**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

Nr. 92

DIE EVALUATION DES CHANCEN-RISIKO-PROFILS KOMBINIERTER AKTIEN- UND OPTIONSSTRATEGIEN IM KONTEXT VON EXCESS-CHANCE UND SHORTFALL-RISIKO

Michael Adam, Raimond Maurer und Matthias Möller

Universität Mannheim 1996

1.- 05/96 - 70

Die Evaluation des Risiko-Chancen-Profils kombinierter Aktien- und Optionsstrategien im Kontext von Exzeß-Chance und Shortfall-Risiko

von

Michael Adam, Raimond Maurer und Matthias Möller

Universität Mannheim

1. Problemstellung

Der Einsatz von Optionen bei der Steuerung von Aktien- bzw. Aktienportefeuilles ist mittlerweile zu einem Standardinstrumentarium der modernen Investmentpraxis geworden. Durch die Beimischung von Optionen gelingt es Anlegern, das originäre Chance-Risiko-Profil einer reinen Aktienanlage in sehr flexibler Weise zu beeinflussen. Wesentlich für den planmäßigen Einsatz von Optionsstrategien ist, daß die Anleger über Chancen und Risiken der resultierenden finanziellen Gesamtpositionen informiert sind.[1] Die gewöhnlicherweise benutzten Zahlungsdiagramme der unsicheren Endvermögenspositionen können für die professionelle Investmentpraxis dabei lediglich eine erste Indikation darstellen, da sie nur zu qualitativen Aussagen über Chance und Risiko führen. Aus portefeuilletheoretischer Sicht bedarf es vielmehr einer Quantifizierung von Chance und Risiko. Dabei wurde spätestens seit erscheinen der Arbeiten von *Bookstaber/Clarke* (1983a, b, 1984, 1985) deutlich, daß bei der Evaluation des Risikos von kombinierten Aktien- und Optionspositionen das traditionelle Risikomaß der Portefeuilletheorie, die Varianz bzw. die Standardabweichung, zu unbefriedigenden Ergebnissen führt. Die Ursache dieser Problematik liegt darin begründet, daß die Varianz bzw. Standardabweichung auf einer grundsätzlich symmetrischen Konstruktionsweise beruht. Sowohl mögliche Abweichungen unterhalb als auch oberhalb des Erwartungswertes werden als Risiko gemessen. Optionsstrategien führen jedoch zu komplexen, asymmetrischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Es bietet sich daher an, durch die Verwendung alternativer Risikomaße der Asymmetrie von Optionsstrategien besser gerecht zu werden. In der Literatur sind dabei insbesondere die in *Albrecht* (1994a, b) entwickelte allgemeine Klasse von Shortfall-Risikomaßen, mit den bekannten Spezialfällen Shortfall-Wahrscheinlichkeit, Shortfall-Erwartungswert und Shortfall-Semivarianz, in das Zentrum des

Interesses gerückt. So wurden diese Maße im Rahmen historischer oder stochastischer Simulationen zur Bewertung von Optionsstrategien u.a. in den Arbeiten von *Lewis* (1990), *Ferguson* (1993), *Marmer/Ng* (1993), *Lee* (1994), *Zimmermann* (1994) sowie *Albrecht/Maurer/Stephan* (1995a) verwiesen. Erstmalig in der Arbeit von *Albrecht/Maurer/Stephan* (1995b) wurden, wiederum im Kontext einer historischen Simulation, neben asymmetrischen Risikomaßen Optionsstrategien durch korrespondierende asymmetrische Chancenmaße bewertet.

Obwohl historische Untersuchungen gewöhnlicherweise stark von dem verwendeten Datenmaterial abhängig sind, ist die generelle Verwendungs dieser Methode nicht zu beanstanden, da der Anleger über empirische Chancen und Risiken der zu beurteilenden Optionsstrategien informiert wird. Stochastische Simulationen sollten allerdings nur dann benutzt werden, wenn geschlossene analytische Ausdrücke nicht erzielt werden können. In *Albrecht/Maurer/Timpel* (1995) wurden geschlossene, analytische Ausdrücke für den Erwartungswert, die Varianz, die Shortfall-Wahrscheinlichkeit, den Shortfall-Erwartungswert und die Shortfall-Semivarianz bei normal- bzw. logarithmisch normalverteilten Kurswerten des Underlyings im Kontext eines 1:1-Collars entwickelt. Ziel dieser Arbeit ist es einerseits, die in *Albrecht/Maurer/Timpel* (1995) gewonnenen Ergebnisse, für nunmehr beliebige Hedge-Ratios im Intervall [0, 1) zu erweitern. Weiterhin soll die *Albrecht/Maurer/Stephan* (1995b) begonnene Evaluation von Optionsstrategien mittels Exzeß-Chancenmßen in die analytische Analyse integriert und auf eine entscheidungslogische Basis gestellt werden.

2. Excess-Chance und Shortfall-Risiko von Aktienpositionen mit Optionen

Ausgangspunkt der Untersuchung sei ein Anleger, der eine in seinem Bestand befindliche Aktie mit heutigem Kurswert s_0, deren (zufälliger) Kurswert zum Zeitpunkt T durch die Zufallsvariable $S_T \geq 0$ modelliert sei, heute durch den Kauf von $0 \leq \alpha_1 < 1$ Europäischen Verkaufsoptionen auf diese Aktie (Long Put) mit Ausübungspreis x_1, Restlaufzeit T und Kaufpreis $p(x_1)$ gegenüber negativen Kurswertänderungen absichert.

Dieser Long Put wird (ganz, teilweise oder sogar über-) finanziert durch den Verkauf von $0 \leq \alpha_2 < 1$ Europäischen Kaufoptionen auf diese Aktie (Short Call) mit identischer Restlaufzeit wie der Long Put, Ausübungspreis $x_2 > x_1$ und Preis $c(x_2)$. Zur Vereinfachung sei unterstellt, daß aus der Aktie keine Zahlungen in Form von Dividenden oder Bezugsrechten erfolgen. Weiterhin sei unterstellt, daß die Differenz zwischen dem gezahlten Preis für den Long Put und dem erhaltenen Preis für den Short-Call bis zum Zeitpunkt T zu dem risikolosen, kontinuierlichen Zins r finanziert oder angelegt werden kann. Die auf das Ende des Betrachtungshorizontes aufgezinsten (positiven oder negativen) Finanzierungskosten der Optionen betragen $\Delta = [\alpha_1 p(x_1) - \alpha_2 c(x_2)]\exp(rT)$. Diese sehr allgemeine kombinierte Aktien- und Optionsposition enthält eine Vielzahl von bekannten Positionen als Spezialfälle. So erhält man für den Fall $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ den sogenannten "Collar". Werden die beiden Ausübungspreise so gewählt, daß für die Differenz der Optionsprämie gerade $p(x_1) - c(x_2) = 0$ gilt, ergibt sich der "Zero-Cost-Collar". Den "1 : α_1-Put-Hedge" erreicht man bei $\alpha_2 = 0$ sowie den "1 : α_2-Covered-Short-Call", wenn $\alpha_1 = 0$ gesetzt wird. Eine reine Aktienposition ergibt sich für $x_1 \to \infty$ und $x_2 \to \infty$ bzw. $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. Die im folgenden erzielten Resultate lassen sich weiterhin auf Aktienportefeuilles übertragen, wenn es zu dem Portefeuille einen strukturell korrespondierenden Aktienindex gibt, auf dessen Indexstand (europäische) Put-Optionen gekauft und Call-Optionen verkauft werden können.

