

**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

Nr. 176

Realistische Rendite vs. zutreffende Rendite

VON
PETER ALBRECHT

Mannheim 07/2009

Realistische Rendite vs. zutreffende Rendite

Peter Albrecht

Der vorliegende Beitrag greift die von Laux¹ aufgeworfene Frage der zutreffenden Rendite einer Kapitalanlage mit (periodischen oder unregelmäßigen) Ausschüttungen vor Ende der Laufzeit wieder auf und führt die Diskussion weiter.

Es ist in der Literatur zur Finanzmathematik und zur Investitionsrechnung seit langem bekannt und gut dokumentiert², dass die Interne Rendite (Interner Zinsfuß) nur eine verzerrte Maßgröße für die Effektivverzinsung eines zu Zwecken eines Investments eingesetzten Kapitals darstellt. Die Problematik sei anhand eines einfachen Beispiels illustriert³.

Beispiel – Teil 1: Interne Rendite

Ein Investor erwerbe einen Festzinstitel mit einem Nennwert von EUR 100000, einer dreijährigen Laufzeit und einer Nominalverzinsung von 3% zu einem Kurs von 94,5535%. Unter Ausblendung von Gebühren und steuerlichen Effekten investiert er somit EUR 94553,50, erhält nach Ende des ersten Jahres einen Kupon in Höhe von EUR 3000, am Ende des zweiten Jahres einen weiteren Kupon in Höhe von EUR 3000 und nach Ablauf von 3 Jahren schließlich einen Rückfluss von EUR 103000 (Kupon plus Tilgung). Die Interne Rendite r ergibt sich dann als Lösung der Gleichung

$$94553,50(1+r)^3 = 3000(1+r)^2 + 3000(1+r) + 103000,$$

wobei hier bewusst die Endwertform der Gleichung für die Interne Rendite gewählt wurde. Als Lösung dieser Gleichung ergibt sich $r = 0,05$, d.h. eine Interne Rendite in Höhe von 5%. Die Lösung der vorstehenden Gleichung ist dabei nur iterativ zu ermitteln bzw. ergibt sich als Resultat der Anwendung eines Finanzsoftware-Tools.

Bei einer alternativen Anlage zu einer jährlichen Verzinsung von 5% würde der anfänglich investierte Betrag nach drei Jahren auf $94553,50(1,05)^3 = 109457,50$ EUR anwachsen. Das Investment in den Zinstitel führt also nur dann zu einer Effektivverzinsung des investierten Kapitals von 5%, wenn der Investor am Ende der Laufzeit ebenfalls über ein Vermögen von EUR 109457,50 verfügt. Dies ist – wie die rechte Seite der Gleichung für die Interne Rendite offenlegt – wiederum dann und nur dann der Fall, wenn die Kupons am Ende des ersten und des zweiten Jahres jeweils wieder zu 5% – d.h. zu genau der Internen Rendite des Ausgangsinvestments (Festzinstitel) bis zum Ende der Laufzeit wieder angelegt werden können:

$$(3000)(1,05)^2 + (3000)(1,05) + 103000 = 3150 + 3307,50 + 103000 = 109457,50.$$

Können für die Wiederanlage des Kupons etwa nur Renditen erwirtschaftet werden, die geringer als 5% sind, dann sinkt dieser Endwert und damit ist auch die durch den Erwerb des Festzinstitels erwirtschaftete Effektivverzinsung geringer als 5%.

