit dem Anteil $\left(1 - l_t^B\right)$ durch Eigenkapital finanziert ist. Der Buchwert des Eigenkapitals der Unternehmung ist gegeben durch $\widetilde{BK}_t^l + \widetilde{GR}_t^l = \widetilde{BW}_t - \widetilde{FK}_t$. Hiermit resultiert der folgende Zusammenhang zwischen dem Buchwert des Eigenkapitals und dem Buchwert des Fremdkapitals:

$$(4.237)\; \widetilde{FK}_t = \frac{l_t^B}{\left(1 - l_t^B\right)} \cdot \left(\widetilde{BK}_t^l + \widetilde{GR}_t^l\right) .$$

Einsetzen von Gleichung (4.236) in das allgemeine Bewertungskalkül (4.147) ergibt den Wert der verschuldeten Unternehmung bei buchwertorientierter Finanzierung in allgemeiner Form:

---

[551] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 81; Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 239; Drukarczyk/Richter (2001), S. 635.

$$(4.238)\; V_0^B = V_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{i \cdot l_{t-1}^B \cdot E_0^Q\left\{\widetilde{B}W_{t-1}\right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot S_{FK} + l_0^B \cdot BW_0 \cdot \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)}.$$

Um dies weiter zu konkretisieren, ist der Buchwert der Unternehmung genauer zu betrachten. Der Buchwert ergibt sich aus der Bilanz der Unternehmung. Aufgrund der Bilanzidentität weisen Passivseite und Aktivseite der Bilanz die gleiche Bilanzsumme aus. Diese stellt den Buchwert der Unternehmung dar. Auf der Passivseite setzt sich der Buchwert aus dem Buchwert des Fremdkapitals[552] und dem Buchwert des Eigenkapitals (Gewinnrücklagen und Beteiligungskapital) zusammen. Der Fremdkapitalbestand ist durch Gleichung (4.15) gegeben, welche die Kenntnis des gesamten Buchwerts voraussetzt. Die Summe aus Gewinnrücklagen und Beteiligungskapital der verschuldeten Unternehmung ergibt sich wegen $\widetilde{B}K_t^l + \widetilde{G}R_t^l = \widetilde{B}W_t - \widetilde{F}K_t$ als Residualgröße aus der Finanzierungsstrategie und ist daher ohne die Kenntnis des gesamten Buchwerts und des Fremdkapitalbestands unbekannt. Die für die buchwertorientierte Finanzierung erforderliche Bestimmung des Buchwerts der Unternehmung ist daher ausgehend von der Passivseite nicht möglich. In Folge dessen ist zur Bestimmung des Buchwerts die Aktivseite der Bilanz zu betrachten. Hiervon ausgehend, kann der Fremdkapitalbestand (und der Bestand der Residualgröße Eigenkapital) ermittelt werden.

Die Aktivseite der Bilanz bildet die Investitionstätigkeit der Unternehmung (Mittelverwendung) ab. Auf der Aktivseite der Bilanz sind daher die Buchwerte der bilanzierungsfähigen Wirtschaftsgüter der Unternehmung ausgewiesen.[553] Der Buchwert wird bei Betrachtung der Aktivseite von den folgenden Faktoren determiniert: Investitionen $I\widetilde{N}V_t$ der Unternehmung führen zu einer Anschaffung von Wirtschaftsgütern. Sofern diese Wirtschaftsgüter bilanzierungsfähig sind, erhöht sich der Buchwert. Desinvestitionen stellen negative Investitionen dar und werden daher ebenfalls als $I\widetilde{N}V_t$ bezeichnet. Im Fall einer Desinvestition erfolgt eine Veräußerung von Wirtschaftsgütern. Der Buchwert der veräußerten Wirtschaftsgüter sinkt auf null. Wird der Veräußerungserlös (gegebenenfalls nach Unternehmensteuern) an die Kapitalgeber ausgekehrt, so mindert sich im Ergebnis der Buchwert um den Betrag der Desinvestition. Abschreibungen $A\widetilde{f}A_t$ der bilanzierten Wirtschaftsgüter, welche planmäßig oder außer-

[552] Der Buchwert des Fremdkapitals entspricht annahmegemäß dem Marktwert des Fremdkapitals, was unter der Prämisse fehlender Insolvenzrisiken für verbriefte und handelbare Fremdkapitaltitel immer gegeben ist. Probleme ergeben sich, wenn Verbindlichkeiten (beispielsweise Lieferantenkredite und Rückstellungen) nicht verbrieft und nicht handelbar sind, da dann ein Marktwert nicht existiert; vgl. Scholze (2006), S. 11-12, 20-21; Kruschwitz/Löffler/Scholze (2007), S. 2, 7-9. Existiert kein Marktwert der Verbindlichkeit, so ist sie für Zwecke der Bewertung nicht dem Finanzbereich, sondern dem Leistungsbereich der Unternehmung und somit der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung zuzuordnen; vgl. Scholze (2006), S. 11-12, 21. Dies kann durch eine Reformulierung der Bilanz erreicht werden; vgl. Kruschwitz/Löffler/Scholze (2007), S. 9-12. Bei der buchwertorientierten Finanzierung besteht dann allerdings das Problem, dass die zur Bewertung verwendete Fremdkapitalquote von der Fremdkapitalquote abweicht, welche beispielsweise mit den Kreditgebern vereinbart wird; vgl. hierzu Kruschwitz/Löffler/Scholze (2007), S. 12 ff. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass ausschließlich Verbindlichkeiten mit einem bekannten Marktwert, welcher dem Buchwert entspricht, in der Unternehmung vorhanden sind, so dass das genannte Problem nicht auftritt.

[553] Weitere aktive Bilanzpositionen wie aktive Rechnungsabgrenzungsposten und Bilanzierungshilfen werden vernachlässigt.

planmäßig erfolgen können, mindern den Buchwert. Der Buchwert einer Periode $t$ ergibt sich demnach aus dem Buchwert der Vorperiode mittels des Zusammenhangs[554]

$$(4.239)\; \widetilde{BW}_t = \widetilde{BW}_{t-1} + \widetilde{INV}_t - \widetilde{AfA}_t \quad .$$

Buchwerte stellen nichtnegative Größen dar. Es kann daher nicht mehr desinvestiert werden, als der aufgrund von Investitionen in den vergangenen Perioden aktivierte, um Abschreibungen geminderte Buchwert der Vorperiode. Es gilt daher

$$(4.240)\; \widetilde{BW}_t = \widetilde{BW}_{t-1} + \widetilde{INV}_t - \widetilde{AfA}_t \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widetilde{INV}_t \geq -\widetilde{BW}_{t-1} + \widetilde{AfA}_t \quad .$$

Bei endlicher Lebensdauer der Unternehmung wird davon ausgegangen, dass im Rahmen der Auflösung der Unternehmung die in Periode $T$ noch nicht vollständig abgeschriebenen Wirtschaftsgüter veräußert werden und die (ggf. nach Abzug von Steuerzahlungen) resultierenden finanziellen Mittel den Kapitalgebern zufließen. Dieser Zufluss ist unabhängig von der Kapitalstruktur und ist daher annahmegemäß in dem Cash-Flow $\widetilde{C}_T$ der Periode $T$ der unverschuldeten Unternehmung enthalten. Die Restbuchwerte der aufgrund der Veräußerung abgehenden Wirtschaftsgüter werden ausgebucht. Im Rahmen der Ausbuchung erfolgt eine vollständige Abschreibung der Restbuchwerte, so dass nach der Veräußerung in Periode $T$ der Zusammenhang $\widetilde{AfA}_T = \widetilde{BW}_{T-1}$ gilt. Da die finanziellen Mittel der Unternehmung in Periode $T$ vollständig ausgekehrt werden, können in $T$ keine Investitionen erfolgen, welche den Buchwert erhöhen, so dass $\widetilde{INV}_T = 0$ gilt. Der Buchwert der Unternehmung in Periode $T$ beträgt daher nach der Auskehrung im Ergebnis $\widetilde{BW}_T = 0$, so dass nach Gleichung (4.236) auch $\widetilde{FK}_T = 0$ gilt.

Der Buchwert, die Investitionen und die Abschreibungen sind in der Regel weder deterministisch noch stehen sie in einem spezifischen Zusammenhang mit dem Marktwert der gesamten Unternehmung, den Cash-Flows oder den Wertbeiträgen der Cash-Flows. Die Tax-Shields können daher – abweichend von den vorstehend betrachteten Finanzierungsstrategien – in der Regel nicht als lineare Funktion dieser Größen abgebildet werden. Auch sind sie nicht deterministisch. Im Allgemeinen kann daher Bewertungsgleichung (4.238) nicht weiter konkreti-

---

[554] Vgl. Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 141, 142; Drukarczyk/Richter (2001), S. 635. Bei Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 80, 82 wird der Buchwert der verschuldeten Unternehmung durch den Zusammenhang $\widetilde{BW}^l_t = \widetilde{BW}^l_{t-1} + \widetilde{INV}_t - \widetilde{AfA}_t + \Delta\widetilde{BK}^l_t$ modelliert, wobei $\Delta\widetilde{BK}^l_t$ die Kapitalerhöhung der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ darstellt, welche von der Kapitalerhöhung der unverschuldeten Unternehmung in Periode $t$ abweicht; aufgrund der unterschiedlichen Kapitalerhöhungen unterscheiden sich demnach die Buchwerte von verschuldeter und unverschuldeter Unternehmung. Dem wird hier nicht gefolgt. Der Buchwert kann zum einen über die Aktivseite der Bilanz, welche die Investitionen abbildet, mittels Gleichung (4.239) definiert werden. Zum anderen ist eine Definition über die Passivseite möglich, welche die Kapitalstruktur der Unternehmung abbildet. Der Buchwert einer Periode ist dann gegeben durch die Summe aus gezeichnetem Kapital, Gewinnrücklagen und (bei der verschuldeten Unternehmung) Fremdkapital. Im vorliegenden Modell wird der Buchwert über die Investitionspolitik, d.h. die Aktivseite, modelliert und es wird angenommen, dass sich die Buchwerte der verschuldeten und der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung nicht unterscheiden.

siert werden. Es existieren jedoch Spezialfälle der Modellierung des Buchwerts, welche zu einem deterministischen Buchwert oder einer linearen Relation von Tax-Shields und Cash-Flows führen, was zu einer Vereinfachung der Bewertung führt. Diese Spezialfälle werden im Folgenden betrachtet. Zunächst wird jedoch in allgemeiner Form auf die auch bei den vorstehend dargestellten Finanzierungsstrategien dargestellten Modellerweiterungen eingegangen.

#### 4.5.3.4.2 Modellerweiterungen

##### 4.5.3.4.2.1 Mehrperiodige Anpassungsintervalle

Auch bei der buchwertorientierten Finanzierung ist es möglich, mehrperiodige Anpassungsintervalle in die Bewertungsgleichung zu integrieren. Bei der buchwertorientierten Finanzierung mit mehrperiodigem Anpassungsintervall wird die Anpassung des Fremdkapitalbestands an den Buchwert mittels der deterministischen – und im Folgenden als durchgängig positiv angenommenen – Fremdkapitalquote $l_a^B$ nicht in jeder Periode, sondern jeweils zum Beginn $n(a)$ eines $x(a)$ Perioden umfassenden zeitlichen Intervalls vorgenommen. Innerhalb des Anpassungsintervalls wird der Fremdkapitalbestand als konstant vorausgesetzt und die erste Anpassung erfolgt in $n(0)=0$. Es resultiert die folgende allgemeine Bewertungsgleichung

$$(4.241)\, V_0^B = V_0 + \sum_{a=0}^{A} \frac{l_a^B \cdot E_0^Q\left\{\widetilde{B}W_{n(a)}\right\} \cdot \left[WBF_a - \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right]}{(1+i_s)^{n(a)}} + l_0^B \cdot BW_0 \cdot \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}$$

mit dem aus Tabelle 4.5 entnommenen Wertbeitragsfaktor

$$(4.242)\, WBF_a = \frac{s_{AZ}}{(1-s_e)} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i_s)^{x(a)}}\right) + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \cdot \frac{1}{(1+i_s)^{x(a)}}.$$

##### 4.5.3.4.2.2 Kombination mit der autonomen Finanzierung

Bei der buchwertorientierten Finanzierung wird vorausgesetzt, dass der Buchwert der verschuldeten Unternehmung dem Buchwert der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung entspricht und somit exogen gegeben ist. Wird nun neben dem aus der buchwertorientierten Finanzierung resultierenden Fremdkapital weiteres Fremdkapital im Rahmen der autonomen Finanzierung aufgenommen, so beeinflusst dies zwar die Kapitalstruktur, d.h. die Zusammensetzung der Passivseite der Bilanz der Unternehmung aus Fremdkapital und Eigenkapital, nicht jedoch den Buchwert der Unternehmung. Durch die buchwertorientierte Finanzierung ergeben sich daher keine Rückwirkungen auf den Wertbeitrag der autonomen Finanzierung. Der Wert der Unternehmung ist folglich unmittelbar gegeben durch

$$(4.243)\, V_0^{B,A} = V_0^B + WB_{0,T}$$

mit $WB_{0,T}$ aus Gleichung (4.149). Die Bewertung einer Kombination aus buchwertorientierter Finanzierung und autonomer Finanzierung gestaltet sich insoweit einfacher als die Bewertung der vorstehend betrachteten Konstellationen.

Als Spezialfall der Kombination von autonomer und buchwertorientierter Finanzierung ist eine Situation anzusehen, in welcher in der ersten Phase der Lebensdauer der Unternehmung von $t = 0$ bis $t = T^*$ ausschließlich eine autonome Finanzierung erfolgt, während in der zweiten Phase ausschließlich buchwertorientiert finanziert wird. Es folgt dann der Wert

$$(4.244)\; V_0^{B,A} = V_0 + WB_{0,T^*} + \sum_{t=T^*+1}^{T} \frac{i \cdot l_{t-1}^B \cdot E_0^Q\left\{\widetilde{BW}_{t-1}\right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot s_{FK} \;.$$

#### 4.5.3.4.3 Spezielle Modellierungen des Buchwerts

##### 4.5.3.4.3.1 Autonome Modellierung des Buchwerts

Die buchwertorientierte Finanzierung ist formal äquivalent mit der autonomen Finanzierung, wenn die Buchwerte der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung in jeder Periode aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ mit Sicherheit bekannt sind. Stochastische Änderungen des Fremdkapitalbestands sind bei Vorliegen deterministischer Buchwerte und deterministischer bilanzieller Fremdkapitalquoten ausgeschlossen. In diesem Fall ist die Bewertungsgleichung (4.148) der autonomen Finanzierung zur Bewertung bei buchwertorientierter Finanzierung zu verwenden. Es sind drei Konstellationen denkbar, die zu deterministischen Buchwerten führen.

In der ersten Konstellation tätigt die Unternehmung ausschließlich Ersatzinvestitionen. In dieser Konstellation entsprechen die Investitionen in jeder Periode den Abschreibungen, d.h. $\widetilde{INV}_t = \widetilde{AfA}_t$ für alle $t$. Der Buchwert der Wirtschaftsgüter der Unternehmung bleibt in dieser Konstellation nach Gleichung (4.239) im Zeitablauf konstant und beträgt $BW_0$.[555] Änderungen des Fremdkapitalbestands können sich demnach ausschließlich aufgrund von Schwankungen der deterministischen bilanziellen Fremdkapitalquote $l_t^B$ ergeben. Ist $l_t^B$ konstant, so ist folglich auch der Fremdkapitalbestand konstant. Werden ausschließlich Ersatzinvestitionen getätigt, so impliziert dies, dass die äquivalente unverschuldete Unternehmung in jeder Periode den bilanziellen Gewinn vollständig ausschüttet und darüber hinaus keine weiteren Ausschüttungen vornimmt. Der Free-Cash-Flow der unverschuldeten Unternehmung entspricht in diesem Fall dem EBIT nach Abzug der Unternehmensteuerzahlungen, d.h. $\widetilde{C}_t = \widetilde{EBIT}_t \cdot \left(1 - s_u\right)$. Die Ausschüttung der verschuldeten Unternehmung ergibt sich zu $\widetilde{DIV}_t^l = \left(\widetilde{EBIT}_t - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\right) \cdot \left(1 - s_u\right)$.[556]

In der zweiten Konstellation tätigt die Unternehmung neben den Ersatzinvestitionen auch Zusatzinvestitionen, deren Umfang aus Sicht des Bewertungszeitpunkts mit Sicherheit bekannt ist. In dieser Konstellation sind die Investitionen einer Periode gegeben durch

[555] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 84. Änderungen des Buchwerts sind bei Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 84 möglich, wenn sich der Bestand des Beteiligungskapitals ändert. Dem wird hier nicht gefolgt.

[556] Bei Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 82-85 wird der Fall der vollständigen Ausschüttung der Gewinne und der ausschließlichen Tätigung von Ersatzinvestitionen unterschieden. Die Unterschiede ergeben sich aus der Annahme, dass sich die Buchwerte der verschuldeten und der unverschuldeten Unternehmung aufgrund von Änderungen des Beteiligungskapitals unterscheiden können. Da dies in der vorliegenden Arbeit nicht nachvollzogen wird, fallen hier beide Konstellationen zusammen.

$\widetilde{INV}_t = \widetilde{AfA}_t + INV_t^Z$. Für den Buchwert der Periode $t$ folgt dann nach Gleichung (4.239) $BW_t = BW_0 + \sum_{\tau=1}^{t} INV_t^Z$. Der Buchwert ist demnach zwar nicht konstant, jedoch weiterhin im Zeitablauf deterministisch, so dass im Ergebnis eine autonome Finanzierung vorliegt.[557]

In der dritten Konstellation sind die Investitionen der Unternehmung stochastisch. Bilanzpolitische Maßnahmen sind – abweichend von Gleichung (4.239) – zulässig. Bilanzpolitische Maßnahmen sind hier erforderlich, um den deterministischen Buchwert zu garantieren.[558] Dieser Ansatz wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht formalisiert.

#### 4.5.3.4.3.2 Cash-Flow-orientierte Modellierung des Buchwerts

##### 4.5.3.4.3.2.1 Investitionspolitik und Abschreibungen

Die Cash-Flow-orientierte Modellierung des Buchwerts ermöglicht in bestimmten Konstellationen die Herstellung einer linearen Relation zwischen den fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen und den Cash-Flows $\widetilde{C}_t$. Die resultierende Bewertungsgleichung entspricht strukturell der Bewertungsgleichung bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads. Im Folgenden wird zunächst die Cash-Flow-orientierte Modellierung des Buchwerts in allgemeiner Form dargestellt. Anschließend werden Bedingungen erläutert, unter denen sich eine lineare Relation zwischen Fremdkapitalbeständen und Cash-Flows ergibt.

Der Buchwert der Unternehmung ist durch das Investitionsprogramm der Unternehmung determiniert. Da in den Buchwert annahmegemäß ausschließlich Investitionen und Abschreibungen eingehen, reicht zur Modellierung des Buchwerts die Beschreibung des Investitionsverhaltens und der Abschreibungen der Unternehmung aus. Die für die unverschuldete und die verschuldete Unternehmung identische Investitionspolitik ist Cash-Flow-orientiert.[559] Dies bedeutet, dass die Unternehmung in jeder Periode $t$ Investitionen $\widetilde{INV}_t$ in Höhe eines aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministischen Anteils $\alpha_t$ des Free-Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ der unverschuldeten Unternehmung durchführt, d.h.:

(4.245) $\widetilde{INV}_t = \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t$ .

Im Fall $\alpha_t > 0$ erfolgen für positive Realisationen von $\widetilde{C}_t$ demnach Investitionen und für negative Realisationen Desinvestitionen.[560] Für $\alpha_t < 0$ ist dies umgekehrt. Der Brutto-Cash-Flow abzüglich Steuern sei definiert durch $\widetilde{BC}_t - s_u \cdot \widetilde{EBIT}_t = \widetilde{C}_t + \widetilde{INV}_t$.[561] Der Fall $\alpha_t > 0$ impliziert, dass Free-Cash-Flow und Brutto-Cash-Flow abzüglich Steuern einer Periode das gleiche Vorzeichen aufweisen. Im Fall $\alpha_t < 0$ sind dagegen Konstellationen möglich, in denen der Brutto-Cash-Flow abzüglich Steuern negativ (positiv) ist, während der Free-Cash-

[557] Ähnlich Wiese (2006a), S. 171.
[558] Vgl. Scholze (2006), S. 24-25.
[559] Vgl. zur Cash-Flow-orientierten Investitionspolitik Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 85-87; Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 142-143; ähnlich Drukarczyk/Richter (2001), S. 635.
[560] Vgl. Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 143.
[561] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 81; Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 142.

Flow aufgrund von Desinvestitionen (Investitionen) positiv (negativ) ist. Bei endlicher Lebensdauer erfolgt in der letzten Periode $T$ keine Investition, so dass $\alpha_T = 0$ zu setzen ist.

Nunmehr sind die Abschreibungen zu betrachten. Hierzu wird zunächst eine Periode $t < T$ betrachtet, in der eine Investition erfolgt. Desinvestitionen in den Perioden $\tau > t$ seien ausgeschlossen, so dass die aufgrund der Investition $\widetilde{INV}_t$ erworbenen Wirtschaftsgüter bis zur vollständigen Abschreibung bzw. bis zum Ende der Lebensdauer der Unternehmung in der Bilanz der Unternehmung aktiviert sind. Es wird nun angenommen, dass in Periode $t$ die Investitionssumme $\widetilde{INV}_t = \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t$ auf $J$ Wirtschaftsgüter aufzuteilen ist, welche unterschiedlichen Abschreibungsregeln unterliegen. Der Anteil an der Investitionssumme, welcher in Periode $t$ in ein Wirtschaftsgut $j \in [1\,;J]$ investiert wird, sei mit $\widetilde{\alpha}_t^j \geq 0$ bezeichnet, wobei $\sum_{j=1}^{J} \widetilde{\alpha}_t^j = 1$ gilt; die Anschaffungskosten des Wirtschaftsguts $j$ sind somit gegeben durch $\widetilde{\alpha}_t^j \cdot \widetilde{INV}_t$. Der Anteil $\widetilde{\alpha}_t^j$ ist aus Sicht der Investitionsperiode $t$ deterministisch und kann aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t = 0$ stochastisch sein.[562]

Nunmehr sind die Abschreibungsverläufe der einzelnen Wirtschaftsgüter zu charakterisieren.[563] Der in Periode $\tau$ in der Bilanz der Unternehmung ausgewiesene nichtnegative Restbuchwert eines in Periode $t \leq \tau$ erworbenen Wirtschaftsguts $j$ sei gegeben durch $\widetilde{BW}_{t,\tau}^j \geq 0$. Zwischen dem Buchwert $\widetilde{BW}_{t,\tau}^j$ der Periode $\tau$ und den Anschaffungskosten des Wirtschaftsguts $\widetilde{\alpha}_t^j \cdot \widetilde{INV}_t$ besteht der Zusammenhang

$$(4.246)\ \widetilde{BW}_{t,\tau}^j = \widetilde{b}_{t,\tau}^j \cdot \widetilde{\alpha}_t^j \cdot \widetilde{INV}_t,$$

wobei $\widetilde{b}_{t,\tau}^j$ mit $0 \leq \widetilde{b}_{t,\tau}^j \leq 1$ den in Periode $\tau$ noch nicht abgeschriebenen Anteil der Anschaffungskosten des in Periode $t$ erworbenen Wirtschaftsguts $j$ darstellt. Der Buchwert $\widetilde{BW}_{t,\tau}^j$ der Periode $\tau$ ergibt sich aus dem Buchwert der Vorperiode $\tau - 1$ durch Abzug der Abschreibungen $\widetilde{AfA}_{t,\tau}^j$ der Periode $\tau$. Mit Definition (4.246) folgt somit

$$(4.247)\ \widetilde{BW}_{t,\tau}^j = \widetilde{BW}_{t,\tau-1}^j - \widetilde{AfA}_{t,\tau}^j \quad \Leftrightarrow \quad \widetilde{AfA}_{t,\tau}^j = \left(\widetilde{b}_{t,\tau-1}^j - \widetilde{b}_{t,\tau}^j\right) \cdot \widetilde{\alpha}_t^j \cdot \widetilde{INV}_t.$$

Bei endlicher Lebensdauer werden die Wirtschaftsgüter annahmegemäß in der letzten Periode $T$ vollständig abgeschrieben; es ist somit $\widetilde{b}_{t,T}^j = 0$ zu setzen.

[562] Vgl. zu dieser Modellierung Mai (2008b), S. 615. Im Modell von Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 86; Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 142 wird angenommen, dass alle Wirtschaftsgüter über einen identischen Abschreibungszeitraum von $t_A$ Perioden linear abgeschrieben werden. Bei Drukarczyk/Richter (2001), S. 635 erfolgt eine degressive Abschreibung des gesamten Buchwerts einer Periode mit der Abschreibungsrate $d$. Das in der vorliegenden Arbeit betrachtete verallgemeinerte Modell enthält die Modelle von Kruschwitz/Löffler (2006a), Essler/Kruschwitz/Löffler (2004) und Drukarczyk/Richter (2001) als Spezialfälle.
[563] Vgl. hierzu Mai (2008b), S. 615.

Abschreibungen können planmäßig oder außerplanmäßig erfolgen.[564] Planmäßige Abschreibungen werden nach einem bereits im Bewertungszeitpunkt feststehenden Abschreibungsplan vorgenommen. Außerplanmäßige Abschreibungen sind beispielsweise vorzunehmen, wenn der Marktwert eines Wirtschaftsguts voraussichtlich dauerhaft unter den in der Bilanz ausgewiesenen Buchwert fällt. Erfolgen ausschließlich planmäßige Abschreibungen, so sind die Abschreibungen einer Periode $\tau$ und somit die Anteile $b_{t,\tau}^{j}$ bereits in der Investitionsperiode $t$ mit Sicherheit bekannt und somit deterministisch. Es gilt beispielsweise für die lineare Abschreibung[565] mit der Abschreibungsdauer $t_A^j$ $b_{t,\tau}^{j} = \max\left[\left(t_A^j - (\tau - t)\right)/t_A^j \;\;,\;\; 0\right]$ und für die geometrisch degressive Abschreibung[566] mit der Abschreibungsrate $d^j$ $b_{t,\tau}^{j} = \left(1 - d^j\right)^{\tau - t}$. Sind im Fall nicht abschreibungsfähiger Wirtschaftsgüter keine planmäßigen Abschreibungen vorzunehmen, so gilt $b_{t,\tau}^{j} = 1$ für alle $\tau$. Außerplanmäßige Abschreibungen sind dagegen in der Investitionsperiode $t$ nicht mit Sicherheit bekannt, da beispielsweise die Entwicklung des Marktwerts des bilanzierten Wirtschaftsguts stochastischen Schwankungen unterliegt. Außerplanmäßige Abschreibungen implizieren daher stochastische Anteile $\widetilde{b}_{t,\tau}^{j}$. In bestimmten Konstellationen sind auch Zuschreibungen denkbar. So erfolgt beispielsweise bei Zerobonds eine Zuschreibung nach Maßgabe der Effektivverzinsung.[567] Zuschreibungen können abgebildet werden, indem Parameter $\widetilde{b}_{t,\tau}^{j} > 1$ zugelassen werden.

Nunmehr sind Desinvestitionen zu betrachten.[568] Erfolgen in einer Periode $\tau < T$ Desinvestitionen, so mindert sich der Buchwert $\widetilde{BW}_\tau$ um den Betrag $I\widetilde{N}V_\tau = \alpha_\tau \cdot \widetilde{C}_\tau$. Dies impliziert, dass Wirtschaftsgüter, deren Restbuchwert $\alpha_\tau \cdot \widetilde{C}_\tau$ beträgt, veräußert und deswegen ausgebucht werden. Da die Restbuchwerte somit entfallen, entfallen im Vergleich zu der Situation ohne Desinvestition auch die zukünftigen Abschreibungen der von der Desinvestition betroffenen Wirtschaftsgüter. Es wird nun angenommen, dass in Periode $\tau$ $k \in [1\,;K]$ Wirtschaftsgüter bilanziert sind, deren jeweilige Restbuchwerte unterschiedliche Abschreibungsverläufe aufweisen. Es gilt regelmäßig $K \neq J$. Werden beispielsweise alle Wirtschaftsgüter ausgehend vom Investitionszeitpunkt über zwei Perioden linear abgeschrieben $(J = 1)$, so wären die Restbuchwerte der im Bewertungszeitpunkt vorhandenen Wirtschaftsgüter teilweise über eine und teilweise über zwei Perioden abzuschreiben $(K = 2)$. Bezeichnet $\widetilde{\alpha}_\tau^k$ den (aus Sicht des Bewertungszeitpunkts stochastischen) Anteil der Wirtschaftsgüter mit einem bestimmten Abschreibungsverlauf bezüglich des Restbuchwerts am gesamten Desinvestitionsbetrag, so gilt

[564] Vgl. §§ 253 HGB, 6, 7 EStG.
[565] Vgl. im Ergebnis Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 81; Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 142.
[566] Vgl. im Ergebnis Drukarczyk/Richter (2001), S. 635.
[567] Vgl. Schmidt/Glanegger (2007), § 6 EStG, Rz. 365, S. 564, Tz. 396, S. 570.
[568] Vgl. Mai (2008b), S. 617-619.

(4.248) $\widetilde{INV}_\tau = \alpha_\tau \cdot \widetilde{C}_\tau \cdot \sum_{k=1}^{K} \widetilde{\alpha}_\tau^k$ .

Da Buchwerte nicht negativ sein können, ist neben der Bedingung $\widetilde{B}W_\tau = \widetilde{B}W_{\tau-1} + \alpha_\tau \cdot \widetilde{C}_\tau - \widetilde{AfA}_\tau \geq 0$ zu fordern, dass für jedes einzelne dieser Wirtschaftsgüter der Restbuchwert in Periode $\tau$ nach der Desinvestition $\widetilde{B}W_{t,\tau}^j \geq 0$ beträgt. Bezogen auf die einzelnen Wirtschaftsgüter folgen somit die $K$ Bedingungen $\widetilde{B}W_{t,\tau-1}^k + \widetilde{\alpha}_\tau^k \cdot \alpha_\tau \cdot \widetilde{C}_\tau - \widetilde{AfA}_{t,\tau}^k \geq 0$. Die Parameter $\alpha_\tau$ und $\widetilde{\alpha}_\tau^k$ sind demnach so zu wählen, dass jede einzelne dieser Nichtnegativitätsbedingungen erfüllt ist, was die zulässigen Wertebereiche der Parameter restringiert.[569]

**4.5.3.4.3.2.2 Die Bewertungsgleichung bei Ausschluss von Desinvestitionen**

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass ausschließlich Investitionen, d.h. $\widetilde{INV}_t \geq 0$ für alle $t$, erfolgen; Desinvestitionen $\left(\widetilde{INV}_t < 0\right)$ sind dagegen ausgeschlossen. Für die Herleitung der Bewertungsgleichung ist es zweckmäßig, den Zusammenhang zwischen dem Buchwert $\widetilde{B}W_\tau$ einer Periode $\tau$ und den Restbuchwerten $\widetilde{B}W_{t,\tau}^j$ der einzelnen Wirtschaftsgüter zu betrachten.[570] Dieser ist gegeben durch

(4.249) $\widetilde{B}W_\tau = \sum_{t \leq \tau} \sum_{j=1}^{J} \widetilde{B}W_{t,\tau}^j$ .

Die fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen einer Periode $\tau + 1$ können nunmehr dargestellt werden durch

(4.250)
$$\begin{aligned} &\widetilde{F}K_\tau \cdot i \cdot s_{AZ} + \left(\widetilde{F}K_{\tau+1} - \widetilde{F}K_\tau\right) \cdot s_{FB} \\ &= \sum_{t \leq \tau} \sum_{j=1}^{J} l_\tau^B \cdot \widetilde{B}W_{t,\tau}^j \cdot i \cdot s_{AZ} + \left( \sum_{t \leq \tau+1} \sum_{j=1}^{J} l_{\tau+1}^B \cdot \widetilde{B}W_{t,\tau+1}^j - \sum_{t \leq \tau} \sum_{j=1}^{J} l_\tau^B \cdot \widetilde{B}W_{t,\tau}^j \right) \cdot s_{FB} \quad . \end{aligned}$$

Aufgrund der Wertadditivität des Bewertungsmodells können die einzelnen Summanden von Gleichung (4.250) isoliert bewertet werden. Weiterhin können mit einzelnen Summanden anderer Perioden Bewertungseinheiten gebildet werden. Es bietet sich nun an, die fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen aller Perioden $\tau + 1 > t$, welche aus der in Periode $t$ getätigten Investition $\widetilde{INV}_t$ resultieren, zu einer Bewertungseinheit zusammenzufassen. Der Wertbeitrag $\widetilde{WB}_t\left(\widetilde{INV}_t\right)$ einer solchen Bewertungseinheit zum Wert der gesamten Tax-Shields ist unter dem Informationsstand der Periode $t$ bei Verwendung der Gleichungen (4.245), (4.246) und

[569] Die Nichtnegativitätsbedingungen fallen zu der auf den Gesamtbuchwert bezogenen Bedingung zusammen, wenn alle Wirtschaftsgüter geometrisch degressiv mit einer einheitlichen Rate abzuschreiben sind.
[570] Vgl. zum Folgenden Mai (2008b), S. 615-617.