Für die unsichere Endvermögensposition dieser Investmentstrategie erhält man

$$V_T = S_T + \alpha_1 \max(x_1 - S_T, 0) - \alpha_2 \max(S_T - x_2, 0) - \Delta \qquad \textbf{(2.1)}$$

Ziel der Arbeit ist die Evaluation des Risiko-Chancen-Profils der Endposition V_T im Kontext der von *Albrecht* (1994 a, b) entwickelten allgemeinen Shortfall-Risiko- bzw. Excess-Chance-Konzeption. Zur Vollständigkeit der Analyse werden die traditionellen portefeuilletheoretischen Maß für Chance und Risiko mit dem Erwartungswert bzw. der Varianz ebenfalls angegeben. Ausgangspunkt sei ein von dem Anleger festgelegter (deterministischer) Referenzpunkt, in Form eines erwünschten minimalen Endvermögens $m = m(T)$. Kandidaten für einen solchen Referenzpunkt könnten bspw. ein risikolos erzielbares Endvermögen, eine aufsichtsrechtlich oder aufgrund von Marktgegebenheiten spezifizierte Mindestverzinsung des eingesetzten Kapitals sein. Risiko wird dann als die Gefahr verstanden, das geforderte Mindestvermögen zu verfehlen, und Chance als die Möglichkeit, das geforderte Mindestvermögen zu übertreffen. Die zugehörige Endvermögensposition läßt sich dann formal in drei Teile zerlegen (*Albrecht* 1994a, S. 2 f):

$$V_T = m + V_T^+(m) - V_T^-(m). \qquad \textbf{(2.2)}$$

Dabei bezeichne $ш_ш^+гЄД = \max(V_T - m, 0)$ das Chancenpotential und $ш_ш^-гЄД = \max(m - V, 0)$ das Risikopotential der gewählten Strategie.

Weiter *Albrecht* (1994a) folgend, erhält man ein eindimensionales Risikomaß durch Einführung einer Verlustfunktion L(x) und Bestimmung des erwarteten Verlustes der Shortfall-Position:

$$Шч_Єгш_шД \;л=\; СЬфгш_ш^-гЄДДЭ \;ё \tag{2.3}$$

Bei Verwendung der Potenzfunktionen als Verlustfunktionen, also $L(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}_0$, ergeben sich als Reihe von wichtigen Spezialfällen die sogenannten Shortfall-Risikomaße. Formal berechnen sich diese (im Fall $n = 0$ definiert man $\max(m - V_T, 0)^0 := I_{(-\infty,\, m)}(V)$) gemäß

$$\begin{aligned} Шч_Єгш_шД \;&л=\; СЬш_ш^-гЄД^єЭ \\ &= СЬЄЯйгЄ - ш_ше\;жД^єЭ \;=\; фцХ_Є^єгш_шД \;ё \end{aligned} \tag{2.4}$$

Technisch führt eine solche sehr flexible Risikodefinition auf das Problem der Bestimmung unterer partieller Momente (*Winkler/Roodman/Britney* 1972). Für die Spezialfälle $n = 0, 1, 2$ ergeben sich die bekannten Risikomaße Shortfall-Wahrscheinlichkeit, Shortfall-Erwartungswert und Shortfall-Semivarianz. Es sei erwähnt, daß die Shortfall-Wahrscheinlichkeit sehr eng mit dem besonders im Risikomanagement von Kreditinstituten verwendeten Perzentil- bzw. "*Value-at-Risik*"-Konzept zusammenhängt. Der *Value at Risk* ergibt sich dadurch, daß eine bestimmte fixierte tolerierte Shortfall-Wahrscheinlichkeit $LPM^0_m = \varepsilon$ (zum Beispiel $\varepsilon = 95\%$) vorgegeben und die Referenzgröße m in (2.4) bestimmt wird.

Gewöhnlicherweise verwendet man zur Bewertung des Chancenpotentials einer Wahrscheinlichkeitsverteilung finanzieller Ergebnisse den Erwartungswert $E(V_T)$. Allerdings kann auch dieses prominente Chancenmaß kritisiert werden. Als genereller Kritikpunkt kann angeführt werden, daß der Erwartungswert ähnlich wie die Varianz die gesamte Wahrscheinlichkeitverteilung bewertet, wobei lediglich Überschreitungen der Zielgröße von einem Investor als positiv eingestuft werden. Wenn Risiko relativ zu einem Referenzpunkt gemessen wird, dann ist die Verwendung des Erwartungswertes insoweit inkonsistent, als dann auch mögliche Unterschreitungen der Zielegröße in die Messung der Chance eingehen. Für den Erwartungswert als Chancenmaß spricht, ähnlich wie für die Varianz als Risikomaß, dessen einfache rechnerische Handhabung (beispielsweise seine Linearität). Ein solches Argument kann jedoch für die Frage nach einer adäquaten Konzeptualisierung des Chancenpotentials der hier betrachteten kombinierten Aktien- und Optionsstrategien nicht ausreichen. Es besteht daher der Bedarf, zu der eingeführten Klasse von Shortfall-Risikomaßen konzeptionell passende Chancenmaße zu konstruieren.

In vollständiger Analogie zur Entwicklung des Risikopotentials einer Endvermögensposition bietet es sich an, das Chancenpotential im Sinne einer Exzeß-Chance zu konzeptualisieren (vgl. *Albrecht* 1994b, S. 13-14). Hierzu sei eine Gewinnfunktion $G(x)$ eingeführt, die eine Bewertung der möglichen Überschreitungen der Zielgröße m erlaubt:

$$CP_n(m) := E[G((V_T - m)^+)] \, . \qquad \textbf{(2.5)}$$

Verwendet man zur Bewertung der Exzess-Position ebenfalls die Potenzfunktionen $G(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}_0$ als Gewinnfunktionen ergeben sich als Chancenmaße die sogenannten oberen partiellen Momente. Sei wiederum für den Fall $n = 0$ $\max(V_T - m, 0)^0 := I_{(-\infty, m)}(V)$ definiert, so erhält man

$$\begin{aligned} CP_n(m) &:= E[(V_T - m)^{+\,n}] \\ &= E[\max(V_T - m, 0)^n] = UPM_n(m) \, . \end{aligned} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Für die Spezialfälle $n = 0, 1, 2$ ergeben sich die Exzess-Wahrscheinlichkeit, der Exzess-Erwartungswert sowie die Exzess-Semivarianz.

