Simuliertes klassisches Schätzen und Testen in Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodellen

Inauguraldissertation
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Wirtschaftswissenschaften
der Universität Mannheim

Andreas Ziegler

Mannheim 2001

Referent:	Prof. A. Börsch-Supan Ph.D.
Korreferent:	Prof. Dr. K. Winckler
Dekan:	Prof. Dr. P. Gans
Tag der mündlichen Prüfung:	19. Februar 2001

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in der Zeit zwischen 1994 und 2001 während meiner Tätigkeit als Mitarbeiter am Lehrstuhl für Statistik II der Universität Mannheim. Sie wurde als Dissertation von der Fakultät für Volkswirtschaftslehre der Universität Mannheim angenommen.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Axel Börsch-Supan Ph.D. und Prof. Dr. Klaus Winckler für die Betreuung dieser Arbeit. Ihre zahlreichen Hinweise und Anmerkungen haben sich in der Arbeit niedergeschlagen.

An dieser Stelle möchte ich mich auch für die hervorragenden Arbeitsbedingungen an den beiden Lehrstühlen für Statistik I und II von Prof. Dr. Horst Stenger und Prof. Dr. Klaus Winckler bedanken. Diese waren eine wesentliche Grundlage für die Anfertigung der Arbeit.

Desweiteren danke ich allen Mitarbeitern des Seminars für Statistik sowie den Teilnehmern des Doktorandenseminars von Prof. Axel Börsch-Supan Ph.D. für einige hilfreiche Kommentare. Besonders habe ich dabei von vielen Diskussionen mit meiner Kollegin Elke Eberts profitiert. Dr. Manfred Schaffranek danke ich für einige Hinweise. Gerade im Hinblick auf den zweiten Teil der vorliegenden Arbeit möchte ich mich auch bei Jürgen Müller für die Betreuung der verwendeten Hard- und Software bedanken.

Mein ganz besonderer Dank gilt schließlich Dr. Angelika Eymann. Ihre zahlreichen kritischen Anmerkungen und Vorschläge sowie ihre stete Unterstützung haben entscheidend zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen. Noch immer bin ich tief über ihren plötzlichen viel zu frühen Tod bestürzt.

Mannheim, im Februar 2001

Andreas Ziegler

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Einleitung

Das multinomiale Logitmodell (vgl. McFadden, 1973) hat sich in den Wirtschaftswissenschaften für die empirische Analyse von Entscheidungen zwischen mehreren diskreten Alternativen seit nunmehr fast drei Jahrzehnten bewährt und gehört heute zum Standardrepertoire ökonometrischer Lehrbücher. Darüber hinaus sind die klassische Maximum-Likelihood-Methode sowie klassische Testverfahren in diesem Modell inzwischen in vielen ökonometrischen Programmpaketen (z.B. STATA, SYSTAT oder LIMDEP) implementiert. Zur Untersuchung mehrdimensionaler Entscheidungen, z.B. im Rahmen von Panelmodellen oder zur Untersuchung von Entscheidungen zwischen sehr vielen Alternativen ist das multinomiale Logitmodell aufgrund seiner restriktiven Annahmen bezüglich der Varianz-Kovarianz-Matrix der stochastischen Modellkomponenten jedoch nur bedingt geeignet. Erweiterungen des Modellansatzes (wie z.B. das genistete Logitmodell, vgl. McFadden, 1978), die die schätztechnischen Vorzüge des multinomialen Logitmodells nicht ganz aufgeben, haben aufgrund der weiterhin eingeschränkten Flexibilität nur wenig generelle Beachtung gefunden.

Das multinomiale Probitmodell erlaubt dagegen eine beliebige Struktur der Varianz-Kovarianz-Matrix. In der Vergangenheit war die Maximum-Likelihood-Schätzung und damit auch das klassische Testen in Probitmodellen allerdings auf bestimmte Spezifikationen beschränkt. So wurden vor allem einfach strukturierte und insbesondere einperiodige Probitmodelle betrachtet (vgl. z.B. Hausman/Wise, 1978, Ronning, 1991). Die bisherige Konzentration auf einperiodige diskrete Entscheidungsmodelle läßt sich auch durch die mangelnde Verfügbarkeit von Paneldaten, bei denen qualitative Variablen über mehrere Perioden beobachtet werden, erklären. Mit der zunehmenden Existenz derartiger Datensätze können und sollten aber zeitliche Interdependenzen berücksichtigt werden, da viele ökonomische Entscheidungsprozesse durch komplexe intertemporale Verknüpfungen beeinflußt werden.

Mit der Entwicklung der Verallgemeinerten Momentenmethode (vgl. z.B. Hansen, 1982, Newey, 1990 bzw. 1993) wurde zunächst die Parameterschätzung im binären mehrperiodigen Probitmodell ohne strenge intertemporale Restriktionen ermöglicht (vgl. z.B. Avery u.a., 1983, Bertschek/Lechner, 1998, Inkmann, 2000). Bei der Untersuchung vieler ökonomischer Fragestellungen ist es jedoch sinnvoll, Probitmodelle mit mehr als zwei Alternativen zu betrachten. Beispiele sind die Analyse der Wohnformwahl, der Produktmarkenwahl von

Konsumenten, der Verkehrmittelwahl, der regionalen Niederlassungswahl von Ärzten sowie der Portfoliowahl von Haushalten. Allerdings ist die Parameterschätzung in flexiblen Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodellen bei einer größeren Anzahl an Alternativen wegen auftauchender Mehrfachintegrale weder mit der Maximum-Likelihood-Methode noch mit der Verallgemeinerten Momentenmethode handhabbar. Erst seit der Entwicklung von Simulationsmethoden (vgl. z.B. die Übersichten von Hajivassiliou u.a., 1996 oder Vijverberg, 1997) können diese Vielfachintegrale schnell und genau approximiert werden. Mit der Einbeziehung von Simulatoren in Schätzverfahren werden in der Literatur simulierte Schätzer abgeleitet und diskutiert (vgl. z.B. Lerman/Manski, 1981, McFadden, 1989, Börsch-Supan/Hajivassiliou, 1993, Börsch-Supan, 1994, Hajivassiliou, 1993, Hajivassiliou/Ruud, 1994, Keane, 1994, Lee, 1992, 1995, Gourieroux/Monfort, 1991, 1993, 1996, Hajivassiliou/McFadden, 1998).