(4.238) sowie des Zusammenhangs $\widetilde{E}_t^Q\left\{\ \widetilde{\alpha}_t^j \cdot I\widetilde{N}V_t\ \right\} = \widetilde{\alpha}_t^j \cdot I\widetilde{N}V_t$ in allgemeiner Form gegeben durch[571]

$$\widetilde{W}B_t\left(I\widetilde{N}V_t\right) = \sum_{j=1}^{J}\sum_{\tau=t+1}^{T}\frac{i \cdot l_{\tau-1}^B \cdot \widetilde{E}_t^Q\left\{\ \widetilde{B}W_{t,\tau-1}^j\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^{\tau-t}} \cdot S_{FK} + l_t^B \cdot \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t \cdot \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)}$$

(4.251)

$$= l_t^B \cdot \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t \cdot \left(\sum_{\tau=t+1}^{T}\left[\frac{l_{\tau-1}^B}{l_t^B} \cdot \frac{i \cdot \sum_{j=1}^{J}\widetilde{\alpha}_t^j \cdot \widetilde{E}_t^Q\left\{\ \widetilde{b}_{t,\tau-1}^j\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^{\tau-t}} \cdot S_{FK}\right] + \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)}\right).$$

Das Ziel der weiteren Ausführungen besteht nun darin, Bedingungen zu analysieren, unter denen eine lineare Relation zwischen dem Wertbeitrag der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen und dem Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ besteht, so dass eine Darstellung der Form

(4.252) $\widetilde{W}B_t\left(I\widetilde{N}V_t\right) = l_t^B \cdot \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t \cdot WBF_{t,T}$

mit dem deterministischen Wertbeitragsfaktor $WBF_{t,T}$ möglich ist. Aus Sicht des Bewertungszeitpunkts $t=0$ enthält der Wertbeitrag (4.251) neben dem stochastischen Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ als potentiell stochastische Komponenten die Anteile $\widetilde{\alpha}_t^j$ und die risikoneutralen Erwartungswerte $\widetilde{E}_t^Q\left\{\widetilde{b}_{t,\tau-1}^j\right\}$. Soll nun ein deterministischer Wertbeitragsfaktor $WBF_{t,T}$ vorliegen, so sind deterministische Größen $\alpha_t^j$ und $E_t^Q\left\{\widetilde{b}_{t,\tau-1}^j\right\}$ anzunehmen; stochastische Parameter $\widetilde{b}_{t,\tau}^j$ sind hierbei durchaus denkbar. Es ist jedoch nicht möglich, eine lineare Relation zwischen $\widetilde{b}_{t,\tau}^j$ und den zukünftigen Cash-Flows $\widetilde{C}_\tau$ herzustellen, so dass die Bestimmung von $E_t^Q\left\{\widetilde{b}_{t,\tau-1}^j\right\}$ nicht auf die Bewertung der Cash-Flows $\widetilde{C}_\tau$ zurückgeführt werden kann; insbesondere kann bei Diskontierung mit deterministischen Kapitalkosten $k_h$ der unverschuldeten Unternehmung kein Zusammenhang der Form

(4.253) $$\frac{\widetilde{E}_t^Q\left\{\ \widetilde{b}_{t,\tau-1}^j\ \right\}}{\left(1+i_s\right)^{\tau-t}} = \frac{E_t\left(\widetilde{b}_{t,\tau-1}^j\right)}{\prod_{h=t+1}^{\tau}\left(1+\frac{k_h}{\left(1-s_v\right)}\right)}$$

[571] Bei Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 136-141 resultiert bei abweichender formaler Herleitung das analoge Ergebnis für den Fall der einheitlichen linearen Abschreibung.

hergestellt werden. Soll nun durch die buchwertorientierte Finanzierung keine von den Cash-Flows $\widetilde{C}_\tau$ unabhängige Risikoquelle in das Modell eingeführt werden, so sind deterministische $b_{t,\tau-1}^j$ anzunehmen; es gilt dann $E_t^Q\left\{\widetilde{b}_{t,\tau-1}^j\right\}/(1+i)^{\tau-t} = b_{t,\tau-1}^j/(1+i)^{\tau-t}$.[572]

Deterministische Anteile $\alpha_t^j$ implizieren, dass es ausgeschlossen ist, dass die Unternehmung bei günstiger Entwicklung der Umwelt unterschiedlich abzuschreibende Wirtschaftsgüter in anderer Zusammensetzung erwirbt als bei ungünstiger Entwicklung. Die Abbildung einer möglichen Abhängigkeit der Investitionen von der Entwicklung der Umwelt ist somit im vorliegenden Modellrahmen nicht möglich. Deterministische $b_{t,\tau-1}^j$ implizieren, dass ausschließlich deterministische Abschreibungsverläufe abgebildet werden können.

Im Fall deterministischer $\alpha_t^j$ und $b_{t,\tau-1}^j$ folgt der deterministische Wertbeitragsfaktor

$$(4.254)\; WBF_{t,T} = \sum_{\tau=t+1}^{T}\left[\frac{l_{\tau-1}^B}{l_t^B}\cdot\frac{\sum_{j=1}^{J}\alpha_t^j\cdot b_{t,\tau-1}^j}{(1+i_s)^{\tau-t}}\right]\cdot i\cdot S_{FK}+\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\;.$$

Der heutige Wert $WB_0\left(\widetilde{INV}_t\right)$ des Wertbeitrags der Investition der Periode $t$ ergibt sich dann bei zur Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads analoger Vorgehensweise zu

$$(4.255)\; WB_0\left(\widetilde{INV}_t\right)=V_0\left(\widetilde{C}_t\right)\cdot FSF_t^B$$

mit

$$(4.256)\; FSF_t^B = l_t^B\cdot\alpha_t\cdot\left[WBF_{t,T}-\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right]\cdot\frac{(1-s_v)}{(1-s_d)}\;.$$

Der im Bewertungszeitpunkt $t=0$ in der Bilanz ausgewiesene Buchwert $BW_0$ beeinflusst ebenfalls die Fremdkapitalbestände und somit die fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen. Der Buchwert $BW_0$ setzt sich aus $K$ Wirtschaftsgütern zusammen, welche jeweils durch einen spezifischen Abschreibungsverlauf bezüglich des in $t=0$ bilanzierten Restbuchwerts (dieser unterscheidet sich von den Anschaffungskosten) charakterisiert seien.[573] Es gilt $K\neq J$. Werden beispielsweise alle Wirtschaftsgüter ausgehend vom Investitionszeitpunkt über zwei Perioden linear abgeschrieben $(J=1)$, so sind die Restbuchwerte der im Bewertungszeitpunkt vorhandenen Wirtschaftsgüter teilweise über eine und teilweise über zwei Perioden abzuschreiben $(K=2)$. Bezeichnet $\alpha_0^k$ den Anteil der Wirtschaftsgüter $k\in[1\,;K]$,

[572] Für die bei Kruschwitz/Löffler (2006a), Essler/Kruschwitz/Löffler (2004) betrachtete einheitliche lineare Abschreibung sowie die bei Drukarczyk/Richter (2001) betrachtete geometrisch degressive Abschreibung ist dies gegeben.

[573] Selbstverständlich können die Restbuchwerte auch unter expliziter Berücksichtigung des in den Perioden $t\leq 0$ liegenden Investitionszeitpunkts dargestellt werden; vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 137-139.

welche einen identischen Abschreibungsverlauf aufweisen, und sind wiederum ausschließlich planmäßige, deterministische Abschreibungen vorzunehmen, so ergibt sich der Wertbeitrag der aus dem Buchwert $BW_0$ resultierenden Tax-Shields unter Verwendung der zu Gleichung (4.246) analogen Definition $BW_{0,\tau}^k = b_{0,\tau}^k \cdot \alpha_0^k \cdot BW_0$ zu

$$(4.257)\, WB_0\left(BW_0\right) = l_0^B \cdot BW_0 \cdot WBF_{0,T}$$

mit

$$(4.258)\, WBF_{0,T} = \sum_{\tau=1}^{T}\left[\frac{l_{\tau-1}^B}{l_0^B} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{K} \alpha_0^k \cdot b_{0,\tau-1}^k}{\left(1+i\right)^\tau}\right] \cdot i \cdot S_{FK} + \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)} \ .$$

Bei Vorliegen deterministischer $\alpha_t^j$ und $b_{t,\tau-1}^j$ ergibt sich demnach für den Fall, dass ausschließlich Investitionen erfolgen, ausgehend von den Gleichungen (4.255) und (4.257), die folgende Bewertungsgleichung für die verschuldete Unternehmung:

$$(4.259)\, V_0^B = V_0 + WB_0\left(BW_0\right) + \sum_{t=1}^{T} WB_0\left(I\tilde{N}V_t\right) \ .$$

Bei konstanter Investitionsquote $\alpha$, konstanter Aufteilungsquote $\alpha^j$, konstanter Fremdkapitalquote $l^B$ sowie unendlicher Lebensdauer der Unternehmung ergeben sich konstante fremdkapitalbedingte steuerliche Anpassungsfaktoren $FSF_\infty^B$. Der Wert der verschuldeten Unternehmung vereinfacht sich in diesem Fall zu[574]

$$(4.260)\quad \begin{aligned} V_0^B &= V_0 + \sum_{t=1}^{\infty} V_0\left(\tilde{C}_t\right) \cdot FSF_\infty^B + WB_0\left(BW_0\right) \\ &= \left(V_0 - \sum_{t=1}^{\infty} WB_0\left(\Delta\tilde{B}K_t\right)\right) \cdot \left(1 + FSF_\infty^B\right) + \sum_{t=1}^{\infty} WB_0\left(\Delta\tilde{B}K_t\right) + WB_0\left(BW_0\right) \ . \end{aligned}$$

### 4.5.3.4.3.2.3 Die Abbildung von Desinvestitionen

Nunmehr ist die Möglichkeit der Abbildung von Desinvestitionen genauer zu betrachten.[575] Wird die Abbildung von Investitionen unverändert beibehalten, so werden Minderungen des Buchwerts der vorhandenen Wirtschaftsgüter aufgrund etwaiger Desinvestitionen bei der Ermittlung des Wertbeitragsfaktors (4.254) nicht berücksichtigt. Die Abbildung der Desinvestitionen einer Periode $t$ erfolgt dann mittels eines an den Cash-Flow $\alpha_t \cdot \tilde{C}_t$ anknüpfenden Korrekturterms. Dies wird zunächst anhand einer Situation erläutert, in der alle Wirtschaftsgüter über zwei Perioden linear abzuschreiben sind. Der Wertbeitrag (4.251) ist dann für eine Investition in Periode $t-1$ gegeben durch

[574] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 87, 141-142;Essler/Kruschwitz/Löffler (2004), S. 144 für das Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung.
[575] Vgl. zum Folgenden Mai (2008b), S. 617-619.

$$(4.261)\;\widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{INV}_{t-1}\right)=l_{t-1}^{B}\cdot\alpha_{t-1}\cdot\widetilde{C}_{t-1}\cdot\left[\left(\frac{l_{t-1}^{B}}{l_{t-1}^{B}}\cdot\frac{1}{(1+i_s)}+\frac{l_t^{B}}{l_{t-1}^{B}}\cdot\frac{0{,}5}{(1+i_s)}\right)\cdot i\cdot S_{FK}+\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right].$$

Erfolgt nun in Periode $t$ eine Desinvestition der Höhe $\alpha_t\cdot\widetilde{C}_t$, so wird der Bestand der in Periode $t-1$ erworbenen und bereits einmal abgeschriebenen Wirtschaftsgüter um $\alpha_t\cdot\widetilde{C}_t$ vermindert. Der aufgrund der Desinvestition in Periode $t$ entfallende Restbuchwert dieser Wirtschaftsgüter ist bereits durch den Wertbeitrag der Periode $t-1$ berücksichtigt, so dass eine Korrektur erforderlich ist. Diese beläuft sich auf

$$(4.262)\;\widetilde{WB}_{t}\left(\widetilde{INV}_{t}\right)=l_{t}^{B}\cdot\alpha_{t}\cdot\widetilde{C}_{t}\cdot\left[\frac{l_{t}^{B}}{l_{t}^{B}}\cdot\frac{1}{(1+i_s)}\cdot i\cdot S_{FK}+\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right],$$

da der Restbuchwert bei Verzicht auf die Desinvestition lediglich über eine Periode abzuschreiben wäre. Die in dem Korrekturfaktor auf den Restbuchwert anzuwendende Abschreibungsdauer unterscheidet sich demnach von der auf Investitionen anzuwendenden Abschreibungsdauer.[576] Dies hat Konsequenzen für die lineare Beziehung zwischen den fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen und den Cash-Flows: Können in Periode $t$ aus Sicht einer Vorperiode sowohl positive als auch negative Realisationen von $\widetilde{C}_t$ auftreten, d.h. es können aus Sicht der Vorperiode sowohl Investitionen als auch Desinvestitionen auftreten, so folgt für den Wertbeitrag

$$(4.263)\;\widetilde{WB}_{t}\left(\widetilde{INV}_{t}\right)=l_{t}^{B}\cdot\alpha_{t}\cdot\widetilde{C}_{t}\cdot\begin{cases}\left[\frac{l_{t}^{B}}{l_{t}^{B}}\cdot\frac{1}{(1+i_s)}\cdot i\cdot S_{FK}+\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right] & \text{für } \widetilde{INV}_t<0\\[2ex] \left[\left(\frac{l_{t-1}^{B}}{l_{t-1}^{B}}\cdot\frac{1}{(1+i_s)}+\frac{l_t^{B}}{l_{t-1}^{B}}\cdot\frac{0{,}5}{(1+i_s)}\right)\cdot i\cdot S_{FK}+\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right] & \text{für } \widetilde{INV}_t\geq 0\,.\end{cases}$$

Offensichtlich besteht hier aus Sicht der Vorperiode $t-1$ (und auch aus Sicht des Bewertungszeitpunkts) kein linearer Zusammenhang zwischen $\widetilde{C}_t$ und den fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen. Im Fall linearer Abschreibungen ist daher für das Bestehen des linearen Zusammenhangs vorauszusetzen, dass in einer Periode $t$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts entweder ausschließlich Investitionen oder ausschließlich Desinvestitionen auftreten können. Es muss demnach bereits aus Sicht des Bewertungszeitpunkts bekannt sein, dass in einer Periode $t$ entweder ausschließlich positive Realisationen von $\widetilde{C}_t$ oder ausschließlich negative Realisationen von $\widetilde{C}_t$ auftreten.

Der Fall der geometrisch degressiven Abschreibung (ohne Möglichkeit des Wechsels zur linearen Abschreibung) ist dagegen in Bezug auf die lineare Beziehung zwischen $\widetilde{C}_t$ und den

---

[576] Die Abbildung von Desinvestitionen setzt demnach ein Modell voraus, welches unterschiedliche Abschreibungsdauern zulässt. Desinvestitionen können somit im Ausgangsmodell von Kruschwitz/Löffler (2006a) nicht abgebildet werden.

Tax-Shields unproblematisch. Im Fall einer Investition in Periode $t-1$ ergibt sich bei einheitlicher degressiver Abschreibung mit der Rate $d$ ein Wertbeitrag von

$$(4.264)\ \widetilde{WB}_{t-1}\left(\widetilde{INV}_{t-1}\right)=l_{t-1}^{B}\cdot\alpha_{t-1}\cdot\widetilde{C}_{t-1}\cdot\left[\sum_{\tau=t}^{T}\frac{l_{\tau-1}^{B}}{l_{t-1}^{B}}\cdot\frac{(1-d)^{\tau-t}}{(1+i_s)^{\tau-(t-1)}}\cdot i\cdot S_{FK}+\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right].$$

Im Fall einer Desinvestition in $t$ wird der Bestand der in Periode $t-1$ erworbenen und bereits einmal abgeschriebenen Wirtschaftsgüter um $\alpha_t\cdot\widetilde{C}_t$ vermindert, so dass wiederum ein Korrekturfaktor erforderlich ist, welcher die in dem Wertbeitrag der Periode $t-1$ berücksichtigten fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen neutralisiert. Der Korrekturfaktor beträgt

$$(4.265)\ \widetilde{WB}_{t}\left(\widetilde{INV}_{t}\right)=l_{t}^{B}\cdot\alpha_{t}\cdot\widetilde{C}_{t}\cdot\left[\sum_{\tau=t+1}^{T}\frac{l_{\tau-1}^{B}}{l_{t}^{B}}\cdot\frac{(1-d)^{\tau-(t+1)}}{(1+i_s)^{\tau-t}}\cdot i\cdot S_{FK}+\frac{s_{FB}}{(1-s_v)}\right]$$

und unterscheidet sich daher von dem analog zu Gleichung (4.264) ermittelten Wertbeitrag einer Investition in Periode $t$ ausschließlich durch die Realisation von $\widetilde{C}_t$, so dass die gewünschte lineare Beziehung vorliegt. Werden ausschließlich geometrisch degressive Abschreibungen vorgenommen, so ist demnach nicht vorauszusetzen, dass aus Sicht des Bewertungszeitpunkts in einer Periode $t$ entweder ausschließlich positive Realisationen von $\widetilde{C}_t$ oder ausschließlich negative Realisationen von $\widetilde{C}_t$ auftreten.

Insgesamt gesehen sind die Voraussetzungen zur Abbildung von Desinvestitionen restriktiv, da zum einen die Nichtnegativitätsbedingung bezüglich der Restbuchwerte einzuhalten ist und da zum anderen, außer im Fall, dass nur geometrisch degressiv abgeschrieben wird, vorauszusetzen ist, dass bereits im Bewertungszeitpunkt bekannt sein muss, dass in einer Periode $t$ entweder ausschließlich positive Realisationen von $\widetilde{C}_t$ oder ausschließlich negative Realisationen von $\widetilde{C}_t$ auftreten.

#### 4.5.3.4.3.2.4 Die Abbildung mehrperiodiger Anpassungsintervalle

Bezüglich des Buchwerts wird im Folgenden angenommen, dass die Prämissen des Modells mit einperiodigem Anpassungsintervall gelten. Insbesondere werden unabhängig vom Anpassungsintervall der Fremdfinanzierung in jeder Periode Investitionen in Höhe von $\widetilde{INV}_t=\alpha_t\cdot\widetilde{C}_t$ getätigt, welche den Buchwert beeinflussen. Es sei angenommen, dass keine Desinvestitionen erfolgen, d.h. $\widetilde{INV}_t\geq 0$ für alle $t$. Deterministische Aufteilungsquoten $\alpha_t^j$ des Investitionsbetrags und deterministische Abschreibungsverläufe $b_{t,\tau}^j$ der einzelnen Wirtschaftsgüter werden im Folgenden vorausgesetzt.

Bezüglich der Anpassungsintervalle gelten die Annahmen von Abschnitt 4.5.3.4.2.1. Wie auch im Modell mit einperiodigem Anpassungsintervall sind die an die Investition einer Periode anknüpfenden Fremdkapitalbestände aus Sicht dieser Periode deterministisch, so dass aus Sicht der Periode der Investition eine autonome Finanzierung vorliegt. Um die Funktionsweise des Modells zu verdeutlichen, wird ein Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ betrachtet, welcher in Periode $t$ mit $n(a-1) < t \leq n(a)$ realisiert wird. Dieser führt in Periode $n(a-1)+t$ zu einer Investition der Höhe $\widetilde{INV}_t = \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t$, jedoch für $t < n(a)$ nicht unmittelbar zu einer Erhöhung des Fremdkapitalbestands, da die Investition nicht in einem Anpassungstermin erfolgt. Die nächste Anpassung des Fremdkapitalbestands an den Buchwert erfolgt aus Sicht von $t$ in Periode $n(a)$. Der durch den Cash-Flow $\widetilde{C}_t$ verursachte Buchwert ist in den zwischen $t$ und $n(a)$ befindlichen Perioden abzuschreiben, so dass der Restbuchwert in $n(a)$ gegeben ist durch

$$(4.266)\ \widetilde{B}W_{t,n(a)} = \sum_{j=1}^{J} \widetilde{B}W_{t,n(a)}^{j} = \sum_{j=1}^{J} b_{t,n(a)}^{j} \cdot \alpha_t^j \cdot \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t \ .$$

Dieser Restbuchwert ist bis zum nächsten Anpassungstermin $n(a+1)$ abzuschreiben, so dass ein Restbuchwert von

$$(4.267)\ \widetilde{B}W_{t,n(a+1)} = \sum_{j=1}^{J} \widetilde{B}W_{t,n(a+1)}^{j} = \sum_{j=1}^{J} b_{t,n(a+1)}^{j} \cdot \alpha_t^j \cdot \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t$$

resultiert; diese Vorgehensweise ist bis zum letzten Anpassungstermin fortzusetzen, um die jeweiligen Restbuchwerte in den Anpassungsterminen zu erhalten. Entsprechend Gleichung (4.251) folgt für den Wertbeitrag der Investition $\widetilde{INV}_t$ in Periode $n(a)$

$$(4.268)\ \widetilde{WB}_{n(a)}\left(\widetilde{INV}_t\right) = l_a^B \cdot \alpha_t \cdot \widetilde{C}_t \cdot WBF_{n(a),T}^t$$

mit dem deterministischen Wertbeitragsfaktor

$$(4.269)\ WBF_{n(a),T}^t = \frac{i \cdot S_{FK}}{l_a^B} \cdot \sum_{h=a}^{A} \left[ \underbrace{l_h^B \cdot \frac{\sum_{j=1}^{J} \alpha_t^j \cdot b_{t,n(h)}^j}{\left(1+i_s\right)^{n(h)-n(a)}}}_{I} \cdot \underbrace{\sum_{\tau=1}^{x(h)} \left(1+i_s\right)^{-\tau}}_{II} \right] + \frac{s_{FB}}{\left(1-s_v\right)} \ .$$

Der Term in eckiger Klammer setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Komponente I nimmt analog zu Gleichung (4.251) des Modells mit einperiodigem Anpassungsintervall die durch den Buchwert induzierte Änderung des Fremdkapitalbestands in der Anpassungsperiode $n(h)$ vor und diskontiert das Ergebnis auf Periode $n(a)$. Komponente II addiert die auf den Beginn $n(h)$ des jeweiligen Anpassungsintervalls diskontierten Fremdkapitalbestände, welche durch Komponente I gegeben sind, innerhalb dieses Anpassungsintervalls und bildet somit den Wert der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen eines Anpassungsintervalls zu dessen Beginn ab.

Zur Ermittlung des Wertbeitrags der Investition $\widetilde{INV}_t$ ist zunächst der in $\widetilde{WB}_{n(a)}\left(\widetilde{INV}_t\right)$ nicht berücksichtigte Effekt der Fremdkapitalaufnahme in Periode $n(a)$ zu ergänzen und das Ergebnis auf Periode $t$ zu diskontieren. Mit der Definition des fremdkapitalbedingten steuerlichen Anpassungsfaktors der Periode $t$

$$(4.270)\; FSF_t^B = l_t^B \cdot \alpha_t \cdot \left[ WBF_{n(a),T}^t - \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \right] \cdot \frac{(1-s_v)}{(1-s_d)} \cdot (1+i_s)^{-[n(a)-t]} \quad .$$

folgt der Wertbeitrag der Periode $t$

$$(4.271)\; \widetilde{WB}_t\left(\widetilde{INV}_t\right) = \widetilde{C}_t \cdot \frac{(1-s_d)}{(1-s_v)} \cdot FSF_t^B$$

und der Wertbeitrag im Bewertungszeitpunkt

$$(4.272)\; WB_0\left(\widetilde{INV}_t\right) = V_0\left(\widetilde{C}_t\right) \cdot FSF_t^B \,.$$

Für den Buchwert $BW_0$ der Periode $n(0)=0$ ist analog zu Gleichung (4.257) der Wertbeitrag unter Berücksichtigung des mehrperiodigen Anpassungsintervalls zu ermitteln. Es ergibt sich

$$(4.273)\; WB_0(BW_0) = l_0^B \cdot BW_0 \cdot WBF_{0,T}$$

mit

$$(4.274)\; WBF_{0,T} = \frac{i \cdot S_{FK}}{l_0^B} \cdot \sum_{h=0}^{A} \left[ l_h^B \cdot \frac{\sum_{k=1}^{K} \alpha_0^k \cdot b_{0,\tau-1}^k}{(1+i_s)^{n(h)}} \cdot \sum_{\tau=1}^{x(h)} (1+i_s)^{-\tau} \right] + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \quad .$$

Insgesamt ergibt sich die zu der Bewertungsgleichung mit einperiodigem Anpassungsintervall strukturell identische Bewertungsgleichung

$$(4.275)\; V_0^B = V_0 + WB_0(BW_0) + \sum_{t=1}^{T} WB_0\left(\widetilde{INV}_t\right) \quad .$$

Abschließend soll für eine spezielle Konstellation ein geschlossener Ausdruck für den Term $\sum_{t=1}^{T} WB_0\left(\widetilde{INV}_t\right)$ bestimmt werden. Es wird angenommen, dass die Fremdkapitalquoten, die Investitionsquoten und die Längen der Anpassungsintervalle im Zeitablauf konstant sind, dass die Abschreibungen aller Wirtschaftsgüter $j$ einheitlich geometrisch degressiv mit der Abschreibungsrate $d$ erfolgen, und dass bei unendlicher Lebensdauer der Unternehmung das multiplikative Wachstumsmodell $\widetilde{C}_t = \widetilde{C}_{t-1} \cdot (1+g) \cdot (1+\widetilde{\varepsilon}_t)$ mit konstanten Wachstumsraten sowie konstante Kapitalkosten $k$ vorliegt. Es folgt somit der Wertbeitragsfaktor

$$WBF_{n(a),T}^t = \frac{i \cdot S_{FK}}{l^B} \cdot \sum_{h=a}^{\infty} \left[ l^B \cdot \frac{(1-d)^{x-t} \cdot (1-d)^{(h-a)\cdot x}}{(1+i_s)^{(h-a)\cdot x}} \cdot \sum_{\tau=1}^{x} (1+i_s)^{-\tau} \right] + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}$$

$$(4.276)\qquad = (1-d)^{x-t} \cdot i \cdot S_{FK} \cdot \frac{(1+i_s)^x}{(1+i_s)^x - (1-d)^x} \cdot \frac{1}{i_s} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{(1+i_s)^x} \right] + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}$$

$$= (1-d)^{x-t} \cdot WBF_\infty^* + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)}$$

und der fremdkapitalbedingte steuerliche Anpassungsfaktor

$$FSF_t^B = l^B \cdot \alpha \cdot \left[ (1-d)^{x-t} \cdot WBF_\infty^* + \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} - \frac{s_{FB}}{(1-s_v)} \right] \cdot \frac{(1-s_v)}{(1-s_d)} \cdot (1+i_s)^{-(x-t)}$$

(4.277)

$$= l^B \cdot \alpha \cdot WBF_\infty^* \cdot \frac{(1-s_v)}{(1-s_d)} \cdot \frac{(1-d)^{x-t}}{(1+i_s)^{x-t}} .$$

Es folgt mit Gleichung (4.272) und der Definition $k_s = k/(1-s_v)$

$$\sum_{t=1}^{T} WB_0\left(I\tilde{N}V_t\right) = C_0 \cdot \frac{(1-s_d)}{(1-s_v)} \cdot \sum_{a=0}^{\infty} \sum_{t=1}^{x} \left[ \frac{(1+g)^{a \cdot x+t}}{(1+k_s)^{a \cdot x+t}} \cdot l^B \cdot \alpha \cdot WBF_\infty^* \cdot \frac{(1-s_v)}{(1-s_d)} \cdot \frac{(1-d)^{x-t}}{(1+i_s)^{x-t}} \right]$$

(4.278)

$$= l^B \cdot \alpha \cdot C_0 \cdot WBF_\infty^* \cdot \frac{(1+g)^x}{(1+k_s)^x - (1+g)^x}$$

$$\cdot \frac{(1+g) \cdot (1+i_s)}{(1+k_s) \cdot (1-d) - (1+g) \cdot (1+i_s)} \cdot \left( \frac{(1-d)^x}{(1+i_s)^x} - \frac{(1+g)^x}{(1+k_s)^x} \right) .$$

### 4.5.4 Zahlungsorientierte Finanzierungsstrategien

#### 4.5.4.1 Grundlagen

Während bei den vorstehend betrachteten Finanzierungsstrategien die Fremdkapitalbestände entweder deterministisch sind oder aus einem deterministischen Verhältnis von Fremdkapitalbestand und den Unternehmensgrößen Wert, Cash-Flow oder Buchwert resultieren, knüpfen bei den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien die Veränderungen des Fremdkapitalbestands unmittelbar an den unsicheren Cash-Flow der Unternehmung an. Zahlungsorientierte Finanzierungsstrategien enthalten als Ausgangspunkt zur Ermittlung des Fremdkapitalbestands $\widetilde{FK}_t$ einer Periode den Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_{t-1}$ der Vorperiode und den Total-Cash-Flow $\widetilde{C}_t + s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ der Unternehmung in der betrachteten Periode. Hieraus wird mittels einer Verwendungsvorschrift für den Total-Cash-Flow die Veränderung des Fremdkapitalbestands im Vergleich zur Vorperiode und somit der Fremdkapitalbestand der betrachteten Periode bestimmt. Da der Total-Cash-Flow unsicher ist, sind auch die Fremdkapitalbestände unsicher. Ein deterministisches Verhältnis des Fremdkapitalbestands zu einer Unternehmensgröße besteht hierbei regelmäßig nicht, so dass eine an den Wert einzelner Cash-Flows anknüpfende Bewertung nicht möglich ist.

Zur Bewertung der steuerlichen Effekte der Fremdfinanzierung ist daher bei den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien grundsätzlich auf die allgemeine Bewertungsgleichung (4.32) zurückzugreifen. Im Rahmen der Durchführung zahlungsorientierter Finanzierungsstrategien ist ein Wechsel zu einer anderen – nicht zahlungsorientierten – Finanzierungsstrategie im Zeitablauf möglich.[577] Im Folgenden wird vereinfachend unterstellt, dass während des

[577] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 90, 93; Arzac (1996), S. 43.

Zeitraums, in dem die zahlungsorientierte Finanzierungsstrategie angewendet wird, keine Kapitalerhöhungen oder Kapitalherabsetzungen erfolgen; es gilt demnach $\Delta\widetilde{BK}_t = 0$ für alle $t$ und $L^G = 1$.

### 4.5.4.2 Cash-Flow-orientierte Finanzierung

Bei der Cash-Flow-orientierten Finanzierungsstrategie werden zunächst aus dem Total-Cash-Flow die Zinszahlungen an die Fremdkapitalgeber geleistet. Der verbleibende Betrag wird anteilig zur Tilgung des Fremdkapitals eingesetzt, wobei der zur Tilgung zu verwendende Anteil deterministisch ist. Der nach der Tilgung verbleibende Betrag wird an die Eigenkapitalgeber ausgeschüttet.

Vorstehend beschriebene Strategie kann wie folgt formalisiert werden: Nach Zahlung der Zinsen an die Fremdkapitalgeber in Periode $t$ verbleibt ein Betrag von

$$(4.279)\ \widetilde{C}_t + s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1},$$

der zur Ausschüttung an die Eigenkapitalgeber und zur Tilgung des Fremdkapitals zur Verfügung steht. Der deterministische Anteil dieses Betrags, der zur Tilgung zu verwenden ist, sei durch $a_t$ mit $0 < a_t \leq 1$ gegeben. Weiterhin ist zu beachten, dass die Tilgung den Fremdkapitalbestand der Vorperiode nicht übersteigen kann, da sonst ein negativer Fremdkapitalbestand resultieren würde. Der Fremdkapitalbestand der betrachteten Periode $t$ ergibt sich somit zu[578]

$$(4.280)\quad \begin{aligned} \widetilde{FK}_t &= \widetilde{FK}_{t-1} - \min\left[\ a_t \cdot \left(\widetilde{C}_t + s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\right)\ ,\ \widetilde{FK}_{t-1}\ \right] \\ &= \max\left[\widetilde{FK}_{t-1} \cdot \left[\ 1 + a_t \cdot i \cdot (1 - s_u)\right] - a_t \cdot \widetilde{C}_t\ \ ,\ \ 0\ \right]. \end{aligned}$$

Mittels Gleichung (4.280) können die Fremdkapitalbestände ausgehend vom Fremdkapitalbestand $FK_0$ für jeden Pfad des Cash-Flow-Prozesses der Unternehmung bestimmt und die sich aus den Fremdkapitalbeständen ergebenden Steuerzahlungen mittels Gleichung (4.32) bewertet werden.[579] Die Entwicklung des Fremdkapitalbestands bei Cash-Flow-orientierter Finanzierung sei anhand eines binomialen Zahlenbeispiels in Abbildung 4.3 verdeutlicht. Als Ausgangsdaten werden $FK_0 = 100$, $i = 0{,}1$ und $s_u = 0{,}4$ angenommen.

---

[578] Vgl. Löffler (2000), S. 5; Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 90; Rosarius (2007), S. 107.
[579] Vgl. zur Pfadabhängigkeit der Bewertung Rosarius (2007), S. 108.