In *Albrecht/Maurer/Stephan* (1995b) wurde gezeigt, daß zwischen den Shortfall-Risiko- und Exzess-Chancenmaßen folgende Zusammenhänge bestehen: Offensichtlich gilt für die Shortfall- bzw. die Exzess-Wahrscheinlichkeit (Prob(V_T = m) = 0 vorausgesetzt):

$$UPM_m^0 = 1 - LPM_m^0 , \tag{2.7}$$

Im Fall Prob(V_T = m) > 0 gilt allgemein UPM^0_m = 1 - LPM^0_m - Prob(V_T = m), was dann relevant wird, wenn V_T im Punkt m einen Massepunkt besitzt. Sei E(V_T) das erwartete Endvermögen der Gesamtposition so gilt für den Exzess-Erwartungswert

$$UPM_m^1 = LPM_m^1 + E(V_T) - m , \tag{2.8}$$

Schließlich gilt für die Exzess-Semivarianz

$$UPM_m^2 = Var(V_T) + [E(V_T) - m]^2 - LPM_m^2 , \tag{2.9}$$

wobei Var(V_T) die Varianz des Endvermögens bezeichne.

Im folgenden fokussieren die weiteren Überlegungen auf die Berechnung der Größen E(V_T), Var(V_T) sowie den Shortfall-Risikomaßen LPM^0_m, LPM^1_m und LPM^2_m. Aufgrund der Beziehungen (2.7) - (2.9) sind auf Basis der gewonnenen Resultate die Exzess-Chancenmaße damit ebenfalls bestimmt, womit auf deren explizite analytische Angabe im weiteren Verlauf der Arbeit verzichtet werden kann.

3. Entscheidungslogische Fundierung von Shortfall-Risiko und Exzeß-Chancen-Modellen

Das Hauptanliegen der Einscheidungstheorie unter Unsicherheit besteht in der Bewertung einer gegebenen Menge von Handlungsalternativen, deren jeweilige Konsequenz durch eine Zufallsvariable *X* repräsentiert wird. Das verwendete Bewertungskriterium soll es erlauben, die Handlungsalternativen in eine "Präferenzreihenfolge" zu bringen. Formal geschieht die Abbildung solcher Präferenzvorstellungen durch die Angabe eines Präferenzfunktionals Φ, wobei Φ(*X*) die Bewertung der Zufallsgröße operationalisiert und die Bewertung zwischen alternativen Zufallsrößen *X* und *Y*

$$X \geq Y \quad \Leftrightarrow \quad \Phi(X) \geq \Phi(Y) \qquad \textbf{(3.1)}$$

expliziert wird. Für die Festlegung von Φ werden in der Literatur mehrere Möglichkeiten diskutiert, wobei in unserem Kontext vor allem sogenannte *Risiko-Wert-Modelle* bzw. *Risiko-Chance-Modelle* von Interesse sind (vgl. *Sarin/Weber* 1993). Dabei wird das Präferenzfunktional Φ folgendermaßen spezifiziert

$$\Phi(X) = H[C(X), R(X)] . \qquad \textbf{(3.2)}$$

Das Funktional R stellt ein Maß für das Risiko der zu beurteilenden Zufallsverteilung und C eine Maßgröße für die der Zufallsgröße innewohnende Chance dar. Die Funktion H quantifiziert schließlich den *Trade-Off* zwischen Risiko und Chance. Ökonomisch plausible Anforderung an die Funktion H ist, daß sie steigend im Chancen- und fallend im Risikomaß sein sollte (vgl. *Sarin/Weber* 1993, S. 137). H sollte also konsistent zur folgenden Risiko-Chance-Dominanzeigenschaft sein:

> Eine Zufallsvariable *X* dominiert eine Zufallsvariable *Y* dann und nur dann, wenn C(*X*) ≥ C(*Y*) und R(*X*) ≤ R(*Y*) und eine der beiden Ungleichungen strikt ist.

Als klassischen Standardbeispiel für ein *Risiko-Chance-Modell* des Typus (3.2) ist das von *Markowitz* bei seiner Fundierung der Portfolio-Theorie verwendete Erwartungswert-Varianz-Modell zu nennen, bei dem Risiko durch die Varianz und Chance durch den Erwartungswert gemessen wird. In unserem Kontext wären als Risikomaße die vorgestellten LPM^n_m und als Chancenmaße die UPM^n_m oder E(*X*) zu verwenden.

Ein alternatives Konzept, um Lotterien in eine Präferenzreihenfolge bringen zu können, ist das sogenannte *Bernoulli*-Prinzip. Das *Bernoulli*-Prinzip basiert auf einem System von Axiomen, welches gewährleistet, daß eine Funktion u(*X*) derart existiert, daß

$$\Phi(X) = E[u(X)], \qquad (3.3)$$

Hierbei bezeichnet man die Funktion u(*X*) als Risikonutzenfunktion. In der Risikonutzenfunktion werden sowohl die Risiko- als auch die Höhenpräferenzen des Entscheidungsträgers zum Ausdruck gebracht. Das *Bernoulli*-Prinzip verzichtet daher auf eine explizite Risiko- und Chancenmessung, sondern beinhaltet eine gesamthafte Bewertung der Zufallsgröße *X*.

Obwohl den auf einer expliziten Konzeptualisierung von Risiko und Chance basierenden Präferenzfunktionalen des Typus (3.2) durchaus eine eigenständige Bedeutung zukommt, ist es von Interesse, deren Konsistenz zum *Bernoulli*-Prinzip zu überprüfen, insbesondere deshalb, weil das *Bernoulli*-Prinzip in der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur noch immer eine ausgezeichnete Stellung als Bewertungskalkül für Entscheidungen unter Unsicherheit angesehen wird.

Konsistente Verbindungen zwischen den Ansätzen des Typus (3.2) und (3.3) können dann bestehen, wenn für ein gegebenes Präferenzfunktional H die Menge der Wahrscheinlichkeitsverteilungen eingeschränkt wird. So sind etwa Erwartungswert-Varianz-Modelle bei Zugrundelegung einer Normalverteilung von *X* konsistent zum *Bernoulli*-Prinzip. Für unsere Fragestellung ist eine solche Vorgehensweise jedoch nicht zweckmäßig, da die im Kontext von kombinierten Aktien- und Optionspositionen generierten Verteilungen völlig atypischer Natur sind. Eine Konsistenz von Risiko-Chancen-Modellen zum *Bernoulli*-Kriterium kann auch dann gegeben sein, wenn für gegebenes R(*X*) und C(*X*) die Risikonutzenfunktion u(*X*) bestimmten Anforderungen genügt. So ist bekanntermaßen das Erwartungswert-Varianz-Modell für quadratische Nutzenfunktionen konsistent zum *Bernoulli*-Kriterium. In *Fishburn* (1977) wurde nun gezeigt, daß ein in E(*X*) monoton wachsendes und in $LPM^n_m(X)$ monoton fallendes Präferenzfunktional $H[E(X), LPM^n_m(X)]$, genau dann konsistent zum *Bernoulli*-Prinzip ist in dem Sinne, daß es die gleiche Präferenzordnung generiert wie eine Risikonutzenfunktionen u(*X*), wenn u(*X*) bis auf eine positive lineare Transformation die Gestalt

$$u(x; n, m) = \begin{cases} x - k(m - x)^n & \text{für } x < m \\ x & \text{für } x \geq m \end{cases} \qquad (3.4)$$

besitzt. In diesem Fall ergibt sich offensichtlich für das Präferenzfunktional $H[E(X), LPM^n_m(X)] =$