Im Anschluß an diese Entwicklung sind Simulationsschätzverfahren tatsächlich in empirischen Arbeiten eingesetzt worden (zu den angesprochenen ökonomischen Fragestellungen vgl. z.B. Börsch-Supan, 1992, Chintagunta, 1992, Bolduc, 1994, Bolduc u.a., 1997, Asea/Turnovsky, 1998). Allerdings scheint der dabei entstehende hohe Programmier- und Rechenzeitaufwand viele potentielle Nutzer noch immer abzuschrecken. Seit kurzem ist aber mit der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode das simulierte Analogon der Maximum-Likelihood-Methode in einigen Programmpaketen (z.B. GAUSSX und LIMDEP) implementiert, wodurch die Eintrittsbarrieren für die empirische Analyse flexibler multinomialer Probitmodelle stark reduziert sind. Auf der Grundlage der resultierenden Schätzwerte der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode ist es dann auch möglich, statistische Testverfahren in komplex strukturierten Probitmodellen durchzuführen.

In Teil I der vorliegenden Arbeit wird ein Überblick über simulierte Schätz- und Testverfahren in Probitmodellen gegeben. Zunächst kann mit der Verknüpfung verschiedener Simulations- und Schätzmethoden eine Vielzahl unterschiedlicher simulierter Schätzverfahren entwickelt werden. Dabei werden in dieser Arbeit ausschließlich klassische Ansätze untersucht. Damit bleiben insbesondere Bayes'sche Schätzmethoden, in die ebenfalls Simulatoren eingebettet werden können, unberücksichtigt (zur Anwendung derartiger Schätzer in Probitmodellen vgl. z.B. McCulloch/Rossi, 1994 bzw. 2000, Geweke u.a., 1994 bzw. 1997). Auf der Grundlage der (sich als günstig erweisenden) Simulierten Maximum-Likelihood-Schätzung stellen die simulierten Entsprechungen der klassischen Testverfahren die adäquaten Methoden für die statistische Überprüfung von Hypothesen dar. Sowohl die Diskussion der einzelnen Versionen simulierter klassischer Testverfahren als auch die vergleichende Betrachtung der verschiedenen simulierten klassischen Schätzmethoden erfolgt konsequent anhand des Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodells.

Vor der empirischen Anwendung bestimmter Schätz- und Testverfahren besteht ein Interesse an deren Eigenschaften bei beschränkten Beobachtungsumfängen. Die Monte-Carlo-Studien in Teil II der vorliegenden Arbeit versuchen deshalb, dem potentiellen Nutzer eine Hilfestellung für den Umgang mit der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode sowie mit den simulierten klassischen Testverfahren (jeweils unter der Einbeziehung des sogenannten GHK-Simulators) in Probitmodellen zu geben. Die Analysen beziehen sich zunächst auf die Verläßlichkeit der Schätzergebnisse der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode sowohl in korrekt als auch in fehlspezifizierten Mehralternativen-Probitmodellen. Beim simulierten klassischen Testen in verschiedenen Mehralternativen-Probitmodellen werden dann die Abweichungen der Anteile der Fehler erster Art von den vorgegebenen Signifikanzniveaus sowie die sich ergebende Anzahl der Fehler zweiter Art untersucht.

Konkret ist die vorliegende Arbeit folgendermaßen strukturiert: Der methodisch geprägte Teil I umfaßt die Kapitel 1 bis 5. Der durch die Monte-Carlo-Studien gekennzeichnete Teil II gliedert sich in die Kapitel 6 bis 10.

In Kapitel 1 werden zunächst diskrete Mehrperioden-Mehralternativen-Entscheidungsmodelle im Rahmen der stochastischen Nutzenmaximierung vorgestellt. Aus diesem Ansatz wird ein flexibel strukturiertes Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodell abgeleitet. Dabei werden insbesondere die für die empirische Anwendung wichtigen Varianz-Kovarianz-Restriktionen ausführlich erläutert.

In Kapitel 2 wird die potentielle Parameterschätzung mit der Maximum-Likelihood-Methode und der Verallgemeinertem Momentenmethode in Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodellen diskutiert. Aufgrund der in Kapitel 1 dargestellten Problematik auftauchender Auswahlwahrscheinlichkeiten, die durch Vielfachintegrale gekennzeichnet sind, ist eine derartige klassische Parameterschätzung aber häufig nicht möglich.

Anknüpfend an die Möglichkeit, Mehrfachintegrale mit Hilfe von Simulatoren schnell und präzise anzunähern, wird in Kapitel 3 ein Überblick über wichtige Simulationsverfahren gegeben. Ausführlich wird dabei der GHK-Simulator erläutert, der gegenüber anderen Simulatoren eine genauere Approximation von Wahrscheinlichkeiten gewährleistet.

In Kapitel 4 werden die zuvor dargestellten Simulatoren in die klassischen Schätzverfahren gemäß Kapitel 2 eingebettet. Diskutiert werden dabei die speziellen Beziehungen zwischen der Simulierten Maximum-Likelihood- und der Simulierten Verallgemeinerten Momentenmethode in Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodellen. Die beiden Ansätze werden mit weiteren, in der Literatur entwickelten, simulierten klassischen Schätzverfahren verglichen. Herausgearbeitet wird dabei, warum sich die Anwendung der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode unter der Einbeziehung des GHK-Simulators bei der Abwägung zwischen den asymptotischen Eigenschaften und der praktischen Eignung in der empirischen Analyse flexibler Probitmodelle als vorteilhaft erweist.

Basierend auf den Schätzwerten der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode lassen sich statistische Hypothesen auch in komplex strukturierten Probitmodellen überprüfen. Daran anknüpfend werden in Kapitel 5 auf der Grundlage der klassischen Testverfahren die simulierten Entsprechungen erläutert. Dabei werden insbesondere verschiedene Versionen simulierter klassischer Testverfahren gegenüber gestellt.

Im Hinblick auf die Monte-Carlo-Studien werden in Kapitel 6 einige technische Aspekte geklärt. Die Betrachtungen beziehen sich auf die verwendete Software, auf die Struktur der untersuchten datengenerierenden Prozesse sowie auf die ausgewiesenen Statistiken bei der Simulierten Maximum-Likelihood-Schätzung (unter Einbeziehung des GHK-Simulators). Darüber hinaus werden hinsichtlich der simulierten klassischen Testverfahren die überprüften Nullhypothesen erläutert.

In Kapitel 7 werden die Ergebnisse der Simulierten Maximum-Likelihood-Schätzung in korrekt spezifizierten ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen analysiert. Wegen der unterschiedlichen Resultate werden dabei die geschätzten Koeffizienten erklärender Variablen den geschätzten Varianz-Kovarianz-Parametern gegenüber gestellt.