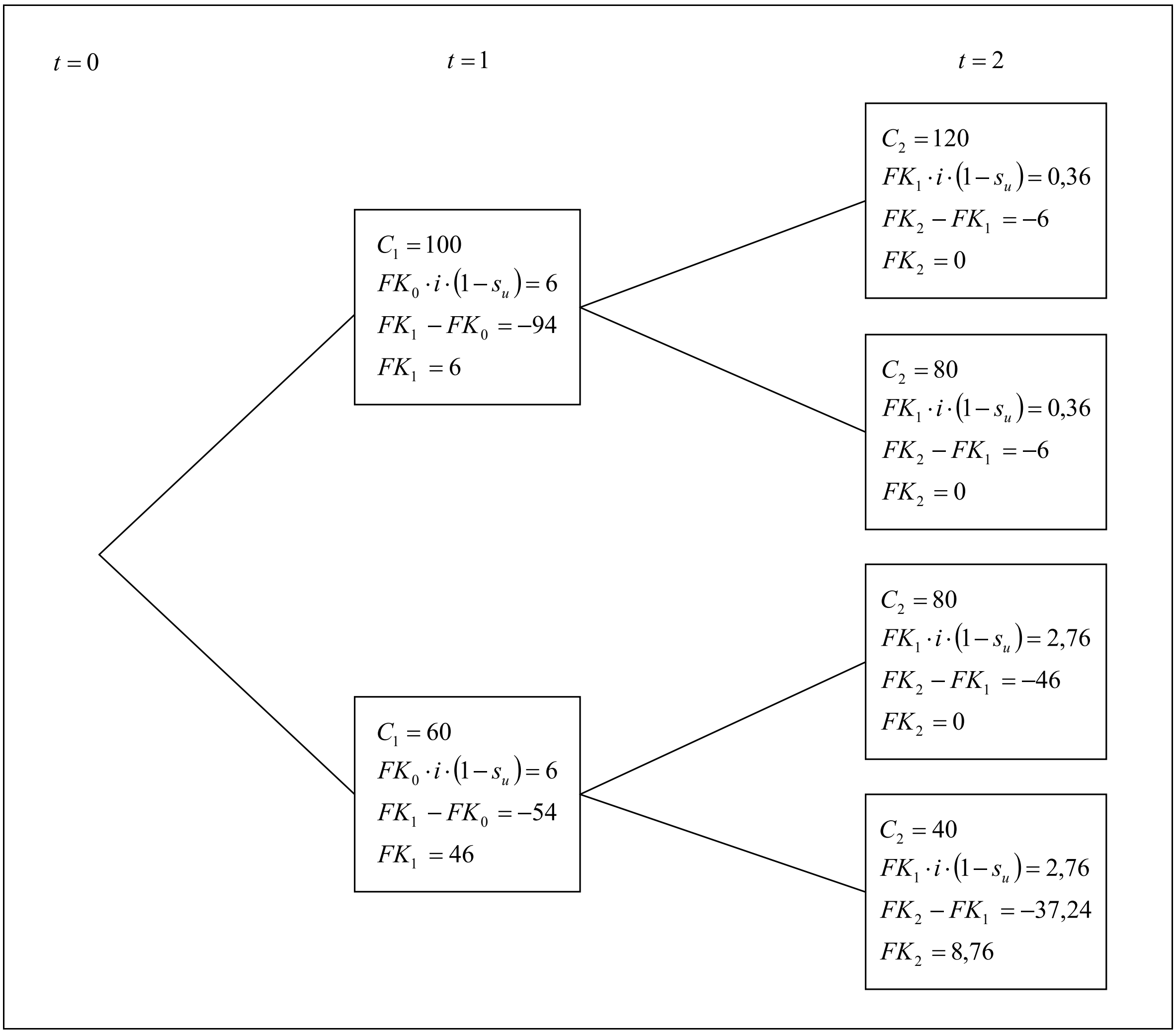


Abbildung 4.3: Fremdkapitalbestände bei Cash-Flow-orientierter Finanzierung

Die Ermittlung geschlossener Bestimmungsgleichungen für den Unternehmenswert ist bei Cash-Flow-orientierter Finanzierung nur in Spezialfällen möglich, deren Prämissen und Ergebnisse im Folgenden beschrieben werden. Auf eine formale Darstellung der Bewertungsgleichungen wird verzichtet. Ein erster Spezialfall, der die Ableitung einer Bewertungsgleichung ermöglicht, liegt vor, wenn die Lebensdauer der Unternehmung unendlich und die Ausschüttungsquote der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung deterministisch und konstant ist. In diesem Fall ergibt sich der Wert der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen als gewichtete Summe der Werte asiatischer Put-Optionen auf den Wert der unverschuldeten Unternehmung sowie einem aus dem deterministischen Fremdkapitalbestand $FK_0$ resultierenden Term.[580] Werden die asiatischen Put-Optionen am Kapitalmarkt gehandelt, so ist eine Duplikation der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen durch diese Optionen möglich.[581] Eine Vereinfachung dieser Bewertungsgleichung stellt eine Konstellation dar, in der lediglich in Periode $t=1$ eine Cash-Flow-orientierte Tilgung erfolgt und der Fremdkapitalbestand anschließend konstant bleibt. In dieser Konstellation sind die Prämissen der unendlichen Lebensdauer der Unternehmung und der deterministischen Ausschüttungsquote nicht erforder-

[580] Vgl. Löffler (2000), S. 7; Rosarius (2007), S. 121.
[581] Vgl. Löffler (2000), S. 7; Rosarius (2007), S. 122.

lich. Der Wert der Steuerzahlungen setzt sich in diesem Fall zusammen aus einer Komponente, welche aus dem Fremdkapitalbestand $FK_0$ resultiert, und einer Komponente, welche den Preis einer europäischen Put-Option auf den Wert der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung enthält.[582] Wird die europäische Put-Option am Kapitalmarkt gehandelt so ist eine Duplikation der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen durch diese Option möglich.

Wird die Cash-Flow-orientierte Finanzierung für einen begrenzten Zeitraum angewendet und wird der Parameter $a_t$ so gewählt, dass es innerhalb dieses Zeitraums in keiner Periode und keinem Zustand zur vollständigen Fremdkapitaltilgung kommt, so entfällt die Maximumbedingung aus Gleichung (4.280).[583] In diesem Fall kann eine geschlossene Bewertungsgleichung angegeben werden, welche keine Optionskomponenten enthält.[584] Abweichend hiervon könnte zur Eliminierung der Maximumbedingung aus Gleichung (4.280) davon ausgegangen werden, dass unabhängig von der Höhe des Fremdkapitalbestands eine periodische Ausschüttung von $(1-a_t)\cdot\left(\widetilde{C}_t + s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\right)$ erfolgt und negative Fremdkapitalbestände zulässig sind. Die negativen Fremdkapitalbestände sind als Mittelanlagen der Unternehmung zum sicheren Zinssatz zu interpretieren.[585] Allerdings unterscheiden sich dann die verschuldete Unternehmung und die äquivalente unverschuldete Unternehmung entgegen der im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Prämisse nicht mehr ausschließlich durch die Kapitalstruktur.

#### 4.5.4.3 Dividendenorientierte Finanzierung

Bei der dividendenorientierten Finanzierung wird eine deterministische Ausschüttung $DIV_t$ an die Eigenkapitalgeber geplant. Weiterhin sind die Zinszahlungen an die Fremdkapitalgeber zu leisten. Die Veränderung des Fremdkapitalbestands ergibt sich aus der Differenz zwischen Total-Cash-Flow und den an die Eigenkapitalgeber und Fremdkapitalgeber zu leistenden Zahlungen. Das Vorzeichen dieser Differenz ist unbestimmt. In Abhängigkeit von der Realisation des Cash-Flows der Unternehmung kann daher sowohl eine Tilgung als auch eine Aufnahme von Fremdkapital resultieren. Im Gegensatz zu allen vorstehend betrachteten Finanzierungsstrategien stellt somit bei dividendenorientierter Finanzierung die Änderung des Fremdkapitalbestands und nicht die Ausschüttung an die Eigenkapitalgeber die Residualgröße dar.

Wird wiederum beachtet, dass der Fremdkapitalbestand nicht negativ werden kann, so ist der Fremdkapitalbestand einer Periode $t$ durch

$$\begin{aligned} \widetilde{FK}_t &= \widetilde{FK}_{t-1} - \min\left[\ \widetilde{C}_t + s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} - i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} - DIV_t \ , \ \widetilde{FK}_{t-1}\ \right] \\ &= \max\left[DIV_t - \widetilde{C}_t + \widetilde{FK}_{t-1} \cdot \left[\ 1 + i \cdot (1 - s_u)\right]\ ,\ 0\ \right]. \end{aligned} \tag{4.281}$$

[582] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 91, 142-143.
[583] Vgl. Rosarius (2007), S. 108-109; Wiese (2006a), S. 176.
[584] Vgl. Rosarius (2007), S. 100 ff., insb. S. 105-106 für das Modell ohne Kapitalgeberbesteuerung; Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 91, 143 für einen einperiodigen Spezialfall; Rosarius (2007), S. 190 ff. sowie Wiese (2006a), S. 174-175 für das Modell mit Kapitalgeberbesteuerung.
[585] Vgl. Rosarius (2007), S. 110-111; Wiese (2006a), S. 173.

gegeben.[586] Die Herleitung geschlossener Bewertungsgleichungen ist wie bei der Cash-Flow-orientierten Finanzierung lediglich in Spezialfällen möglich.[587]

Übersteigt die maximal denkbare Tilgung den Fremdkapitalbestand der Vorperiode, so verbleibt ein Differenzbetrag, der an die Eigenkapitalgeber ausgeschüttet oder von der Unternehmung einbehalten werden kann. Für die Annahme einer Ausschüttung dieses Differenzbetrags sprechen die Modellprämissen, welche als Unterschied von verschuldeter und unverschuldeter Unternehmung die Kapitalstruktur unter der Annahme identischer Bilanzsummen vorsehen. Die tatsächliche Ausschüttung ist allerdings bei Ausschüttung des Differenzbetrags höher als die geplante Dividende $DIV_t$. Als tatsächliche Ausschüttung resultiert somit

$$(4.282)\ \widetilde{FTE}_t^l = \max\left[DIV_t \;,\; \widetilde{C}_t - \widetilde{FK}_{t-1} \cdot \left[\ 1 + i \cdot (1 - s_u)\right]\ \right] \quad .$$

Die geplante Dividende $DIV_t$ ist im Fall der Ausschüttung des Differenzbetrags daher als Mindestausschüttung zu interpretieren.

Die Entwicklung des Fremdkapitalbestands bei dividendenorientierter Finanzierung sei anhand eines Zahlenbeispiels in Abbildung 4.4 verdeutlicht. Als Ausgangsdaten werden $FK_0 = 100$, $i = 0{,}1$ und $s_u = 0{,}4$ angenommen. Weiterhin wird unterstellt, dass $DIV_t = 50$ als Mindestausschüttung zu interpretieren ist, so dass sich die tatsächliche Ausschüttung $\widetilde{FTE}_t^l$ aus Gleichung (4.282) ergibt.

[586] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 93.
[587] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 93-94, 144-147.

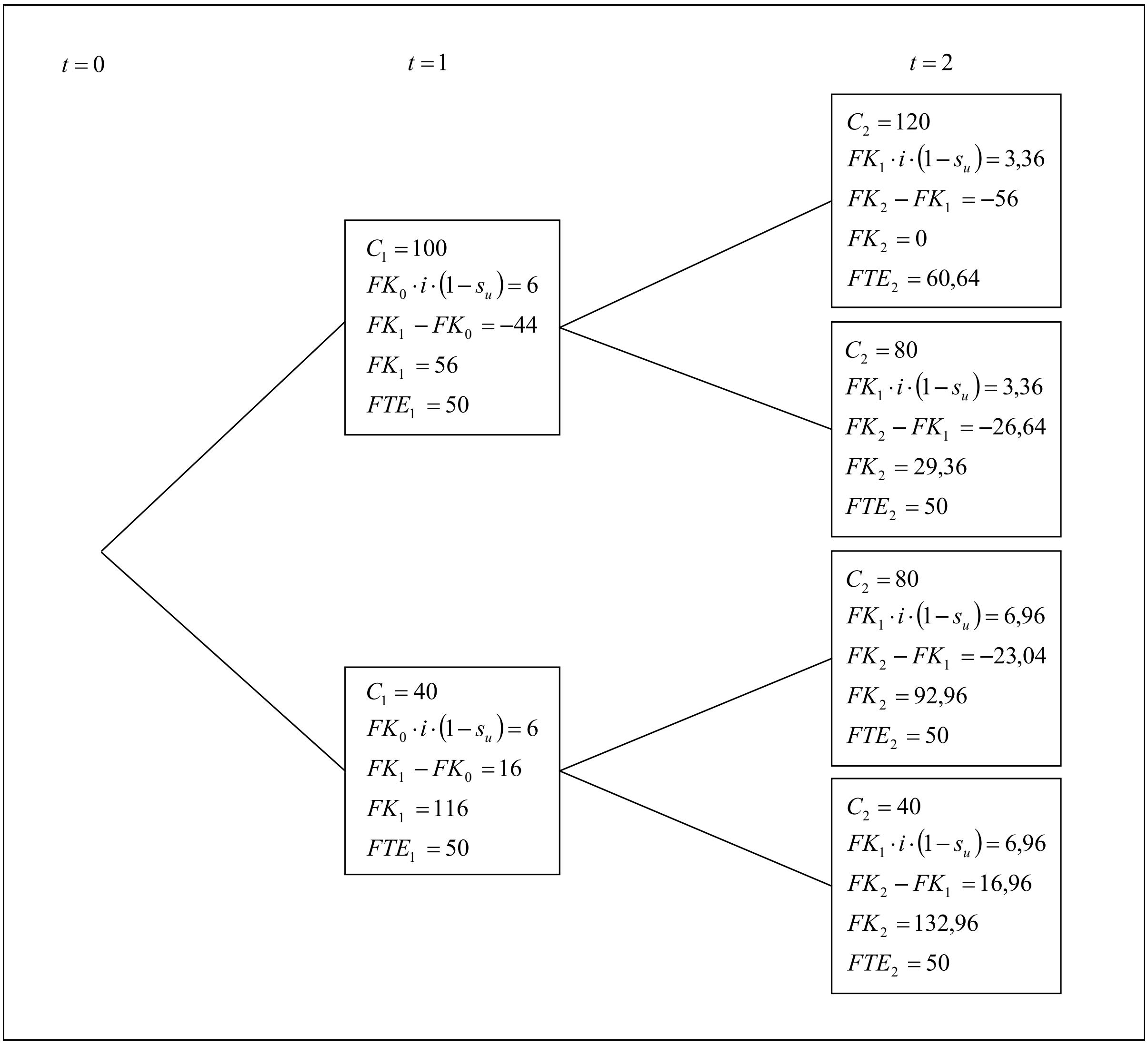


Abbildung 4.4: Fremdkapitalbestände bei dividendenorientierter Finanzierung

Abschließend sollen Implikationen der Durchführung der dividendenorientierten Finanzierung über einen längeren Zeitraum in Abhängigkeit von der Realisation der stochastischen Cash-Flows betrachtet werden. Liegen die Cash-Flows eines Entwicklungspfads dauerhaft unter der geplanten Dividende $DIV_t$, so kann der Fremdkapitalbestand unendlich hoch werden. Da die Summe der Kapitalbestände der verschuldeten Unternehmung annahmegemäß dem endlichen Eigenkapitalbestand der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung entspricht, impliziert dies für den betrachteten Entwicklungspfad einen negativen Eigenkapitalbestand der verschuldeten Unternehmung, was nicht realistisch ist. Die Durchführung der dividendenorientierten Finanzierung über einen längeren Zeitraum ist insoweit problematisch. Liegen die Cash-Flows eines Entwicklungspfads dagegen dauerhaft über der geplanten Dividende $DIV_t$, so ist dies unproblematisch, sofern die geplante Dividende wie in Gleichung (4.282) als Mindestausschüttung interpretiert wird. Erfolgt dagegen keine Ausschüttung der Differenz aus Cash-Flow und geplanter Dividende, so sind Konstellationen denkbar, in denen von der Unternehmung erwirtschaftete Zahlungen dauerhaft in der Unternehmung einbehalten werden; diese Zahlungen weisen dann einen Wert von null auf und es liegt ein Verstoß gegen die

Transversalitätsbedingung vor.[588] Um die dargestellten problematischen Implikationen zu umgehen, ist ein Wechsel von der dividendenorientierten Finanzierung zu einer anderen Finanzierungsstrategie nach einem bestimmten Zeitraum anzunehmen.

## 4.6 Weiterführende Überlegungen

### 4.6.1 Zinsabzugsbeschränkungen auf Unternehmensebene

#### 4.6.1.1 Grundlagen

Bislang wurde davon ausgegangen, dass von der Unternehmung gezahlte Fremdkapitalzinsen die Bemessungsgrundlage in der Periode der Zinszahlung vollständig mindern, so dass bei einer Zinszahlung in Periode $t$ von $i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ in Periode $t$ ein unternehmensteuerliches Tax-Shield von $s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ resultiert. Zinsen mindern jedoch oftmals die Bemessungsgrundlage der Unternehmensteuer nicht in voller Höhe. Verantwortlich hierfür können die folgenden steuerlichen Regelungen sein:

- Der Zinsabzug ist auf einen Bruchteil der gezahlten Zinsen beschränkt.
- Es erfolgt kein vollständiger Verlustausgleich. Der Zinsabzug führt dann in der Periode der Zinszahlung nur zu einem Tax-Shield, soweit das Ergebnis vor Zinsen und Steuern positiv ist, d.h. $\widetilde{EBIT}_t > 0$. Gegebenenfalls sind Möglichkeiten des Verlustvortrags zu beachten.
- Der Zinsabzug ist nur zulässig, soweit eine bestimmte Relation von Erfolgsgrößen der Unternehmung und gezahlten Fremdkapitalzinsen erreicht wird. Gegebenenfalls sind Möglichkeiten zu beachten, nicht abzugsfähige Zinsaufwendungen in die Folgeperioden vorzutragen.

Sind Zinsabzugsbeschränkungen anzuwenden, so ergibt sich aus dem zulässigen Zinsabzug ein unternehmensteuerliches Tax-Shield in Höhe von $\widetilde{TS}_t$, welches im Folgenden genauer konkretisiert wird. Der Total-Cash-Flow der verschuldeten Unternehmung ist dann gegeben durch

$$(4.283)\quad \widetilde{TCF}_t^l = \widetilde{C}_t + \widetilde{TS}_t \quad .$$

Für Zwecke der Berücksichtigung persönlicher Steuern ergeben sich keine Änderungen im Vergleich zum Modell ohne Zinsabzugsbeschränkungen, so dass der steuerliche Effekt der Fremdfinanzierung unmittelbar entsprechend Gleichung (4.20) gegeben ist durch

$$(4.284)\quad \begin{aligned} &\underbrace{-\left[\left(\widetilde{V}_t^l - \widetilde{V}_t\right) - \left(\widetilde{V}_{t-1}^l - \widetilde{V}_{t-1}\right)\right] \cdot s_v}_{I} + \underbrace{i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \cdot \left(s_d - s_e\right)}_{II\,a} + \underbrace{\widetilde{TS}_t \cdot \left(1 - s_d\right)}_{II\,b} \\ &-\underbrace{\left[\left(\widetilde{FK}_t - \widetilde{FK}_{t-1}\right) - \left[\left(\widetilde{BK}_t^l - \widetilde{BK}_{t-1}^l\right) - \left(\widetilde{BK}_t - \widetilde{BK}_{t-1}\right)\right]\right] \cdot \left(s_d - s_v\right)}_{III} \quad . \end{aligned}$$

[588] Vgl. Kruschwitz/Löffler (2006a), S. 93; allgemein zur Bewertung von Zahlungen, welche für einen unendlich langen Zeitraum in der Unternehmung verbleiben Kruschwitz/Löffler (1998), S. 1041.

Zinsabzugsbeschränkungen haben keine strukturellen Auswirkungen auf den Wertdifferenzeffekt (I) und den Ausschüttungsdifferenzeffekt (III) sowie den Effekt der Ersetzung von Ausschüttungen durch Zinszahlungen (II a).[589] Lediglich der aus dem Zinsabzug auf Unternehmensebene resultierende Term (II b) ändert sich.

Der Wert der verschuldeten Unternehmung ist analog zu Gleichung (4.32) in allgemeiner Form gegeben durch

$$
\begin{aligned}
V_0^l = V_0 &+ \sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left\{ \widetilde{FK}_{t-1} \right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot i \cdot \frac{\left(s_d - s_e\right)}{\left(1-s_v\right)} + \sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left\{ \widetilde{TS}_t \right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot \frac{\left(1-s_d\right)}{\left(1-s_v\right)} \\
&- \sum_{t=1}^{T} \frac{E_0^Q\left\{ \widetilde{FK}_t \cdot \widetilde{s}_{FB,t} - \widetilde{FK}_{t-1} \cdot \widetilde{s}_{FB,t-1} \right\}}{\left(1+i_s\right)^t} \cdot \frac{1}{\left(1-s_v\right)} \quad .
\end{aligned} \tag{4.285}
$$

Er setzt sich zusammen aus dem Wert der unverschuldeten Unternehmung, dem Wertbeitrag aufgrund des Zinsabzugs sowie dem Ausschüttungsdifferenzeffekt der Fremdfinanzierung. Im Vergleich zum Modell ohne Zinsabzugsbeschränkungen fällt auf, dass die Bedingung für die Irrelevanz der Ausschüttungsdifferenzeffekte weiterhin $s_d = s_v$ lautet und die Bedingung für die Irrelevanz persönlicher Steuern weiterhin durch $s_d = s_v = s_e$ gegeben ist. Da sich in Bezug auf die Anteilseignerbesteuerung im Ergebnis keine strukturellen Unterschiede ergeben, wird diese in der folgenden Darstellung vereinfachend vernachlässigt. Die Darstellung konzentriert sich demnach auf die Besteuerung auf Unternehmensebene, wobei zunächst die Bestimmung der unternehmensteuerlichen Tax-Shields betrachtet wird und anschließend Konsequenzen für die Anwendung von Finanzierungsstrategien erläutert werden.

### 4.6.1.2 Die Ermittlung der Tax-Shields bei Vorliegen von Zinsabzugsbeschränkungen

#### 4.6.1.2.1 Verlustausgleichsbeschränkungen

Tax-Shields stellen die Steuerersparnisse dar, welche aufgrund der Fremdfinanzierung ausschließlich die verschuldete Unternehmung, nicht jedoch die unverschuldete Unternehmung erzielen kann. Die Bestimmung der Tax-Shields erfolgt demnach durch eine Differenzbetrachtung, welche im Fall ohne Zinsabzugsbeschränkungen auf das Ergebnis $\widetilde{TS}_t = s_u \cdot i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ führt. In diese Differenzbetrachtung ist nunmehr die folgende Verlustausgleichsbeschränkung zu integrieren:

- Unternehmensgewinne werden mit dem Unternehmensteuersatz $s_u$ besteuert.
- Verluste führen nicht zu Steuererstattungen.
- Verluste einer Periode können vorgetragen und in den Folgeperioden unbeschränkt mit Gewinnen der Unternehmung, welche sich nach Abzug der Aufwendungen (einschließlich Zinszahlungen) von den Erträgen der Unternehmung ergeben, verrechnet

[589] Die Zahlenwerte dieser Effekte können sich selbstverständlich ändern. Beispielsweise beeinflusst der Zinsabzug auf Unternehmensebene den Wert der verschuldeten Unternehmung. Zinsabzugsbeschränkungen wirken sich deswegen auch auf die Höhe des Wertdifferenzeffekts aus.

werden. Die Verrechnung eines Verlustvortrags führt demnach zu einer Steuererstattung.

- Ausschüttungssperren aufgrund von Verlustvorträgen werden vernachlässigt.[590]

Die Abbildung dieser im Vergleich zu den Regelungen des geltenden Steuerrechts stark vereinfachten Verlustausgleichsbeschränkung verdeutlicht die bei der Ermittlung der Tax-Shields anzuwendende Vorgehensweise. Das Ziel besteht darin, unter Berücksichtigung der Verlustausgleichsbeschränkung die aus der Fremdfinanzierung resultierenden Steuerersparnisse zu isolieren.[591]

Verluste können sowohl bei der unverschuldeten als auch bei der verschuldeten Unternehmung auftreten. Zur Durchführung der Differenzbetrachtung ist daher zunächst die unverschuldete Unternehmung zu betrachten. Soweit die unverschuldete Unternehmung in Periode $t$ einen Gewinn erwirtschaftet $\left(\widetilde{EBIT}_t > 0\right)$, mindert ein aus der Vorperiode $t-1$ resultierender Verlustvortrag $\widetilde{VV}_{t-1}$ die steuerliche Bemessungsgrundlage. Für die Verlustnutzung $\widetilde{VN}_t$ in Periode $t$ folgt somit

$$(4.286)\ \widetilde{VN}_t = \min\left[\ \widetilde{VV}_{t-1}\ ;\ \max\left[\ \widetilde{EBIT}_t\ ;\ 0\ \right]\right].$$

Soweit in Periode $t$ ein Verlustvortrag genutzt werden kann, mindert sich der Verlustvortrag. Entsteht dagegen in Periode $t$ ein steuerlicher Verlust $\left(\widetilde{EBIT}_t < 0\right)$, so erhöht dies den Verlustvortrag. Der Verlustvortrag in Periode $t$ ergibt sich demnach zu

$$(4.287)\ \widetilde{VV}_t = \widetilde{VV}_{t-1} - \min\left[\ \widetilde{EBIT}_t\ ;\ 0\ \right] - \widetilde{VN}_t.$$

Nunmehr ist die verschuldete Unternehmung zu betrachten. Gezahlte Zinsen führen nur zu einer Steuerersparnis, soweit sie ein positives $\widetilde{EBIT}_t$ mindern. Der steuerlich wirksame Zinsabzug einer Periode $t$ ist daher gegeben durch

$$(4.288)\ \widetilde{ZA}_t = \min\left[\ i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\ ;\ \max\left[\ \widetilde{EBIT}_t\ ;\ 0\ \right]\right].$$

Bei der verschuldeten Unternehmung erfolgt eine Verlustnutzung, soweit nach Abzug von Zinsen in Periode $t$ ein Gewinn vorliegt $\left(\widetilde{EBIT}_t - \widetilde{ZA}_t > 0\right)$. Die Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung beläuft sich daher auf

$$(4.289)\ \widetilde{VN}_t^l = \min\left[\ \widetilde{VV}_{t-1}\ ;\ \max\left[\ \widetilde{EBIT}_t - \widetilde{ZA}_t\ ;\ 0\ \right]\right].$$

Soweit nach Abzug von Zinsen in Periode $t$ ein Verlust vorliegt, erhöht sich der Verlustvortrag im Vergleich zur Vorperiode. Der Verlustvortrag der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ ist daher gegeben durch

[590] Vgl. Drukarczyk (1997), S. 464 ff. zum Einfluss von Ausschüttungssperren auf die Bewertung bei Vorliegen von steuerlichen Verlustvorträgen.

[591] Vgl. zur Vorgehensweise Richter (2002b), S. 197-198; Drukarczyk (2007), S. 399-400.

(4.290) $\widetilde{VV}_t^l = \widetilde{VV}_{t-1}^l - \min\left[\ E\widetilde{BIT}_t - \widetilde{ZA}_t\ ;\ 0\ \right] - \widetilde{VN}_t^l$.

Steuerersparnisse ergeben sich bei der unverschuldeten Unternehmung aus der Verlustnutzung $\widetilde{VN}_t$ und bei der verschuldeten Unternehmung aus dem Zinsabzug $\widetilde{ZA}_t$ sowie der Verlustnutzung $\widetilde{VN}_t^l$. Der Zinsabzug $\widetilde{ZA}_t$ ist insgesamt der Fremdfinanzierung zuzuordnen. Die Verlustnutzung $\widetilde{VN}_t^l$ kann dagegen nicht insgesamt der Fremdfinanzierung zugeordnet werden, da auch die unverschuldete Unternehmung über Verlustvorträge verfügen kann. Der Anteil der Verlustnutzung, welcher aus der Fremdfinanzierung resultiert, ist daher gegeben durch die Differenz aus der Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung $\widetilde{VN}_t^l$ und der Verlustnutzung der unverschuldeten Unternehmung $\widetilde{VN}_t$. Das Tax-Shield, welches die durch die Fremdfinanzierung bedingte Steuerersparnis abbildet, beläuft sich daher auf

(4.291) $\widetilde{TS}_t = s_u \cdot \left(\widetilde{ZA}_t + \widetilde{VN}_t^l - \widetilde{VN}_t\right)$.

Das folgende Zahlenbeispiel, welches einen möglichen zukünftigen Entwicklungspfad darstellt, verdeutlicht die Vorgehensweise bei einem Steuersatz von $s_u = 0{,}2$ und bei Verlustvorträgen $VV_0 = VV_0^l = 0$:

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $E\widetilde{BIT}_t$ | 50 | -50 | 40 | 200 | 300 |
| $\widetilde{VN}_t$ | 0 | 0 | 40 | 10 | 0 |
| $\widetilde{VV}_t$ | 0 | 50 | 10 | 0 | 0 |
| $i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| $\widetilde{ZA}_t$ | 50 | 0 | 40 | 100 | 100 |
| $\widetilde{VN}_t^l$ | 0 | 0 | 0 | 100 | 160 |
| $\widetilde{VV}_t^l$ | 50 | 200 | 260 | 160 | 0 |
| $\widetilde{VN}_t^l - \widetilde{VN}_t$ | 0 | 0 | -40 | 90 | 160 |
| $\widetilde{ZA}_t + \widetilde{VN}_t^l - \widetilde{VN}_t$ | 50 | 0 | 0 | 190 | 260 |
| $\widetilde{TS}_t$ | 10 | 0 | 0 | 38 | 52 |

Tabelle 4.7: Tax-Shields und Verlustvortrag

Wie Tabelle 4.7 zeigt, kann die Differenz $\widetilde{VN}_t^l - \widetilde{VN}_t$ sowohl positive als auch negative Werte annehmen. Dieses Ergebnis resultiert aus zwei gegenläufigen Effekten: Aufgrund des Zinsabzugs $\widetilde{ZA}_t$ sinkt bei der verschuldeten Unternehmung im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung der maximale Betrag der Verlustnutzung von $\max\left[\widetilde{EBIT}_t \;;\; 0\right]$ auf $\max\left[\widetilde{EBIT}_t - \widetilde{ZA}_t \;;\; 0\right]$. Bei der unverschuldeten Unternehmung können daher vorhandene Verlustvorträge zunächst in höherem Umfang genutzt werden als bei der verschuldeten Unternehmung. Liegen in der Vorperiode hohe Verlustvorträge vor, kann daher die Differenz $\widetilde{VN}_t^l - \widetilde{VN}_t$ negativ werden. Umgekehrt führt der Zinsabzug dazu, dass die verschuldete Unternehmung tendenziell einen höheren Verlustvortrag aufweist als die unverschuldete Unternehmung, d.h. $\widetilde{VV}_t^l \geq \widetilde{VV}_t$. Bei hohen Gewinnen in den Folgeperioden, welche eine Nutzung der Verlustvorträge ermöglichen, ist daher die Differenz $\widetilde{VN}_t^l - \widetilde{VN}_t$ positiv. Der Vergleich von $\widetilde{ZA}_t + \widetilde{VN}_t^l - \widetilde{VN}_t$ mit den gezahlten Fremdkapitalzinsen $i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ zeigt, dass aufgrund der Verlustausgleichsbeschränkung die Tax-Shields in zukünftige Perioden verlagert werden.

Abschließend ist ein Spezialfall zu betrachten: Erwirtschaftet die unverschuldete Unternehmung in allen Perioden keinen Verlust, d.h. $\widetilde{EBIT}_t \geq 0$ für alle $t$, so gilt $\widetilde{VN}_t = 0$ für alle $t$ und das Tax-Shield ist in jeder Periode $t$ gegeben durch $\widetilde{TS}_t = s_u \cdot \left(\widetilde{ZA}_t + \widetilde{VN}_t^l\right)$.

#### 4.6.1.2.2 Zinsabzugsbeschränkungen im geltenden deutschen Steuerrecht

##### 4.6.1.2.2.1 Die gesetzlichen Regelungen

Im Folgenden werden die Zinsabzugsbeschränkungen des geltenden deutschen Steuerrechts in das Bewertungskalkül integriert. Hierzu sind zunächst die gesetzlichen Regelungen darzustellen.[592] Gewinne von Kapitalgesellschaften unterliegen der Körperschaftsteuer und der Gewerbesteuer. Die Bemessungsgrundlagen dieser beiden Steuerarten fallen aufgrund der gewerbesteuerlichen Hinzurechnungs- und Kürzungsvorschriften regelmäßig auseinander. Übersteigen in einer Periode die Aufwendungen die Erträge, so entsteht ein Verlust, welcher im Rahmen des Verlustrücktrags und des Verlustvortrags steuerlich zu berücksichtigen ist.

Bei der Einkommensteuer und der Körperschaftsteuer ist ein Verlustrücktrag möglich, welcher auf das positive zu versteuernde Einkommen der Vorperiode, jedoch maximal 511.500 Euro begrenzt ist (§ 10d Abs. 1 EStG).[593] Der Verlustrücktrag hat eine sofortige Steuererstattung zu Folge. Der nicht durch den Verlustrücktrag genutzte Verlust mindert im Rahmen des Verlustvortrags die positiven Einkünfte zukünftiger Perioden und führt somit zu zukünftigen Steuerersparnissen. Die Verlustverrechnung im Rahmen des Verlustvortrags ist allerdings beschränkt auf einen Betrag von 1.000.000 Euro zuzüglich 60 % der 1.000.000 Euro übersteigenden positiven Einkünfte der betrachteten Periode (§ 10d Abs. 2 EStG).

Bei der Gewerbesteuer ist ein Verlustrücktrag ausgeschlossen. Die Verlustverrechnung im Rahmen des Verlustvortrags ist wie bei der Einkommensteuer bzw. Körperschaftsteuer beschränkt auf einen Betrag von 1.000.000 Euro zuzüglich 60 % der 1.000.000 Euro übersteigenden positiven Einkünfte der betrachteten Periode (§ 10a GewStG).

[592] Die folgende Darstellung erfolgt in Anlehnung an Mai (2008a), S. 36 ff.

[593] § 10d EStG ist nach § 8 Abs. 1 KStG auch auf die Ermittlung der körperschaftsteuerlichen Bemessungsgrundlage anzuwenden.

Körperschaftsteuerliche und gewerbesteuerliche Verlustvorträge gehen bei der Auflösung der Kapitalgesellschaft unter. Auch beim Gesellschafterwechsel ist ein (quotaler oder vollständiger) Untergang der Verlustvorträge möglich (§§ 8c KStG, 10a S. 8 GewStG).