Das vorstehende Beispiel illustriert die bekannte Tatsache, dass die Interne Rendite dann und nur dann ein unverzerrter Maßstab für die Effektivverzinsung des zu Zwecken eines Investments eingesetzten Kapitals ist, wenn die zwischenzeitlichen Rückflüsse aus dem Investment zu genau der Internen Rendite des Ausgangsinvestments wieder angelegt werden können (Wiederanlageprämisse der Internen Zinsfuß-Methode). Dies ist aber eine durchaus problematische Annahme, denn die Interne Rendite spiegelt zunächst einmal nur die spezifischen Verhältnisse des Ausgangsinvestments wider und nicht die der Reinvestitionen. All dies ist aus der Literatur wohlbekannt und beinhaltet eine valide Kritik an der Internen Rendite. In einem Beitrag von Laux wird hingegen ausgeführt⁴: "Die Meinung, der Zins aus der Wiederanlage vorzeitiger Auszahlungen müsse in die Berechnung der Rendite einer Kapitalanlage einbezogen werden, beruht auf einem Irrtum. Mit der vorzeitigen Ausschüttung ist insofern die Kapitalanlage beendet...Der Anleger ist völlig frei darin, was er mit seinen Ausschüttungen macht. Er kann sie dem Konsum oder einer anderen Verwendung zuführen, natürlich auch wieder anlegen."

Natürlich ist Laux vollständig dahingehend zuzustimmen, dass der Investor vollständig frei in seiner Wiederanlageentscheidung ist, auch dahingehend, dass die Rückflüsse vollständig in den persönlichen Konsum wandern können. Allerdings kann hieraus keineswegs gefolgert werden, dass dies keinerlei Auswirkung auf die realisierte Effektivverzinsung hat. Wir wollen dies im Weiteren untermauern, zum einen, indem die Lösung von Laux (2001) kritisch untersucht wird, zum anderen, indem wir die Effektivverzinsung unseres Beispielinvestments bestimmen, wenn die Kupons in den Konsum fließen.

Nach Laux ist die Interne Rendite durchaus die "zutreffende Rendite" und er begründet dies auf der Basis einer alternativen Zerlegung der Gleichung für den Internen Zinsfuß. Diese Zerlegung ist in der Literatur wohlbekannt⁵ und soll im Weiteren in Fortführung des Ausgangsbeispiels demonstriert werden.

Beispiel – Teil 2: Zerlegung der Gleichung für die Interne Rendite

Nimmt man die Interne Zinsfuß-Gleichung des Teils 1 des Beispiels als Ausgangspunkt, so kann man diese auch schreiben als

$$94553,50(1+r)^3 - 3000(1+r)^2 - 3000(1+r) - 103000 = 0.$$

Dies kann man äquivalent auch schreiben als

$$\{[94553,50(1+r) - 3000](1+r) - 3000\}(1+r) - 103000 = 0.$$

In Einzelschritte zerlegt führt dies – unter Ansatz des konkreten Internen Zinsfußes von 5% – auf die folgende Entwicklung des jeweils (unter expliziter Berücksichtigung von Zinseffekten) noch gebundenen Kapitals:

$$\begin{aligned} t = 0 & \quad 94553,50 \\ t = 1 & \quad 94553,50 (1,05) - 3000 = 99281,18 - 3000 = 96281,18 \\ t = 2 & \quad 96281,18 (1,05) - 3000 = 101095,23 - 3000 = 98095,23 \\ t = 3 & \quad 98095,23 (1,05) - 103000 = 103000 - 103000 = 0 . \end{aligned}$$

Die Interpretation dieser Kapitalentwicklung lautet wie folgt. Die durch Erwerb des Festzinstitels gebundenen EUR 94553,50 würden bei einer alternativen Anlage zu fünf Prozent nach einem Jahr auf EUR 99281,18 angestiegen sein. Die Kapitalbindung durch Erwerb des Titels am Ende des Jahres beträgt daher EUR 99281,18. Nach erfolgter teilweiser Freisetzung des gebundenen Kapitals durch die Zahlung des Kupons in Höhe von EUR 3000 beträgt die Kapitalbindung noch EUR 96281,18. Analog sind die weiteren Schritte der vorstehenden zeitlichen Entwicklung der Kapitalbindung zu interpretieren. Am Ende des dritten Jahres ist mit der letzten Kuponzahlung und der Tilgung des Nominalbetrags das gebundene Kapital dann vollständig frei gesetzt.