In Kapitel 8 werden dagegen die Ergebnisse der Simulierten Maximum-Likelihood-Schätzung in fehlspezifizierten ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen betrachtet. Dabei werden verschiedene Formen von Fehlspezifikationen, die sich auf die Varianz-Kovarianz-Struktur der stochastischen Modellkomponenten beziehen, miteinander verglichen.

In Kapitel 9 werden die Ergebnisse Simulierter Normalverteilungstests in (korrekt und fehlspezifizierten) ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen untersucht. Aufgrund der unterschiedlichen Resultate differenziert die Betrachtung zwischen Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Koeffizienten erklärender Variablen sowie bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter.

In Kapitel 10 werden die Ergebnisse des simulierten klassischen Testens spezieller ein- und mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle erläutert. Derartige Tests werden mit Hilfe der gemeinsamen statistischen Prüfung von Varianz-Kovarianz-Parametern ermöglicht.

Am Ende der Arbeit steht eine kompakte Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse der Monte-Carlo-Studien.

Teil I

Methodischer Überblick

Kapitel 1

Diskrete Entscheidungsmodelle

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die Struktur diskreter Mehrperioden-Mehralternativen-Entscheidungsmodelle gegeben. Dabei wird zunächst das in der Vergangenheit in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften dominierende multinomiale Logitmodell betrachtet. Herausgearbeitet wird, inwiefern die Auswahlwahrscheinlichkeiten in diesem Modellansatz nicht durch Mehrfachintegrale gekennzeichnet sind. Dieser im Hinblick auf die Parameterschätzung wesentliche Vorteil von Logitmodellen gegenüber anderen diskreten Entscheidungsmodellen resultiert aus den restriktiven Annahmen bzgl. der Varianz-Kovarianz-Matrix der stochastischen Modellkomponenten. Zur Analyse mehrdimensionaler Entscheidungen, z.B. im Rahmen von Panelmodellen, ist das Logitmodell dadurch aber nicht geeignet. Das aus dem grundlegenden Ansatz abgeleitete multinomiale Probitmodell erlaubt dagegen eine völlig flexible Struktur der Varianz-Kovarianz-Matrix und kann daher für Panelanalysen, Mehralternativen-Betrachtungen und zur Abbildung unbeobachtbarer individueller Heterogenität eingesetzt werden. Nun war die Verwendung flexibler Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodelle bei einer größeren Anzahl an Alternativen und/oder Perioden wegen der auftauchenden Vielfachintegrale lange Zeit rechnerisch nicht handhabbar. Erst mit der Entwicklung von Simulationsverfahren zur Approximation von Mehrfachintegralen (vgl. Kapitel 3) wurde die Schätzung dieser Modelle ermöglicht. Zur Anwendung von (klassischen) Simulationsschätzverfahren (vgl. Kapitel 4) ist aber eine genaue Kenntnis der Modellstruktur notwendig. Dies gilt auch bei dem Gebrauch von Programmpaketen. So sind beispielsweise in LIMDEP die notwendigen Varianz-Kovarianz-Restriktionen nicht vorgegeben. Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel im Rahmen des Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodells insbesondere auf diese vom Anwender zu definierenden Restriktionen eingegangen. Schließlich werden, auch im Hinblick auf die Monte-Carlo-Studien in Teil II, spezielle Probitmodelle aus dem flexibel formulierten Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodell abgeleitet.

1.1 Stochastische Nutzenmaximierung

Ausgangspunkt der ökonomischen Ableitung diskreter Mehrperioden-Mehralternativen-Entscheidungsmodelle ist die Möglichkeit einer individuell agierenden Untersuchungseinheit i (z.B. einer Person), zum Zeitpunkt t unter J verschiedenen, sich wechselseitig ausschließenden Alternativen einer qualitativen Variablen zu wählen. Zum Beispiel kann sich ein Individuum bei der Wohnformwahl in jeder Periode zwischen verschiedenen Wohnformen entscheiden. In dieser Arbeit wird für eine Beobachtungseinheit i zum Zeitpunkt t bzgl. Alternative j folgende hypothetische Nutzenfunktion zugrunde gelegt:

$$v_{ijt} = \beta_j^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{ijt} + \varepsilon_{ijt} \qquad i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, J; t = 1, \ldots, T \tag{1.1}$$

Dabei gliedern sich die erklärenden Variablen in einen K_1-dimensionalen Vektor $x_{it} = (x_{it1}, \ldots, x_{itK_1})'$ individuenspezifischer Charakteristika, der über alle Kategorien $j = 1, \ldots, J$ konstant ist und in einen K_2-dimensionalen Vektor $z_{ijt} = (z_{ijt1}, \ldots, z_{ijtK_2})'$ alternativenspezifischer Attribute bezogen auf die Untersuchungseinheit i. Für die Parametervektoren gilt $\beta_j = (\beta_{j1}, \ldots, \beta_{jK_1})'$ und $\gamma = (\gamma_1, \ldots, \gamma_{K_2})'$. Im folgenden werden die z_{ijt} in den $J \cdot K_2$-dimensionalen Vektor $z_{it} = (z'_{i1t}, \ldots, z'_{iJt})'$ sowie dann die x_{it} und die z_{it} in den $T \cdot (K_1 + J \cdot K_2)$-dimensionalen Vektor $X_i = (x'_{i1}, \ldots, x'_{iT}, z'_{i1}, \ldots, z'_{iT})'$ zusammengefaßt.

1.1.1 Auswahlwahrscheinlichkeiten zum Zeitpunkt t

Der Nutzen v_{ijt} in (1.1) kann nicht beobachtet werden und beinhaltet auch eine stochastische Komponente ε_{ijt}, die alle nicht beobachteten Faktoren, welche die Entscheidung für eine Alternative j zum Zeitpunkt t beeinflussen, zusammenfaßt. Beobachtbar sind dagegen die Realisationen folgender Indikatorvariablen ($i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, J; t = 1, \ldots, T$):

$$D_{ijt} = \begin{cases} 1 & \text{falls Beobachtungseinheit } i \text{ zum Zeitpunkt } t \text{ Kategorie } j \text{ wählt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{1.2}$$

Falls j_{it} die von Untersuchungseinheit i in Periode t gewählte Kategorie darstellt, läßt sich D_{ijt} auch folgendermaßen formulieren ($i = 1, \ldots, N; t = 1, \ldots, T$):

$$D_{ijt} = \begin{cases} 1 & \text{falls } j = j_{it} \in \{1, \ldots, J\} \\ 0 & \text{falls } j \neq j_{it} \end{cases}$$