Zinsaufwendungen einer Unternehmung stellen Betriebsausgaben (§ 4 Abs. 4 EStG) dar und mindern somit grundsätzlich die Bemessungsgrundlage der Einkommensteuer bzw. der Körperschaftsteuer. Die §§ 4h EStG, 8a KStG regeln den steuerlichen Abzug von betrieblichen Schuldzinsen.[594] § 4h EStG ist auf Personengesellschaften und nach § 8a Abs. 1 KStG auch auf Kapitalgesellschaften anzuwenden. § 8a KStG enthält darüber hinaus spezielle Vorschriften für Kapitalgesellschaften.

Nach § 4h Abs. 1 S. 1 EStG ist der Abzug von Zinsaufwendungen in einer Periode beschränkt auf die Zinserträge der Unternehmung zuzüglich 30 % des Gewinns vor Zinsen, Steuern und Abschreibungen (EBITDA) abzüglich der Zinserträge. Diese Beschränkung des Zinsabzugs wird als Zinsschranke bezeichnet.[595] Zinsaufwendungen im Sinne der Vorschrift sind Vergütungen für Fremdkapital, die den maßgeblichen Gewinn gemindert haben (§ 4h Abs. 3 S. 2 EStG). Zinserträge sind Erträge aus Kapitalforderungen jeder Art, welche den maßgeblichen Gewinn erhöht haben (§ 4h Abs. 3 S. 3 EStG).

Zinsaufwendungen, die nach § 4h Abs. 1 S. 1 EStG nicht abzugsfähig sind, sind in die Folgeperioden vorzutragen und erhöhen in diesen Perioden die Zinsaufwendungen (§ 4h Abs. 1 S. 2, 3 EStG). Dieser Zinsvortrag ermöglicht nach Maßgabe der §§ 4h EStG, 8a KStG den Abzug der in einer Periode nicht abzugsfähigen Zinsen in späteren Perioden. Im Fall der Auflösung der Unternehmung gehen bislang nicht genutzte Zinsvorträge unter (§ 4h Abs. 5 S. 1 EStG). Auch der Wechsel von Gesellschaftern kann zu einem (quotalen oder vollständigen) Untergang des Zinsvortrags führen (§§ 4h Abs. 5 S. 2 EStG, 8a Abs. 1 S. 3, 8c KStG). Soweit der Zinsvortrag untergeht, fallen die Steuerersparnisse aufgrund der Zinsaufwendungen endgültig weg.

Die Anwendung der Zinsschranke kann bei Vorliegen der Ausnahmetatbestände des § 4h Abs. 2 EStG vermieden werden. Unter den Voraussetzungen des § 4h Abs. 2 EStG sind somit die Zinsaufwendungen – einschließlich des aus vorhergehenden Perioden stammenden Zinsvortrags – unbeschränkt abzugsfähig. Ein erster Ausnahmetatbestand liegt vor, wenn die Zinsaufwendungen abzüglich der Zinserträge einer Periode eine Freigrenze in Höhe von einer Million Euro nicht übersteigen (§ 4h Abs. 2 a EStG). Der zweite Ausnahmetatbestand greift, wenn der Betrieb, der die Zinsen zahlt, nicht oder nur anteilsmäßig zu einem Konzern gehört (§ 4h Abs. 2 b EStG). Gehört der Betrieb zu einem Konzern und ist die Freigrenze überschritten, so ist die Abzugsbeschränkung nicht anzuwenden, wenn die Eigenkapitalquote des Betriebs die Eigenkapitalquote des Konzerns übersteigt oder um höchstens einen Prozentpunkt unterschreitet (§ 4h Abs. 2 c S. 1, 2 EStG). Die Eigenkapitalquoten, welche das Verhältnis des

[594] Eine ausführliche Diskussion der Regelungen der §§ 4h EStG, 8a KStG findet sich bei Herzig/Bohn (2007), S. 1 ff.; Töben/Fischer (2007), S. 974 ff.
[595] Die Zinsschranke ersetzt den bisherigen § 8a KStG, welcher die Fremdfinanzierung von Kapitalgesellschaften durch ihre Gesellschafter beschränkt.

bilanziellen Eigenkapitals zur Bilanzsumme darstellen (§ 4h Abs. 2 c S. 3 EStG), sind hierbei nach IFRS oder nachrangig nach HGB oder US-GAAP zu ermitteln (§ 4h Abs. 2 c S. 8, 9 EStG).[596] Ein Betrieb gehört zu einem Konzern, wenn er nach handelsrechtlicher Rechnungslegung mit einem oder mehreren anderen Betrieben konsolidiert wird oder werden könnte oder wenn seine Finanz- oder Geschäftspolitik mit einem oder mehreren anderen Betrieben einheitlich bestimmt werden kann (§ 4h Abs. 3 S. 5, 6 EStG).

§ 8a Abs. 2, 3 KStG enthält spezielle Regelungen zur Gesellschafterfremdfinanzierung bei Kapitalgesellschaften. Die Zinsschranke ist demnach bei Kapitalgesellschaften auch in den Fällen der Ausnahmetatbestände der § 4h Abs. 2 b, c EStG anzuwenden, wenn mehr als 10 % der in einer Periode geleisteten Zinszahlungen aus Vergütungen für Fremdkapital bestehen, die an einen zu mehr als 25 % beteiligten Anteilseigner der Kapitalgesellschaft, eine diesem Anteilseigner nahe stehende Person i.S.d. § 1 Abs. 2 AStG, oder einen Dritten, der auf den Anteilseigner zurückgreifen kann, gezahlt werden (§ 8a Abs. 2, 3 S. 1 EStG). Liegt ein Konzern vor, so ist die Zinsschranke allerdings unter den Voraussetzungen des § 8a Abs. 3 S. 1 EStG nur anzuwenden, wenn die Verbindlichkeiten in dem voll konsolidierten Konzernabschluss ausgewiesen sind oder wenn im Fall eines rückgriffsberechtigten Dritten der Rückgriff auf einen nicht zum Konzern gehörenden Gesellschafter oder eine diesem nahe stehende Person erfolgt (§ 8a Abs. 3 S. 2 EStG).

Die Abzugsbeschränkungen der §§ 4h EStG, 8a KStG wirken sich aufgrund § 7 Abs. 1 S. 1 GewStG auch auf den Zinsabzug bei der gewerbesteuerlichen Bemessungsgrundlage aus. Demnach mindern lediglich die nach §§ 4h EStG, 8a KStG abzugsfähigen Zinsaufwendungen den Gewerbeertrag. Allerdings sind 25 % der abgezogenen Zinsaufwendungen dem Gewerbeertrag wieder hinzuzurechnen (§ 8 Nr. 1 a GewStG), so dass im Ergebnis die nach §§ 4h EStG, 8a KStG zu berücksichtigenden Zinsaufwendungen den Gewerbeertrag zu 75 % mindern. Bei der Hinzurechnung nach § 8 Nr. 1 a GewStG wird ein Freibetrag von 100.000 Euro gewährt.

#### 4.6.1.2.2.2 Der Einfluss von Zinsabzugsbeschränkungen auf das Tax-Shield

Im Folgenden werden die nach der Unternehmensteuerreform geltenden steuerlichen Regelungen unter besonderer Berücksichtigung von Zinsabzugsbeschränkungen im Bewertungskalkül abgebildet.[597] Bei ansonsten unveränderten Prämissen werden die folgenden Prämissen bezüglich der Besteuerung angenommen:

- Gewinne von Kapitalgesellschaften unterliegen der Körperschaftsteuer und der Gewerbesteuer.
- Hinzurechnungen und Kürzungen bei der Ermittlung des Gewerbeertrags (§§ 8, 9 GewStG) werden bei der unverschuldeten Unternehmung vernachlässigt, so dass die

---

[596] Vgl. zur Bestimmung der Eigenkapitalquoten nach IFRS Heintges/Kamphaus/Loitz (2007), S. 1261 ff.

[597] Die folgende Darstellung erfolgt in Anlehnung an Mai (2008a), S. 40 ff. Allerdings wird abweichend von Mai (2008a), S. 41 nicht davon ausgegangen, dass bei der unverschuldeten Unternehmung ausschließlich positive steuerliche Bemessungsgrundlagen auftreten können, d.h. $\widetilde{EBIT}_t > 0$. Insoweit ist die Darstellung in der vorliegenden Arbeit allgemeiner.

Bemessungsgrundlagen der Gewerbesteuer und der Körperschaftsteuer bei der unverschuldeten Unternehmung jeweils identisch dem Ergebnis vor Zinsen und Steuern $\widetilde{EBIT}_t$ entsprechen.

- Zinsen sind im Rahmen der §§ 4h EStG, 8a KStG von den steuerlichen Bemessungsgrundlagen der Gewerbesteuer und der Körperschaftsteuer abzugsfähig.
- Das Ergebnis vor Zinsen, Steuern und Abschreibungen $\widetilde{EBITDA}_t = \widetilde{EBIT}_t + \widetilde{AfA}_t$ sei im Folgenden grundsätzlich positiv, d.h. $\widetilde{EBITDA}_t \geq 0$.
- Für Zwecke der Gewerbesteuer erfolgt bei der verschuldeten Unternehmung eine Hinzurechnung von 25 % des abzugsfähigen Zinsaufwands zum Gewerbeertrag (§ 8 Nr. 1 a GewStG); der Freibetrag wird vernachlässigt.
- Im Fall negativer Bemessungsgrundlagen sind die Verlustausgleichsregelungen der §§ 10d EStG, 10a GewStG anzuwenden.
- Der Steuersatz der Körperschaftsteuer (einschließlich Solidaritätszuschlag) beträgt $s_k$. Der Steuersatz der Gewerbesteuer $s_g$ ergibt sich als Produkt aus Gewerbesteuermesszahl $MZ$ (§ 11 GewStG) und Hebesatz $HS$ (§ 16 GewStG), d.h. $s_g = MZ \cdot HS$.[598]

Zunächst ist die unverschuldete Unternehmung zu betrachten. Da bei dieser das körperschaftsteuerliche Ergebnis und der Gewerbeertrag als identisch angenommen sind, belaufen sich etwaige Periodenverluste für beide Steuerarten auf jeweils $\widetilde{EBIT}_t < 0$. Dennoch ist die Verlustnutzung in der Regel bei Körperschaftsteuer und Gewerbesteuer nicht identisch, da bei der Körperschaftsteuer im Gegensatz zur Gewerbesteuer ein Verlustrücktrag möglich ist. Zunächst wird die körperschaftsteuerliche Behandlung der Verluste dargestellt. Soweit in Periode $t$ ein Gewinn vorliegt $\left(\widetilde{EBIT}_t > 0\right)$, mindert ein aus der Vorperiode $t-1$ resultierender körperschaftsteuerlicher Verlustvortrag $\widetilde{VV}_{t-1}^K$ die körperschaftsteuerliche Bemessungsgrundlage. Allerdings ist die körperschaftsteuerliche Verlustnutzung nach § 10d Abs. 2 EStG beschränkt auf einen Betrag von $VN^* = 1.000.000$ Euro zuzüglich 60 % des $VN^*$ übersteigenden Gewinns der Periode $t$. Für die körperschaftsteuerliche Verlustnutzung $\widetilde{VN}_t^K$ in Periode $t$ folgt somit

$$(4.292)\quad \widetilde{VN}_t^K = \min\left[\ \widetilde{VV}_{t-1}^K\ ;\ \max\left(\widetilde{EBIT}_t\ ;0\right)\ ;\ VN^* + 0{,}6 \cdot \max\left[\widetilde{EBIT}_t - VN^*\ ;0\right]\ \right].$$

[598] Der bislang mögliche Abzug der Gewerbesteuer als Betriebsausgabe von ihrer eigenen Bemessungsgrundlage und der Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer ist nach der Unternehmensteuerreform 2008 ausgeschlossen (§ 4 Abs. 5b EStG). Nach der bisherigen Regelung gilt bei identischen Bemessungsgrundlagen für den Satz der Gewerbesteuer $s_g = MZ \cdot HS / (1 + MZ \cdot HS)$ und für den effektiven Satz der Körperschaftsteuer $s_k \cdot (1 - s_g)$. Vgl. zum Vergleich der Steuersätze nach dem bislang geltenden Recht und nach der Unternehmensteuerreform Hommel/Pauly (2007), S. 1156.

Entsteht in Periode $t$ ein körperschaftsteuerlicher Verlust $\left(\widetilde{EBIT}_t < 0\right)$, so erfolgt ein Verlustrücktrag, soweit in der Vorperiode $t-1$ nach Berücksichtigung der Verlustnutzung $\widetilde{VN}_{t-1}^K$ eine positive Bemessungsgrundlage vorgelegen hat. Der Verlustrücktrag ist begrenzt auf $VR^* = 511.500$ Euro (§ 10d Abs. 2EStG), so dass der Verlustrücktrag $\widetilde{VR}_t^K$ in Periode $t$ gegeben ist durch

$$(4.293)\, \widetilde{VR}_t^K = \min\left[-\min\left(\widetilde{EBIT}_t\ ; 0\right)\ ;\ \max\left(\widetilde{EBIT}_{t-1}\ ; 0\right) - \widetilde{VN}_{t-1}^K\ \ ;\ VR^*\right]\ .$$

Der Verlustvortrag in Periode $t$ ergibt sich aus dem Verlustvortrag der Vorperiode $\widetilde{VV}_{t-1}^K$ abzüglich der Verlustnutzung $\widetilde{VN}_t^K$ und zuzüglich des Verlusts in Periode $t$, welcher nicht aufgrund des Verlustrücktrags die Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer in Periode $t$ mindert. Es folgt somit

$$(4.294)\, \widetilde{VV}_t^K = \widetilde{VV}_{t-1}^K - \widetilde{VN}_t^K - \min\left(\widetilde{EBIT}_t\ ; 0\right) - \widetilde{VR}_t^K\ .$$

Nunmehr ist die Gewerbesteuer zu betrachten. Die gewerbesteuerliche Verlustnutzung in Periode $t$ ist nach § 10a GewStG entsprechend der körperschaftsteuerlichen Verlustnutzung beschränkt. Für die gewerbesteuerliche Verlustnutzung folgt somit analog zu Gleichung (4.292)

$$(4.295)\, \widetilde{VN}_t^G = \min\left[\ \widetilde{VV}_{t-1}^G\ ; \max\left(\widetilde{EBIT}_t\ ; 0\right)\ ;\ VN^* + 0{,}6 \cdot \max\left[\widetilde{EBIT}_t - VN^*\ ; 0\right]\ \right]\ .$$

Ein Verlustrücktrag ist nach § 10a GewStG nicht möglich und somit auch nicht bei der Bestimmung des gewerbesteuerlichen Verlustvortrags in Periode $t$ zu berücksichtigen. Der gewerbesteuerliche Verlustvortrag beträgt somit

$$(4.296)\, \widetilde{VV}_t^G = \widetilde{VV}_{t-1}^G - \widetilde{VN}_t^G - \min\left(\widetilde{EBIT}_t\ ; 0\right).$$

Nunmehr ist die verschuldete Unternehmung zu betrachten. Bei dieser sind zunächst die unter Berücksichtigung der Zinsschranke und der Verlustausgleichsregelungen steuerlich wirksamen Zinsabzugsbeträge einer Periode $t$ bei der Gewerbesteuer $\widetilde{ZA}_t^G$ und der Körperschaftsteuer $\widetilde{ZA}_t^K$ zu bestimmen.[599] Anschließend ist die Auswirkung der Fremdfinanzierung auf die Verlustnutzung zu determinieren.

Der Zinsabzug ist bei Gewerbesteuer und Körperschaftsteuer durch die Zinsschranke beschränkt, so dass die Höhe des in Periode $t$ nach Anwendung der Zinsschranke steuerlich abzugsfähigen Zinsaufwands $\widetilde{ZA}_t^{ZS}$ zu ermitteln ist. Grundsätzlich abzugsfähig ist die in Periode $t$ geleistete Zinszahlung $i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ zuzüglich des Zinsvortrags $\widetilde{ZV}_{t-1}$, welcher aus dem in Periode $t-1$ nicht abzugsfähigen Zinsaufwand resultiert. Der insgesamt steuerlich abzugsfähige Betrag ist allerdings bei Anwendung der Abzugsbeschränkung auf den Betrag

[599] Vgl. zum Folgenden auch Schultze/Bachmann (2008), S. 20-23. Allerdings wird dort der Zinsvortrag vernachlässigt.

$$(4.297)\ \widetilde{ZA}_t^{MAX} = \widetilde{ZE}_t + 0{,}3 \cdot \left( EBI\widetilde{T}DA_t - \widetilde{ZE}_t \right)$$

begrenzt, wobei $\widetilde{ZE}_t$ die Zinserträge der Unternehmung in Periode $t$ bezeichnet. Gleichung (4.297) stellt jedoch nicht generell den maximal zulässigen Zinsabzug dar, da möglicherweise nicht in jedem der in Periode $t$ aus Sicht des Bewertungszeitpunkts denkbaren Umweltzustände die Voraussetzungen zur Anwendung der Abzugsbeschränkung vorliegen. Die Abzugsbeschränkung ist beispielsweise nicht in jeder Periode anzuwenden, wenn in einigen zukünftigen Perioden die Freigrenze des § 4h Abs. 2 a EStG unterschritten wird. Auch können die Eigenkapitalquoten der zu bewertenden Unternehmung und des Konzerns stochastisch sein, so dass in einigen zukünftigen Umweltzuständen einer Periode die nach § 4h Abs. 2 c EStG für die Nichtanwendung der Abzugsbeschränkung erforderliche Relation der Eigenkapitalquoten erfüllt ist. Die Nichtanwendung der Abzugsbeschränkung in einigen zukünftigen Umweltzuständen einer Periode $t$ sei durch die stochastische Binärvariable $\tilde{\omega}_t$ dargestellt, welche in Zuständen, in denen die Abzugsbeschränkung greift, den Wert $\omega_t = 1$, und in Zuständen, in denen die Abzugsbeschränkung nicht greift, den Wert $\omega_t = 0$ annimmt. Der nach Anwendung der §§ 4h EStG, 8a KStG zulässige steuerliche Zinsabzug einer Periode ist demnach gegeben durch

$$(4.298)\ \widetilde{ZA}_t^{ZS} = \tilde{\omega}_t \cdot \min\left[ i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} + \widetilde{ZV}_{t-1}\ ;\ \widetilde{ZA}_t^{MAX} \right] + \left(1 - \tilde{\omega}_t\right) \cdot \left( i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} + \widetilde{ZV}_{t-1} \right).$$

Aus der in Periode $t$ erfolgenden Zinszahlung, dem Zinsvortrag aus der Vorperiode $t-1$ sowie dem zulässigen Zinsabzug der Periode $t$ resultiert der Zinsvortrag der Periode $t$

$$(4.299)\ \widetilde{ZV}_t = i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} + \widetilde{ZV}_{t-1} - \widetilde{ZA}_t^{ZS},$$

welcher in die Ermittlung des zulässigen Zinsabzugs und des Zinsvortrags der Folgeperiode $t+1$ eingeht.

Ausgehend vom zulässigen Zinsabzug $\widetilde{ZA}_t^{ZS}$ können die in der betrachteten Periode $t$ steuerlich wirksamen Zinsabzugsbeträge $\widetilde{ZA}_t^K$ und $\widetilde{ZA}_t^G$ bestimmt werden. Da ein sofortiger Verlustausgleich ausgeschlossen ist, dürfen die steuerlich wirksamen Zinsabzugsbeträge einen positiven Gewinn vor Zinsen und Steuern $E\widetilde{BIT}_t$ nicht übersteigen. Im Fall eines negativen $E\widetilde{BIT}_t$ ist der gesamte Zinsabzug in Periode $t$ steuerlich nicht wirksam. Für den körperschaftsteuerlich wirksamen Zinsabzug folgt somit[600]

$$(4.300)\ \widetilde{ZA}_t^K = \min\left[ \widetilde{ZA}_t^{ZS}\ ;\ \max\left(E\widetilde{BIT}_{t-1}\ ;\ 0\right) \right].$$

Bei der Gewerbesteuer erfolgt zunächst eine Minderung des Ergebnisses in Höhe von $\widetilde{ZA}_t^{ZS}$ und nach § 8 Nr. 1a GewStG eine Erhöhung des Ergebnisses um $0{,}25 \cdot \widetilde{ZA}_t^{ZS}$, was ebenfalls

---

[600] Ähnlich Herzig/Bohn (2007), S. 3.

eine Zinsabzugsbeschränkung darstellt. Der gewerbesteuerlich wirksame Zinsabzug ist demnach gegeben durch

$$(4.301)\ \widetilde{ZA}_t^G = \min\left[\ 0{,}75 \cdot \widetilde{ZA}_t^{ZS} \ \ ;\ \max\left(E\widetilde{BIT}_{t-1} \ ; 0\right)\ \right].$$

Aus den steuerlich wirksamen Zinsabzugsbeträgen einer Periode $t$ resultiert das durch den Zinsabzug in $t$ bedingte Tax-Shield

$$(4.302)\ \widetilde{TS}_t^{ZA} = \widetilde{ZA}_t^K \cdot s_k + \widetilde{ZA}_t^G \cdot s_g .$$

Mittels Gleichung (4.302) sind die Auswirkungen des Zinsabzugs auf die Steuerzahlungen jedoch nicht vollständig determiniert, da die nach den Gleichungen (4.300) bzw. (4.301) steuerlich nicht wirksamen Beträge in den körperschaftsteuerlichen bzw. gewerbesteuerlichen Verlustausgleich eingehen und im Rahmen des Verlustvortrags bzw. des Verlustrücktrags zu Steuerersparnissen führen.[601] Hierbei ist insbesondere zu beachten, dass in Zuständen, in denen die Zinsschranke nicht greift $(\omega_t = 0)$, der gesamte bisher entstandene Zinsvortrag abzugsfähig ist. Soweit der Zinsabzug in diesen Fällen steuerlich nicht wirksam wird, geht er in den Verlustausgleich ein; insoweit erfolgt eine Umwandlung des Zinsvortrags in einen Verlustvortrag bzw. Verlustrücktrag.

Zunächst wird die körperschaftsteuerliche Behandlung der Verluste analysiert. Soweit in Periode $t$ nach Abzug der Fremdkapitalzinsen ein Gewinn verbleibt $\left(E\widetilde{BIT}_t - \widetilde{ZA}_t^{ZS} > 0\right)$, mindert ein aus der Vorperiode $t-1$ resultierender körperschaftsteuerlicher Verlustvortrag der verschuldeten Unternehmung $\widetilde{VV}_{t-1}^{l,K}$ die körperschaftsteuerliche Bemessungsgrundlage. Unter Berücksichtigung der Beschränkung der körperschaftsteuerlichen Verlustnutzung nach § 10d Abs. 2 EStG resultiert für die körperschaftsteuerliche Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung $\widetilde{VN}_t^{l,K}$ in Periode $t$ somit

$$(4.303)\ \widetilde{VN}_t^{l,K} = \min\begin{bmatrix} \widetilde{VV}_{t-1}^{l,K} \ \ ;\ \max\left(E\widetilde{BIT}_t \ ; 0\right) - \widetilde{ZA}_t^K \ \ ; \\ VN^* + 0{,}6 \cdot \max\left(E\widetilde{BIT}_t - \widetilde{ZA}_t^K - VN^* \ ; 0\right) \end{bmatrix}.$$

Entsteht in Periode $t$ ein körperschaftsteuerlicher Verlust $\left(E\widetilde{BIT}_t - \widetilde{ZA}_t^{ZS} < 0\right)$, so erfolgt ein Verlustrücktrag, soweit in der Vorperiode $t-1$ nach Berücksichtigung der Verlustnutzung $\widetilde{VN}_{t-1}^{l,K}$ eine positive Bemessungsgrundlage vorgelegen hat. Unter Berücksichtigung der Beschränkung des § 10d Abs. 2EStG resultiert ein Verlustrücktrag der verschuldeten Unternehmung $\widetilde{VR}_t^{l,K}$ in Periode $t$ von

[601] Vgl. Herzig/Bohn (2007), S. 3-4.

$$(4.304)\ \tilde{VR}_t^{l,K} = \min\begin{bmatrix} -\min\left(E\tilde{B}IT_t\ ;0\right)+\tilde{ZA}_t^{ZS}-\tilde{ZA}_t^{K}\quad ; \\ \max\left(E\tilde{B}IT_{t-1}\ ;0\right)-\tilde{ZA}_{t-1}^{K}-\tilde{VN}_{t-1}^{l,K}\quad ;\ VR^* \end{bmatrix}.$$

Der Verlustvortrag der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ ergibt sich aus dem Verlustvortrag der Vorperiode $\tilde{VV}_{t-1}^{l,K}$ abzüglich der Verlustnutzung $\tilde{VN}_t^{l,K}$ und zuzüglich der Summe des Verlusts der unverschuldeten Unternehmung in Periode $t$ sowie des nach §§ 4h EStG, 8a KStG nicht durch den Zinsabzug berücksichtigten abzugsfähigen Zinsaufwands in Periode $t$, soweit diese nicht aufgrund des Verlustrücktrags in Periode $t$ zu einer Steuererstattung führt. Es folgt somit

$$(4.305)\ \tilde{VV}_t^{l,K} = \tilde{VV}_{t-1}^{l,K} - \tilde{VN}_t^{l,K} - \min\left(E\tilde{B}IT_t\ ;0\right)+\tilde{ZA}_t^{ZS}-\tilde{ZA}_t^{K}-\tilde{VR}_t^{l,K}.$$

Nunmehr ist die Gewerbesteuer zu betrachten. Die gewerbesteuerliche Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ ist nach § 10a GewStG entsprechend der körperschaftsteuerlichen Verlustnutzung beschränkt. Für die gewerbesteuerliche Verlustnutzung folgt somit analog zu Gleichung (4.303)

$$(4.306)\ \tilde{VN}_t^{l,G} = \min\begin{bmatrix} \tilde{VV}_{t-1}^{l,G}\quad ;\ \max\left(E\tilde{B}IT_t\ ;0\right)-\tilde{ZA}_t^{G}\quad ; \\ VN^* + 0{,}6\cdot\max\left(E\tilde{B}IT_t-\tilde{ZA}_t^{G}-VN^*\ ;0\right) \end{bmatrix}.$$

Ein Verlustrücktrag ist nach § 10a GewStG nicht möglich. Bei der Bestimmung des gewerbesteuerlichen Verlustvortrags der verschuldeten Unternehmung in Periode $t$ ist zu beachten, dass der zulässige Zinsabzug $\tilde{ZA}_t^{ZS}$ im Ergebnis nur zu 75 % abgezogen wird. Der gewerbesteuerliche Verlustvortrag beträgt somit

$$(4.307)\ \tilde{VV}_t^{l,G} = \tilde{VV}_{t-1}^{l,G} - \tilde{VN}_t^{l,G} - \min\left(E\tilde{B}IT_t\ ;0\right)+0{,}75\cdot\tilde{ZA}_t^{ZS}-\tilde{ZA}_t^{G}.$$

Die körperschaftsteuerliche und gewerbesteuerliche Verlustnutzung sowie der körperschaftsteuerliche Verlustrücktrag haben Steuerersparnisse in Periode $t$ zur Folge, welche entsprechend der in Abschnitt 4.6.1.2.1 dargestellten Differenzbetrachtung der Fremdfinanzierung zuzuordnen sind. Diese Steuerersparnisse seien deshalb als aus der Verlustnutzung resultierendes Tax-Shield $\tilde{TS}_t^{VN}$ bezeichnet. Entsprechend Gleichung (4.290) resultiert

$$(4.308)\ \tilde{TS}_t^{VN} = \left[\left(\tilde{VN}_t^{l,K}+\tilde{VR}_t^{l,K}\right)-\left(\tilde{VN}_t^{K}+\tilde{VR}_t^{K}\right)\right]\cdot s_k + \left[\tilde{VN}_t^{l,G}-\tilde{VN}_t^{G}\right]\cdot s_g$$

Das gesamte aus der Fremdfinanzierung resultierende Tax-Shield ergibt sich als Summe der aus dem Zinsabzug und der Verlustnutzung resultierenden Tax-Shields zu

$$(4.309)\ \tilde{TS}_t = \tilde{TS}_t^{ZA} + \tilde{TS}_t^{VN}.$$

Gleichung (4.309) bildet das Tax-Shield bei Vorliegen von Zinsabzugsbeschränkungen in allgemeiner Form ab. Die Hinzurechnungsvorschrift des § 8 Nr. 1 a GewStG ist unabhängig von der Parameterkonstellation anzuwenden. Die Anwendung der Abzugsbeschränkung der §§ 4h

EStG, 8a KStG und der Verlustausgleichsbeschränkungen der §§ 10d EStG, 10a GewStG hängt dagegen von der jeweiligen Parameterkonstellation ab. Spezialfälle von Gleichung (4.309) liegen vor, wenn eine oder beide der genannten Beschränkungen in allen Perioden und allen Zuständen nicht greifen. Die Tax-Shields für die möglichen Konstellationen sind in Tabelle 4.8 dargestellt.

| $\widetilde{TS}_t$ | | Abzugsbeschränkung §§ 4h EStG, 8a KStG | |
|---|---|---|---|
| | | nein | ja |
| Verlustausgleichs-beschränkungen §§ 10d EStG, 10a GewStG | nein | $i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \cdot \left(s_k + 0{,}75 \cdot s_g\right)$ | $\widetilde{ZA}_t^{ZS} \cdot \left(s_k + 0{,}75 \cdot s_g\right)$ |
| | ja | $\widetilde{TS}_t^{ZA} + \widetilde{TS}_t^{VN}$ | |

Tabelle 4.8: Tax-Shields in Abhängigkeit von der Anwendung der Zinsabzugsbeschränkungen

Aus Tabelle 4.8 geht hervor, dass in den Fällen, in denen die Verlustausgleichsbeschränkungen nicht greifen, das Tax-Shield durch Multiplikation des zulässigen steuerlichen Zinsabzugs mit dem effektiven Steuersatz

(4.310) $s = s_k + 0{,}75 \cdot s_g$

abgebildet werden kann, welcher die Steuerersparnis unter Berücksichtigung von § 8 Nr. 1 a GewStG determiniert.[602] Ein körperschaftsteuerlicher Verlust tritt nicht auf, wenn die Bedingung

(4.311) $i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \leq \widetilde{EBITDA}_t - \widetilde{AfA}_t \Leftrightarrow \ \widetilde{EBITDA}_t \geq i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} + \widetilde{AfA}_t$

erfüllt ist. Gilt Bedingung (4.311), so liegt auch kein gewerbesteuerlicher Verlust vor, da unter den vorliegenden Prämissen die gewerbesteuerliche Bemessungsgrundlage aufgrund § 8 Nr. 1 a GewStG die körperschaftsteuerliche Bemessungsgrundlage übersteigt.

Greift zudem die Abzugsbeschränkung der §§ 4h EStG, 8a KStG nicht, so ist das Tax-Shield der Periode $t$ proportional zum Fremdkapitalbestand der Vorperiode. Dies ist zum einen gegeben, wenn die Ausnahmetatbestände des § 4h Abs. 2 EStG vorliegen und die Zinsschranke auch nicht nach § 8a Abs. 2, 3 KStG anzuwenden ist. Die zweite Konstellation, welche zur Proportionalität des Tax-Shields zum Fremdkapitalbestand der Vorperiode führt, ist gegeben, wenn die Tatbestände, welche zur Anwendung der Zinsschranke führen, zwar erfüllt sind, jedoch aufgrund der Ertragslage der Unternehmung die Abzugsbeschränkung nicht wirksam wird. Konkret ist zu fordern, dass die Zinsaufwendungen geringer sind als die Zinserträge zuzüglich 30 % des um die Zinserträge geminderten $\widetilde{EBITDA}_t$. Es folgt die Bedingung

[602] Nach dem bisherigen, durch die Unternehmensteuerreform geänderten § 8 Nr. 1 GewStG sind 50 % der Fremdkapitalzinsen hinzuzurechnen. Unter Berücksichtigung der Abzugsfähigkeit der Gewerbesteuer von ihrer eigenen Bemessungsgrundlage und der Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer resultiert nach den bisherigen Regelungen ein effektiver Steuersatz von $s = s_k + 0{,}5 \cdot s_g - 0{,}5 \cdot s_k \cdot s_g$.

$$(4.312)\, i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} \leq \widetilde{ZE}_t + 0{,}3 \cdot \left(EBI\widetilde{T}DA_t - \widetilde{ZE}_t\right) \Leftrightarrow EBI\widetilde{T}DA_t \geq \frac{i \cdot \widetilde{FK}_{t-1} - \widetilde{ZE}_t}{0{,}3} + \widetilde{ZE}_t \,.$$

#### 4.6.1.3 Bewertung der Tax-Shields und Finanzierungsstrategien

Im Folgenden sind Probleme zu betrachten, welche sich aus der Anwendung des Bewertungskalküls (4.285) auf die einzelnen Finanzierungsstrategien ergeben.[603] Die Bewertungsgleichung (4.285) bei Vorliegen von Zinsabzugsbeschränkungen unterscheidet sich von Gleichung (4.32) lediglich durch die unternehmensteuerlichen Tax-Shields $\widetilde{TS}_t$. Zur Ermittlung der Tax-Shields $\widetilde{TS}_t$ ist nunmehr jedoch neben der Kenntnis der zukünftigen Fremdkapitalbestände auch die Kenntnis der stochastischen Entwicklung von $E\widetilde{BI}T_t$ erforderlich. Bei Anwendung der Zinsschranke ist zusätzlich auch die Entwicklung von $EBI\widetilde{T}DA_t$ erforderlich und es muss bekannt sein, in welchen Umweltzuständen der einzelnen Perioden die Voraussetzungen zur Anwendung der Zinsschranke erfüllt sind, d.h. die Variable $\widetilde{\omega}_t$ ist zu konkretisieren. Die Bestimmung der Tax-Shields hat demnach wesentlich höhere Informationserfordernisse zur Folge als die Bewertung ohne Berücksichtigung der Zinsabzugsbeschränkungen.