Die Logik dieser aus der Literatur wohlbekannten Zerlegung der Gleichung für den Internen Zinsfuß zielt somit auf die Entwicklung des durch ein Investment im Zeitablauf (unter Berücksichtigung der Rückflüsse aus dem Investment und von Renditeeffekten) jeweils noch gebundenen Kapitals ab. Aus dieser Darstellung des Internen Zinsfußes leitet Laux die Auffassung ab, dass der Interne Zinsfuß – aller an ihm geübten Kritik zum Trotz – doch die "zutreffende Rendite" darstellt, d.h. doch die korrekte Effektivverzinsung ist. Diese Auffassung beruht jedoch auf einem Missverständnis. Gemäß den Details des Teils 2 des Beispiels wird auf das durch ein Investment jeweils noch gebundene Kapital abgestellt, jedoch nicht auf das anfänglich eingesetzte Kapital (hier: EUR 94553,50)!

Es gilt daher die folgende Aussage – und hier zitieren wir wörtlich aus Albrecht/Mayer, a.a.O., S. 88: "Der interne Zinsfuß gibt daher in korrekter ökonomischer Interpretation die Effektivverzinsung des jeweils noch gebundenen Kapitals an – im Unterschied zur Effektivverzinsung des anfänglich eingesetzten Kapitals". Dies erscheint zwar ein nur feiner Unterschied zu sein, seine Konsequenz ist jedoch gravierend. Zudem ist für einen Investor wohl primär die Effektivverzinsung seines anfänglich investierten Kapitals von Interesse und weniger die des jeweils noch gebundenen Kapitals.

Die Kritik am Internen Zinsfuß als Maßstab für die Effektivverzinsung des anfänglich eingesetzten Kapitals wird somit durch die Argumentation von Laux nicht außer Kraft gesetzt. Gibt es jedoch andere Alternativen zur Methode des Internen Zinsfußes? Grundsätzlich ist zunächst anzumerken, dass es keine valide Methode geben kann, die ohne eine Annahme (Prä-

misse) über die Bedingungen der Wiederanlage der Rückflüsse (hier: Kupons) aus dem Investment auskommen kann. Die Bedingungen für diese Wiederanlagen beeinflussen nun einmal die Effektivverzinsung des eingesetzten Kapitals über die betrachtete Zeitperiode. Kann man aber eine realistische Annahme über die Rendite der Wiederanlage treffen, dann ist es auch möglich, eine realistischere Effektivverzinsung im Vergleich zum Internen Zinsfuß zu bestimmen. Die Fortführung des Beispiels soll dies illustrieren.

Beispiel – Teil 3: Realistische Rendite

Nehmen wir an, die rückfließenden Kupons am Ende des ersten und des zweiten Jahres lassen sich mit einer (beispielsweise einheitlichen) realistischen Wiederanlagerendite r_W verzinsen. Dann ergibt sich der Endwert der Rückflüsse zu

$$3000(1 + r_W)^2 + 3000(1 + r_W) + 103000 .$$

Wäre die Effektivverzinsung r_E des anfänglich eingesetzten Kapitals bekannt, dann würde das anfänglich eingesetzte Kapital über drei Jahre wachsen auf

$$94553,50(1 + r_E)^3 .$$

Ein Gleichsetzen dieser beiden Endwerte mit anschließender Auflösung nach der gesuchten Effektivverzinsung liefert den folgenden Ausdruck:

$$r_E = \left[\frac{3000(1 + r_W)^2 + 3000(1 + r_W) + 103000}{94553,50} \right]^{1/3} .$$

Betrachtet man sinnvoller Weise nur sichere Investments als Möglichkeiten für eine Wiederanlage, so gilt $r_W \geq 0$. Der Fall $r_W = 0$ liefert dann zum einen eine belastbare Untergrenze für die realisierbare Effektivverzinsung und entspricht gleichzeitig dem Fall, dass die Kupons nicht wiederangelegt werden, sondern in den Konsum wandern (bzw. die Wiederanlage der Kupons ausgeblendet wird). Im Falle $r_W = 0$ resultiert eine Effektivverzinsung von

$$r_E = \left[\frac{109000}{94553,50} \right]^{1/3} - 1 = 0,0485 .$$

Die Effektivverzinsung beträgt in diesem Falle somit 4,85%. Dies illustriert somit insbesondere, dass gerade in der Situation des Konsums sämtlicher Kupons der Interne Zinsfuß nicht die korrekte Effektivverzinsung wiedergibt.