$E(X) - k\mathrm{LPM}^n_m$, wobei $k > 0$ die Risikoaversion des Entscheidungsträgers spezifiziert. Charakteristisch an solchen Risikonutzenfunktionen ist deren Linearität mit Steigung eins im Bereich $x \geq m$. Verwendet man die Shortfall-Wahrscheinlichkeit als Risikomaß, verläuft die Risikonutzenfunktion im Bereich $x < m$ auch linear, macht allerdings in $x = m$ einen Sprung der Höhe k $\mathrm{Prob}(X < m)$. Der Graph der Nutzenfunktion bei Ansatz des Shortfall-Erwartungswertes verläuft ebenfalls linear im Bereich $x < m$, allerdings ohne Sprung bei $x = m$ wie bei der Shortfall-Wahrscheinlichkeit, dafür jedoch mit einer höheren Steigung wie der obere Teilabschnitt. Wird Risiko durch die Shortfall-Semivarianz gemessen, verläuft der Teilbereich unterhalb der Zielgröße konkav.

Von Interesse ist nun, welche Anforderungen an die Risikonutzenfunktion zu stellen sind, wenn der Erwartungswert als Chancenmaß durch ein Maß des Typus UPM^n_m ersetzt wird. Eine **hinreichende** Bedingung für Konsistenz ist die folgende: besitzt die Risikonutzenfunktion u(.) die Gestalt

$$u(x;\, m,\, n) = \begin{cases} -\lambda(m - x)^n & \text{für } x < m \\ (x - m)^n & \text{für } x \geq m \end{cases} \qquad \textbf{(3.5)}$$

mit einem Risikoaversionsparameter $\lambda > 0$, so gilt offensichtlich $E[u(X)] = \mathrm{UPM}^n_m(X) - \lambda\mathrm{LPM}^n_m$. Somit folgt die Konsistenz des Präferenzfunktionals $H[\mathrm{UPM}^n_m(X), \mathrm{LPM}^n_m] = \mathrm{UPM}^n_m(X) - \lambda\mathrm{LPM}^n_m$ mit dem *Bernoulli*-Prinzip bei Verwendung der Risikonutzenfunktion des Typus (3.5). Die Forderung $\lambda > 0$ garantiert hierbei die ökonomisch sinnvolle Anforderung, daß H monoton wachsend in $\mathrm{UPM}^n_m(X)$ und monoton fallend in LPM^n_m ist. Für den Fall des Exzeß-Erwartungswertes und des Shortfall-Erwartungswertes führt die Nutzenfunktion (3.5) wegen der generellen Beziehung (2.8) auf eine Präferenzfunktional der Form $\Phi(X) = E(X) - m + (1 - \lambda)\mathrm{LPM}^1_m$. Ökonomisch interessant ist in diesem Fall die Wahl des Gewichtungsfaktors λ zu interpretieren. Wird $\lambda = 1$ gewählt, bewertet der Entscheidungsträger die Exzeß-Chance einer Lotterie gleich stark wie deren Shortfall-Risiko. Wegen $\Phi(X) = E(X) - m$ ist dies gleichbedeutend mit risikoneutralem Entscheidungsverhalten. Wird ein $\lambda < 1$ gewählt, bewertet der Entscheidungsträger die Chance einer Lotterie höher als das korrespondierende Risiko, ist also risikofreudig. Lediglich für $\lambda > 1$ resultiert ein risikoaverses Entscheidungsverhalten.

4. Allgemeine Resultate

Die Vermögensendposition der gemäß (2.1) definierten Klasse von Optionsstrategien, läßt sich in Abhängigkeit der Optionsparameter sowie des unsicheren Kurses des Underlyings am Ende der Periode auch schreiben als ($V = V_T$, $S = S_T$)

$$V = \begin{cases} (1 - \alpha_1)S + \alpha_1 X_1 - \Delta & S \le X_1 \\ S - \Delta & X_1 < S < X_2 \\ (1 - \alpha_2)S + \alpha_2 X_2 - \Delta & S \ge X_2, \end{cases} \tag{4.1}$$

Interessiert sind wir nun an der Fragestellung, welche Zufallsgesetzmäßigkeit V in Abhängigkeit der Optionsparameter sowie der Zufallsgesetzmäßigkeit des Underlyings besitzt. Unterstellt man, S habe eine Dichtefunktion f, dann gilt aufgrund der strengen Monotonie von V für die Dichtefunktion $g(v)$ von V

$$\begin{cases} g_1(v) = f\left(\dfrac{v - \alpha_1 X_1 + \Delta}{1 - \alpha_1}\right)\dfrac{1}{1 - \alpha_1} & \alpha_1 X_1 - \Delta \le v \le \\ g_2(v) = f(v + \Delta) & X_1 - \Delta \le v \le X_2 \\ g_3(v) = f\left(\dfrac{v - \alpha_2 X_2 + \Delta}{1 - \alpha_2}\right)\dfrac{1}{1 - \alpha_2} & v \ge X_2 - \Delta \\ 0 & \text{sonst}, \end{cases} \tag{4.2}$$

Die erwartete Endvermögensposition berechnet sich dann gemäß

$$
\begin{aligned}
E(V) &= \int_{-\infty}^{\infty} v f(v)\, dv \\
&= \int_{\alpha_1 x_1 - \Delta}^{x_1 - \Delta} v f_1(v)\, dv + \int_{x_1 - \Delta}^{x_1 - \Delta} v f_1(v)\, dv + \int_{x_1 - \Delta}^{\infty} v f_2(v)\, dv
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

Für die Varianz erhält man

$$
\begin{aligned}
Var(V) &= E(V^2) - [E(V)]^2 \\
&= \int_{\alpha_1 x_1 - \Delta}^{x_1 - \Delta} v^2 f_1(v)\, dv + \int_{x_1 - \Delta}^{x_1 - \Delta} v^2 f_1(v)\, dv + \int_{x_1 - \Delta}^{\infty} v^2 f_2(v) \\
&\quad - \left[\int_{\alpha_1 x_1 - \Delta}^{x_1 - \Delta} v f_1(v)\, dv + \int_{x_1 - \Delta}^{x_1 - \Delta} v f_1(v)\, dv + \int_{x_1 - \Delta}^{\infty} v f_2(v)\, d \right.
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

Die möglichen Ausprägungen der Shortfall-Risikomaße hängen offensichtlich von der Lage der Zielgröße ab. Dabei sind insgesamt vier Fälle zu unterscheiden:

1. Fall $m < \alpha_1 x_1 - \Delta$

Bei dieser Konstellation liegt die Zielgröße unterhalb des minimal erreichbaren Endververmögen der betrachteten Strategie. Die Shortfall-Position ergibt sich dann zu $V_- \equiv 0$, womit $LPM_m^0 = LPM_m^1 = LPM_m^2 = 0$ gilt. Für die Exzess-Chancen-Maße erhält man unter Ausnutzung von (2.7) - (2.9) $UPM_m^0 = 1$, $UPM_m^1 = E(V) - m$ und $UPM_m^2 = Var(V) - [E(V) - m]^2$.