Die Tax-Shields $\widetilde{TS}_t$ sind bei Vorliegen von Zinsabzugsbeschränkungen regelmäßig stochastisch, jedoch nach Tabelle 4.8 nur proportional zum Fremdkapitalbestand der Vorperiode, wenn ausschließlich die Abzugsbeschränkung des § 8 Nr. 1 a GewStG greift oder wenn die Bedingungen (4.311) und (4.312) erfüllt sind. Abgesehen von diesen Spezialfällen besteht daher keine lineare Relation zwischen den Fremdkapitalbeständen $\widetilde{FK}_t$ und den Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ der unverschuldeten Unternehmung, so dass die Bewertungsgleichungen des Abschnitts 4.5, welche den Wert der Tax-Shields auf den Wert der Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ zurückführen, nicht anwendbar sind. Insbesondere ist eine Diskontierung der erwarteten Tax-Shields $E_0\left(\widetilde{TS}_t\right)$ mit den Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung nicht möglich. Zur Anwendbarkeit der Bewertungsgleichungen des Abschnitts 4.5 müsste eine lineare Relation zwischen $\widetilde{TS}_t$ und $\widetilde{C}_t$ bestehen, welche jedoch allenfalls zufällig vorliegt. Die auf der linearen Relation von Tax-Shields und Cash-Flows basierenden Bewertungsverfahren versagen folglich.

Dennoch ist eine pfadabhängige Bewertung der Tax-Shields (ähnlich wie bei den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien) möglich, soweit es gelingt, die bewertungsrelevanten Größen zu bestimmen. Diesbezüglich ist zunächst die Vorgehensweise bei der Ermittlung der periodischen Tax-Shields $\widetilde{TS}_t$ zu betrachten. Es bietet sich eine in jeder Periode durchzuführende, aus vier Schritten bestehende Vorgehensweise an, welche die Tax-Shields durch Vorwärtsinduktion ermittelt. Dies sei anhand der Periode $t$ erläutert, wobei unterstellt wird, dass für die Vorperiode $t-1$ der Fremdkapitalbestand sowie die Zins- und Verlustvorträge bereits ermittelt sind: Im ersten Schritt sind für jeden Umweltzustand der Periode $t$, ausgehend von

---

[603] Die folgende Darstellung erfolgt in Anlehnung an Mai (2008a), S. 44 ff.

den stochastischen $E\widetilde{BITDA}_t$ und $\widetilde{\omega}_t$, die maximal abzugsfähigen Beträge $\widetilde{ZA}_t^{MAX}$ zu bestimmen. Im zweiten Schritt sind, ausgehend vom Fremdkapitalbestand, den Zins- und Verlustvorträgen sowie dem Ergebnis vor Zinsen und Steuern der Vorperiode $t-1$, die Zinszahlungen, die steuerlich abzugsfähigen Beträge, die Zinsvorträge, die Verlustnutzung, die Verlustvorträge sowie als Ergebnis die Tax-Shields für jeden Umweltzustand der Periode $t$ zu bestimmen. Im dritten Schritt erfolgt die Bestimmung des Fremdkapitalbestands der Periode $t$, soweit dieser vom Tax-Shield der Periode $t$ abhängig ist. Dies ist gegeben bei der wertorientierten Finanzierung, der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads sowie bei den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien, nicht jedoch bei der autonomen und der buchwertorientierten Finanzierung. Bei den beiden letztgenannten Finanzierungsstrategien kann dieser Schritt entfallen, da die Fremdkapitalbestände bereits exogen gegeben sind. Im vierten Schritt erfolgt dann die Bewertung der Tax-Shields mittels Gleichung (4.285).[604]

Die Vorgehensweise wird im Folgenden für die Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads anhand eines Zahlenbeispiels verdeutlicht, welches sich auf einen zukünftigen Entwicklungspfad beschränkt. Hierbei wird vereinfachend vorausgesetzt, dass ausschließlich eine Verlustausgleichsbeschränkung mit unbeschränkter Vortragsmöglichkeit vorliegt, und dass $E\widetilde{B}IT_t \geq 0$ für alle $t$ gilt. Gegeben sind ein dynamischer Verschuldungsgrad von $l^C = 1$, ein Zinssatz von $i = 0{,}1$ und ein Unternehmensteuersatz $s_u = 0{,}2$. Tabelle 4.9 zeigt die Entwicklung des zukünftigen Fremdkapitalbestands, ausgehend von Periode $t = 0$, für welche die bewertungsrelevanten Größen bereits ermittelt sind. Es liegt ein Verlustvortrag von $VV_0^l = 100$ vor.

[604] Da die zu bewertenden Tax-Shields Minimumfunktionen enthalten, wäre zu analysieren, ob analog zu den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien eine Bewertung mittels optionsbasierter Ansätze möglich ist. Die optionsbasierte Bewertung ist allerdings aufgrund der Komplexität der vorliegenden Minimumfunktionen nicht unmittelbar auf das hier betrachtete Bewertungsproblem übertragbar. Da eine weiter gehende Betrachtung den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, bleibt die Analyse der Anwendbarkeit optionsbasierter Bewertungsansätze auf das vorliegende Bewertungsproblem zukünftiger Forschung vorbehalten.

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\widetilde{C}_t$ | 50,00 | 50,00 | 50,00 | 50,00 | 50,00 |
| $E\widetilde{BIT}_t$ | 0,00 | 40,00 | 70,80 | 21,42 | 40,00 |
| $\widetilde{FK}_{t-1}$ | 100,00 | 50,00 | 58,00 | 64,16 | 54,28 |
| $i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}$ | 10,00 | 5,00 | 5,80 | 6,42 | 5,43 |
| $\widetilde{ZA}_t$ | 0,00 | 5,00 | 5,80 | 6,42 | 5,43 |
| $\widetilde{VN}_t^l$ | 0,00 | 35,00 | 65,00 | 15,00 | 0,00 |
| $\widetilde{VV}_t^l$ | 110,00 | 75,00 | 15,00 | 0,00 | 0,00 |
| $TS_t$ | 0,00 | 8,00 | 14,16 | 4,28 | 1,09 |
| $T\widetilde{CF}_t^l$ | 50,00 | 58,00 | 64,16 | 54,28 | 50,09 |

Tabelle 4.9: Anwendung von Finanzierungsstrategien bei Vorliegen von Zinsabzugsbeschränkungen

Die hier vorgeschlagene pfadabhängige Vorgehensweise erfordert einen relativ hohen Berechnungsaufwand, ist jedoch auf alle Finanzierungsstrategien mit Ausnahme der wertorientierten Finanzierung anwendbar. Die Schwierigkeiten, welche sich bei der wertorientierten Finanzierung ergeben werden im Folgenden erläutert, wobei vereinfachend wiederum davon ausgegangen wird, dass ausschließlich eine Verlustabzugsbeschränkung mit Vortragsmöglichkeit anzuwenden ist und dass $E\widetilde{BIT}_t \geq 0$ für alle $t$ gilt.

Um den Zinsabzugsbetrag $\widetilde{ZA}_t$ durch Vorwärtsinduktion zu bestimmen, ist die Kenntnis der Zinszahlungen in Periode $t$ und somit des Fremdkapitalbestands der Vorperiode $t-1$ erforderlich. Letzterer ist jedoch bei der wertorientierten Finanzierung nicht bekannt, sondern ergibt sich erst im Rahmen der rekursiven Bewertung der Unternehmung. Um den Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_{t-1} = l_{t-1} \cdot \widetilde{V}_{t-1}^l$ zu erhalten ist (bei Vernachlässigung persönlicher Steuern) folglich die Rekursionsbeziehung

$$(4.313)\ \widetilde{V}_{t-1}^l = \frac{\widetilde{E}_{t-1}^Q\left\{\ \widetilde{C}_t + \widetilde{V}_t^l + s_u \cdot \min\left[\ i \cdot \widetilde{FK}_{t-1}\ ;\ E\widetilde{BIT}_t\ \right] + s_u \cdot \widetilde{VN}_t^l\ \right\}}{1+i}$$

zu lösen. Die Lösung von Gleichung (4.313) setzt allerdings die Kenntnis des Werts $\widetilde{V}_{t-1}^l$ und des Verlustvortrags $\widetilde{VN}_t^l$ voraus. $\widetilde{V}_{t-1}^l$ ist durch Auflösung von Gleichung (4.313) zu ermitteln; eine Lösung ist jedoch nicht möglich, solange der Fremdkapitalbestand $l_{t-1} \cdot \widetilde{V}_{t-1}^l$ der Vorperiode sowie $\widetilde{VN}_t^l$ unbekannt sind. Die Kenntnis des Fremdkapitalbestands $l_{t-1} \cdot \widetilde{V}_{t-1}^l$ setzt die Kenntnis des Unternehmenswerts und somit der gesuchten Größe $\widetilde{V}_{t-1}^l$ voraus. $\widetilde{VN}_t^l$ ist durch Vorwärtsinduktion zu bestimmen und setzt somit die Kenntnis der Fremdkapitalbestände der vor $t-1$ befindlichen Perioden voraus, welche jedoch im Rahmen der rekursiven Bewertung erst bestimmt werden können, wenn $\widetilde{V}_{t-1}^{l}$ und somit $l_{t-1} \cdot \widetilde{V}_{t-1}^{l}$ bereits ermittelt sind. Im Ergebnis resultiert ein Zirkularitätsproblem, welches einer analytischen Lösung nicht zugänglich ist. Bei der wertorientierten Finanzierung versagt somit die vorgeschlagene Vorgehensweise. Das Zirkularitätsproblem liegt auch dann vor, wenn die Zinsschranke anzuwenden ist. Die Begründung ergibt sich analog zu der Argumentation bezüglich des Verlustvortrags. Eine Lösung des Bewertungsproblems unter Berücksichtigung der Zirkularität dürfte lediglich im Rahmen der Anwendung eines iterativen Simulationsverfahrens möglich sein. Es ist allerdings fraglich, ob ein solches Verfahren praktikabel ist. Sollte dem nicht so sein, so wäre die Durchführung der Bewertung bei Vorliegen von Zinsabzugsbeschränkungen im Fall der wertorientierten Finanzierung nicht möglich.

#### 4.6.1.4 Grenzen für den Wert der verschuldeten Unternehmung

Die vorstehenden Ausführungen haben gezeigt, dass die Integration von Zinsabzugsbeschränkungen die Komplexität des Bewertungskalküls wesentlich erhöht. Dies ist einerseits bedingt durch höhere Informationserfordernisse und andererseits durch die Notwendigkeit der pfadabhängigen Ermittlung der Tax-Shields. Im Fall der wertorientierten Finanzierung besteht zudem ein Zirkularitätsproblem, das analytisch nicht gelöst werden kann. Es stellt sich somit die Frage, ob für den Unternehmenswert, welcher sich bei Anwendung der Zinsabzugsbeschränkungen ergibt, einfach zu bestimmende Obergrenzen und Untergrenzen existieren, welche die Angabe einer Bandbreite für den Unternehmenswert unter Verzicht auf die exakte Bewertung nach Gleichung (4.285) ermöglichen.[605]

Zunächst ist die Wertuntergrenze zu betrachten. Der begrenzte Zinsabzug führt zu nichtnegativen Tax-Shields, welche nach Gleichung (4.285) additiv zum Wert der unverschuldeten Unternehmung hinzutreten. Die Wertuntergrenze ist daher unmittelbar durch den Wert der unverschuldeten Unternehmung gegeben.

Nunmehr ist die Wertobergrenze zu betrachten. Zu vergleichen sind der Wert der verschuldeten Unternehmung bei Vorliegen von Zinsabzugsbeschränkungen und der Wert der verschuldeten Unternehmung, der sich ohne Anwendung der Zinsabzugsbeschränkungen ergeben würde. Hierbei wird zunächst davon ausgegangen, dass die zu bewertende verschuldete Unternehmung im Bewertungszeitpunkt nicht über Zinsvorträge oder Verlustvorträge verfügt. Wird nun weiterhin davon ausgegangen, dass die Fremdkapitalbestände der beiden Unternehmungen in allen Perioden und allen Zuständen identisch sind, so ist die Wertobergrenze für die den Zinsabzugsbeschränkungen unterliegende Unternehmung durch den Wert der Unternehmung gegeben, welche keinen Zinsabzugsbeschränkungen unterliegt. Dies ist damit zu erklären, dass aufgrund der Zinsabzugsbeschränkungen eine Verschiebung des Zinsabzugs und somit der Steuerersparnisse in zukünftige Perioden erfolgt, so dass der Wert der Tax-Shields aufgrund der Diskontierung sinkt, auch wenn insgesamt gesehen eine identische Steu-

[605] Die folgende Darstellung erfolgt in Anlehnung an Mai (2008a), S. 46 ff.

erersparnis resultiert. Zinsvorträge und Verlustvorträge gehen bei Auflösung der Unternehmung unter. Für den Fall, dass die verschuldete Unternehmung eine endliche Lebensdauer aufweist und im Zeitpunkt der Auflösung Zinsvorträge und Verlustvorträge vorhanden sind, ist daher bereits die insgesamt bei Anwendung der Zinsabzugsbeschränkungen resultierende Steuerersparnis geringer als die ohne Anwendung der Zinsabzugsbeschränkungen resultierende Steuerersparnis. Die Identität der Fremdkapitalbestände der beiden zu vergleichenden Unternehmungen setzt jedoch voraus, dass die Höhe der Fremdkapitalbestände nicht durch die Tax-Shields beeinflusst wird. Obige Aussagen gelten daher zunächst nur für die autonome Finanzierung und die buchwertorientierten Finanzierung. Für diese Finanzierungsstrategien stellt somit der Wert der nicht den Zinsabzugsbeschränkungen unterliegenden Unternehmung die Wertobergrenze dar.

Bei Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads wirken sich die Tax-Shields zwar auf den Fremdkapitalbestand aus, jedoch bewirkt eine Zinsabzugsbeschränkung dass das Tax-Shield und die durch das Tax-Shield bedingte Erhöhung des Fremdkapitalbestands später eintreten als bei der Vergleichsunternehmung, welche nicht den Zinsabzugsbeschränkungen unterliegt. Die spätere Steuerersparnis hat somit aufgrund der späteren Erhöhung der Fremdkapitalbestände einen zusätzlichen Nachteil, so dass auch hier der Wert der Vergleichsunternehmung ohne Zinsabzugsbeschränkungen die Wertobergrenze darstellt.

Im Fall der wertorientierten Finanzierung sind dagegen der bedingte Wert einer Periode $t$ und somit auch der bedingte Fremdkapitalbestand in Periode $t$ vom Zinsabzug und der Verlustnutzung in den Folgeperioden abhängig. Dies hat zur Folge, dass der Fremdkapitalbestand der Periode $t$ aufgrund der Zinsabzugsbeschränkungen gegenüber dem Fremdkapitalbestand der Vergleichsunternehmung ansteigen kann. Dies erfordert weiter gehende Überlegungen.

Im Folgenden wird der Effekt auf den Wert der Unternehmung bei Verschiebung von Zinsaufwand um eine Periode analysiert. Hierzu wird eine Unternehmung betrachtet, welche in $t=1$ einen Gewinn von $\widetilde{EBIT}_1 = 0$ erzielt, so dass ein Tax-Shield von $\widetilde{TS}_1 = 0$ resultiert. In $t=1$ entsteht jedoch ein Verlustvortrag der Höhe $i \cdot l_0 \cdot V_0$. In allen Perioden ab $t=2$ seien die Zinsaufwendungen in der Periode ihres Anfalls vollständig steuerlich abzugsfähig. Weiterhin wird angenommen, dass in Periode $t=2$ der Verlustvortrag aus $t=1$ vollständig genutzt werden kann, so dass in $t=2$ eine Steuerersparnis aus der Verlustnutzung in Höhe von $s_u \cdot i \cdot l_0 \cdot V_0$ resultiert. Ab Periode $t=2$ sind unter den gegebenen Annahmen die Werte der beiden zu vergleichenden Unternehmungen identisch. Aus Sicht der Periode $t=1$ ist der Wert der Unternehmung, welche den Zinsabzugsbeschränkungen unterliegt, höher als der Wert der Unternehmung, bei der keine Zinsabzugsbeschränkungen anzuwenden sind, da die erstere Unternehmung über einen Verlustvortrag und somit in $t=2$ über höhere Tax-Shields verfügt. Deswegen ist auch der Fremdkapitalbestand $\widetilde{FK}_1 = l_1 \cdot \widetilde{V}_1^l$ im Fall der Zinsabzugsbeschränkungen höher als im Fall ohne Zinsabzugsbeschränkungen. Aus Sicht des Bewertungszeitpunkts ist der Wert im Fall mit Zinsabzugsbeschränkungen höher als der Wert im Fall ohne Zinsabzugsbeschränkungen, wenn in $t=1$ die Wertsteigerung aufgrund des Verlustvortrags die durch die Zinsabzugsbeschränkungen bedingte Minderung des Tax-Shields übersteigt. Es folgt die Bedingung[606]

$$(4.314)\ \frac{s_u \cdot i \cdot l_0 \cdot V_0}{(1+i)} \cdot \left(1 - \frac{s_u \cdot i \cdot l_1}{(1+i)}\right)^{-1} \geq s_u \cdot i \cdot l_0 \cdot V_0 \quad \Leftrightarrow \quad s_u \cdot l_1 \geq 1 \ .$$

Bedingung (4.314) ist wegen $s_u < 1$, $l_1 < 1$ nie erfüllt, so dass die Verschiebung des Zinsabzugs um eine Periode immer nachteilig ist. Hieraus folgt, dass auch die Verschiebung des Zinsabzugs um mehrere Perioden nicht vorteilhaft sein kann. Wäre im Beispiel der Verlustvortrag erst in $t = 3$ nutzbar, so würde dies analog zu Gleichung (4.314) implizieren, dass in $t = 1$ der Wert der Unternehmung gegenüber der Konstellation mit Verlustnutzung in $t = 2$ sinkt; hieraus folgt wiederum eine weitere Reduzierung des für den Bewertungszeitpunkt ermittelten Werts. Im Ergebnis stellt somit auch bei wertorientierter Finanzierung der ohne Vorliegen der Zinsabzugsbeschränkungen ermittelte Unternehmenswert die Wertobergrenze für den Unternehmenswert bei Vorliegen der Zinsabzugsbeschränkungen dar.

Abschließend ist der Fall zu betrachten, dass die verschuldete Unternehmung bei Vorliegen der Zinsabzugsbeschränkungen im Bewertungszeitpunkt über einen Zinsvortrag oder über Verlustvorträge verfügt. Die Wertobergrenze für den Wert der verschuldeten Unternehmung bei Vorliegen der Zinsabzugsbeschränkungen entspricht nunmehr dem Wert der verschuldeten Unternehmung ohne Anwendung der Zinsabzugsbeschränkungen zuzüglich des Werts der aus den vorhandenen Vorträgen resultierenden Tax-Shields bei frühestmöglichem Zufluss. Die Steuerersparnisse aufgrund der Vorträge fließen frühestens in Periode $t = 1$ zu, so dass bei Betrachtung des derzeit geltenden Steuersystems zur Ermittlung der Wertobergrenze zum Wert der verschuldeten Unternehmung ohne Anwendung der Zinsabzugsbeschränkungen der Term $\left[ZV_0 \cdot (s_k + 0{,}75 \cdot s_g) + VV_0^{l,K} \cdot s_k + VV_0^{l,G} \cdot s_g\right] / (1+i)$ zu addieren ist.

### 4.6.2 Nichtnegative Dividenden

Bislang wurde angenommen, dass negative Ausschüttungen $D\widetilde{I}V_t^l < 0$ im Modell zulässig sind. Ausschüttungen an die Eigenkapitalgeber sind jedoch in der Realität grundsätzlich nichtnegativ, d.h. $D\widetilde{I}V_t^l \geq 0$. Die Integration der Nichtnegativitätsbedingung $D\widetilde{I}V_t^l \geq 0$ in das Bewertungskalkül wird im Folgenden analysiert.

Zunächst ist die Ursache negativer Dividenden genauer zu erläutern. Werden die Anteile $L_\tau^G$ als deterministisch festgelegt, so besteht das Problem, dass die Finanzierungsstrategie negative Dividenden implizieren kann.[607] Einsetzen von Gleichung (4.4) in Gleichung (4.12) ergibt unter Verwendung der Definition (4.23) nach Umformung die Dividende der verschuldeten Unternehmung

---

[606] Das Bewertungsproblem ist hier analytisch lösbar, da die Zinsabzugsbeschränkung annahmegemäß nur für eine Periode greift und in $t = 1$ der Zinsabzug vollständig ausgeschlossen ist.

[607] Vgl. Laitenberger (2003), S. 1225-1226. Bei der Dividendenorientierten Finanzierung wird die (positive) Dividende exogen vorgegeben. Das Problem negativer Dividenden kann daher nicht auftreten.

(4.315) $D\widetilde{I}V_t^l = \widetilde{C}_t + \left(\widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}\right) + \left(\widetilde{F}K_t \cdot \widetilde{L}_t^G - \widetilde{F}K_{t-1} \cdot \widetilde{L}_{t-1}^G\right) - i \cdot \widetilde{F}K_{t-1} \cdot (1 - s_u)$ .

Die rechte Seite von Gleichung (4.315) ist bei Vorgabe des Cash-Flows $\widetilde{C}_t$, der Fremdkapitalbestände, deterministischer Anteile $L_\tau^G$ und der Beteiligungskapitalbestände der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung ausschließlich durch exogene Größen bestimmt. Dies führt dazu, dass Gleichung (4.315) in einzelnen zukünftigen Umweltzuständen in Widerspruch zu der Nichtnegativitätsbedingung $D\widetilde{I}V_t^l \geq 0$ geraten kann.[608] Dieser potentielle Widerspruch kann aufgelöst werden, indem die Nichtnegativitätsbedingung aufgegeben wird, d.h. negative Dividenden zugelassen werden, oder das Verhältnis $\widetilde{L}_\tau^G$ endogenisiert wird. Im ersteren Fall können einerseits negative Dividenden auftreten, die aus der exogenen Vorgabe der Kapitalstruktur mittels Finanzierungsstrategien resultieren.[609] Andererseits besteht die Möglichkeit, eine Finanzierungsstrategie bezüglich der deterministischen Anteile $L_\tau^G$ unabhängig von der Realisation der Cash-Flows zu determinieren und somit die im Rahmen der Ableitung konkreter Bewertungsgleichungen benötigte lineare Beziehung zwischen den Fremdkapitalbeständen und den Ausschüttungsdifferenzeffekten herzustellen. Die Determinierung von Finanzierungsstrategien, welche einzelne Kapitalbestandteile unabhängig von der Realisation der jeweiligen Cash-Flows $\widetilde{C}_t$ festlegen, erfordert somit im Ergebnis die Prämisse der Zulässigkeit negativer Dividenden. Das Problem entfällt lediglich dann, wenn $s_d = s_v$ gilt, da dann jede Einzahlung der Eigenkapitalgeber in die Unternehmung als steuerfreie Kapitalerhöhung interpretiert werden kann.

Die Endogenisierung von $\widetilde{L}_\tau^G$ ist genauer zu betrachten. Unter dem Informationsstand der Periode $t$ ist das Verhältnis $\widetilde{L}_{t-1}^G$ bekannt, so dass bei gegebenen Fremdkapitalbeständen als einzige unbekannte Größe der Parameter $\widetilde{L}_t^G$ verbleibt. Aus der Nichtnegativitätsbedingung $D\widetilde{I}V_t^l \geq 0$ resultiert unter Beachtung von Gleichung (4.315) demnach der Wertebereich

(4.316) $\widetilde{L}_t^G \geq \widetilde{L}_t^{G,MIN}$

mit

(4.317) $\widetilde{L}_t^{G,MIN} \geq \dfrac{-\widetilde{C}_t - \left(\widetilde{B}K_t - \widetilde{B}K_{t-1}\right) + \widetilde{F}K_{t-1} \cdot \widetilde{L}_{t-1}^G + i \cdot \widetilde{F}K_{t-1} \cdot (1 - s_u)}{\widetilde{F}K_t}$ .

Das Verhältnis, in dem in Periode $t$ im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Gewinnrücklagen durch Fremdkapital ersetzt werden, darf demnach den zustandsabhängigen Parameter $\widetilde{L}_t^{G,MIN}$ nicht unterschreiten. Wäre das Verhältnis geringer als $\widetilde{L}_t^{G,MIN}$, so würde dies die Bildung von Gewinnrücklagen in einem Umfang implizieren, welcher nur durch eine Ein-

[608] Bei exogener Vorgabe der Beteiligungskapitalbestände der unverschuldeten Unternehmung können sich bereits bei der unverschuldeten Unternehmung negative Dividenden ergeben. Im Folgenden wird vereinfachend davon ausgegangen, dass dies nicht gegeben ist.
[609] Vgl. Abschnitt 4.5.1.2.

zahlung der Eigenkapitalgeber in die Gewinnrücklagen, d.h. durch negative Dividenden, erreichbar wäre.

Soll die Nichtnegativitätsrestriktion $D\tilde{I}V_t^l \geq 0$ im Bewertungskalkül Berücksichtigung finden, so ist es im Rahmen der Determinierung einer Finanzierungsstrategie lediglich möglich, ein (deterministisches oder stochastisches) Zielverhältnis $\tilde{L}_t^{G,*}$ sowie die Bedingung (4.316) vorzugeben. Das tatsächliche Verhältnis ist dann gegeben durch

$$(4.318)\ \tilde{L}_t^G = \max\left[\tilde{L}_t^{G,*}\ ,\ \tilde{L}_t^{G,MIN}\right] .$$

Einerseits werden durch Gleichung (4.318) negative Dividenden und die hiermit verbundenen unrealistischen steuerlichen Implikationen ausgeschlossen. Andererseits ist jedoch die Festlegung einer Finanzierungsstrategie bezüglich der Anteile $\tilde{L}_t^G$ nicht mehr unabhängig von der Realisation der Cash-Flows möglich; insbesondere kann nicht davon ausgegangen werden, dass die modellendogene Größe $\tilde{L}_t^G$ deterministische Werte annimmt. Eine Reduzierung des Risikos der steuerlichen Effekte der Fremdfinanzierung auf das Risiko der Fremdkapitalbestände ist in diesem Fall nicht mehr möglich, da aufgrund der in der Regel stochastischen $\tilde{L}_t^G$ eine zusätzliche Risikoquelle zu berücksichtigen ist.

Die Konsequenzen für die Bewertung der Ausschüttungsdifferenzeffekte ergeben sich analog zur vorstehend betrachteten Bewertung unter Berücksichtigung von Zinsabzugsbeschränkungen auf Unternehmensebene. Grundsätzlich ist eine pfadabhängige Bewertung der Ausschüttungsdifferenzeffekte möglich, soweit es gelingt, die bewertungsrelevanten Größen zu bestimmen. Hierzu ist bei Kenntnis der Fremdkapitalbestände im ersten Schritt eine Bestimmung der periodischen Ausschüttungen sowie der Verhältnisse $\tilde{L}_t^G$ für jeden Umweltzustand einer jeden Periode $t$ durch Vorwärtsinduktion durchzuführen. Im zweiten Schritt erfolgt dann die Bewertung der Ausschüttungsdifferenzeffekte. Die pfadabhängige Bewertung ist bei der autonomen Finanzierung, der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads, der buchwertorientierten Finanzierung sowie der Cash-Flow-orientierten Finanzierung problemlos durchführbar. Bei der wertorientierten Finanzierung ergeben sich die Fremdkapitalbestände dagegen erst aus der rekursiven Bewertung der Unternehmung. Um im Fall der wertorientierten Finanzierung $\tilde{L}_t^G$ zu bestimmen, ist daher die Kenntnis aller Verhältniswerte $\tilde{L}_\tau^G$ der Perioden $\tau > t$ erforderlich. Diese können jedoch nach Gleichung (4.318) erst durch Vorwärtsinduktion bestimmt werden, wenn $\tilde{L}_t^G$ bereits bekannt ist. Es ergibt sich daher – wie bei der Bewertung unter Berücksichtigung von Zinsabzugsbeschränkungen – ein analytisch nicht lösbares Zirkularitätsproblem.

### 4.6.3 Unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen

Bislang wurde davon ausgegangen, dass Sollzinsen und Habenzinsen identisch besteuert werden, so dass die Bewertung der verschuldeten Unternehmung im Rahmen eines Separationsansatzes durchgeführt werden konnte. Nunmehr ist die nach §§ 3 Nr. 40, 3c Abs. 2 EStG im geltenden deutschen Steuerrecht enthaltene spezielle Form der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen in das Bewertungskalkül zu integrieren.[610] Nach § 3 Nr. 40 EStG unterliegen Ausschüttungen von Kapitalgesellschaften anteilig der Einkommensteuer, d.h. es gilt der Steuersatz $s_d = a_d \cdot s_e$. Sollzinsen sind nach §§ 3c Abs. 2 EStG nur mit dem Anteil $a_d$ abzugsfähig, soweit der den Zinszahlungen zu Grunde liegende Kredit zur Finanzierung einer Beteiligung an einer Kapitalgesellschaft aufgenommen wurde. Der Steuersatz auf Sollzinsen eines Eigenkapitalgebers, welcher die Beteiligung durch eine Kreditaufnahme finanziert, entspricht daher $s_s = s_d = a_d \cdot s_e$. Wird der Kredit dagegen von dem Fremdkapitalgeber einer Kapitalgesellschaft zur Finanzierung der Fremdkapitalvergabe an die Kapitalgesellschaft aufgenommen, so sind die Sollzinsen vollständig abzugsfähig, da auch die aus dem Fremdkapital der Kapitalgesellschaft resultierenden Zinseinkünfte vollständig der Einkommensteuer unterliegen. Für den Fremdkapitalgeber gilt daher $s_s = s_h = s_e$. In einer solchen Situation ist der Wert (Grenzpreis), den die Eigenkapitalgeber bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts für eine Beteiligung an einer Kapitalgesellschaft ermitteln, abhängig vom Umfang der sicheren Anlage bzw. der Kreditaufnahme im Basisprogramm, so dass zur Bewertung ein Totalmodell anzuwenden ist.[611] Um die Auswirkungen der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen beim Eigenkapitalgeber auf den Unternehmensgesamtwert zu analysieren, wird die folgende, formal einfach zu handhabende[612] Konstellation betrachtet:

- Es existiert eine unverschuldete Unternehmung, welche in $t = 0$ zum Preis $V_0$ gehandelt wird und in $t = 1$ eine Ausschüttung von $\tilde{C}$ generiert und zu einem Preis $\tilde{V}$ gehandelt wird.
- Weiterhin ist eine Unternehmung gegeben, welche während der gesamten Lebensdauer identische Investitionen durchführt wie die unverschuldete Unternehmung, jedoch in $t = 0$ Fremdkapital der Höhe $FK$ aufnimmt. Die Unternehmung zahlt in $t = 1$ das Fremdkapital vollständig zurück und bleibt während der gesamten restlichen Lebensdauer unverschuldet. Der Preis der in $t = 0$ verschuldeten Unternehmung entspricht daher nach der Fremdkapitaltilgung in $t = 1$ dem Preis $\tilde{V}$ der unverschuldeten Unternehmung.
- Es gilt $L_0^G = 0$. Ein Ausschüttungsdifferenzeffekt ist daher nicht zu berücksichtigen.
- Wertänderungen sind steuerfrei, d.h. $s_v = 0$.

[610] Vgl. hierzu Drukarczyk (2007), S. 177 ff.
[611] Vgl. Abschnitt 2.2.1.2.3; Abschnitt 2.2.2.2.3.
[612] Eine Erweiterung auf komplexere Konstellationen ist möglich, jedoch formal aufwändig.

- Fremdkapitalgeber und Eigenkapitalgeber haben einen Planungshorizont von einer Periode. Insbesondere werden alle Beteiligungen in $t=1$ veräußert.

Betrachtet wird ein Eigenkapitalgeber, der in $t=0$ die verschuldete Unternehmung erwerben möchte.[613] Dieser Erwerber hält in seinem Basisprogramm die unverschuldete Unternehmung und kann im Basisprogramm entweder verschuldet sein oder Mittel sicher anlegen. Zu bestimmen ist der Grenzpreis, welchen der Erwerber für eine Beteiligung an der verschuldeten Unternehmung zu zahlen bereit ist. Da eine äquivalente unverschuldete Unternehmung existiert, ist eine Bewertung durch Duplikation möglich.[614] Die Duplikation der durch die Beteiligung an der verschuldeten Unternehmung generierten Zahlungen durch die Zahlungen der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung und die sichere Anlage bzw. Kreditaufnahme ist in Tabelle 4.10 dargestellt.[615] Es ist zu beachten, dass die dem Eigenkapitalgeber zufließenden Zahlungen dupliziert werden und nicht die den Kapitalgebern insgesamt zufließenden Zahlungen.

| Zeit | $t=0$ | $t=1$ |
|---|---|---|
| Verkauf unverschuldete Unternehmung | $V_0$ | $-\widetilde{C}\cdot(1-s_d)-\widetilde{V}$ |
| Kauf verschuldete Unternehmung | $-V_0^{EK}$ | $\widetilde{C}\cdot(1-s_d)+\widetilde{V}-FK\cdot(1+i)\cdot(1-s_d)$ <br> $+FK\cdot i\cdot s_u\cdot(1-s_d)$ |
| Mittelanlage bzw. Reduzierung der Kreditaufnahme | $-\dfrac{FK\cdot[1+i\cdot(1-s_u)\cdot(1-s_d)]}{1+i\cdot[1-s_h+a_a^E\cdot(s_h-s_s)]}$ | $FK\cdot[1+i\cdot(1-s_u)\cdot(1-s_d)]$ |
| Summe | $=0$ | $=0$ |

Tabelle 4.10: Duplikation der Zahlungen der verschuldeten Unternehmung

[613] Für einen Veräußerer resultieren die im Folgenden abgeleiteten Ergebnisse analog; deswegen wird auf eine Darstellung des Veräußererkalküls verzichtet.
[614] Von der Berücksichtigung von Effekten, welche sich aus der Änderung des Grenznutzens ergeben, wird im Folgenden abgesehen.
[615] Vgl. Modigliani/Miller (1958) und Modigliani/Miller (1963) (grundlegend) zur Duplikation der Zahlungen einer verschuldeten Unternehmung durch die Zahlungen der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung und der sicheren Anlage. Vgl. Drukarczyk (2007), S. 177 ff. zur Berücksichtigung der §§ 3 Nr. 40, 3c Abs. 2 EStG im Rahmen der Duplikation. Anders als bei Modigliani/Miller (1958), Modigliani/Miller (1963) und Drukarczyk (2007) wird in der vorliegenden Arbeit nicht der Fall der ewigen Rente, sondern ein Einperiodenmodell betrachtet.