Gemäß der stochastischen Nutzenmaximierungshypothese (vgl. z.B. Börsch-Supan, 1987, S. 8 ff, Ronning, 1991. S. 70 ff) entscheidet sich Untersuchungseinheit i zu einem Zeitpunkt t für Kategorie j, falls $v_{ijt} > v_{ikt}$ ($i = 1, \ldots, N; k, j = 1, \ldots, J; k \neq j; t = 1, \ldots, T$). Dementsprechend ergeben sich die Auswahlwahrscheinlichkeiten:

$$
\begin{aligned}
P_{ijt} &= P\left(D_{ijt} = 1 | x_{it}, z_{it}\right) \\
&= P\left(v_{ijt} > v_{ikt}; \forall k \neq j | x_{it}, z_{it}\right) \\
&= P\Big(\beta_j^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{ijt} + \varepsilon_{ijt} > \beta_1^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{i1t} + \varepsilon_{i1t}; \ldots; \\
&\qquad \beta_j^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{ijt} + \varepsilon_{ijt} > \beta_{j-1}^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{i,j-1,t} + \varepsilon_{i,j-1,t}; \\
&\qquad \beta_j^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{ijt} + \varepsilon_{ijt} > \beta_{j+1}^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{i,j+1,t} + \varepsilon_{i,j+1,t}; \ldots; \\
&\qquad \beta_j^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{ijt} + \varepsilon_{ijt} > \beta_J^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{iJt} + \varepsilon_{iJt}\Big) \\
&= P\left[\varepsilon_{ikt} - \varepsilon_{ijt} < (\beta_j^{'} - \beta_k^{'}) x_{it} + \gamma^{'}(z_{ijt} - z_{ikt}); \forall k \neq j\right] \qquad (1.3)
\end{aligned}
$$

Die wesentliche Aufgabe des Ökonometrikers besteht in der Schätzung der unbekannten Parameter des diskreten Entscheidungsmodells, insbesondere der Parameter in β_j und γ. Bei vollständig parametrischen Modellen bzw. Schätzmethoden wird neben der funktionalen Verknüpfung der erklärenden Variablen in X_i mit den Parametern in β_j und in γ die Verteilung der unbeobachtbaren stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ijt} bis auf eine bestimmte Anzahl an Parametern als bekannt angenommen. Eine Abkehr von diesen strengen Annahmen führt zu semiparametrischen oder nichtparametrischen Modellen bzw. Schätzverfahren (vgl. dazu z.B. König/Lechner, 1994, S. 318 f, Horowitz, 1993a). In dieser Arbeit werden ausschließlich vollständig parametrische diskrete Entscheidungsmodelle untersucht (vgl. auch Kapitel 5.1). Für die Verknüpfung der erklärenden Variablen in X_i mit den Parametern in β_j und in γ wird durchweg obige linear-additive Spezifikation betrachtet. Darüber hinaus muß nun den stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ijt} eine Verteilung zugrunde gelegt werden. Die stochastische Struktur der ε_{ijt} wirkt sich aber auf die Komplexität der Formulierung der Auswahlwahrscheinlichkeiten aus.

In empirischen Anwendungen wurde in der Vergangenheit häufig der einperiodige Fall ($T = 1$) insbesondere mit $J = 2$ Entscheidungsalternativen betrachtet. Bei derartigen binären diskreten Entscheidungsmodellen können die Auswahlwahrscheinlichkeiten mit unterschiedlichen Verteilungsannahmen bzgl. ε_{ij1} relativ einfach dargestellt werden (vgl. z.B. Maddala, 1983, S. 22 ff). Die frühere Konzentration auf einperiodige (binäre oder multinomiale mit $J > 2$ Alternativen) diskrete Entscheidungsmodelle hängt auch damit zusammen, daß lange Zeit kaum entsprechende Paneldaten, bei denen qualitative Variablen über mehrere Perioden beobachtet werden, verfügbar waren.

Das populäre (multinomiale) Logitmodell (vgl. z.B. Ronning, 1991, S.70 ff) erhält man aus dem obigen Modellansatz für $T = 1$ mit der Annahme, daß die stochastischen Komponenten ε_{ij1} über alle Alternativen $j = 1, \ldots, J$ voneinander unabhängig standardextremwertverteilt sind (zur Extremwertverteilung vgl. Anhang A)[1]. Die Attraktivität des Logitmodells resultiert aus den einfach und explizit berechenbaren Auswahlwahrscheinlichkeiten P_{ij1} (die

[1] Die Differenz zweier unabhängiger (standard)-extremwertverteilter Zufallsvariablen ist (eindimensional) (standard-)logistischverteilt (zur logistischen Verteilung vgl. Anhang A).

sich mit dem Funktionswert der gemeinsamen Verteilungsfunktion standardlogistischverteilter Zufallsvariablen ableiten lassen, vgl. dazu Anhang A). Mit geeigneter Parametrisierung (z.B. $\beta_J = 0$) gilt (für $i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, J$):

$$P_{ij1} = \frac{1}{1 + \sum\limits_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^{J} e^{-\beta_j' x_{i1} - \gamma' z_{ij1} + \beta_m' x_{i1} + \gamma' z_{im1}}} = \frac{e^{\beta_j' x_{i1} + \gamma' z_{ij1}}}{\sum\limits_{m=1}^{J} e^{\beta_m' x_{i1} + \gamma' z_{im1}}} \tag{1.4}$$

Das multinomiale Logitmodell besitzt allerdings die Eigenschaft der Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen (IIA-Eigenschaft, vgl. McFadden, 1973, S. 109 ff bzw. 1984, S. 1413 ff). Diese Eigenschaft impliziert, daß die Entscheidung zwischen zwei Kategorien unabhängig von der Existenz weiterer Alternativen ist. Diese Annahme ist bei der Analyse vieler Entscheidungssituationen unplausibel. Veranschaulicht wurden die Auswirkungen der IIA-Eigenschaft ursprünglich innerhalb des multiattributiven Logitmodells, das sich durch ausschließlich alternativenspezifische erklärende Variablen auszeichnet. Als Standardbeispiel diente dabei die Wahl zwischen den Verkehrsmitteln Auto, roter Bus und blauer Bus (vgl. z.B. McFadden, 1973, S. 113, Maddala, 1983, S. 61 f, Maier/Weiss, 1990, S. 141 ff).