2. Fall $\alpha_1 x_1 - \Delta \leq m < x_1 - \Delta$

Für die Shortfall-Wahrscheinlichkeit ergibt sich in diesem Fall mit $a = 1/(1 - \alpha_1)$ und $b = (\Delta - \alpha_1 x_1)/(1 - \alpha_1)$

цгг3 – α3ДШ + α3й3 – Δ ≤ ЄД = цЬгШ ≤ ЯЄ + яЭ = **(4.5)**

Für den Shortfall-Erwartungswert erhält man

СЬЄЯйгЄ – ще жДЭ = ∫ (α3й3 – Δ bis Є) гЄ – ҙДГ3гҙДәҙ **(4.6)**

und schließlich gilt für die Shortfall-Semivarianz

СЬЄЯйгЄ – ще жД³Э = ∫ (α3й3 – Δ bis Є) гЄ – ҙД³Г3гҙДәҙ ё **(4.7)**

3. Fall $x_1 - \Delta \le m < x_2 - \Delta$

In diesem Fall gilt für die Shortfall-Wahrscheinlichkeit

цгщ ≤ ЄД = цгШ – Δ ≤ ЄД = сгЄ + ΔДё **(4.8)**

Für den Shortfall-Erwartungswert ergibt sich

гЄ – ще жДЭ = ∫ (α3й3 – Δ bis й3 – Δ) гЄ – ҙДГ3гҙДәҙ + ∫ (й3 – Δ bis Є) гЄ – ҙДГ **(4.9)**

und schließlich für die Shortfall-Semivarianz

$$Ξ - щe\ жД^3Э = \int_{α_3 π_3 - Δ}^{π_3 - Δ} гЄ - ʒД^3 Γ_3 гʒДәʒ + \int_{π_3 - Δ}^{Є} гЄ - ʒД^3 \tag{4.10}$$

4. Fall $m \geq x_2$ - Δ

Im letzten Fall ergibt sich für die Shortfall-Wahrscheinlichkeit mit c = 1/(1 - α_2) und d = (Δ - $\alpha_2 x_2$)/(1 - α_2)

$$ЄД = цггЗ - α_3 Д Ш + α_3 π_3 - Δ \leq ЄД = цгШ \leq ∂Є + ∂Д = cг∂Є \tag{4.11}$$

Der Shortfall-Erwartungswert berechnet sich zu

$$ә\ жДЭ = \int_{α_3 π_3 - Δ}^{π_3 - Δ} гЄ - ʒД Γ_3 гʒДәʒ + \int_{π_3 - Δ}^{π_3 - Δ} гЄ - ʒД Γ_3 гʒДәʒ + \int_{π_3 - Δ}^{Є} г \tag{4.12}$$

sowie die Shortfall-Semivarianz gemäß

$$жД^3Э = \int_{α_3 π_3 - Δ}^{π_3 - Δ} гЄ - ʒД^3 Γ_3 гʒДәʒ + \int_{π_3 - Δ}^{π_3 - Δ} гЄ - ʒД^3 Γ_3 гʒДәʒ + \int_{π_3 - Δ}^{Є} г \tag{4.13}$$

5. Resultate für logarithmisch normalverteilte Aktienkurse

5.1 Einführung

Die konkrete Berechnung der oben eingeführten Risiko- und Chancenmaße bedarf einer Spezifikation der Zufallsgesetzmäßigkeit der Zufallsgröße S_T. Trifft man die Standardannahme, daß der Kursprozeß der ungesicherten Aktienposition $\{S_t;\ 0 \leq t \leq T\}$ einem geometrischen *Wiener*-Prozeß mit konstanter

Drift u und konstanter Volatilität s folgt, ergibt sich für den Kurswert am Ende des Betrachtungszeitraums ($S_T = S$) gemäß *Hull* (1993, S. 210) $\ln S \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu = \ln s_0 + (u - s^2/2)T$ und $\sigma^2 = s^2T$. Das bedeutet, der Endwert der ungesicherten Aktienposition ist logarithmisch normalverteilt mit Parametern μ und σ^2. Es sei darauf hingewiesen, daß aich für die Modellierung der Optionspreise dann die *Black/Scholes* Formel anbieten würde.

Für die Herleitung expliziter Lösungen ist es erforderlich, die folgenden bestimmten Integrale zu berechnen. Bezeichne Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung so gilt für $l < u$

$$\int_{ђ}^{7} Г_3 г 7 Д ә 7 = \Phi\left[\frac{ђєгЯ7 + яД - Є7}{\sigma}\right] - \Phi\left[\frac{ђєгЯђ + яД - Є7}{\sigma}\right] \qquad \textbf{(5.1)}$$

sowie

$$,ә7 = Я\int_{ђ}^{7} 7ѓгЯ7 + яДә7 = Я\int_{ђ}^{7} \frac{Й}{\sqrt{3\pi}\,\sigma гЯЙ + яД} Ѓ^{-\frac{3}{3}\left(\frac{ђєгЯЙ + яД}{\sigma}\right)} \qquad \textbf{(5.2)}$$

Mit der Substitution $y(x) = \ln(ax + b)$ ergibt sich für den obigen Ausdruck wegen $y'(x) = a/(ax + b)$

$$\int_{ђєгЯђ + яД}^{ђєгЯ7 + яД} \frac{3}{\sqrt{3\pi}\sigma} \frac{Ѓ^{I} - я}{Я} Ѓ^{-\frac{3}{3}\left(\frac{I - Є7}{\sigma}\right)^3} әI \qquad \textbf{(5.3)}$$

und mit der nochmaligen Substitution $z(y) = (y - \mu)/\sigma$ erhält man hierfür wegen $z'(y) = 1/\sigma$

$$\int_{\frac{\text{ђєгЯђ} + \text{яД} - \text{Є7}}{\sigma}}^{\frac{\text{ђєгЯ7} + \text{яД} - \text{Є7}}{\sigma}} \frac{3}{\sqrt{3\pi}\sigma} \frac{\text{Ѓ}^{i\sigma + \text{Є7}} - \text{я}}{\text{Я}} \text{Ѓ}^{-\frac{i^3}{3}} \,\text{ə}i \qquad \textbf{(5.4)}$$