Der Wert der Gesamtposition in $t = 0$ muss null betragen, damit keine Arbitrage möglich ist. Hieraus folgt der Wert des Eigenkapitals der verschuldeten Unternehmung[616]

$$\text{(4.319)}\quad \begin{aligned} V_0^{EK} &= V_0 - \frac{FK \cdot (1+i) \cdot (1-s_d)}{1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)\right]} + \frac{FK \cdot i \cdot s_u \cdot (1-s_d)}{1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)\right]} \\ &= V_0 - \frac{FK \cdot \left[1 + i \cdot (1-s_u) \cdot (1-s_d)\right]}{1 + i \cdot \left[1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)\right]} \quad , \end{aligned}$$

welcher den Erwerbergrenzpreis des Eigenkapitalgebers darstellt. Dieser entspricht dem Wert der unverschuldeten Unternehmung abzüglich der an den Fremdkapitalgeber fließenden Zahlung und zuzüglich des um die Ausschüttungssteuer verminderten unternehmensteuerlichen Tax-Shields. Wie nicht anders zu erwarten, ist der Wert des Eigenkapitals abhängig vom Betrag der sicheren Anlage bzw. der Kreditaufnahme im Basisprogramm,[617] was in Gleichung (4.319) durch den Mischzinssatz im Nenner ausgedrückt wird.

Nunmehr ist der Fremdkapitalgeber zu betrachten. Dieser gewährt der Unternehmung in $t = 0$ einen Kredit der Höhe $FK$, und erhält in $t = 1$ eine Zahlung von $FK \cdot \left[1 + i \cdot (1 - s_h)\right]$. Dies kann als Erwerb eines Fremdkapitaltitels (beispielsweise einer Anleihe) interpretiert werden. Da beim Fremdkapitalgeber Sollzinsen und Habenzinsen identisch besteuert werden, diskontiert er grundsätzlich mit $i \cdot (1 - s_h)$. Der Grenzpreis für den Erwerb des Fremdkapitaltitels ist daher gegeben durch

$$\text{(4.320)}\quad \frac{FK \cdot \left[1 + i \cdot (1 - s_h)\right]}{1 + i \cdot (1 - s_h)} = FK \; .$$

Der Grenzpreis des Fremdkapitaltitels entspricht daher dem Fremdkapitalbestand. Da dies für alle Fremdkapitalgeber gilt, stellt $FK$ – wie in Abschnitt 4.1 angenommen – auch den Marktwert des Fremdkapitals dar.

Der Gesamtwert der Unternehmung sei gegeben durch die Summe der Grenzpreise des Eigenkapitalgebers und des Fremdkapitalgebers, d.h. $V_0^l = V_0^{EK} + FK$. Reduziert der Eigenkapitalgeber (Erwerber) bei Durchführung des Bewertungsprogramms ausschließlich den Bestand der sicheren Anlage, d.h. $a_a^E = 0$, so folgt

[616] Vgl. Drukarczyk (2007), S. 177 ff., insb. S. 183-184; bei Drukarczyk (2007), S. 183-184 werden jedoch nur die Fälle $a_a^E = 0$ und $a_a^E = 1$ betrachtet. Drukarczyk geht davon aus, dass Präferenzen der Investoren für das Risiko der Zahlungen der verschuldeten oder der unverschuldeten Unternehmung bestehen, welche für das Ergebnis verantwortlich sind. Dies ist schwer nachvollziehbar, da die Zahlungen einer Unternehmung in $t = 1$ immer durch die jeweils andere Unternehmung und die sichere Anlage bzw. die Kreditaufnahme dupliziert werden können. Eine Änderung des Risikos der Gesamtzahlungen tritt demnach bei geeigneter Portfoliobildung nicht ein. Entscheidend für die Grenzpreisbestimmung sind vielmehr die Konsumpräferenzen der Investoren, welche den Bestand der sicheren Anlage bzw. den Kreditbestand der Investoren bei Durchführung des Basisprogramms determinieren.

[617] Vgl. Drukarczyk (2007), S. 184.

$$V_0^l = V_0 - \frac{FK \cdot [1 + i \cdot (1 - s_u) \cdot (1 - s_d)]}{1 + i \cdot (1 - s_h)} + \frac{FK \cdot [1 + i \cdot (1 - s_h)]}{1 + i \cdot (1 - s_h)}$$

(4.321)

$$= V_0 + \frac{FK \cdot i \cdot [s_d - s_h + s_u \cdot (1 - s_d)]}{1 + i \cdot (1 - s_h)} \quad .$$

Für den effektiven Steuersatz $s_{AZ} = s_d - s_h + s_u \cdot (1 - s_d)$, welcher das Tax-Shield unter Berücksichtigung der Kapitalgeberbesteuerung determiniert, ergibt sich die Interpretation der Gleichung (4.21). Der Term $s_d + s_u \cdot (1 - s_d)$ bildet die Steuerersparnis des Eigenkapitalgebers ab, während $s_h$ die Steuerbelastung des Fremdkapitalgebers determiniert.[618]

Nimmt der Eigenkapitalgeber dagegen auch Kredite auf, d.h. $a_a^E > 0$, so folgt für den Gesamtwert der Unternehmung

$$V_0^l = V_0 - \frac{FK \cdot [1 + i \cdot (1 - s_u) \cdot (1 - s_d)]}{1 + i \cdot [1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)]} + \frac{FK \cdot [1 + i \cdot (1 - s_h)]}{1 + i \cdot (1 - s_h)}$$

(4.322) $$= V_0 - \frac{FK \cdot [1 + i \cdot (1 - s_u) \cdot (1 - s_d)]}{1 + i \cdot [1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)]} + \frac{FK \cdot \left[ 1 + i \cdot [1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)] \right]}{1 + i \cdot [1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)]}$$

$$= V_0 - \frac{FK \cdot \left[ s_d - [s_h - a_a^E \cdot (s_h - s_s)] + s_u \cdot (1 - s_d) \right]}{1 + i \cdot [1 - s_h + a_a^E \cdot (s_h - s_s)]} \quad .$$

Das Tax-Shield ist nunmehr determiniert durch den effektiven Steuersatz

(4.323) $s_{AZ} = s_d - [s_h - a_a^E \cdot (s_h - s_s)] + s_u \cdot (1 - s_d)$.

Der Term $s_d + s_u \cdot (1 - s_d)$ bildet weiterhin die Steuerersparnis des Eigenkapitalgebers ab. Dagegen ist eine Interpretation des Terms $-[s_h - a_a^E \cdot (s_h - s_s)]$ als Steuerzahlung des Fremdkapitalgebers nicht möglich; er stellt lediglich das Ergebnis einer Umformung der Summe von zwei Grenzpreisen dar. Das Ergebnis resultiert zum einen aus der Diskontierung des Eigenkapitalgebers mit einem Mischzinssatz und zum anderen daraus, dass der Wert (Grenzpreis) des Fremdkapitals unter den gegebenen Annahmen dem Fremdkapitalbestand entspricht. Für den Fall $a_a^E = 1$ und $s_d = s_s$ folgt $s_{AZ} = s_u \cdot (1 - s_d)$.

Um das Gesamtbewertungskalkül bei unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen auf den Mehrperiodenfall und bzw. oder eine Situation mit mehreren Eigenkapitalgebern zu erweitern, ist davon auszugehen, dass ein repräsentativer Investor existiert, welcher im Rahmen der Preisbestimmung ausschließlich den Bestand der sicheren Anlage $(a_a = 0)$

[618] Vgl. Abschnitt 4.2.2.

oder ausschließlich den Kreditbestand $(a_a = 1)$ variiert.[619] Anderenfalls wären für jeden einzelnen Eigenkapitalgeber $y$ die perioden- und zustandsspezifischen Anteile $\tilde{a}_{a,t}^{y}$ zu bestimmen. Gilt $a_a = 0$, so ist das Tax-Shield durch den effektiven Steuersatz $s_{AZ} = s_d - s_h + s_u \cdot (1 - s_d)$ determiniert und die Diskontierung erfolgt mit $i \cdot (1 - s_h)$. Für $a_a = 1$ folgt dagegen $s_{AZ} = s_d - s_s + s_u \cdot (1 - s_d)$ und $i \cdot (1 - s_s)$. Es ist zu beachten, dass auch die für die Bewertung risikobehafteter Zahlungen benötigten risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten (und somit bei Anwendung des Kapitalkostenkonzepts auch die Kapitalkosten) davon abhängen, ob $a_a = 0$ oder $a_a = 1$ angenommen wird.

Im Modell mit identischer Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen wurde bereits darauf hingewiesen, dass die Steuersätze $s_e$, $s_d$ und $s_v$ in einem Modell mit investorspezifischen Steuersätzen als Steuersätze eines repräsentativen Investors interpretiert werden können. In einem solchen Modellrahmen sind Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen erforderlich, um steuerlich bedingte globale Arbitragemöglichkeiten auszuschließen. Werden bei unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen die Steuersätze $s_d$, $s_v$ und $s_h$ bzw. $s_s$ als Steuersätze eines repräsentativen Investors interpretiert, so sind Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen dagegen nicht erforderlich, sofern steuerlich bedingte globale Arbitragemöglichkeiten bereits durch die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen ausgeschlossen sind. Die unterschiedliche Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen ist mit dem Tax-CAPM nicht vereinbar, da ein solches Steuersystem beim Tax-CAPM nicht modelliert wird.[620] Es ist daher nicht möglich, die Steuersätze des repräsentativen Investors auf Basis des Tax-CAPM zu bestimmen.

## 4.7 Thesenförmige Zusammenfassung von Kapitel 4

■ Das gesamte Kapital einer Unternehmung setzt sich zusammen aus Eigenkapital, welches aus Gewinnrücklagen und Beteiligungskapital besteht, sowie aus Fremdkapital. Die Kapitalstruktur der Unternehmung beeinflusst den Unternehmensgesamtwert, da die Kapitalbestandteile unterschiedlich besteuert werden.

■ Die Werte von unverschuldeten und verschuldeten Unternehmungen unterscheiden sich aufgrund der aus der Fremdfinanzierung resultierenden steuerlichen Effekte. Die Integration der Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber in Unternehmensbewertungskalküle erfordert die Differenzierung des Eigenkapitals in die unterschiedlich besteuerten Bestandteile Gewinnrücklagen und Beteiligungskapital. Eine unverschuldete Unternehmung verfügt somit über zwei, eine verschuldete Unternehmung über drei unterschiedlich besteuerte Finanzierungsquellen.

---

[619] Vgl. zu ähnlichen Überlegungen Drukarczyk (2007), S. 183; Dinstuhl (2003), S. 83; Für die Investoren, welche nicht dem repräsentativen Investor entsprechen, ergeben sich lokale Arbitragemöglichkeiten; vgl. Drukarczyk (2007), S. 182 ff.

[620] Vgl. Wiese (2006a), S. 161.

- Die Bewertung der unverschuldeten Unternehmung kann erfolgen, indem zunächst der Wert unter der Prämisse ermittelt wird, dass die gesamten Zahlungen der Unternehmung als Ausschüttungen besteuert werden und im Fall der Besteuerung von Wertänderungen die gesamten Wertänderungen steuerpflichtig sind. Der Einfluss der Kapitalstruktur auf den Wert wird durch den Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung abgebildet, der die Steuerfreiheit von Zahlungen und Wertänderungen berücksichtigt, welche aus Änderungen des Beteiligungskapitalbestands resultieren.

- Die steuerlichen Effekte der Fremdfinanzierung sind durch Vergleich einer verschuldeten Unternehmung mit einer bis auf die Kapitalstruktur identischen unverschuldeten Unternehmung zu bestimmen. Hierbei können die folgenden steuerlichen Effekte identifiziert werden: Das Tax-Shield resultiert aus der Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen. Der Ausschüttungsdifferenzeffekt ist determiniert durch die Substitution von Gewinnrücklagen bzw. Beteiligungskapital durch Fremdkapital im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung. Im Fall der Besteuerung von Wertänderungen ist zudem ein Wertdifferenzeffekt zu berücksichtigen, wenn sich der Wert der verschuldeten Unternehmung vom Wert der unverschuldeten Unternehmung unterscheidet.

- Im Fall der identischen Besteuerung von Ausschüttungen und Wertänderungen entfallen die Ausschüttungsdifferenzeffekte aus dem Bewertungskalkül. Unterliegen alle Einkünfte auf Ebene der Kapitalgeber dem gleichen Steuersatz, so ist die Kapitalgeberbesteuerung im Bewertungskalkül irrelevant und der Werteinfluss der Kapitalstruktur ist auf den Wert des unternehmensteuerlichen Tax-Shields beschränkt.

- Der Wert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich als Summe des Werts der bis auf die Kapitalstruktur äquivalenten unverschuldeten Unternehmung und des Werts der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen. Die Bewertung der verschuldeten Unternehmung erfordert somit die Bewertung der Zahlungen der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung sowie der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen unter Berücksichtigung ihres jeweiligen Risikogehalts.

- Zur Bewertung der Unternehmung sind Finanzierungsstrategien erforderlich, welche die Kapitalstruktur der Unternehmung eindeutig determinieren. Diese müssen somit die stochastische Entwicklung der Bestände des Beteiligungskapitals der unverschuldeten Unternehmung und der Bestände des Fremdkapitals sowie das Verhältnis, in dem Fremdkapital im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Beteiligungskapital und Gewinnrücklagen ersetzt, enthalten.

- Das Risiko der Free-Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung kann mittels des Modells der Erwartungsrevision oder mittels Cash-Flow-Prozessen modelliert werden. Diese Konzepte bilden die Auflösung des Risikos der Cash-Flows im Zeitablauf ab. Der multiplikative (additive) Cash-Flow-Prozess stellt einen Spezialfall der multiplikativen (additiven) Erwartungsrevision dar.

■ Die Bewertung der Cash-Flows kann durch Diskontierung marktbestimmter Sicherheitsäquivalente mit dem sicheren Zinssatz oder durch Diskontierung der Erwartungswerte der Cash-Flows mit risikoadjustierten Diskontierungsfaktoren, den Kapitalkosten, erfolgen. Bei konsistenter Anwendung des arbitragebasierten Bewertungskalküls sind beide Vorgehensweisen äquivalent.

■ Sind die im arbitragebasierten Bewertungskalkül bewerteten Inkremente der stochastischen Prozesse (Erwartungsrevision oder Cash-Flow-Prozess), welche die Informationszuwächse abbilden, deterministisch, so können für die Cash-Flows der unverschuldeten Unternehmung geschlossene Bewertungsgleichungen in der Sicherheitsäquivalentdarstellung abgeleitet werden.

■ Für Kapitalkosten existieren unterschiedliche Definitionen. Nach der hier verwendeten Definition stellen die auf den Informationsstand einer Periode bedingten Kapitalkosten die interne Verzinsung von auf diese Periode bedingten Erwartungswerten des zukünftigen Werts und der zukünftigen Cash-Flows der Unternehmung dar. Die bedingten Kapitalkosten sind in der Regel aus Sicht des Bewertungszeitpunkts stochastisch und können nicht als bedingte erwartete einperiodige Rendite interpretiert werden.

■ Unter der Annahme, dass die auf den Informationsstand einer beliebigen Periode bedingten Kapitalkosten aus Sicht des Bewertungszeitpunkts mit Sicherheit bekannt und somit deterministisch sind, entsprechen die Kapitalkosten den erwarteten einperiodigen Renditen. Dies ist für die stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesse sowie für den stochastisch abhängigen multiplikativen Cash-Flow-Prozess gegeben. Der in der Literatur diskutierte schwach autoregressive Prozess stellt einen Spezialfall des stochastisch abhängigen multiplikativen Cash-Flow-Prozesses dar.

■ Der Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung stellt eine eigenständige Risikoquelle dar. Eine Integration des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Beteiligungsfinanzierung in die geschlossenen Bewertungsgleichungen in der Sicherheitsäquivalentdarstellung ist nur möglich, wenn die Änderung des Bestands des Beteiligungskapitals proportional zu den Free-Cash-Flows ist. Aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministische bedingte Kapitalkosten sind gegeben, wenn zum einen unter Vernachlässigung des Ausschüttungsdifferenzeffekts deterministische Kapitalkosten resultieren und wenn zum anderen die Proportionalität der periodischen Änderungen des Beteiligungskapitalbestands zu den Free-Cash-Flows vorliegt. Im Fall der stochastisch unabhängigen Cash-Flow-Prozesse resultieren auch dann deterministische bedingte Kapitalkosten, wenn die Änderungen des Beteiligungskapitalbestands aus Sicht des Bewertungszeitpunkts bekannt und somit deterministisch sind. Alternativ könnte angenommen werden, dass die Zahlungen nach Steuern, d.h. einschließlich des Ausschüttungsdifferenzeffekts, einem schwach autoregressiven Cash-Flow-Prozess folgen und dass die Kapitalkosten deterministisch sind; unter diesen Annahmen kann der Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung nicht mehr als eigenständige Risikoquelle abgebildet werden.

■ Im Rahmen der Bewertung der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen wird regelmäßig angenommen, dass das Risiko der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen ausschließlich durch die Unsicherheit der zukünftigen Fremdkapitalbestände determiniert ist. Unter dieser Bedingung sind die fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen proportional zu den Fremdkapitalbeständen. Die Annahme impliziert auf der Ebene der Unternehmung einen sofortigen steuerlichen Verlustausgleich und auf der Ebene der Anteilseigner die Zulässigkeit negativer Ausschüttungen.

■ Die zukünftigen Fremdkapitalbestände sind durch Finanzierungsstrategien zu determinieren, welche sich in drei Kategorien unterteilen lassen. Die erste Kategorie stellt die autonome Finanzierung dar, bei der sichere Fremdkapitalbestände angenommen werden. Die zweite Kategorie ist gegeben durch die Finanzierungsstrategien mit deterministischer Fremdkapitalquote, bei denen die Fremdkapitalbestände mittels deterministischer Fremdkapitalquoten an eine der stochastischen Größen Marktwert (wertorientierte Finanzierung), Buchwert (buchwertorientierte Finanzierung) oder Cash-Flow (Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads) angebunden werden. Die Anpassung kann hierbei in jeder Periode oder jeweils zum Beginn eines mehrere Perioden umfassenden Anpassungsintervalls erfolgen. Kombinationen mit der autonomen Finanzierung sind möglich; eine solche Kombination stellt insbesondere auch der Wechsel der Finanzierungsstrategie im Zeitablauf dar. Die dritte Kategorie ist gegeben durch die zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien, bei denen der Fremdkapitalbestand einer Periode, ausgehend vom Fremdkapitalbestand der Vorperiode, mittels einer Verwendungsvorschrift für den Total-Cash-Flow der betrachteten Periode determiniert wird. Den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien zuzuordnen sind die Cash-Flow-orientierte Finanzierung, bei der die Fremdkapitaltilgung proportional zum Total-Cash-Flow erfolgt, und die dividendenorientierte Finanzierung, bei der die Ausschüttung vorgegeben und der Fremdkapitalbestand als Residuum ermittelt wird.

■ Ist das Risiko der fremdfinanzierten Steuerzahlungen ausschließlich durch das Risiko der Fremdkapitalbestände determiniert, so sind die fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen bei der autonomen Finanzierung sicher. Bei den Finanzierungsstrategien mit deterministischen Fremdkapitalquoten entspricht das Risiko der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen im Ergebnis dem Risiko der stochastischen Unternehmensgrößen, an welche die Fremdkapitalbestände angebunden sind. Gelingt es nun, das Risiko der stochastischen Unternehmensgrößen in eine lineare Beziehung zu den Free-Cash-Flows zu setzen, so sind die Werte der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen proportional zu den Werten der Free-Cash-Flows. Dieser Zusammenhang ist bei der Ermittlung konkreter Bewertungsgleichungen auszunutzen. Bei der wertorientierten Finanzierung und der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads ist die lineare Beziehung zwischen Free-Cash-Flow und Unternehmensgröße per Definitionem gegeben. Bei der buchwertorientierten Finanzierung ist dagegen als zusätzliche Prämisse eine Cash-Flow-orientierte Investitionspolitik anzunehmen, um eine lineare Beziehung zwischen Buchwerten und Free-Cash-Flows herzustellen. Probleme ergeben sich hierbei insbesondere im Rahmen der Abbildung von Desinvestitionen.

Bei den zahlungsorientierten Finanzierungsstrategien lässt sich unter bestimmten Bedingungen der Wert der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen auf den Wert von Optionen zurückführen. Ist dies nicht möglich, so ist eine pfadabhängige Bewertung der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen vorzunehmen.

■ Ist ein sofortiger Verlustausgleich auf Ebene der Unternehmung nicht möglich, so ist der Zinsabzug begrenzt auf positive Einkünfte der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung. In dieser Situation entspricht das unternehmensteuerliche Tax-Shield einer Periode der Steuerersparnis aufgrund des in dieser Periode steuerlich wirksamen Zinsabzugs zuzüglich der Differenz der Steuerersparnis aus der Verlustnutzung der verschuldeten Unternehmung und der Steuerersparnis aus der Verlustnutzung der unverschuldeten Unternehmung.

■ Neben der Beschränkung des Zinsabzugs durch Verlustausgleichsbeschränkungen ist der Zinsabzug im geltenden Steuerrecht durch die Zinsschranke sowie die gewerbesteuerliche Hinzurechnung von 60 % der abgezogenen Zinsen zum Gewerbeertrag begrenzt.

■ Greifen Verlustausgleichsbeschränkungen oder die Zinsschranke, so ist das Tax-Shield nicht mehr proportional zum Fremdkapitalbestand. Die fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen sind dann im Rahmen einer pfadabhängigen Vorgehensweise zu bewerten. Diese ist allerdings bei der wertorientierten Finanzierung nicht anwendbar, da analytisch nicht lösbare Zirkularitätsprobleme resultieren. Die gewerbesteuerliche Hinzurechnung hat dagegen für sich genommen keine Auswirkungen auf die Proportionalität von Tax-Shield und Fremdkapitalbestand.

■ Wird eine Nichtnegativitätsbedingung bezüglich der Ausschüttungen in das Bewertungskalkül integriert, so geht die Proportionalität des Ausschüttungsdifferenzeffekts der Fremdfinanzierung zum Fremdkapitalbestand verloren. In diesem Fall ist analog zum Fall der Zinsabzugsbeschränkungen eine (bei der wertorientierten Finanzierung mit analytisch nicht lösbaren Zirkularitätsproblemen behaftete) pfadabhängige Bewertung durchzuführen, es sei denn der Ausschüttungsdifferenzeffekt entfällt aufgrund einer identischen Besteuerung von Wertänderungen und Ausschüttungen aus dem Bewertungskalkül.

■ Sind beim Eigenkapitalgeber gezahlte Fremdkapitalzinsen, welche im Zusammenhang mit Einkünften aus der Beteiligung an der zu bewertenden verschuldeten Kapitalgesellschaft stehen, nur beschränkt abzugsfähig, so ist die Bewertung davon abhängig, ob der Eigenkapitalgeber im Rahmen der Duplikation der Zahlungen der verschuldeten Unternehmung den Bestand der sicheren Anlage mindert oder Kredite aufnimmt. Im letzteren Fall ist im Tax-Shield der Steuersatz auf Zinseinkünfte des Fremdkapitalgebers durch den beim Eigenkapitalgeber zu verwendenden Steuersatz auf Sollzinsen (bzw. bei teilweiser Minderung des Anlagebestands und teilweiser Kreditaufnahme durch einen Mischsteuersatz) zu ersetzen; die aus der Ersetzung resultierende Komponente des Tax-Shields kann nicht als Steuerzahlung interpretiert werden.

## 4.8 Anhang zu Kapitel 4

- Geometrische Summe:

Die Formel für die geometrische Summe ist für $A \neq 1$ bekanntlich gegeben durch:

$$(4.324)\ \Sigma = \sum_{t=1}^{T} A^t = \frac{A}{1-A} \cdot \left(1 - A^T\right).$$

- Summe für additive Cash-Flow-Modelle:

Nunmehr ist die folgende Summe zu betrachten:

$$(4.325)\ \Sigma = \sum_{t=1}^{T} t \cdot A^t \ .$$

Zur Herleitung einer geschlossenen Formel sind die folgenden Berechnungen durchzuführen:

| | |
|---|---|
| | $\Sigma = 1 \cdot A^1 + 2 \cdot A^2 + \cdots + (T-1) \cdot A^{T-1} + T \cdot A^T$ |
| - | $A \cdot \Sigma = \quad 1 \cdot A^2 + 2 \cdot A^3 + \cdots + (T-1) \cdot A^T + T \cdot A^{T+1}$ |
| = | $(1-A) \cdot \Sigma = \underbrace{A^1 + A^2 + \cdots + A^{T-1} + A^T}_{\text{geometrische Summe}} - T \cdot A^{T+1}$ |

Tabelle 4.11: Summe für additive Cash-Flow-Modelle

Unter Beachtung von Gleichung (4.324) für die geometrische Summe lässt sich die Summe für $A \neq 1$ wie folgt darstellen:

$$(4.326)\ \Sigma = \frac{A}{1-A} \cdot \left[ \frac{1}{1-A} \cdot \left(1 - A^T\right) - T \cdot A^T \right].$$

- Zwischenergebnisse:

Es sei nun $A = D/N$ und $D < N$, wobei $D$ den Zähler und $N$ den Nenner darstellen. Dann lassen sich die Summenformeln wie folgt darstellen:

| Summe | $T$ endlich | $T = \infty$ |
|---|---|---|
| $\Sigma = \sum_{t=1}^{T} A^t$ | $\Sigma = \frac{D}{N-D} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D}{N} \right)^T \right]$ | $\Sigma = \frac{D}{N-D}$ |
| $\Sigma = \sum_{t=1}^{T} t \cdot A^t$ | $\Sigma = \frac{D}{N-D} \cdot \left[ \frac{N}{N-D} \cdot \left( 1 - \left( \frac{D}{N} \right)^T \right) - T \cdot \left( \frac{D}{N} \right)^T \right]$ | $\Sigma = \frac{D \cdot N}{(N-D)^2}$ |

Tabelle 4.12: Summenformeln

Die in Tabelle 4.12 enthaltenen Gleichungen werden im Folgenden zur Herleitung geschlossener Ausdrücke für den Wert des Bewertungsobjekts bei im Zeitablauf konstanten Parametern verwendet. Die mit * bezeichneten Komponenten entfallen für $T = \infty$.

- Multiplikatives Modell, stochastisch abhängig:

$$V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_0 \cdot \left[(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})\right]^t}{(1+i)^t}$$

(4.327)

$$= C_0 \cdot \frac{(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})}{(1+i)-(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})} \cdot \left[1 - \underbrace{\left(\frac{(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})}{1+i}\right)^T}_{*}\right].$$

- Multiplikatives Modell, stochastisch unabhängig:

(4.328) $$V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_0 \cdot \left[(1+g)\cdot(1+\bar{\varepsilon})\right]^t}{(1+i)^t} = C_0 \cdot (1+\bar{\varepsilon}) \cdot \frac{(1+g)}{i-g} \cdot \left[1 - \underbrace{\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^T}_{*}\right].$$

- Additives Modell, stochastisch abhängig:

$$V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_0 + \sum_{\tau=1}^{t} (g+\bar{\rho})}{(1+i)^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_0 + t\cdot(g+\bar{\rho})}{(1+i)^t}$$

(4.329) $$= C_0 \cdot \frac{1}{i} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right] + (g+\bar{\rho}) \cdot \frac{1}{i} \cdot \left[\frac{1+i}{i} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right] - T \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right]$$

$$= \left(C_0 + \frac{1+i}{i} \cdot (g+\bar{\rho})\right) \cdot \frac{1}{i} \cdot \left[1 - \underbrace{\left(\frac{1}{1+i}\right)^T}_{*}\right] - \underbrace{(g+\bar{\rho}) \cdot T \cdot \frac{1}{i} \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^T}_{*}.$$

- Additives Modell, stochastisch unabhängig:

$$V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_0 + \bar{\rho} + \sum_{\tau=1}^{t} g}{(1+i)^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_0 + \bar{\rho} + t\cdot g}{(1+i)^t}$$

(4.330)

$$= \left(C_0 + \bar{\rho} + \frac{1+i}{i} \cdot g\right) \cdot \frac{1}{i} \cdot \left[1 - \underbrace{\left(\frac{1}{1+i}\right)^T}_{*}\right] - \underbrace{g \cdot T \cdot \frac{1}{i} \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^T}_{*}.$$

- Mean-Reverting Prozess:

Ausgangsgleichung:

$$(4.331)\; V_0 = \sum_{t=1}^{T}\left[\underbrace{C_0\cdot\frac{(1-\eta)^t}{(1+i)^t}}_{I}+\underbrace{\eta\cdot\overline{C}\cdot\frac{\sum_{\tau=1}^{t}(1-\eta)^{\tau-1}}{(1+i)^t}}_{II}+\underbrace{\frac{\overline{\rho}+\sum_{\tau=1}^{t-1}\left[\overline{\rho}\cdot(1-\eta)^{t-\tau}\right]}{(1+i)^t}}_{II}\right].$$

Komponente I:

$$(4.332)\; \sum_{t=1}^{T}C_0\cdot\frac{(1-\eta)^t}{(1+i)^t}=C_0\cdot\frac{1-\eta}{i+\eta}\cdot\left[1-\left(\frac{1-\eta}{1+i}\right)^T\right].$$

Komponente II:

$$(4.333)\; \sum_{t=1}^{T}\eta\cdot\overline{C}\cdot\frac{\sum_{\tau=1}^{t}(1-\eta)^{\tau-1}}{(1+i)^t}=\frac{\eta}{1-\eta}\cdot\overline{C}\cdot\sum_{t=1}^{T}\frac{\frac{1-\eta}{\eta}\cdot\left[1-(1-\eta)^t\right]}{(1+i)^t}$$

$$=\overline{C}\cdot\left[\frac{1}{i}\cdot\left[1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right]-\frac{1-\eta}{i+\eta}\cdot\left[1-\left(\frac{1-\eta}{1+i}\right)^T\right]\right].$$

Komponente III:

$$\sum_{t=1}^{T}\frac{\overline{\rho}+\sum_{\tau=1}^{t-1}\left[\overline{\rho}\cdot(1-\eta)^{t-\tau}\right]}{(1+i)^t}=\overline{\rho}\cdot\sum_{t=1}^{T}\frac{1+(1-\eta)^t\cdot\sum_{\tau=1}^{t-1}(1-\eta)^{-\tau}}{(1+i)^t}$$

$$(4.334) = \overline{\rho}\cdot\sum_{t=1}^{T}\frac{1+(1-\eta)^t\cdot\frac{1}{-\eta}\cdot\left[1-\frac{1}{(1-\eta)^{t-1}}\right]}{(1+i)^t}=\overline{\rho}\cdot\sum_{t=1}^{T}\frac{1-\frac{1}{\eta}\cdot\left[(1-\eta)^t-(1-\eta)\right]}{(1+i)^t}$$

$$=\overline{\rho}\cdot\frac{1}{\eta}\cdot\sum_{t=1}^{T}\frac{1-(1-\eta)^t}{(1+i)^t}=\overline{\rho}\cdot\frac{1}{\eta}\cdot\left[\frac{1}{i}\cdot\left[1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^T\right]-\frac{1-\eta}{i+\eta}\cdot\left[1-\left(\frac{1-\eta}{1+i}\right)^T\right]\right].$$

Addition der Komponenten I, II und III ergibt nach Umstellung:

$$(4.335)\; V_0 = \left(C_0-\overline{C}-\frac{1}{\eta}\cdot\overline{\rho}\right)\cdot\frac{1-\eta}{i+\eta}\cdot\left[1-\underbrace{\left(\frac{1-\eta}{1+i}\right)^T}_{*}\right]+\left(\overline{C}+\frac{1}{\eta}\cdot\overline{\rho}\right)\cdot\frac{1}{i}\cdot\left[1-\underbrace{\left(\frac{1}{1+i}\right)^T}_{*}\right].$$

## 5 Thesenförmige Zusammenfassung

■ Die Bewertung von Unternehmen erfolgt durch Vergleich mit einer alternativen Kapitalmarktanlage, welche die Kriterien der Risikoäquivalenz und der Verfügbarkeitsäquivalenz zu erfüllen hat. Aufgrund des Kriteriums der Verfügbarkeitsäquivalenz ist die Einkommensbesteuerung der Investoren in das Bewertungskalkül einzubeziehen. Bei der Bewertung ist zu unterscheiden zwischen dem subjektiven Individualansatz und dem objektivierten Marktansatz.