Die Berücksichtigung einer Korrelation über die Nutzen v_{ijt} bzgl. einzelner Alternativen erfolgt im Rahmen des Logitansatzes beim genisteten Logitmodell (vgl. z.B. McFadden, 1978, Ronning, 1991, S. 77 ff). Das genistete Logitmodell faßt in einem hierarchischen Aufbau Kategorien, die über sogenannte Ähnlichkeitsparameter stochastisch miteinander verbunden sind, in Gruppen zusammen. Dadurch überwindet man die IIA-Eigenschaft des herkömmlichen multinomialen Logitmodells für alle Alternativen $j = 1, \ldots, J$. Allerdings steht man bei der Anwendung des Modells vor dem Problem, wählen zu müssen, welche hierarchische Struktur der Alternativen das Auswahlverhalten am besten widerspiegelt. Insbesondere sind aber mit diesem Ansatz beliebige Korrelationen zwischen den stochastischen Komponenten ε_{ijt} nicht modellierbar (zu weiteren Einschränkungen vgl. Börsch-Supan, 1987, S. 41 ff; zur Anwendung des genisteten Logitmodells auf die Untersuchung der Wohnungsnachfrage vgl. z.B. Börsch-Supan, 1986, Börsch-Supan/Pitkin, 1988).

1.1.2 Mehrfachintegrale in Auswahlwahrscheinlichkeiten

Die bisherige Spezifikation diskreter Entscheidungsmodelle bezieht sich auf den Spezialfall einer Querschnittsanalyse. Beim Vorliegen von Paneldaten können intertemporale Aspekte in die Betrachtung einbezogen werden (vgl. auch Chamberlain, 1980 bzw. 1984). Eine direkte Übertragung der Annahmen des einperiodigen konventionellen multinomialen Logitmodells auf den mehrperiodigen Fall würde bedeuten, daß die stochastischen Komponenten ε_{ijt} sowohl über alle Kategorien $j = 1, \ldots, J$ als auch über alle Perioden $t = 1, \ldots, T$ unabhängig standardextremwertverteilt sind. Allerdings impliziert dieses Unabhängigkeitspostulat neben der bereits problematisierten IIA-Eigenschaft insbesondere das Fehlen jeglicher intertemporaler Korrelation der stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ijt}. Eine solche Annahme ist in vielen Entscheidungssituationen äußerst unrealistisch, vielfach noch unrealistischer als die IIA-Eigenschaft, da sich viele unbeobachtete Einflußfaktoren (zusammengefaßt in der stochastischen Nutzenkomponente ε_{ijt}) im Zeitablauf nur wenig verändern. Häufig hängt die Wahrscheinlichkeit für die Wahl einer bestimmten Alternative j von früheren Erfahrungen ab (vgl. Heckman, 1981). Dementsprechend sollten in der Modellspezifikation beim Vorliegen von Paneldaten intertemporale Abhängigkeiten in den stochastischen Komponenten ε_{ijt} berücksichtigt werden.[2]

Wünschenswert wäre somit die Abkehr von strengen Verteilungsannahmen, die z.B. dem Logitmodell obliegen, um eine beliebige intertemporale und kontemporäre Korrelationsstruktur bzgl. der unbeobachtbaren stochastischen Komponenten ε_{ijt} zu modellieren. Um die rechnerischen Schwierigkeiten eines diskreten Entscheidungsmodells, das beliebige Korrelationen zwischen den stochastischen Komponenten ε_{ijt} gestattet, zu verdeutlichen, soll nun zu den Auswahlwahrscheinlichkeiten P_{ijt} entsprechend (1.3) zurückgekehrt werden. Ausgehend von bestimmten Verteilungsannahmen können diese allgemein mit der gemeinsamen Dichtefunktion $f_j(\cdot)$ von Differenzen einzelner stochastischer Nutzenkomponenten ε_{ijt} dargestellt werden:

$$
\begin{aligned}
P_{ijt} \;&=\; P\Big[\varepsilon_{i1t} - \varepsilon_{ijt} < (\beta_j' - \beta_1')x_{it} + \gamma'(z_{ijt} - z_{i1t}); \ldots; \\
&\qquad \varepsilon_{i,j-1,t} - \varepsilon_{ijt} < (\beta_j' - \beta_{j-1}')x_{it} + \gamma'(z_{ijt} - z_{i,j-1,t}); \\
&\qquad \varepsilon_{i,j+1,t} - \varepsilon_{ijt} < (\beta_j' - \beta_{j+1}')x_{it} + \gamma'(z_{ijt} - z_{i,j+1,t}); \ldots; \\
&\qquad\quad \varepsilon_{iJt} - \varepsilon_{ijt} < (\beta_j' - \beta_J')x_{it} + \gamma'(z_{ijt} - z_{iJt})\Big] \\
&=\; \int\limits_{-\infty}^{(\beta_j'-\beta_1')x_{it}+\gamma'(z_{ijt}-z_{i1t})} \cdots \int\limits_{-\infty}^{(\beta_j'-\beta_J')x_{it}+\gamma'(z_{ijt}-z_{iJt})} \\
&\qquad f_j\left(w_{1t}, \ldots, w_{j-1,t}, w_{j+1,t}, \ldots, w_{Jt}\right) dw_{1t} \cdots dw_{j-1,t} \cdot dw_{j+1,t} \cdots dw_{Jt}
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

Die Wahrscheinlichkeit P_{ijt}, daß Untersuchungseinheit i zu einem bestimmten Zeitpunkt t eine Kategorie j wählt, ist somit in flexibel formulierten einperiodigen diskreten Entscheidungsmodellen (ohne vereinfachende Verteilungsannahmen bzgl. der ε_{ijt}) durch $(J-1)$-dimensionale Integrale gekennzeichnet.