wofür man mit *Winkler* et al. (Formel 4.4) den Ausdruck

$$\text{7}+\frac{\sigma^3}{3}\Bigg[\Phi\left(\frac{\text{ђєгЯ7} + \text{яД} - \text{Є7}}{\sigma} - \sigma\right) - \Phi\left(\frac{\text{ђєгЯђ} + \text{яД} - \text{Є7}}{\sigma}\right. \qquad \textbf{(5.5)}$$

$$\Phi\left(\frac{\text{ђєгЯ7} + \text{яД} - \text{Є7}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\text{ђєгЯђ} + \text{яД} - \text{Є7}}{\sigma}\right)\Bigg] \text{ё}$$

erhält. Schließlich ergibt sich für

$$\text{7Дə7} = \text{Я}\int_{\text{ђ}}^{\text{7}} \text{7}^3 \text{ѓгЯ7} + \text{яДə7} = \text{Я}\int_{\text{ђ}}^{\text{7}} \frac{\text{И}^3}{\text{ЯИ} + \text{я}} \frac{3}{\sqrt{3\pi}\sigma} \text{Ѓ}^{-\frac{3}{3}\left(\frac{\text{ђєгЯИ} + \text{я}}{\sigma}\right.} \qquad \textbf{(5.6)}$$

wofür sich mit der Substitution y(x) = ln(ax + b) und wegen y'(x) = a((ax + b) der Ausdruck

$$\int_{\text{ђєгЯђ} + \text{яД}}^{\text{ђєгЯ7} + \text{яД}} \frac{3}{\sqrt{3\pi}\sigma} \left(\frac{\text{Ѓ}^{I} - \text{я}}{\text{Я}}\right)^3 \text{Ѓ}^{-\frac{3}{3}\left(\frac{I - \text{Є7}}{\sigma}\right)^3} \,\text{ə}I \qquad \textbf{(5.7)}$$

ergibt. Mit der nochmaligen Substitution z(y) = (y - μ)/σ und wegen z'(y) = 1/σ erhält man hierfür mit *Winkler* et al. (Formel 4.4)

$$ζ + σ^3Д \left[Φ\left(\frac{ђєгЯζ + яД − Єζ}{σ} − 3σ \right) − Φ\left(\frac{ђєгЯђ + яД − Є}{σ} \right.\right.$$

$$Єζ + \frac{σ^3}{3} \left[Φ\left(\frac{ђєгЯζ + яД − Єζ}{σ} − σ \right) − Φ\left(\frac{ђєгЯђ + яД − Є}{σ} \right.\right. \quad \textbf{(5.8)}$$

$$\left(\frac{ђєгЯζ + яД − Єζ}{σ} \right) − Φ\left(\frac{ђєгЯђ + яД − Єζ}{σ} \right) \Big] \text{ ё}$$

Weiterhin ergibt sich für

$$\int Г_3 г ζ Д ә ζ = Φ\left(\frac{ђєгζ + ΔД − Єζ}{σ} \right) − Φ\left(\frac{ђєгђ + ΔД − Єζ}{σ} \right) \quad \textbf{(5.9)}$$

sowie für

$$г ζ Д ә ζ = \int_ђ^ζ ζ Ѓ г ζ + ΔД ә ζ = \int_ђ^ζ \frac{Й}{\sqrt{3πσ} г Й + ΔД} Ѓ^{-\frac{3}{3}\left(\frac{ђєгЙ + ΔД − μ}{σ}\right)} \quad \textbf{(5.10)}$$

Hierfür erhält man mit der Substitution y(x) = ln(x + Δ) und wegen y'(x) = 1/(x + Δ) den Ausdruck

$$\int_{ђєгђ + ΔД}^{ђєгζ + ΔД} \frac{Ѓ^I − Δ}{\sqrt{3πσ}} Ѓ^{-\frac{3}{3}\left(\frac{I − Єζ}{σ}\right)^3} ә I \text{ ё} \quad \textbf{(5.11)}$$

Mit der nochmaligen Substitution z(y) = (y - μ)/σ mit z'(y) = 1/σ und wegen *Winkler* et al. (Formel 4.4) ergibt sich

$$
\begin{aligned}
&ʒ + \frac{σ^3}{3}\left[Φ\left(\frac{ђєгʒ + ΔД - єʒ}{σ} - σ\right) - Φ\left(\frac{ђєгђ + ΔД - єʒ}{σ} - \right.\right. \\
&\left.\left. \setminus \left[Φ\left(\frac{ђєгʒ + ΔД - єʒ}{σ}\right) - Φ\left(\frac{ђєгђ + ΔД - єʒ}{σ}\right)\right]\right] ë
\end{aligned}
\qquad \textbf{(5.12)}
$$

Schließlich gilt

$$
{}_3гʒДəʒ = \int_{ђ}^{ʒ} ʒ^3 ѓгʒ + ΔДəʒ = \int_{ђ}^{ʒ} \frac{ӣ^3}{ӣ + Δ} \frac{3}{\sqrt{3πσ}} Ѓ^{-\frac{3}{3}\left(\frac{ђєгӣ + ΔД - μ}{σ}\right.} \qquad \textbf{(5.13)}
$$

Durch analoge Substitutionen wie oben demonstriert und wiederholtes Anwenden von *Winkler* et al. (Formel 4.4.) berechnet sich hierfür der Ausdruck

$$
\begin{aligned}
&σ^3Д\left[Φ\left(\frac{ђєгʒ + ΔД - єʒ}{σ} - 3σ\right) - Φ\left(\frac{ђєгђ + ΔД - єʒ}{σ} - \right.\right. \\
&Ѓ^{єʒ + \frac{σ^3}{3}}\left[Φ\left(\frac{ђєгʒ + ΔД - єʒ}{σ} - σ\right) - Φ\left(\frac{ђєгђ + ΔД - єʒ}{σ}\right.\right. \\
&Φ\left(\frac{ђєгʒ + ΔД - єʒ}{σ}\right) - Φ\left(\frac{ђєгђ + ΔД - єʒ}{σ}\right)\Bigg]\Bigg] ë
\end{aligned}
\qquad \textbf{(5.14)}
$$

Zur Berechnung der bestimmten Integrale bezüglich $g_3(v)$ geht man analog wie für $g_1(v)$ vor. Man erhält dann strukturell identische Ausdrücke wie (5.1), (5.5) und (5.8) wobei allerdings der Parameter a durch $c = 1/(1 - \alpha_2)$ und der Parameter b durch $d = (\Delta - \alpha_2 x_2)/(1 - \alpha_2)$ zu ersetzen ist.