■ Im Rahmen des subjektiven Individualansatzes erfolgt eine Bestimmung der Grenzpreise eines potentiellen Erwerbers und eines potentiellen Veräußerers unter Berücksichtigung der subjektiven Präferenzen sowie der Alternativanlagen der potentiellen Transaktionspartner. Hierbei wird ein Modellrahmen zu Grunde gelegt, welcher zum einen entscheidungstheoretisch fundiert ist und zum anderen die Abbildung der Alternativanlage bei Vorliegen unterschiedlicher Kapitalmarktkonstellationen im Bewertungskalkül ermöglicht. Dieses Kalkül wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit um die Besteuerung von Erwerber und Veräußerer erweitert und es werden Implikationen für das Bestehen eines Einigungsbereichs aufgezeigt. Hierbei werden unterschiedliche Kapitalmarktkonstellationen und Steuersysteme unterschieden. Da im Individualansatz investorspezifische Merkmale Berücksichtigung finden, ist eine detaillierte Abbildung der Besteuerung, welche in der Regel ein investorspezifisches Merkmal darstellt, aus konzeptioneller Sicht unproblematisch. Probleme des Ansatzes bestehen bei der analytischen Lösbarkeit der aus der Integration bestimmter Steuersysteme resultierenden Bewertungsprobleme.

■ Der objektivierte Marktansatz ist insbesondere dann anzuwenden, wenn für eine große Anzahl von Beteiligten an einer börsennotierten Unternehmung ein gemeinsamer Grenzpreis zu ermitteln ist. Im Zusammenhang mit der objektivierten Marktbewertung wird insbesondere das CAPM diskutiert, welches die Preisbildung risikobehafteter Wertpapiere im Kapitalmarktgleichgewicht erklärt. Daneben kommen Modelle zur Anwendung, bei denen die Bewertung unter der Annahme eines vollständigen Kapitalmarkts ausschließlich auf Arbitrageüberlegungen basiert, ohne jedoch Markträumung zu unterstellen. Da im Gegensatz zum Individualansatz im Marktansatz eine Berücksichtigung individueller Merkmale der einzelnen Beteiligten nicht möglich ist, erfordert die Anwendung des Marktansatzes eine Typisierung hinsichtlich des in das Bewertungskalkül zu integrierenden Steuersystems. Zur Bewertung im Rahmen des Marktansatzes ist demnach von den steuerlichen Merkmalen, insbesondere von den Steuersätzen, eines repräsentativen Investors auszugehen. Der Detaillierungsgrad bei der Abbildung der Besteuerung ist somit geringer als im Individualansatz. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird, ausgehend von der formalen Darstellung unterschiedlicher Varianten des Tax-CAPM, welche um die Abbildung stochastischer Dividenden erweitert werden, diskutiert, inwieweit das Tax-CAPM mit der Annahme der Steuersätze eines repräsentativen Investors vereinbar ist. Daneben wird analysiert, inwieweit der Zusammenhang zwischen der Preisbildung im CAPM und im arbitragebasierten Bewertungsmodell sowie die Ableitung der CAPM-basierten Bewertung aus individuellen Grenzpreiskalkülen der Investoren auf das

Tax-CAPM übertragbar ist. Weiterhin wird auf Voraussetzungen der mehrperiodigen Anwendung des CAPM und des Tax-CAPM zur Bewertung eingegangen.

■ Die Bewertung erfordert die Berücksichtigung steuerlicher Effekte der Kapitalstruktur auf der Ebene der Unternehmung und auf der Ebene der Kapitalgeber. Letztere können sowohl bei unverschuldeten als auch bei verschuldeten Unternehmen auftreten. Der im Marktansatz zu ermittelnde Gesamtwert einer verschuldeten Unternehmung setzt sich zusammen aus dem Wert der Zahlungen, welche eine bis auf die Kapitalstruktur identische unverschuldete Unternehmung erzielt, und dem Wert der durch die Fremdfinanzierung ausgelösten Steuerzahlungen. Die Zahlungen der unverschuldeten Unternehmung sowie die steuerlichen Effekte der Kapitalstruktur sind unter Berücksichtigung ihres Risikogehalts zu bewerten. Das Risiko der steuerlichen Effekte der Kapitalstruktur wird mittels Finanzierungsstrategien modelliert, welche eine Anpassung der Bewertungsgleichungen für die unverschuldete Unternehmung an die fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen ermöglichen. Voraussetzung hierfür ist, dass das Risiko der fremdkapitalbedingten Steuerzahlungen ausschließlich durch das Risiko der zukünftigen Fremdkapitalbestände determiniert ist, was die Annahmen des Ausschlusses von Zinsabzugsbeschränkungen und Verlustausgleichsbeschränkungen auf der Unternehmensebene und, bei Integration der Kapitalgeberbesteuerung, die Annahme der Zulässigkeit negativer Dividenden voraussetzt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden zunächst unter der Annahme nicht investorspezifischer Steuersätze bzw. der Steuersätze eines repräsentativen Investors die steuerlichen Effekte der Kapitalstruktur analysiert. Hierbei wird auch auf steuerliche Effekte der Kapitalstruktur bei der unverschuldeten Unternehmung und die Besteuerung von Wertänderungen eingegangen. Anschließend werden in einem arbitragebasierten Marktbewertungskalkül Bewertungsgleichungen für die unverschuldete Unternehmung abgeleitet, denen konkrete Prozesse der Erwartungsrevision bzw. Cash-Flow-Prozesse zu Grunde liegen. Hierauf aufbauend werden die Bewertungsgleichungen für konkrete Finanzierungsstrategien an die Fremdfinanzierung angepasst, wobei eine systematische Erweiterung bekannter Finanzierungsstrategien an die Kapitalgeberbesteuerung erfolgt. Weiterhin werden bekannte Varianten der wertorientierten Finanzierung (mehrperiodige Anpassungsintervalle, Kombination mit der autonomen Finanzierung) auf andere Finanzierungsstrategien übertragen. Schließlich werden Auswirkungen von Änderungen der Prämissen bezüglich der Besteuerung auf die Bewertung diskutiert. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf der Integration von Zinsabzugsbeschränkungen und Verlustausgleichsbeschränkungen des geltenden Steuerrechts auf der Unternehmensebene in das Bewertungskalkül. Es zeigt sich, dass die Ableitung geschlossener Bewertungsgleichungen bei Vorliegen dieser Beschränkungen in der Regel nicht mehr möglich ist.

■ Der Marktansatz und der Individualansatz fallen zusammen, wenn alle potentiellen Erwerber und Veräußerer eines Bewertungsobjekts identische Grenzpreise ermitteln. Das Bewertungsobjekt wird dann ausschließlich zu diesem Grenzpreis gehandelt, welcher daher auch den Marktpreis darstellt. Im Modell ohne Steuern ist dies gegeben, wenn ein vollständiger Kapitalmarkt vorliegt; der Marktpreis bzw. Grenzpreis entspricht in diesem Fall dem arbitragefreien Preis. Im Modell mit Steuern ist dies dagegen regelmäßig nur gegeben, wenn lineare Steuersätze vorliegen, Wertänderungen periodisch besteuert werden und Sollzinsen und Habenzinsen identisch besteuert werden und wenn darüber hinaus die Steuersätze nicht nach Investoren differenziert sind oder wenn die Besteuerung bei nach Investoren differenzierten Steuersätzen im Bewertungskalkül aller Investoren irrelevant ist. Irrelevanz der Besteuerung im Bewertungskalkül der Investoren ist gegeben, wenn der ökonomische Gewinn besteuert wird, oder wenn bei unterschiedlicher Besteuerung von Dividenden und Wertänderungen eine spezifische lineare Beziehung zwischen den Renditebestandteilen Dividendenrendite und Kursrendite besteht.

■ Ändern sich die steuerlichen Rahmenbedingungen, so existieren zwei Ansatzpunkte, welche den Wert des Bewertungsobjekts beeinflussen: Zunächst sind im Bewertungskalkül die geänderten steuerlichen Faktoren zu berücksichtigen, was für sich genommen zu einer Änderung des Werts des Bewertungsobjekts führt, sofern die Besteuerung nicht sowohl vor als auch nach der Änderung der steuerlichen Regelungen im Kalkül irrelevant ist (direkter Effekt). Der zweite wertbeeinflussende Faktor ist durch die Preise der am Kapitalmarkt gehandelten Basiswertpapiere gegeben. Ändern sich diese Preise aufgrund der Änderung der steuerlichen Regelungen, so wirkt sich dies ebenfalls auf den Grenzpreis des Bewertungsobjekts aus (indirekter Effekt). Ein indirekter Effekt tritt zwingend auf, wenn die Änderung der steuerlichen Rahmenbedingungen bei im Vergleich zu der Situation vor der Änderung unveränderten Preisen Arbitragemöglichkeiten impliziert. Der indirekte Werteffekt kann jedoch nicht eindeutig determiniert werden, so dass die Reaktion der Preise der Basiswertpapiere auf die Steueränderung unbestimmt ist. Die Reaktion des Grenzpreises auf Steueränderungen kann daher nicht eindeutig determiniert werden.

■ Im Individualansatz erfolgt die Ermittlung des Grenzpreises des Erwerbers (Veräußerers) durch Vergleich des in Geldeinheiten gemessenen intertemporalen Konsumnutzens im Fall ohne Erwerb (Veräußerung), welcher als Basisprogramm bezeichnet wird, mit dem intertemporalen Konsumnutzen im Fall mit Erwerb (Veräußerung), welcher als Bewertungsprogramm bezeichnet wird. Der Grenzpreis des Erwerbers (Veräußerers) ist der maximale (minimale) Preis, zu dem der Erwerber (Veräußerer) bereit ist, das Bewertungsobjekt zu erwerben (veräußern), ohne sich schlechter zu stellen als bei Verzicht auf den Erwerb (die Veräußerung). In das Bewertungskalkül gehen demnach die Zahlungen des Bewertungsobjekts und der Kapitalmarktalternative sowie die Präferenzen der Investoren ein. Die Berücksichtigung von Steuern erfolgt, indem die Grenzpreisbestimmung auf Basis von Nettozahlungen vorgenommen wird.

■ Eine Transaktion ist für den Erwerber (Veräußerer) vorteilhaft, wenn der Transaktionspreis den Erwerbergrenzpreis übersteigt (den Veräußerergrenzpreis unterschreitet). Bei Identität von Transaktionspreis und Grenzpreis besteht Indifferenz zwischen der Durchführung der Transaktion und dem Verzicht auf die Transaktion. Das Bestehen eines Einigungsbereichs setzt daher voraus, dass der Erwerbergrenzpreis den Veräußerergrenzpreis übersteigt oder zumindest nicht unterschreitet.

■ Im Modell ohne Steuern kann bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts die Konsumentscheidung von der Investitionsentscheidung bzw. der Bewertung separiert werden. Die Bewertung erfolgt durch Duplikation der Zahlungen des Bewertungsobjekts. Aufgrund der Möglichkeit der Separation von Konsumentscheidung und Bewertung kann die Bewertung in einem Partialkalkül erfolgen, welches die Kenntnis des Basisprogramms und des Bewertungsprogramms nicht voraussetzt. Der Erwerbergrenzpreis und der Veräußerergrenzpreis sind in dieser Konstellation identisch und unabhängig von den jeweiligen Präferenzen. Bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts erfolgt die Bewertung im Rahmen des Risikoverbundansatzes. Da eine Separation von Konsumentscheidung und Bewertung nicht möglich ist, stellt der Risikoverbundansatz ein Totalmodell dar. Die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer hängen nunmehr von den individuellen Präferenzen ab. Der semisubjektive Ansatz, bei dem die Kapitalmarktalternative ausschließlich aus der sicheren Anlage besteht, stellt einen Spezialfall des Risikoverbundansatzes dar.

■ Im Rahmen der Integration der Besteuerung in das Bewertungskalkül sind unterschiedliche Modifikationen des Steuersystems zu unterscheiden. Werden Wertänderungen in jeder Periode besteuert, und unterliegen Wertänderungen, Ausschüttungen und Zinsen linearen Steuersätzen, welche nicht nach Investoren differenziert sind (Referenzsteuersystem), so ändert sich die Struktur der Bewertungsergebnisse nicht. Insbesondere sind bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts die Grenzpreise für alle Investoren identisch.

■ Bei Abweichungen vom Referenzsteuersystem, welche im Anknüpfen der Besteuerung von Wertänderungen an die Realisierung durch Veräußerung, der unterschiedlichen Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen, der Integration von Verlustausgleichsbeschränkungen, der Differenzierung der Steuersätze nach Investoren sowie der progressiven Besteuerung bestehen können, treten zusätzliche steuerliche Effekte im Bewertungskalkül auf, welche die Grenzpreise von Erwerber und Veräußerer beeinflussen. Die Auswirkungen auf den Einigungsbereich sind abhängig von der jeweiligen Parameterkonstellation. Es sind sowohl steuerlich bedingte Begünstigungen als auch steuerlich bedingte Benachteiligungen der Transaktion möglich. Auch bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts ist bei Abweichungen vom Referenzsteuersystem oftmals ein Totalmodell zur Lösung des Bewertungsproblems erforderlich. Im Fall mehrperiodiger Bewertungsprobleme treten insbesondere im Fall des Anknüpfens der Besteuerung von Wertänderungen an die Veräußerung, analytisch schwer lösbare Zirkularitätsprobleme auf. Vereinfachend kann in diesem Fall ein Realisierungsverhalten der Investoren unterstellt werden, welches einerseits Zirkularitätsprobleme ausschließt, andererseits jedoch das optimale Realisierungsverhalten der Investoren nicht exakt abbildet.

■ Plant der Investor, das Bewertungsobjekt vor der Liquidation in einem zukünftigen Zeitpunkt zu veräußern, so geht der zukünftige Veräußerungserlös in das Bewertungskalkül ein. Dieser Veräußerungserlös stellt den Grenzpreis des Bewertungsobjekts im geplanten zukünftigen Veräußerungszeitpunkt dar. Ist dieser nicht eindeutig determinierbar, weil beispielsweise Erwerbergrenzpreis und Veräußerergrenzpreis auseinander fallen, so sind zusätzliche Prämissen bezüglich des Veräußerungserlöses erforderlich.

■ Ist die Besteuerung im Bewertungskalkül irrelevant, so kann die Bewertung auf Basis von Bruttogrößen erfolgen. Irrelevanz der Besteuerung setzt zum einen voraus, dass der ökonomische Gewinn besteuert wird. Zum anderen ist vorauszusetzen, dass entweder der Kapitalmarkt vollständig ist oder dass bei unvollständigem Kapitalmarkt der Investor risikoneutral ist.

■ Existieren keine Steuern oder liegt das Referenzsteuersystem mit nicht investorspezifischen Steuersätzen vor oder ist die Besteuerung für alle Investoren im Bewertungskalkül irrelevant, so entspricht bei Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts der Marktwert der Unternehmung der Summe der Grenzpreise der einzelnen Beteiligten. Der Individualansatz und der Marktansatz fallen daher zusammen. Im Fall nicht investorspezifischer Steuersätze, unterschiedlicher Besteuerung von Sollzinsen und Habenzinsen oder einer an die Realisierung anknüpfenden Besteuerung von Wertänderungen liegt dieser Zusammenhang dagegen nicht vor.

■ Bei Vorliegen investorspezifischer Steuersätze kann die Bestimmung von Marktpreisen auf Basis von Arbitrageüberlegungen unter Verwendung der Steuersätze eines repräsentativen Investors oder durch Verwendung der Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM erfolgen.

■ Das CAPM ist ein auf der Theorie der Portfolioselektion basierendes Modell, welches die Bildung der Preise risikobehafteter Wertpapiere auf einem Kapitalmarkt im Gleichgewicht bei vollständiger Diversifizierung der Portfolios der einzelnen Investoren erklärt. Das CAPM geht von homogenen Erwartungen der Investoren aus. Die Gleichgewichtsbeziehung des CAPM ist daher präferenzfrei. Sie stellt einen Zusammenhang zwischen der Rendite eines risikobehafteten Wertpapiers, der Rendite des Marktportfolios sowie dem sicheren Zinssatz her. Wird die Annahme homogener Erwartungen aufgegeben, so enthält die Gleichgewichtsbeziehung dagegen die Präferenzen der Investoren.

■ Das Tax-CAPM integriert die Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber in die Gleichgewichtsbeziehung des CAPM. Soweit die Steuersätze nicht nach Investoren differenziert sind, entspricht das Tax-CAPM strukturell dem CAPM. Es resultiert eine präferenzfreie Gleichgewichtsbeziehung. Sind die Steuersätze dagegen nach Investoren differenziert, so sind die Erwartungen der Investoren bezüglich der Zuflüsse nach Steuern investorspezifisch, so dass die Struktur des CAPM mit investorspezifischen Erwartungen vorliegt. Die Steuersätze der Investoren gehen dann gewichtet mit den individuellen Risikoteleranzen in die Gleichgewichtsbeziehung ein. Resultat ist eine Gleichgewichtsbeziehung, welche strukturell der Gleichgewichtsbeziehung des Modells mit nicht investorspezifischen Steuersätzen entspricht, wobei jedoch die Steuersätze durch marktdurchschnittliche Steuerfaktoren zu ersetzen sind. Im allgemeinen Fall mit stochastischen Ausschüttungen und nach Ausschüttungen und Wertänderungen differenzierten Steuersätzen gilt der genannte Zusammenhang nur näherungsweise.

■ Im Gleichgewicht des CAPM und des Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen entspricht die Zusammensetzung der Tangentialportfolios der Investoren der Zusammensetzung des Marktportfolios. Leerverkäufe sind daher ausgeschlossen. Im Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen dagegen sind die Tangentialportfolios investorspezifisch, so dass möglicher Weise einige Investoren im Gleichgewicht Leerverkäufe tätigen. Sollen Leerverkäufe ausgeschlossen werden, so sind Nichtnegativitätsbedingungen bezüglich der Anzahlen der risikobehafteten Wertpapiere in das Modell zu integrieren. Eine Gleichgewichtsbeziehung lässt sich dann nur für spezielle Parameterkonstellationen angeben. Diese Gleichgewichtsbeziehung unterscheidet sich formal relativ stark von der Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen. Eine weitere Möglichkeit der Integration von Leerverkaufsbeschränkungen in das Modell besteht in der Annahme, dass der insgesamt in risikobehaftete Wertpapiere investierte Betrag nicht negativ werden darf. Diese Beschränkung ist mit der Annahme einer Beschränkung des zulässigen Umfangs der Kreditaufnahme zu kombinieren. Unter diesen Annahmen tritt zu der Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen ein zusätzlicher Faktor hinzu, welcher aus den Leerverkaufsbeschränkungen resultiert. Nimmt dieser Faktor den Wert null an, so resultiert die Gleichgewichtsbeziehung des Modells ohne Leerverkaufsbeschränkungen.

■ Die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM mit nicht investorspezifischen Steuersätzen ist als Zusammenhang zwischen der Nettorendite eines einzelnen risikobehafteten Wertpapiers, der Nettorendite des Marktportfolios sowie dem sicheren Zinssatz nach Steuern zu interpretieren. Im Modell mit investorspezifischen Steuersätzen ohne Leerverkaufsbeschränkungen können die Steuerfaktoren als Steuersätze eines repräsentativen Investors interpretiert werden, so dass ein Zusammenhang zwischen Nettorenditen des repräsentativen Investors vorliegt. Im Modell mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen ergibt sich diese Interpretation analog. Werden dagegen nichtnegative Anzahlen der einzelnen Wertpapiere gefordert, so ist es nicht möglich, in der Gleichgewichtsbeziehung Steuersätze eines repräsentativen Investors zu identifizieren.

■ Unter bestimmten Bedingungen ist die Besteuerung irrelevant für die Portfolioselektion aller Investoren. Ist dies gegeben, so entspricht die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM derjenigen des CAPM. Dies gilt auch für die Modelle mit Leerverkaufsbeschränkungen, soweit keine Kreditaufnahmebeschränkungen bindend werden. Im Modell ohne Leerverkaufsbeschränkungen ist die Besteuerung darüber hinaus irrelevant, wenn sie die Portfolioselektion des repräsentativen Investors nicht beeinflusst. Ist die Besteuerung irrelevant, so der Renditezusammenhang des CAPM ohne Steuern.

■ Sind die Steuersätze investorspezifisch, so können steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten für einzelne Investoren vorliegen. In diesem Fall sind Leerverkaufsbeschränkungen anzunehmen, um unendliche Arbitragegewinne auszuschließen. Können alle Investoren steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten ausnutzen, so liegen Klienteleffekte in Mengen und in Preisen vor. Klienteleffekte in Mengen liegen dagegen vor, wenn ein Investor existiert, für den keine steuerlich bedingten Arbitragemöglichkeiten bestehen; dieser Investor ist dann der preisbestimmende (repräsentative) Investor. Auch im Gleichgewicht des Tax-CAPM können steuerlich bedingte Arbitragemöglichkeiten existieren. Können diese unbegrenzt ausgenutzt werden, so entsteht ein Widerspruch zur Annahme eines Gleichgewichts, so dass in dieser Konstellation ein Modell mit Leerverkaufsbeschränkungen zu verwenden ist. Das Modell mit nichtnegativen Anzahlen ist vergleichbar mit der Konstellation des Vorliegens von Klienteleffekten in Mengen und in Preisen. Ein repräsentativer Investor existiert nicht. Im Modell mit betragsmäßigen Leerverkaufsbeschränkungen und Kreditaufnahmebeschränkungen impliziert die Gleichgewichtsbeziehung des Tax-CAPM unter bestimmten Bedingungen, dass ein repräsentativer Investor existiert und somit Klienteleffekte in Mengen vorliegen.

■ Die Bewertung auf Basis des CAPM bzw. des Tax-CAPM erfolgt durch Einsetzen des durch das CAPM bzw. das Tax-CAPM implizierten Renditezusammenhangs in die Definitionsgleichung für die Rendite des Bewertungsobjekts. Beim Modell mit nichtnegativen Anzahlen ist diese Vorgehensweise allerdings nicht für alle Wertpapiere einsetzbar. Die CAPM-basierte Bewertung weist logische Probleme auf. Bei Vorliegen eines Gleichgewichts erfolgen zum einen keine Transaktionen und zum anderen sind alle Gleichgewichtspreise bereits bekannt, so dass bei Gültigkeit der Prämissen des CAPM kein Anlass zur Durchführung einer Bewertung besteht. Tritt dagegen ein bislang nicht gehandeltes Bewertungsobjekt zum bislang gleichgewichtigen Kapitalmarkt hinzu, so stellt sich ein neues Gleichgewicht ein. Dies impliziert eine Änderung der Rendite des Marktportfolios, so dass eine Bewertung unter Verwendung der bislang gültigen Rendite des Marktportfolios nicht zum korrekten Ergebnis führt. Die Anwendung des CAPM zur Bewertung setzt daher voraus, dass die Reaktion der Rendite des Marktportfolios auf das Hinzutreten des bislang nicht gehandelten Bewertungsobjekts zum Kapitalmarkt vernachlässigbar gering ist.

■ Die Bewertung auf Basis des CAPM kann mittels individueller Bewertungskalküle abgeleitet werden, wobei zwischen der Portfoliointerpretation, welche vom Risikoverbundansatz bei Vorliegen eines unvollständigen Kapitalmarkts ausgeht, und der Marktpreisinterpretation, welche vom Vorliegen eines vollständigen Kapitalmarkts und Bewertung durch Duplikation ausgeht, zu unterscheiden ist. Im Modell mit nicht investorspezifischen Steuersätzen sind die Portfoliointerpretation und die Marktpreisinterpretation problemlos auf das Tax-CAPM übertragbar. Im Modell mit investorspezifischen Steuersätzen sind dagegen beide Interpretationen nur dann sinnvoll, wenn von den Steuersätzen des repräsentativen Investors ausgegangen wird. Bei der Portfoliointerpretation ist zudem zu beachten, dass die Steuersätze des repräsentativen Investors nicht modellendogen aus dem Risikoverbundansatz abgeleitet werden können.

■ Die mehrperiodige Bewertung auf Basis des CAPM bzw. des Tax-CAPM setzt voraus, dass die einperiodige Renditebeziehung des CAPM bzw. des Tax-CAPM im mehrperiodigen Kontext für jede Periode gilt, was unter restriktiven Voraussetzungen gegeben ist. In diesem Fall erfolgt die mehrperiodige Bewertung durch rekursive Anwendung der einperiodigen Renditebeziehung.

■ Das gesamte Kapital einer Unternehmung setzt sich zusammen aus Eigenkapital, welches aus Gewinnrücklagen und Beteiligungskapital besteht, sowie aus Fremdkapital. Die Kapitalstruktur der Unternehmung beeinflusst den Unternehmensgesamtwert, da die Kapitalbestandteile unterschiedlich besteuert werden. Die Integration der Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber in Unternehmensbewertungskalküle erfordert die Differenzierung des Eigenkapitals in die unterschiedlich besteuerten Bestandteile Gewinnrücklagen und Beteiligungskapital. Eine unverschuldete Unternehmung verfügt somit über zwei, eine verschuldete Unternehmung über drei unterschiedlich besteuerte Finanzierungsquellen.

■ Die Bewertung der unverschuldeten Unternehmung kann erfolgen, indem zunächst der Wert unter der Prämisse ermittelt wird, dass die gesamten Zahlungen der Unternehmung als Ausschüttungen besteuert werden und im Fall der Besteuerung von Wertänderungen die gesamten Wertänderungen steuerpflichtig sind. Der Einfluss der Kapitalstruktur auf den Wert wird durch den Ausschüttungsdifferenzeffekt der Beteiligungsfinanzierung abgebildet, der die Steuerfreiheit von Zahlungen und Wertänderungen berücksichtigt, welche aus Änderungen des Beteiligungskapitalbestands resultieren.

■ Die Werte von unverschuldeten und verschuldeten Unternehmungen unterscheiden sich aufgrund der folgenden, aus der Fremdfinanzierung resultierenden steuerlichen Effekte: Das Tax-Shield resultiert aus der Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen. Der Ausschüttungsdifferenzeffekt ist determiniert durch die Substitution von Gewinnrücklagen bzw. Beteiligungskapital durch Fremdkapital im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung. Im Fall der Besteuerung von Wertänderungen ist zudem ein Wertdifferenzeffekt zu berücksichtigen, wenn sich der Wert der verschuldeten Unternehmung vom Wert der unverschuldeten Unternehmung unterscheidet.

■ Im Fall der identischen Besteuerung von Ausschüttungen und Wertänderungen entfallen die Ausschüttungsdifferenzeffekte aus dem Bewertungskalkül. Unterliegen alle Einkünfte auf Ebene der Kapitalgeber dem gleichen Steuersatz, so ist die Kapitalgeberbesteuerung im Bewertungskalkül irrelevant und der Werteinfluss der Kapitalstruktur ist auf den Wert des unternehmensteuerlichen Tax-Shields beschränkt.

■ Der Wert der verschuldeten Unternehmung ergibt sich als Summe des Werts der bis auf die Kapitalstruktur äquivalenten unverschuldeten Unternehmung und des Werts der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen. Die Bewertung der verschuldeten Unternehmung erfordert somit die Bewertung der Zahlungen der äquivalenten unverschuldeten Unternehmung sowie der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen unter Berücksichtigung ihres jeweiligen Risikogehalts. Zur Bewertung der Unternehmung sind Finanzierungsstrategien erforderlich, welche die Kapitalstruktur der Unternehmung eindeutig determinieren. Diese müssen somit die stochastische Entwicklung der Bestände des Beteiligungskapitals der unverschuldeten Unternehmung und der Bestände des Fremdkapitals sowie das Verhältnis, in dem Fremdkapital im Vergleich zur unverschuldeten Unternehmung Beteiligungskapital und Gewinnrücklagen ersetzt, enthalten.

■ Für konkrete Cash-Flow-Prozesse oder Prozesse der Erwartungsrevision lassen sich für die unverschuldete Unternehmung geschlossene Bewertungsgleichungen angeben, welche auf Basis von Sicherheitsäquivalenten und unter bestimmten Bedingungen auf Basis von Kapitalkosten, welche als erwartete einperiodige Renditen interpretiert werden können, formuliert werden können. Die Bewertungsgleichungen für die unverschuldete Unternehmung lassen sich durch Anpassung dieser Bewertungsgleichungen an die fremdfinanzierungsbedingten Steuereffekte darstellen, wenn zum einen die Steuereffekte proportional zu den Fremdkapitalbeständen sind und wenn zum anderen die Fremdkapitalbestände entweder aus Sicht des Bewertungszeitpunkts deterministisch sind oder proportional zu den zukünftigen Cash-Flows der Unternehmung sind. Die Proportionalität von steuerlichen Effekten und Fremdkapitalbeständen impliziert, dass auf der Unternehmensebene Verlustausgleichsbeschränkungen und Zinsabzugsbeschränkungen nicht abgebildet werden können, und dass auf der Anteilseignerebene (entgegen der Realität) negative Dividenden zuzulassen sind. Deterministische zukünftige Fremdkapitalbestände ergeben sich bei der autonomen Finanzierungsstrategie. Zu den zukünftigen Cash-Flows proportionale Fremdkapitalbestände liegen bei der wertorientierten Finanzierung, der Finanzierung auf Basis des dynamischen Verschuldungsgrads sowie der buchwertorientierten Finanzierung mit Cash-Flow-orientierter Investitionspolitik vor. Im Fall anderer Finanzierungsstrategien, wie der Cash-Flow-orientierten Finanzierung oder der dividendenorientierten Finanzierung, im Fall des Vorliegens von Zinsabzugsbeschränkungen und Verlustausgleichsbeschränkungen auf Unternehmensebene sowie im Fall des Ausschlusses negativer Dividenden ist dagegen in der Regel eine pfadabhängige Bewertung der fremdfinanzierungsbedingten Steuerzahlungen vorzunehmen.

- Sind beim Eigenkapitalgeber gezahlte Fremdkapitalzinsen, welche im Zusammenhang mit Einkünften aus der Beteiligung an der zu bewertenden verschuldeten Kapitalgesellschaft stehen, nur beschränkt abzugsfähig, so ist die Bewertung davon abhängig, ob der Eigenkapitalgeber im Rahmen der Duplikation der Zahlungen der verschuldeten Unternehmung den Bestand der sicheren Anlage mindert oder Kredite aufnimmt.

**Literatur**


Albrecht, Peter/Maurer, Raimond (2005): Investment- und Risikomanagement, 2. Auflage, Stuttgart 2005.

Allingham, Michael (1991): Existence Theorems in the Capital Asset Pricing Model, in: Econometrica 1991, S. 1169-1174.

Arzac, Enrique R. (1996): Valuation of Highly Leveraged Firms, in: Financial Analysts Journal 1996, S. 42-50.

Auerbach, Alan J. (1983): Taxation, Corporate Financial Policy and the Cost of Capital, in: Journal of Economic Literature 1983, S. 905-940.

Auerbach, Alan J. (1989): Capital Gains Taxation and Tax Reform, in: National Tax Journal 1989, S. 391-401.

Auerbach, Alan J. (1991): Retrospective Capital Gains Taxation, in: The American Economic Review 1991, S. 167-178.

Auerbach, Alan J./King, Mervyn A. (1983): Taxation, Portfolio Choice, and Debt-Equity Ratios: A General Equilibrium Model, in: The Quarterly Journal of Economics 1983, S. 587-610.

Ballwieser, Wolfgang (1990): Unternehmensbewertung und Komplexitätsreduktion, 3. Auflage, Wiesbaden 1990.

Ballwieser, Wolfgang (2002): Der Kalkulationszinsfuß in der Unternehmensbewertung: Komponenten und Ermittlungsprobleme, in: Die Wirtschaftsprüfung 2002, S. 736-743.

Ballwieser, Wolfgang (2004): Unternehmensbewertung: Prozeß, Methoden und Probleme, Stuttgart 2004.

Bhattacharya, Sudipto (1978): Project Valuation With Mean-Reverting Cash-Flow Streams, in: Journal of Finance 1978, S. 1317-1331.

Black, Fischer (1972): Capital Market Equilibrium With Restricted Borrowing, in: Journal of Business 1972, S. 444-455.

Bogue, Marcus C./Roll, Richard (1974): Capital Budgeting of Risky Projects with ‘Imperfect’ Markets for Physical Capital, in: Journal of Finance, 1974, S. 601-613.

Bottazzi, Jean-Marc/Hens, Thorsten/Löffler, Andreas (1998): Demand Functions in the Capital Asset Pricing Model, in: Journal of Economic Theory 1998, S. 192-206.

Brennan, Michael J. (1970): Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy, in: National Tax Journal 1970, S. 417-427.

Brito, Ney O. (1977): Marketability Restrictions and the Valuation of Capital Assets under Uncertainty, in: Journal of Finance 1977, S. 1109-1123.

Chamberlain, Gary/Rothschild, Michael (1983): Arbitrage, Factor Structures, and Mean Variance Analysis on Large Asset Markets, in: Econometrica 1983, S. 1281-1304.

Chen, Andres/Boness, James (1975): Effect of Uncertain Inflation on the Investment and Financing Decision of a Firm, in: Journal of Finance 1975, S. 469-485.

Clubb, Colin D. B./Doran, Paul (1992): On the Weighted Average Cost of Capital With Personal Taxes, in: Accounting and Business Research 1992, S. 44-48.

Clubb, Colin D. B./Doran, Paul (1995): Capital Budgeting, Debt Management and the APV-Criterion, in: Journal of Business Finance and Accounting 1995, S. 681-694.

Constantinides, George M. (1980): Admissible Uncertainty in the Intertemporal Asset Pricing Model, in: Journal of Financial Economics 1980, S. 71-86.

Constantinides, George M. (1983): Capital Market Equilibrium with Personal Tax, in: Econcometrica 1983, S. 611-636.