Nimmt man hingegen an, dass die Wiederanlage der Kupons zu einer Rendite von (mindestens) 2% per annum erfolgt, so resultiert hieraus eine Effektivverzinsung des anfänglich investierten Kapitals von (mindestens)

$$r_E = \left[\frac{3000(1,02)^2 + 3000(1,02) + 103000}{94553,50} \right]^{1/3} - 1 = 0,0491 .$$

Die Effektivverzinsung beträgt in diesem Falle somit 4,91%.

Die in dem vorstehenden Beispiel illustrierte Methode der Bestimmung der Effektivverzinsung wird in der Literatur modifizierte Interne Zinsfußmethode bezeichnet⁶, die resultierende Rendite als Realistische Rendite oder als modifizierter Interner Zinsfuß (auch: Baldwin-Verzinsung). Neben dem intuitiv zugänglichen Ansatz hat diese Methode auch den Vorteil, dass – wie im Beispiel ersichtlich – die gesuchte Effektivverzinsung in direkter Weise, d.h. ohne Anwendung eines iterativen Verfahrens, berechenbar ist. Auch die Mehrdeutigkeits- und Existenzprobleme des Internen Zinsfußes bestehen hier nicht.

Nun kann man gegen diese Vorgehensweise grundsätzlich einwenden, dass der resultierende Effektivzins offenbar von der Höhe der angenommenen Wiederanlagerendite abhängt. Dies ist in der Tat so, allerdings haben wir gesehen, dass auch die Interne Zinsfußmethode genau dies ebenfalls tut, wenn auch weniger transparent. Wie bereits betont, kann keine valide Methode zur Berechnung der Effektivverzinsung des anfänglich eingesetzten Kapitals ohne eine entsprechende Annahme ("Wiederanlageprämisse") auskommen. Die entscheidende Frage ist alleine, wie realistisch die getroffene Wiederanlageprämisse ist. Eine verbesserte Abschätzung der Effektivverzinsung gegenüber dem Internen Zinsfuß lässt sich immer dann erreichen, wenn die Qualität der getroffenen Wiederanlageprämisse gegenüber der Methode des Internen Zinsfußes (d.h. Wiederanlage zum Internen Zinsfuß) verbessert wird. Dies erscheint durchaus realistisch. Zudem korrespondiert die Annahme eines Wiederanlagezinses in Höhe von null mit der Möglichkeit des Konsums der Rückflüsse (bzw. der Ausblendung der Wiederanlage der Rückflüsse) aus dem Investment (hier: Kupons) und stellt zudem eine belastbare Untergrenze für eine realistische Effektivverzinsung dar.

Anmerkungen

¹ Vgl. Laux, H. (2001): Die zutreffende Rendite, Die Bank 20/2001, 742 – 743.

² Vgl. aktuell etwa Albrecht, P./C. Mayer (2007): Finanzmathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Stuttgart, 87.

³ Um allgemein verständlich zu bleiben, verwenden wir im weiteren Text keine generellen Formeln. Alle verwendeten Formeln sind in Standardlehrbüchern zur Finanzmathematik und zur Investitionsrechnung gut dokumentiert, beispielsweise in Albrecht/Mayer, a.a.O.

⁴ Vgl. Laux, a.a.O., 742.

⁵ Vgl. etwa Albrecht/Mayer, a.a.O., 88.

⁶ Vgl. etwa Albrecht/Mayer, a.a.O., 88 f.