5.2 Ergebnisse

Bezeichne nun Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung, so ergibt die Auswertung von (4.3) für den **Erwartungswert**

$$\text{Ë Зк Ë}$$

$$\acute{\Gamma}^{\text{є}\zeta + \frac{\sigma^3}{3}} \left(3 - \alpha_3 \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} - \sigma \right) - \alpha_3 \left(3 - \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} \right.\right.\right.$$

$$\alpha_3 \text{и}_3 \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} \right) + \alpha_3 \text{и}_3 \left(3 - \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} \right) \right) - \Delta \qquad \textbf{(5.15)}$$

Für die **Varianz** der Endvermögensposition ergibt sich der folgende Ausdruck

$$\sigma^3\text{Д} \left[\text{г}\alpha_3^3 - \alpha_3\text{Д}\ \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} - 3\sigma \right) + \text{г}3 - \alpha_3\text{Д}^3 \right.$$

$$\left. \alpha_3^3\text{Д}\ \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} - 3\sigma \right) \right] - 3\acute{\Gamma}^{\text{є}\zeta + \frac{\sigma^3}{3}} \left[\text{г}3 - \alpha_3\text{Д}\text{г}\Delta - \alpha_3 \right.$$

$$- \text{и}_3 - \Delta\text{Д}\ \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} - \sigma \right) + \alpha_3\text{г}\text{и}_3 + \Delta - \alpha_3\text{и}_3\text{Д}\ \Phi \Bigg($$

$$- 3\alpha_3\text{и}_3\text{Д}\ \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} \right) + \text{г}3\Delta\alpha_3\text{и}_3 - \alpha_3\text{и}_3^3\text{Д}\ \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 -}{\sigma} \right. \qquad \textbf{(5.16)}$$

$$\frac{y^3}{3} \left(3 - \alpha_3 \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} - \sigma \right) - \alpha_3 \left(3 - \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} - \sigma \right) \right) \right)$$

$$\left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} \right) + \alpha_3\text{и}_3 \left(3 - \Phi \left(\frac{\text{ђєи}_3 - \text{є}\zeta}{\sigma} \right) \right) \Bigg]^3$$

Für den Fall eins $0 < m < \alpha_1 x_1 - \Delta$ sind die **Shortfall-Risikomaße** alle identisch Null. Interessant sind die Fälle zwei bis vier.

2. Fall $\alpha_1 x_1 - \Delta < m < x_1 - \Delta$

Seien $a = 1/(1 - \alpha_1)$ und $b = (\Delta - \alpha_1 x_1)/(1 - \alpha_1)$ so ergeben sich für die **Shortfall-Wahrscheinlichkeit**

Ё ЗЛ Ё

$$фцХ_{Є}^{ж} = \Phi\left(\frac{ђєг ЯЄ + яД}{\sigma} - Єʒ\right) \qquad \textbf{(5.17)}$$

für den **Shortfall-Erwartungswert**

$$-\alpha_3 \bar{и}_3 Д\,\Phi\left(\frac{ђєг ЯЄ + яД - Єʒ}{\sigma}\right) - гЗ - \alpha_3 Д\,\acute{Г}^{Єʒ + \frac{\sigma^3}{3}}\,\Phi\left(\frac{ђєг ЯЄ}{}\right. \qquad \textbf{(5.18)}$$

und für die **Shortfall-Semivarianz**

$$фцХ_{Є}^{3} = \left(Є^3 + 3Є\frac{Я}{Я} + \frac{Я^3}{Я^3}\right)\Phi\left(\frac{ђєг ЯЄ + яД - Єʒ}{\sigma}\right)$$

$$-\left(\frac{3Є}{Я} + \frac{3Я}{Я^3}\right)\acute{Г}^{Єʒ + \frac{\sigma^3}{3}}\,\Phi\left(\frac{ђєг ЯЄ + я - Єʒ}{\sigma} - \sigma\right) \qquad \textbf{(5.19)}$$

$$+ \frac{3}{\sigma^3}\,\acute{Г}^{3гЄʒ + \sigma^3 Д}\,\Phi\left(\frac{ђєг ЯЄ + яД - Єʒ}{\sigma} - 3\sigma\right) ё$$

3. Fall $x_1 - \Delta < m < x_2 - \Delta$

Mit den gleichen Bezeichnungen für *a* und *b* wie im zweiten Fall erhält man für die **Shortfall-Wahrscheinlichkeit**

$$фцХ_{Є}^{ж} = \Phi\left(\frac{ђєг Є + \Delta Д - Єʒ}{\sigma}\right) \qquad \textbf{(5.20)}$$

für den **Shortfall-Erwartungswert**

Ё зж Ё

$$= \text{г}Є + \text{ΔД}\Phi\left(\frac{\text{ђєг}Є + \text{ΔД} - Є\text{ζ}}{\sigma}\right) - \alpha_3 \text{й}_3 \Phi\left(\frac{\text{ђє}\text{й}_3 - Є\text{ζ}}{\sigma}\right)$$

$$- Ѓ^{Є\text{ζ} + \frac{\sigma^3}{3}}\left[\Phi\left(\frac{\text{ђєг}Є + \text{ΔД} - Є\text{ζ}}{\sigma} - \sigma\right) - \alpha_3 \Phi\left(\frac{\text{ђє}\text{й}_3 - Є\text{ζ}}{\sigma}\right.\right. \qquad (5.21)$$

sowie für die **Shortfall-Semivarianz**

$$\left(\frac{\text{ђєг}Є + \text{ΔД} - Є\text{ζ}}{\sigma}\right) + \text{Ь}\alpha_3^3 \text{й}_3^3 - \text{з}\alpha_3 \text{й}_3 \text{г}Є + \text{ΔДЭ}\Phi\left(\frac{\text{ђє}\text{й}_3}{\sigma}\right.$$

$$_3\text{г}\text{й}_3 + Є + \text{ΔДЭ}Ѓ^{Є\text{ζ} + \frac{\sigma^3}{3}}\Phi\left(\frac{\text{ђє}\text{й}_3 - Є\text{ζ}}{\sigma} - \sigma\right)$$

$$Є\text{ζ} + \frac{\sigma^3}{3}\Phi\left(\frac{\text{ђєг}Є + \text{ΔД} - Є\text{ζ}}{\sigma} - \sigma\right) + \text{г}\alpha_3^3 - \text{з}\alpha_3\text{Д}Ѓ^{\text{зг}Є\text{ζ} + \sigma^3\text{Д}} \qquad (5.22)$$

$$\left(\frac{\text{ђєг}Є + \text{ΔД} - Є\text{ζ}}{\sigma} - \text{з}\sigma\right)\text{ё}$$