Im Zeitablauf steht jede Untersuchungseinheit i vor der Wahl zwischen J^T verschiedenen potentiellen Kategoriensequenzen. Das heißt, im Hinblick auf die tatsächlich gewählte Ka-

[2] Die Verallgemeinerung des herkömmlichen multinomialen Logitmodells mit der Aufnahme fester, über die Zeit konstanter, individuenspezifischer bzw. kategorienspezifischer Effekte im Rahmen des fixed-effects Logitmodells (vgl. Chamberlain, 1980, Ronning, 1991, S. 194 ff, oder Börsch-Supan/Pollakowski, 1990, für die Anwendung dieses Modells auf die Analyse der Wohnungsnachfrage) beseitigt dabei nicht die Unabhängigkeitsannahme bzgl. aller ε_{ijt}.

tegoriensequenz s muß sich eine Beobachtungseinheit i in jeder Periode t (mit $t = 1, \ldots, T$) für eine bestimmte Kategorie j_{it} (mit $j_{it} = 1, \ldots, J$) entscheiden. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit P_{is} für die Auswahl einer bestimmten Sequenz s läßt sich auf der Grundlage der stochastischen Nutzenmaximierung in allen Perioden $t = 1, \ldots, T$ folgendermaßen abbilden:

$$
\begin{aligned}
P_{is} &= P\left(D_{ij_{i1}1} = 1; D_{ij_{i2}2} = 1; \ldots; D_{ij_{iT}T} = 1 | X_i\right) \\
&= P\left(\upsilon_{ij_{it}t} > \upsilon_{ikt};\;\; k, j_{it} = 1, \ldots, J; k \neq j_{it}; \forall t | X_i\right) \\
&= P\left[\varepsilon_{ikt} - \varepsilon_{ij_{it}t} \;< (\beta'_{j_{it}} - \beta'_k)x_{it} + \gamma'(z_{ij_{it}t} - z_{ikt});\;\; k, j_{it} = 1, \ldots, J; k \neq j_{it}; \forall t\right] \\
&= P\Big[\varepsilon_{i11} - \varepsilon_{ij_{i1}1} < (\beta'_{j_{i1}} - \beta'_1)x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i11}); \ldots; \\
&\qquad \varepsilon_{i,j_{i1}-1,1} - \varepsilon_{ij_{i1}1} < (\beta'_{j_{i1}} - \beta'_{j_{i1}-1})x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i,j_{i1}-1,1}); \\
&\qquad \varepsilon_{i,j_{i1}+1,1} - \varepsilon_{ij_{i1}1} < (\beta'_{j_{i1}} - \beta'_{j_{i1}+1})x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i,j_{i1}+1,1}); \ldots; \\
&\qquad \varepsilon_{iJ1} - \varepsilon_{ij_{i1}1} < (\beta'_{j_{i1}} - \beta'_J)x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{iJ1}); \ldots\ldots; \\
&\qquad \varepsilon_{i1T} - \varepsilon_{ij_{iT}T} < (\beta'_{j_{iT}} - \beta'_1)x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{i1T}); \ldots; \\
&\qquad \varepsilon_{i,j_{iT}-1,T} - \varepsilon_{ij_{iT}T} < (\beta'_{j_{iT}} - \beta'_{j_{iT}-1})x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{i,j_{iT}-1,T}); \\
&\qquad \varepsilon_{i,j_{iT}+1,T} - \varepsilon_{ij_{iT}T} < (\beta'_{j_{iT}} - \beta'_{j_{iT}+1})x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{i,j_{iT}+1,T}); \ldots; \\
&\qquad \varepsilon_{iJT} - \varepsilon_{ij_{iT}T} < (\beta'_{j_{iT}} - \beta'_J)x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{iJT})\Big] \\
&= \int_{-\infty}^{(\beta'_{j_{i1}} - \beta'_1)x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i11})} \cdots\cdots \int_{-\infty}^{(\beta'_{j_{iT}} - \beta'_J)x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{iJT})} \qquad (1.6) \\
&\quad f_s\left(w_{11}, \ldots, w_{j_{i1}-1,1}, w_{j_{i1}+1,1}, \ldots, w_{J1}, \ldots\ldots, w_{1T}, \ldots, w_{j_{iT}-1,T}, w_{j_{iT}+1,T}, \ldots, w_{JT}\right) \\
&\quad dw_{11} \cdots dw_{j_{i1}-1,1} \cdot dw_{j_{i1}+1,1} \cdots dw_{J1} \cdots\cdots dw_{1T} \cdots dw_{j_{iT}-1,T} \cdot dw_{j_{iT}+1,T} \cdots dw_{JT}
\end{aligned}
$$

Dabei bezeichnet $f_s(\cdot)$ (in Abhängigkeit von der Kategoriensequenz s) die gemeinsame Dichtefunktion von Differenzen einzelner stochastischer Nutzenkomponenten ε_{ijt}. Es ist zu erkennen, daß die Wahrscheinlichkeit P_{is} für die Auswahl einer bestimmten Kategoriensequenz s durch Untersuchungseinheit i im allgemeinen durch $(J-1) \cdot T$-dimensionale Integrale gekennzeichnet ist. Sofern keine vereinfachenden Verteilungsannahmen bzgl. der ε_{ijt} getroffen werden (z.B. im mehrperiodigen konventionellen Logitmodell, aber auch in speziellen Probitmodellen, vgl. Kapitel 1.2.3), müssen derartige Vielfachintegrale bei der Schätzung der unbekannten Parameter berechnet werden (vgl. Kapitel 2).

Somit stellt sich im Rahmen vollständig parametrischer Modellansätze erneut die Frage nach der stochastischen Struktur der Nutzenkomponenten ε_{ijt}. Da die Verteilung der ε_{ijt} typischerweise unbekannt ist, erweist sich die Festlegung derselben in der Praxis als großes Problem. Letztlich kann nämlich eine falsche Verteilungsannahme (insbesondere hinsichtlich der Varianz-Kovarianz-Struktur) zu immensen Schwierigkeiten bei der Parameterschätzung führen (vgl. dazu auch Kapitel 5.1). Die Verteilungsannahmen innerhalb des herkömmlichen Logitmodells erfolgten in der Vergangenheit im wesentlichen aufgrund der einfachen

Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeiten in (1.4). In diesem Fall liegen insbesondere keine Vielfachintegrale vor. Allerdings ist die dem Logitmodell zugrunde liegende Extremwertverteilung auch in verallgemeinerten Ansätzen nicht flexibel genug, um eine beliebige intertemporale und kontemporäre Korrelation zwischen den stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ijt} zu gewährleisten.[3] Aus dieser Sicht bietet sich vor allem die mehrdimensionale Normalverteilung (zur mehrdimensionalen Normalverteilung vgl. Anhang A) an. Damit gelangt man zu (Mehrperioden-Mehralternativen-)Probitmodellen.

1.2 Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodelle (MMPM)

1.2.1 Varianz-Kovarianz-Restriktionen

Mit der Nutzenfunktion $\upsilon_{ijt} = \beta_j^{'} x_{it} + \gamma^{'} z_{ijt} + \varepsilon_{ijt}$ $(i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, J; t = 1, \ldots, T)$ entsprechend (1.1) wird im folgenden angenommen:

$$\varepsilon_i = (\varepsilon_{i11}, \ldots, \varepsilon_{iJ1}, \ldots\ldots, \varepsilon_{i1T}, \ldots, \varepsilon_{iJT})^{'} \sim NV(0; \Sigma)$$

Dabei sind die $J \cdot T$-dimensionalen Zufallsvektoren ε_i $(i = 1, \ldots, N)$ untereinander unabhängig.