Constantinides, George M./Scholes, Myron S. (1980): Optimal Liquidation of Assets in the Presence of Personal Taxes: Implications for Asset Pricing, in: Journal of Finance 1980, S. 439-449.

Cox, John C./Ross, Stephen A./Rubinstein, Mark (1979): Option Pricing – a Simplified Approach, in: Journal of Financial Economics 1979, S. 229-263.

Dammon, Robert M. (1988): A Security Market and Capital Market Structure Equilibrium Under Uncertainty With Progressive Personal Taxes, in: Research in Finance 1988, S. 53-74.

Dammon, Robert M./Green, Richard C. (1987): Tax Arbitrage and the Existence of Equilibrium Prices for Financial Assets, in: Journal of Finance 1987, S. 1143-1166.

Dammon, Robert M./Spatt, Chester S./Zhang, Harold H. (2001a): Diversification and Capital Gains Taxes with Multiple Risky Assets, Discussion Paper, Carnegie Mellon University 2001.

Dammon, Robert M./Spatt, Chester S./Zhang, Harold H. (2001b): Optimal Consumption and Investment with Capital Gains Taxes, in: The Review of Financial Studies 2001, S. 583-616.

Dana, Rose-Anne (1999): Existence, Uniqueness and Determinacy of Equilibrium in the C.A.P.M. with a Riskless Asset, in: Journal of Mathematical Economics 1999, S. 167-175.

DeMiguel, Angel-Victor/Uppal, Raman (2003): Portfolio Investment with the Exact Tax Basis via Nonlinear Programming, Discussion Paper, London Business School 2003.

Diedrich, Ralf (2003): Die Sicherheitsäquivalentmethode der Unternehmensbewertung: Ein (auch) entscheidungstheoretisch wohlbegründbares Verfahren, Anmerkungen zu dem Beitrag von Wolfgang Kürsten in der zfbf (März 2002, S. 128-144), in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2003, S. 281-286.

Dinstuhl, Volkmar (2003): Konzernbezogene Unternehmensbewertung, Wiesbaden 2003.

Drukarczyk, Jochen (1997): Zur Bewertung von Verlustvorträgen, in: Deutsches Steuerrecht 1997, S. 464-469.

Drukarczyk, Jochen (2007): Unternehmensbewertung, 5. Auflage, München 2007.

Drukarczyk, Jochen/Richter, Frank (1995): Unternehmensgesamtwert, anteilseignerorientierte Finanzentscheidungen und APV-Ansatz, in: Die Betriebswirtschaft 1995, S. 559-580.

Drukarczyk, Jochen/Richter, Frank (2001): Wachstum, Kapitalkosten und Finanzierungseffekte, in: Die Betriebswirtschaft 2001, S. 627-639.

Dück-Rath, Marijke (2005): Unternehmensbewertung mit Hilfe von DCF-Verfahren und ausgewählten Realoptionsansätzen, Frankfurt 2005.

Dybvig, Philip H./Ross, Stephen A. (1986): Tax Clienteles and Asset Pricing, in: Journal of Finance 1986, S. 751-763.

Elser, Thomas (2000): Steuergestaltung und Grenzpreisbildung beim Kapitalgesellschaftskauf, Wiesbaden 2000.

Elton, Edwin J./Gruber, Martin J. (1984): Non-Standard C.A.P.M.´s and the Market Portfolio, in: Journal of Finance 1984, S. 911-924.

Essler, Wolfgang/Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2004): Zur Anwendung des WACC-Verfahrens bei vorgegebener bilanzieller Verschuldung, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis 2004, S. 134-147.

Fama, Eugene F. (1970): Multiperiod Consumption-Investment Decisions, in: American Economic Review 1970, S. 163-174.

Fama, Eugene F. (1977): Risk-Adjusted Discount Rates and Capital Budgeting under Uncertainty, in: Journal of Financial Economics 1977, S. 3-24.

Fane, George (1987): Neutral Taxation under Uncertainty, in: Journal of Public Economics 1987, S. 95-105.

Fisher, Irving (1930): The Theory of Interest, New York 1930.

Franke, Günther (1989): Betriebliche Investitionstheorie bei Risiko, in: OR-Spektrum 1989, S. 67-82.

Friend, Irwin/Landskroner, Yoram/Losk, Etienne (1976): The Demand for Risky Assets Under Uncertain Inflation, in: Journal of Finance 1976, S. 1287-1299.

Gallmeyer, Michael/Kaniel, Ron/Tompaidis, Stathis (2006): Tax management strategies with multiple risky assets, in: Journal of Financial Economics (2006), S. 243-291.

Gallmeyer, Michael/Srivastava, Sanjay (2003): Arbitrage and the Tax Code, Discussion Paper, Carnegie Mellon University 2003.

Georgi, Andreas A. (1994): Steuern in der Investitionsplanung – Eine Analyse der Entscheidungsrelevanz von Ertrag- und Substanzsteuern, 2. Auflage, Hamburg 1994.

Gilles, Christian/LeRoy, Stephen F. (1991): On the Arbitrage Pricing Theory, in: Economic Theory 1991, S. 213-229.

Grauer, Frederick/Litzenberger, Robert H./Stehle, Richard (1976): Sharing Rules and Equilibrium in an International Capital Market under Uncertainty, in: Journal of Financial Economics 1976, S. 233-256.

Gravelle, Jane G. (1994): The Economic Effects of Taxing Capital Income, Cambridge 1994.

Hachmeister, Dirk (1998): Der Discounted Cash-Flow als Maß der Unternehmenswertsteigerung, 3. Auflage, Frankfurt 1998.

Haley, Charles W. (1993): Corporate Capital Budgeting: Contributions of Finance Theory and an Extension Under Multiperiod Uncertainty, in: Aggarwal, Raj (Hrsg.): Capital Budgeting under Uncertainty, New Jersey 1993.

Harrison, J. Michael/Kreps, David M. (1979): Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets, in: Journal of Economic Theory 1979, S. 381-408.

Heintges, Sebastian/Kamphaus, Christine/Loitz, Rüdiger (2007): Jahresabschluss nach IFRS und Zinsschranke, in: Der Betrieb 2007, S. 1261-1266.

Hens, Thorsten/Laitenberger, Jörg/Löffler, Andreas (2002): Two Remarks on the Uniqueness of Equilibria in the CAPM, in: Journal of Mathematical Economics 2002, S. 123-132.

Hering, Thomas (1999): Finanzwirtschaftliche Unternehmensbewertung, Wiesbaden 1999.

Hering, Thomas (2000): Das allgemeine Zustands-Grenzpreismodell zur Bewertung von Unternehmen und anderen unsicheren Zahlungsströmen, in: Die Betriebswirtschaft 2000, S. 362-378.

Herzig, Norbert/Bohn, Alexander (2007); Modifizierte Zinsschranke und Unternehmensfinanzierung – Diskussion zur Unternehmenssteuerreform 2008, in: Der Betrieb 2007, S. 1-10.

Hirshleifer, Jack (1958): On the Theory of Optimal Investment Decision, in: Journal of Political Economy 1958, S. 329-352.

Holt, Charles C./Shelton, John P. (1962): The Lock-In Effect of the Capital Gains Tax, in: National Tax Journal 1962, S. 337-352.

Homburg, Carsten/Stephan, Jörg/Weiß, Matthias (2004): Unternehmensbewertung bei atmender Finanzierung und Insolvenzrisiko, in: Die Betriebswirtschaft 2004, S. 276-295.

Hommel, Michael/Pauly, Denise (2007): Unternehmenssteuerreform 2008: Auswirkungen auf die Unternehmensbewertung, in: Betriebs-Berater 2007, S. 1155-1161.

Husmann, Sven/Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2002): Unternehmensbewertung unter deutschen Steuern, in: Die Betriebswirtschaft 2002, S. 24-42.

IDW (2005): IDW Standard: Grundsätze zur Durchführung von Unternehmensbewertungen (IDW S 1), (Stand: 18.10.2005), in: IDW Prüfungsstandards, IDW Stellungnahmen zur Rechnungslegung, Band II, Stand November 2007.

IDW (2007): Entwurf einer Neufassung des IDW Standards: Grundsätze zur Durchführung von Unternehmensbewertungen (IDW ES 1 i.d.F. 2007), (Stand: 05.09.2007), in: IDW Prüfungsstandards, IDW Stellungnahmen zur Rechnungslegung, Band II, Stand November 2007.

Jacobs, Otto H. (2002): Unternehmensbesteuerung und Rechtsform, 3. Auflage, München 2002.

Johansson, Sven-Eric (1969): Income Taxes and Investment Decisions, in: Swedish Journal of Economics 1969, S. 104-110.

Jonas, Martin/Löffler, Andreas/Wiese, Jörg (2004): Das CAPM mit deutscher Einkommensteuer, in: Die Wirtschaftsprüfung 2004, S. 898-906.

Jones, Chris/Milne, Frank (1992): Tax Arbitrage, Existence of Equilibrium, and Bounded Tax Rebates, in: Mathematical Finance 1992, S. 189-196.

King, Mervyn A. (1977): Public Policy and the Corporation, London 1977.

König, Rolf Jürgen (1990): Ausschüttungsverhalten von Aktiengesellschaften, Besteuerung und Kapitalmarktgleichgewicht, Hamburg 1990.

König, Rolf Jürgen /Wosnitza, Michael (2000): Zur Problematik der Besteuerung privater Aktienkursgewinne – eine ökonomische Analyse, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2000, S. 781-801.

Kruschwitz, Lutz (2001): Risikoabschläge, Risikozuschläge und Risikoprämien in der Unternehmensbewertung, in: Der Betrieb 2001, S. 2409-2413.

Kruschwitz, Lutz (2002): Finanzierung und Investition, 3. Auflage, München/Wien 2002.

Kruschwitz, Lutz (2007): Investitionsrechnung, 11. Auflage, München 2007.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (1997): Ross´ APT ist gescheitert. Was nun?, in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 1997, S. 644-651.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (1998): Unendliche Probleme bei der Unternehmensbewertung, in: Der Betrieb 1998, S. 1041-1043.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2003a): DCF = APV + (FTE & TCF & WACC)?, in: Richter, Frank/Schüler, Andreas/Schwetzler, Bernhard (Hrsg.): Kapitalgeberansprüche, Marktwertorientierung und Unternehmenswert, Festschrift für Jochen Drukarczyk zum 65. Geburtstag, München 2003, S. 233-253.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2003b): Semi-subjektive Bewertung, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2003, S. 1335-1345.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2004): Bemerkungen über Kapitalkosten vor und nach Steuern, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2004, S. 1175-1191.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2005a): Ein neuer Zugang zum Konzept des Discounted Cashflow, in: Journal für Betriebswirtschaft 2005, S. 21-36.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2005b): Antwort auf eine Replik zu einer Stellungnahme zu einer Kritik Wilhelms an einer Arbeit von Kruschwitz/Löffler, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2005, S. 1025.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2005c): Kapitalkosten, Wertprozesse und Steuern, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2005, S. 1013-1019.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2006a): Discounted Cash Flow – A Theory of the Valuation of Firms, Chichester et al. 2006.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas (2006b): Sechs Antworten auf Richter, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2006, S. 109-110.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas/Canefield, Dominica (2007): Hybride Finanzierungspolitik und Unternehmensbewertung, in: FinanzBetrieb 2007, S. 427–431.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas/Lodowicks, Arnd (2005): Zur Bewertung insolvenzbedrohter Unternehmen, in: Die Betriebswirtschaft 2005, S. 221-236.

Kruschwitz, Lutz/Löffler, Andreas/Scholze, Andreas (2007): Bilanzielle Schulden vs. Fremdkapital in der Unternehmensbewertung: Eine Klarstellung, Diskussionspapier, Universität Bielefeld 2007.

Kürsten, Wolfgang (2002): „Unternehmensbewertung und Unsicherheit“, oder: Theoriedefizit einer künstlichen Diskussion über Sicherheitsäquivalent- und Risikozuschlagsmethode, in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2002, S. 128-144.

Kürsten, Wolfgang (2003): Grenzen und Reformbedarfe der Sicherheitsäquivalentmethode in der (traditionellen) Unternehmensbewertung, Erwiderung auf die Anmerkungen von Ralf Diedrich und Jörg Wiese in der zfbf, in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2003, S. 306-314.

Laitenberger, Jörg (2002): Tilgungseffekt und Kapitalherabsetzung, in: Die Betriebswirtschaft 2002, S. 555-561.

Laitenberger, Jörg (2003): Kapitalkosten, Finanzierungsprämissen und Einkommensteuer, in Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2003, S. 1221-1239.

Laitenberger, Jörg (2004): Semi-subjektive Bewertung und intertemporales Hedging, Eine Anmerkung zu dem Beitrag „Semi-subjektive Bewertung“ von Lutz Kruschwitz und Andreas Löffler in der Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 73. Jg., S. 1335-1345, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2004, S. 1103-1112.

Laitenberger, Jörg (2006): Rendite und Kapitalkosten, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2006, S. 79-101.

Laitenberger, Jörg/Löffler, Andreas (2006): The Structure of the Distributions of Cash Flows and Discount Rates in Multiperiod Valuation Problems. In: OR Spectrum 2006, S. 289-299.

Lintner, John (1965): The Valuation of Risk Assets and the Selection of risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets, in: Review of Economics and Statistics 1965, S. 13-37.

Lintner, John (1969): The Aggregation of Investor´s diverse Judgments and Preferences in purely competitive Security Markets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis 1969, S. 347-400.

Litzenberger, Robert H./Ramaswamy, Krishna (1979): The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices, in: Journal of Financial Economics 1979, S. 163-195.

Litzenberger, Robert H./Ramaswamy, Krishna (1980): Dividends, Short Selling Restrictions, Tax-Induced Investor Clienteles and Market Equilibrium, in: Journal of Finance 1980, S. 469-485.

Löffler, Andreas (1996): Capital Asset Pricing Model mit Konsumption – Eine gleichgewichtstheoretische Untersuchung, Wiesbaden 1996.

Löffler, Andreas (1998): Das CAPM mit Steuern, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium 1998, S. 420-422.

Löffler, Andreas (2000): Tax Shields in an LBO, Arbeitspapier, Universität Berlin 2000.

Löffler, Andreas (2002a): Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung, in: Finanz Betrieb 2002, S. 296-300.

Löffler, Andreas (2002b): Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung, Replik zu Schwetzler/Rapp, FB 2002, S. 502505, in: Finanz Betrieb 2002, S. 505-509.

Löffler, Andreas (2004): Zwei Anmerkungen zu WACC, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2004, S. 933-942.

Long, John B. (1974): Stock Prices, Inflation, and the Term Structure of Interest Rates, in: Journal of Financial Economics 1974, S. 131-170.

Long, John B. (1977): Efficient Portfolio Choice with Differential Taxation of Dividends and Capital Gains, in. Journal of Financial Economics 1977, S. 25-53.

Lübbehüsen, Thomas (2000): Steuern im Shareholder-Value-Ansatz, Bielefeld 2000.

Mai, Jan Markus (2006a): Mehrperiodige Bewertung mit dem Tax-CAPM und Kapitalkostenkonzept, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2006, S. 1225-1253.

Mai, Jan Markus (2006b): Das Tax-CAPM mit stochastischen Dividenden, Arbeitspapier, Universität Mannheim 2006.

Mai, Jan Markus (2007): Wertrelevante Kapitalstruktureffekte unter Berücksichtigung der Einkommensbesteuerung der Kapitalgeber, in: Finanz Betrieb 2007, S.583-594.

Mai, Jan-Markus (2008a): Die Bewertung verschuldeter Unternehmen unter Berücksichtigung von Zinsabzugsbeschränkungen, in: Die Betriebswirtschaft 2008, S. 35-51.

Mai, Jan-Markus (2008b): Anmerkungen zum Modell der buchwertorientierten Finanzierung bei Cashflow-orientierter Investitionspolitik, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2008, S. 611-621.

Markowitz, Harry (1952): Portfolio Selection, in: Journal of Finance 1952, S. 77-91.

Matschke, Manfred Jürgen (1972): Der Gesamtwert der Unternehmung als Entscheidungswert, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis 1972, S. 146-161.

Matschke, Manfred Jürgen/Brösel, Gerrit (2005): Unternehmensbewertung: Funktionen – Methoden – Grundsätze, Wiesbaden 2005.

Mayers, David (1972): Non-marketable Assets and Capital Market Equilibrium Under Uncertainty, in: Jenson, Mike (Hrsg.): Studies in the Theory of Capital Markets, New York 1972, S. 223-248.

Merton, Robert C. (1973): An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, in: Econometrica 1973, S. 867-887.

Miles, James A./Ezzell, John R. (1980): The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets, and Project Life: A Clarification, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis 1980, S. 719-730.

Miller, Merton H. (1977): Debt and Taxes, in: Journal of Finance 1977, S. 261-275.

Modigliani, Franco/Miller, Merton H. (1958): The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment, in: American Economic Review 1958, S. 261-297.

Modigliani, Franco/Miller, Merton H. (1963): Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction, in: American Economic Review 1963, S. 433-443.

Mossin, Jan (1966): Equilibrium in a Capital Asset Market, in Econometrica 1966, S. 768-783.

Moxter, Adolf (1991): Grundsätze ordnungsmäßiger Unternehmensbewertung, 2. Auflage, Wiesbaden 1991.

Myers, Stewart C. (1974): Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions – Implications for Capital Budgeting, in: Journal of Finance 1974, S. 1-25.

Myers, Stewart C./Turnbull, Stuart M. (1977): Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model: Good News and Bad News, in: Journal of Finance 1977, S. 321-333.

Neus, Werner/Nippel, Peter (1991): Investitionsvolumen und Risikoallokation, in: Kredit und Kapital 1991, S. 85-106.

Nielsen, Lars T. (1988): Uniquiness of Equilibrium in the Classical Capital Asset Pricing Model, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis 1988, S. 329-336.

Nielsen, Lars T. (1989): Asset Market Equilibrium with Short Selling, in: Review of Economic Studies, S. 467-473.

Nielsen, Lars T. (1990):Existence of Equilibrium in CAPM, in: Journal of Economic Theory 1990, S. 223-231.

Niemann, Rainer (2000): Neutrale Steuersysteme unter Unsicherheit – Besteuerung und Realoptionen, Bielefeld 2001.

Nietert, Bernhard (2005): Nutzenorientierte versus traditionelle subjektive Unternehmensbewertung, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2005, S. 541-571.

Nippel, Peter (1996): Alternative Sichtweisen der Marktbewertung, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium 1996, S. 106-111.

Nippel, Peter/von Nitzsch, Rüdiger (1998): Investitionsbewertung unter Unsicherheit, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium 1998, S. 623-628.

Ollmann, Michael/Richter, Frank (1999): Kapitalmarktorientierte Unternehmensbewertung und Einkommensteuer – Eine deutsche Perspektive im Kontext internationaler Praxis, in: Kleineidam, Hans-Jochen (Hrsg.): Unternehmenspolitik und internationale Besteuerung, Festschrift für Lutz Fischer zum 60. Geburtstag, Berlin 1999, S.159-178.

Pfaff, Dieter/Pfeiffer, Thomas/Gathge, Dieter (2002): Unternehmensbewertung und Zustands-Grenzpreismodelle, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis 2002, S. 198-210.

Rapp, Marc Steffen (2006): Die arbitragefreie Adjustierung von Diskontierungssätzen bei einfacher Gewinnsteuer, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 2006, S. 771-807.

Rapp, Marc Steffen/Schwetzler, Bernhard (2007): Das Nachsteuer-CAPM im Mehrperiodenkontext – Stellungnahme zum Beitrag von Dr. Jörg Wiese, FB 2006 S. 242 ff., in: Finanz Betrieb 2007, S. 108-116.

Reichling, Peter/Spengler, Thomas/Vogt, Bodo (2006): Sicherheitsäquivalente, Wertadditivität und Risikoneutralität; in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2006, S. 759-769.

Richter, Frank (1998): Unternehmensbewertung bei variablem Verschuldungsgrad, in: Zeitschrift für Bankrecht und Bankaufsicht 1998, S. 379-389.

Richter, Frank (2001): Simplified Discounting Rules in Binomial Models, in: Schmalenbach Business Review 2001, S. 175-196.

Richter, Frank (2002a): Simplified Discounting Rules, Variable Growth, and Leverage, in: Schmalenbach Business Review 2002, S. 136-147.

Richter, Frank (2002b): Kapitalmarktorientierte Unternehmensbewertung, Frankfurt 2002.

Richter, Frank (2003): Relativer Unternehmenswert und Einkommensteuer oder: Was ist paradox am Steuerparadoxon?, in: Richter, Frank/Schüler, Andreas/Schwetzler, Bernhard (Hrsg.): Kapitalgeberansprüche, Marktwertorientierung und Unternehmenswert, Festschrift für Jochen Drukarczyk zum 65. Geburtstag, München 2003, S. 307-329.

Richter, Frank (2004): Valuation with or without Personal Tax, in: Schmalenbach Business Review 2004, S. 20-45.

Richter, Frank (2006): Zwei Klarstellungen zu den „Bemerkungen über Kapitalkosten vor und nach Steuern" von Lutz Kruschwitz und Andreas Löffler, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2006, S. 103-107.

Röder, Klaus/Müller, Sarah (2001): Mehrperiodige Anwendung des CAPM im Rahmen von DCF-Verfahren, in: Finanz Betrieb 2001, S. 225-233.

Rogall, Matthias (2003): Die Besteuerung des Kaufs und des Zusammenschlusses von Kapitalgesellschaften, Wiesbaden 2003.

Rosarius, Stephan (2007): Bewertung von Leveraged Buyouts, Frankfurt 2007.

Ross, Stephen A. (1976): The Arbitrage Theory of Capital Asset Prices, in: Journal of Economic Theory 1976, S. 341-360.

Ross, Stephen A. (1987): Arbitrage and Martingales with Taxation, in: Journal of Political Economy 1987, S. 371-393.

Rubinstein, Mark E. (1973): A Comparative Static Analysis of Risk Premiums, in: Journal of Business 1973, S. 605-615.

Saelzle, Rainer (1976a): Investitionsentscheidungen und Kapitalmarkttheorie, Wiesbaden 1976.

Saelzle, Rainer (1976b): Kapitalmarktreaktionen bei Investitionsentscheidungen, in: Die Unternehmung 1976, S. 319-331.

Samuelson, Paul A. (1964): Tax Deductibility of Economic Depreciation to Insure Invariant Valuations, in: The Journal of Political Economy 1964, S. 604-606.

Sandmann, Klaus (2001): Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte, 2. Auflage, Heidelberg et al. 2001.

Schaefer, Stepehen, M. (1982): Taxes and Security Market Equilibrium, in: Sharpe, William F./Cootner, Cathryn M. (Hrsg.): Financial Markets: Essays in Honor of Paul Cootner, New Jersey 1982, S. 159-178.

Scheffler, Wolfram (2007): Besteuerung von Unternehmen I – Ertrag-, Substanz- und Verkehrsteuern, 10. Auflage, Heidelberg et al. 2007.

Schildbach, Thomas (2000): Ein fast problemloses Verfahren zur Unternehmensbewertung, in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2000, S. 707-723.

Schmidt, Ludwig: Einkommensteuergesetz, 26. Auflage, München 2007.

Schmidt, Reinhard H./Terberger, Eva (1999): Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie, 4. Auflage, Wiesbaden 1999.

Schneider, Dieter (1992): Investition, Finanzierung und Besteuerung, 7. Auflage, Wiesbaden 1992.

Scholze, Andreas (2006): Buchwertorientierte Finanzierungspolitik in der Unternehmensbewertung, Diskussionspapier, Universität Bielefeld 2006.

Schreiber, Ulrich (2007): Steuerplanung, in: Köhler, Richard et al. (Hrsg.), Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, Stuttgart 2007, S. 1679-1688.

Schreiber, Ulrich (2008): Besteuerung der Unternehmen – Eine Einführung in Steuerrecht und Steuerwirkung, 2. Auflage, Heidelberg 2008.

Schreiber, Ulrich/Mai, Jan Markus (2008): Steuerwirkungen beim Unternehmenskauf – Eine ökonomische Analyse steuerrechtlicher Missbrauchsregelungen, in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2008, S. 2-28.

Schultze, Wolfgang (2003): Methoden der Unternehmensbewertung, Gemeinsamkeiten, Unterschiede, Perspektiven, 2. Auflage, Düsseldorf 2003.

Schultze, Wolfgang (2005): Unternehmensbewertung und Halbeinkünfteverfahren: Steuervorteile aus der Finanzierung deutscher Kapitalgesellschaften, in: Die Betriebswirtschaft 2005, S. 237-257.

Schultze, Wolfgang/Bachmann, Carmen (2008): Unternehmenssteuerreform 2008 und Unternehmensbewertung: Auswirkungen auf den Steuervorteil der Fremdfinanzierung von Kapitalgesellschaften, in: Die Betriebswirtschaft 2008, S. 9-34.

Schultze, Wolfgang/Zimmermann, Ruth-Caroline (2006): Unternehmensbewertung und Halbeinkünfteverfahren: Der Werteinfluss des steuerlichen Eigenkapitals, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2006, S. 867-901.

Schwetzler, Bernhard (2000): Unternehmensbewertung unter Unsicherheit – Sicherheitsäquivalent- oder Risikozuschlagsmethode?, in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2000, S. 469-486.

Schwetzler, Bernhard (2002): Das Ende des Ertragswertverfahrens?, in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2002, S. 145-158.

Schwetzler, Bernhard (2005): Halbeinkünfteverfahren und Ausschüttungsäquivalenz – die „Übertypisierung" der Ertragswertbestimmung, in: Die Wirtschaftsprüfung 2005, S. 601-617.

Schwetzler, Bernhard/Piehler, Maik (2004): Unternehmensbewertung bei Wachstum, Risiko und Besteuerung – die Anwendungsbedingungen der IDW S1 Wachstumsformel, HHL – Arbeitspapier Nr. 56, Handelshochschule Leipzig 2004.

Schwetzler, Bernhard/Rapp, Marc Steffen (2002): Arbitrage, Kapitalkosten und die Miles/Ezzell-Anpassung im zweiperiodigen Binomialmodell, Erwiderung zu dem Beitrag von Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler „Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung", FB 2002, S. 296-300, in: Finanz Betrieb 2002, S. 502-505.

Schwetzler, Bernhard/Rapp, Marc Steffen (2007): Das Nachsteuer-CAPM im Mehrperiodenkontext, Stellungnahme zum Beitrag von Dr. Jörg Wiese, FB 2006 S. 242 ff., in: Finanzbetrieb 2007, S. 108-116.

Senbet, Lemma (1979): International Capital Market Equilibrium and the Multi-National Firm Financing and Investment Policies, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis 1979, S. 455-477.

Sharpe, William F. (1964): Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, in: Journal of Finance 1964, S. 425-442.

Sharpe, William F. (1970): Portfolios Theory and Capital Markets, New York 1970.

Sick, Gordon (1986): A Certainty-Equivalent Approach to Capital Budgeting, in: Financial Management 1986, S. 23-32.

Solnick, Bruno (1974): An Equilibrium Model of the International Capital Market, in: Journal of Economic Theory 1974, S. 500-524.

Streitferdt, Felix (2004): Unternehmensbewertung mit dem WACC-Verfahren bei konstantem Verschuldungsgrad, in: Finanz Betrieb 2004, S. 43-49.

Sureth, Caren (2006): Steuerreformen und Übergangsprobleme bei Beteiligungsinvestitionen, Wiesbaden 2006.

Taggart, Robert A. (1991): Consistent Valuation and Cost of Capital Expressions With Corporate and Personal Taxes, in: Financial Management 1991, S. 8-20.

Töben, Thomas/Fischer, Hardy (2007): Die Zinsschranke – Regelungskonzept und offene Fragen, in: Betriebs-Berater 2007, S. 974-978.

Tobin, James (1958): Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, in: Review of Economic Studies 1958, S. 65-86.

Tschöpel, Andreas (2004): Risikoberücksichtigung bei Grenzpreisbestimmungen im Rahmen der Unternehmensbewertung, Köln 2004.

von Nitzsch, Rüdiger (1997): Investitionsbewertung und Risikofinanzierung, Stuttgart 1997.

von Nitzsch, Rüdiger (2003): Investitionslehre, 3. Auflage, Aachen 2003.

Wagner, Franz W./Rümmele, Peter (1995): Ertragsteuern in der Unternehmensbewertung: Zum Einfluß von Steuerrechtsänderungen, in: Die Wirtschaftsprüfung 1995, S. 433-441.

Wagner, Wolfgang/Jonas, Martin/Ballwieser, Wolfgang/Tschöpel, Andreas (2004): Weiterentwicklung der Grundsätze zur Unternehmensbewertung (IDW S1), in: Die Wirtschaftsprüfung 2004, S. 889-898.

Wiese, Jörg (2003): Zur theoretischen Fundierung der Sicherheitsäquivalentmethode und des Begriffs der Risikoauflösung bei der Unternehmensbewertung – Anmerkungen zu dem Beitrag von Wolfgang Kürsten in der zfbf (März 2002, S. 128-144), in: Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 2003, S. 287-305.

Wiese, Jörg (2004): Unternehmensbewertung mit dem Nachsteuer-CAPM?, Münchener Betriebswirtschaftliche Beiträge, Universität München 2004.

Wiese, Jörg (2005): Wachstum und Ausschüttungsannahmen im Halbeinkünfteverfahren, in: Die Wirtschaftsprüfung 2005, S. 617-623.

Wiese, Jörg (2006a): Komponenten des Zinsfußes in Unternehmensbewertungskalkülen – Theoretische Grundlagen und Konsistenz, Frankfurt 2006.

Wiese, Jörg (2006b): Das Nachsteuer-CAPM im Mehrperiodenkontext, in: Finanz Betrieb 2006, S. 242-248.

Wiese, Jörg (2007): Unternehmensbewertung und Abgeltungssteuer, in: Die Wirtschaftsprüfung 2007, S. 368-375.

Wilhelm, Jochen (1981): Zum Verhältnis von Capital Asset Pricing Model, Arbitrage Pricing Theory und Bedingungen der Arbitragefreiheit von Finanzmärkten, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 1981, S. 891-905.

Wilhelm, Jochen (1983a): Finanztitelmärkte und Unternehmensfinanzierung, Berlin et al. 1983.

Wilhelm, Jochen (1983b): Marktwertmaximierung – Ein didaktisch einfacher Zugang zu einem Grundlagenproblem der Investitions- und Finanzierungstheorie, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1983, S. 516-534.

Wilhelm, Jochen (1985): Arbitrage Theory, Heidelberg et al. 1985.

Wilhelm, Jochen (2004): Unternehmensbewertung bei persönlicher Einkommensteuer – Sind Kapitalkosten ein fruchtbares Konzept?, korrigiertes Reprint aus Wildemann, Horst (Hrsg.): Organisation und Personal, Festschrift für Rolf Bühner, München 2004, S. 941-961.

Wilhelm, Jochen (2005a): Unternehmensbewertung – Eine finanzmarkttheoretische Untersuchung, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2005, S. 631-665.

Wilhelm, Jochen (2005b): Bemerkungen über Kapitalkosten vor und nach Steuern – Anmerkungen zu dem gleichnamigen Beitrag von Kruschwitz und Löffler, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2005, S. 1005-1012.

Wilhelm, Jochen (2005c): Replik zu Kruschwitz und Löffler, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 2005, S. 1021-1024.

Wilhelm, Jochen/Schosser, Josef (2007): A Note on Arbitrage-Free Asset Prices With and Without Personal Income Taxes, in: Review of Managerial Science 2007, S. 133-149.

Zimmermann, Heinz (1998): State-Preference Theorie und Asset Pricing – Eine Einführung, Heidelberg 1998.

**Gesetzesmaterialien**

Einkommensteuergesetz 2002 (EStG) in der Fassung der Bekanntmachung vom 19. Oktober 2002 (BGBl. I S. 4210, ber. BGBl. I 2003 S. 179), zuletzt geändert durch das Gesetz zur weiteren Stärkung des bürgerschaftlichen Engagements vom 10.10.2007 (BGBl. I S. 2332).

Gesetz über die Besteuerung bei Auslandsbeziehungen (Außensteuergesetz) 1972 (AStG) in der Fassung der Bekanntmachung vom 8. September 1972 (BGBl. I S. 1713), zuletzt geändert durch das Unternehmensteuerreformgesetz 2008 vom 14.8.2007 (BGBl. I S. 1912).

Gewerbesteuergesetz 2002 (GewStG) in der Fassung der Bekanntmachung vom 15. Oktober 2002 (BGBl. I S. 4167), zuletzt geändert durch das Gesetz zur weiteren Stärkung des bürgerschaftlichen Engagements vom 10.10.2007 (BGBl. I S. 2332).

Handelsgesetzbuch 1887 (HGB) in der Fassung der Bekanntmachung vom 10. Mai 1887 (RGBl. S. 219), zuletzt geändert durch das Gesetz zur Umsetzung der Richtlinie über Märkte für Finanzinstrumente und der Durchführungsrichtlinie der Kommission (Finanzmarktrichtlinie- Umsetzungsgesetz) vom 16.7.2007 (BGBl. I S. 1330).

Körperschaftsteuergesetz 2002 (KStG) in der Fassung der Bekanntmachung vom 15. Oktober 2002 (BGBl. I S. 4144), zuletzt geändert durch das Gesetz zur weiteren Stärkung des bürgerschaftlichen Engagements vom 10.10.2007 (BGBl. I S. 2332).

**Kurzlebenslauf**

Jan Markus Mai

| | |
|---|---|
| 1995 | Abitur |
| 1997-2002 | Studium der Betriebswirtschaftslehre an der Universität Mannheim, Abschluss: Diplom-Kaufmann |
| 2003-2008 | Wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre und Betriebswirtschaftliche Steuerlehre an der Universität Mannheim |
| 2008 | Promotion |