4. Fall $m > x_2 - \Delta$

Seien nun $c = 1/(1 - \alpha_2)$ und d $= (\Delta - \alpha_2 x_2)/(1 - \alpha_2)$ erhält man für die **Shortfall-Wahrscheinlichkeit**

$$\text{фцХ}_{Є}^{\text{ж}} = \Phi\left(\frac{\text{ђєг}\partial Є + \partial\text{Д} - Є\text{ζ}}{\sigma}\right) \qquad (5.23)$$

für den **Shortfall-Erwartungswert**

$$
\begin{aligned}
&= \text{г}\epsilon + \Delta - \alpha_3 \text{И}_3\text{Д}\Phi\left(\frac{\text{ђєг}\partial\epsilon + \partial\text{Д} - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma}\right) + \alpha_3 \text{И}_3\Phi\left(\frac{\text{ђєИ}_3}{\sigma}\right. \\
&- \alpha_3 \text{И}_3\Phi\left(\frac{\text{ђєИ}_3 - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma}\right) + \acute{\Gamma}^{\epsilon\text{ʒ} + \frac{\sigma^3}{3}}\left[\alpha_3\Phi\left(\frac{\text{ђєИ}_3 - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma} - \sigma\right)\right. \\
&- \alpha_3\Phi\left(\frac{\text{ђєИ}_3 - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma} - \sigma\right) - \text{г}З - \alpha_3\text{Д}\Phi\left(\frac{\text{ђєг}\partial\epsilon + \partial\text{Д} - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma}\right.
\end{aligned}
\qquad (5.24)
$$

sowie für die **Shortfall-Semivarianz**

$$
\begin{aligned}
&\text{ʒ} + \Delta\text{Д}Э\Phi\left(\frac{\text{ђєИ}_3 - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma}\right) + \text{Ьз}\alpha_3\text{И}_3\text{г}\epsilon + \Delta\text{Д} - \alpha_3^3\text{И}_3^3Э\Phi\left(\frac{\text{ђє}}{}\right. \\
&\left.\text{Д} - \epsilon\text{ʒ}\right) \\
&\frac{\text{ђєИ}_3 - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma} - з\sigma\Big) + \alpha_3\text{И}_3\Phi\left(\frac{\text{ђєИ}_3 - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma} - \sigma\right) - \text{Ьз}\epsilon + \Delta - \alpha_3\text{И}_3Э \\
&\Phi\left(\frac{\text{ђєг}\partial\epsilon + \partial\text{Д} - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma} - з\sigma\right) - \alpha_3\Phi\left(\frac{\text{ђєИ}_3 - \epsilon\text{ʒ}}{\sigma} - з\sigma\right) - \alpha_3\Phi
\end{aligned}
\qquad (5.25)
$$

6 Schlußbetrachtung

Die Arbeit fokussierte auf die analytische Auswertung von Exzeß-Chance- und Shortfall-Risikomaße bezüglich einer großen Klasse von kombinierten Aktien- und Optionsstrategien. Es wurde allgemein gezeigt, wie diese Maße für gegebene Parameter der Optionsstrategie und bei gegebener Verteilung der zugrundeliegenden Aktie berechnet werden können. Konkrete Resultate wurden für die wichtigste Verteilungsannahme, nämlich einer logarithmischen Normalverteilung des Underlying, angegeben. Schließlich wurde das verwendete Exzeß-Chance- und Shortfall-Risiko-Kalkül auf eine entscheidungslogische Grundlage gestellt. Dabei wurde einerseits die eigenständige Klasse der Risk-Value-

Modelle angeführt anderseits wurden Bedingungen angegeben bei denen solche Kalküle konsistent zum *Bernoulli*-Prinzip sind. Die erzielten Ergebnisse können vielfältig in Fragen des Risikomanagements und der Performancebeurteilung von Optionsstrategien eingesetzt werden, ohne auf stochastische Simulationsansätze zurückgreifen zu müssen.

Literaturverzeichnis

Albrecht, P. (1994a): Shortfall Returns and Shortfall Risk, in: Actuarial Approach for Financial Risks, Proceedings of the 4th AFIR International Colloquium, Orlando 1994, Vol 1, S. 87-110.

Albrecht, P. (1994b): Zur Konzeptualisierung von Risiko und Chance mit Anwendungen in den Finanz- und Versicherungsmärkten, in: *Hübner*, U.; E. *Helten*, P. *Albrecht* (Hrsg.): Recht und Ökonomie der Versicherung, Karlsruhe, S. 1-22.

Albrecht, P.; R. *Maurer*; T. G. *Stephan* (1995a): Return and Shortfall Risks of Rollover Hedge-Strategies with Options, Actuarial Approach for Financial Risks, Proceedings of the 5th AFIR International Colloquium, Brüssel, Vol. 3, S. 975-1001.

Albrecht, P.; R. *Maurer*; T. G. *Stephan* (1995b): Shortfall-Performance rollierender Wertsicherungsstrategien, Finanzmarkt und Portfolio Management 2, S. 197-209.

Albrecht, P.; R. *Maurer*; M. *Timpel* (1995): A Shortfall Approach to the Evaluation of Risk and Return of Positions with Options, Actuarial Approach for Financial Risks, Proceedings of the 5th AFIR International Colloquium, Brüssel, Vol. 3, S. 1003-1023.

Bookstaber, R.; R. *Clarke* (1983a): Option Strategies for Institutional Management, Reading/Massachussetts.

Bookstaber, R.; R. *Clarke* (1983b): An Algorithem to Calculate the Return Distribution of Portfolios with Option Positions, Management Science 29, S. 419-429.

Bookstaber, R.; R. *Clarke* (1984): Option Portfolio Strategies: Measurement and Evaluation, in: Journal of Business 57, S. 469-492.

Ё зИ Ё

Bookstaber, R.; R. *Clarke* (1985): Problems in Evaluating the Performance of Portfolios with Options, Financial Analysts Journal, January/February, S. 48-62.

Ferguson, R. (1993): Some formulas for evaluating two popular option strategies, Financial Analysts Journal, September-October 1993, S. 71-76.

Hull, J. C. (1993): Options, Futures, And Other Derivative Securities, 2. Aufl., Englewood Cliffs, New Jersey.

Lee, P. (1993): Portfolio Selection in the Presence of Options, in: Actuarial Approach for Financial Risks, Proceedings of the 3rd AFIR International Colloquium, Rom 1993, Vol. 2, S. 691-708.

Lewis, A. L. (1990): Semivariance and the performance of portfolios with options, Financial Analysts Journal, July-August 1990, S. 67-76.

Marmer, K. S.; F. K. *Ng* (1993): Mean-Semivariance Analysis of Option-Based-Strategies: A Total Asset Mix Perspective, Financial Analysts Journal, May-June 1993, S. 47-54.

Merton, R. C.; M. S. *Scholes*; M. L. *Gladstein* (1978): The Returns and Risk of Alternative Call Options Portfolio Investments Strategies, Journal of Businnes 51, S. 183-242.

Sarin, R. K.; M. *Weber* (1993): Risk-value models, European Journal of Operational Research 72, S. 135-149.

Winkler, R. L.; G. M. *Roodman*, R. R. *Britney* (1972): The Determination of Partial Moments, Management Science 19, S. 290-295.

Zimmermann, H. (1994): Editorial: Reward-to-Risk, Finanzmarkt und Portfolio Management, Vol. 1, S. 1-6.

1) Vgl. *Merton/Scholes/Gladstein* (1978), S. 183.