Unterschiedliche Varianten des Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodells (MMPM) ergeben sich durch verschiedene Restriktionen bzgl. der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ. Bei der Parameterschätzung im MMPM sind derartige Restriktionen teilweise zwingend zu beachten. Dies gilt auch bei der Verwendung von Programmpaketen wie z.B. LIMDEP, bei der keine

[3]Nicht betrachtet werden in dieser Arbeit die neuerdings populären gemischten Logitmodelle (vgl. McFadden/Train, 2000). Generell bestehen bei diesen Ansätzen die stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ij1} (bei der Betrachtung des einperiodigen Falls mit $T = 1$) aus zwei unabhängigen Teilkomponenten (vgl. Brownstone/Train, 1999, S. 110 ff). Die einen Teilkomponenten sind über alle Beobachtungseinheiten $i = 1, \ldots, N$ und über alle Kategorien $j = 1, \ldots, J$ unabhängig standardextremwertverteilt. Die anderen Teilkomponenten besitzen gegebenenfalls über die Alternativen $j = 1, \ldots, J$ eine bestimmte Korrelation und können darüber hinaus Heteroskedastie zulassen (zur Einbeziehung heteroskedastischer Elemente in diskrete Entscheidungsmodelle vgl. auch Kapitel 1.2.3). Mit diesen Modellansätzen ist man in der Lage, die restriktive IIA-Eigenschaft des herkömmlichen multinomialen Logitmodells sowie einschränkende Eigenschaften des genisteten Logitmodells zu vermeiden. Im Gegensatz zum traditionellen multinomialen Logitmodell können hier aber Auswahlwahrscheinlichkeiten durch hochdimensionale Integrale gekennzeichnet sein. Motiviert werden gemischte Logitmodelle häufig durch das Konzept stochastischer Parameter (vgl. z.B. Revelt/Train, 1998). Dabei ist festzuhalten, daß die Berücksichtigung stochastischer Koeffizienten nicht unbedingt mit einem Logitansatz, d.h. mit unabhängigen standardextremwertverteilten Nutzenkomponenten, verknüpft sein muß. Insbesondere können stochastische Parameter auch in das im folgenden diskutierte Probitmodell einbezogen werden (vgl. z.B. Hausman/Wise, 1978, Chintagunta/Honore, 1996, Murthi/Srinivasan, 1998).

Varianz-Kovarianz-Restriktionen zur Verfügung gestellt werden. Diese müssen vielmehr vom Nutzer selbst einbezogen werden. Zu unterscheiden sind Restriktionen, die im Hinblick auf die formale Identifikation des MMPM nicht vernachlässigt werden dürfen, sowie solche, die lediglich die Anzahl der freien zu schätzenden Modellparameter reduzieren. Zunächst sollen die zwingend zu berücksichtigenden Restriktionen diskutiert werden.

Ausgangspunkt sind die $\frac{1}{2} \cdot J \cdot T \cdot (J \cdot T + 1)$ Parameter in Form verschiedener Varianzen und Kovarianzen in Σ. Eine Modellierung, die bei der Parameterschätzung alle diese Varianz-Kovarianz-Parameter (sowie die Parametervektoren β_j, $j = 1, \ldots, J$ und γ) enthält, ist allerdings formal nicht identifiziert (vgl. im folgenden Bolduc, 1992, Bunch, 1991, Dansie, 1985). Dieser Sachverhalt resultiert daraus, daß für die Auswahl einer Kategoriensequenz s durch Beobachtungseinheit i nicht die absoluten Werte der Nutzen v_{ijt} entsprechend (1.1), sondern vielmehr Nutzendifferenzen entscheidend sind. Damit beruht die Auswahlwahrscheinlichkeit P_{is} nach (1.6) letztlich nicht auf der Verteilung von ε_i, sondern auf der Verteilung der Differenzen $\varepsilon_{ikt} - \varepsilon_{ij_{it}t}$ $(k, j_{it} = 1, \ldots, J; k \neq j_{it}; t = 1, \ldots, T)$ der stochastischen Nutzenkomponenten. Entsprechend der Verteilungsannahme bzgl. ε_i im MMPM ergibt sich für diese Differenzen:

$$(\varepsilon_{i11} - \varepsilon_{ij_{i1}1}, \ldots, \varepsilon_{iJ1} - \varepsilon_{ij_{i1}1}, \ldots \ldots, \varepsilon_{i1T} - \varepsilon_{ij_{iT}T}, \ldots, \varepsilon_{iJT} - \varepsilon_{ij_{iT}T})' \sim NV(0; \Omega_s)$$

Durch die Unabhängigkeit der ε_i untereinander sind auch diese Vektoren über alle $i = 1, \ldots, N$ unabhängig. Zu erkennen ist die Reduktion der Dimension von Ω_s gegenüber der Dimension von Σ. Das heißt, durch die stochastische Nutzenmaximierung ergibt sich zunächst eine Verringerung der Anzahl der formal identifizierbaren Varianz-Kovarianz-Parameter auf $\frac{1}{2} \cdot [(J-1) \cdot T] \cdot [(J-1) \cdot T + 1]$. Häufige Praxis ist dabei, ausgehend von Σ alle Kovarianzen, die die Kategorie J beinhalten, auf den Wert Null sowie alle Varianzen bzgl. Kategorie J auf den Wert Eins zu restringieren. Darüber hinaus muß wegen der stochastischen Nutzenmaximierung (genauso wie z.B. im Logitmodell) auch ein Parametervektor β_j normiert werden. Anlehnend an die gewählte Basiskategorie J wird im folgenden β_J auf den Nullvektor restringiert.

Hinsichtlich der formalen Identifikation der Varianz-Kovarianz-Parameter ist allerdings noch das Problem der Skalierung zu beachten. Dadurch, daß die Nutzenfunktion v_{ijt} nach (1.1) lediglich eine latente Variable darstellt, erhält man letztlich durch eine Reskalierung dasselbe Probitmodell. Aus diesem Grund ist eine weitere Fixierung eines Varianz-Kovarianz-Parameters, z.B. einer Varianz, zwingend notwendig. Damit können im allgemeinsten Fall im MMPM maximal $\frac{1}{2} \cdot [(J-1) \cdot T] \cdot [(J-1) \cdot T + 1] - 1$ verschiedene Varianzen und Kovarianzen formal identifiziert werden (vgl. auch Börsch-Supan, 1994).

Allerdings führt diese allgemeine Spezifikation der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ schon bei einer moderaten Anzahl an Kategorien J und/oder Perioden T zu einer sehr hohen Anzahl freier Parameter in Σ. Die Schätzung dieser Vielzahl an Parametern ist in der empirischen Praxis problematisch. Trotz formaler Identifikation lassen sich die Parameter in typischen Beobachtungsumfängen N bei der Schätzung nur schwer identifizieren. Aus diesem Grund werden der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ im MMPM häufig Strukturen auferlegt, die sich auf die kontemporäre (vgl. z.B. Bolduc, 1992), vor allem aber auf die intertemporale Verknüpfung der unbeobachteten Einflußfaktoren beziehen. Damit kann die Anzahl der freien Varianz-Kovarianz-Parameter reduziert werden. Denkbar wären hier zahlreiche verschiedene Modellierungen. Der folgende sehr flexible Ansatz orientiert sich an der gängigen Praxis (vgl. z.B. Börsch-Supan u.a., 1992) und ist insbesondere auch im Programmpaket LIMDEP implementiert.

1.2.2 Eine allgemeine Modellierung

Die stochastische Nutzenkomponente ε_{ijt} gewährleistet hierbei beliebige kontemporäre Verknüpfungen zwischen den Alternativen $j = 1, \ldots, J$. In dieser Hinsicht wird ausgehend von den Restriktionen zur formalen Identifikation des MMPM die Anzahl der Varianz-Kovarianz-Parameter zunächst nicht verringert (im Gegensatz z.B. zu Bolduc, 1992). Die Reduktion der Anzahl dieser Parameter ergibt sich vielmehr aus der zugrunde gelegten intertemporalen Struktur der stochastischen Komponenten ε_{ijt}.

Der folgende Modellansatz beinhaltet zum einen die in der Panelanalyse üblicherweise betrachteten stochastischen Effekte. Durch die Berücksichtigung eines solchen zeitinvarianten Zufallseffekts soll die unbeobachtete Heterogenität zwischen einzelnen Untersuchungseinheiten $i = 1, \ldots, N$ erfaßt werden. Zum anderen wird bei der Modellierung ein autoregressiver Prozeß erster Ordnung einbezogen. Auch die Berücksichtigung dieser Komponente lehnt sich eng an die übliche Modellierung in Regressions- bzw. Zeitreihenmodellen an. Damit kann ein im Zeitablauf systematisch abklingender Einfluß unbeobachteter Faktoren erfaßt werden. Dabei werden im betrachteten MMPM für die verschiedenen Entscheidungsalternativen unterschiedliche autoregressive Verknüpfungen zugelassen. Zu betonen ist, daß die Einbeziehung der autokorrelierten Zufallskomponenten sowie der zeitinvarianten stochastischen Effekte in das Probitmodell gegenüber der Einbeziehung im linearen Regressionsmodell eine komplexere Struktur besitzt, da die kontemporären Verknüpfungen zwischen den einzelnen Kategorien berücksichtigt werden müssen.

Konkret gilt nach diesen Ausführungen für die stochastische Nutzenkomponente:

$$\varepsilon_{ijt} = \alpha_{ij} + \nu_{ijt} \qquad i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, J; t = 1, \ldots, T \tag{1.7}$$

Die Einbeziehung des autoregressiven Prozesses erster Ordnung erfolgt in der Komponente ν_{ijt}:

$$\nu_{ijt} = \rho_j \nu_{i,j,t-1} + \sqrt{1 - \rho_j{}^2}\, \eta_{ijt} \tag{1.8}$$

Durch das Zurückführen des stochastischen Prozesses auf ν_{ij0} sowie mit der Annahme $\nu_{ij0} = \eta_{ij0}$ erhält man:

$$\nu_{ijt} = \sqrt{1 - {\rho_j}^2} \sum_{m=0}^{t-1} {\rho_j}^m \eta_{ijt-m} + {\rho_j}^t \eta_{ij0} \tag{1.9}$$

Damit ergibt sich z.B. $\nu_{ij1} = \sqrt{1 - {\rho_j}^2}\, \eta_{ij1} + \rho_j \eta_{ij0}$ oder $\nu_{ij2} = \sqrt{1 - {\rho_j}^2}(\eta_{ij2} + \rho_j \eta_{ij1}) + {\rho_j}^2 \eta_{ij0}$.

Mit der Komponente η_{ijt} werden kontemporäre Verknüpfungen zwischen den unbeobachteten Einflußfaktoren berücksichtigt. Es gilt für $t = 0, 1, \ldots, T$:

$$\eta_{ijt} \sim NV(0; \sigma^2_{\eta_j})$$

Dabei sind die η_{ijt} über alle Perioden unkorreliert, d.h. $cov(\eta_{ijt}, \eta_{ij't'}) = 0$ mit $t \neq t'$ und $\forall j, j'$. Für $t = 1, \ldots, T$ gilt $(\forall j, j')$:

$$cov(\eta_{ijt}, \eta_{ij't}) = \sigma_{\eta_{jj'}}$$

Für die ν_{ijt} ist $var(\nu_{ijt}) = \sigma^2_{\nu_j}$ und $cov(\nu_{ijt}, \nu_{ij't}) = \sigma_{\nu_{jj'}}$ $(t = 0, 1, \ldots, T; \forall j, j')$. Darüber hinaus ergibt sich für $t = 1, \ldots, T$ $cov(\eta_{ijt}, \eta_{ij't}) \neq cov(\eta_{ij0}, \eta_{ij'0})$. Aus dem stochastischen Prozeß (1.8) bzw. (1.9) folgt insbesondere die gewünschte Annahme $\sigma^2_{\eta_j} = \sigma^2_{\nu_j}$.

Mit ρ_j (wobei $|\rho_j| < 1$) wird der Autokorrelationskoeffizient für Kategorie j bezeichnet. Die Einbeziehung zeitinvarianter stochastischer Effekte erfolgt schließlich durch die Komponente α_{ij}. Dabei gilt

$$\alpha_{ij} \sim NV(0; \sigma^2_{\alpha_j})$$

mit

$$cov(\alpha_{ij}, \alpha_{ij'}) = \sigma_{\alpha_{jj'}}$$

wobei die α_{ij} und ν_{ijt} miteinander unkorreliert sind.

Letztlich folgt damit für die Komponenten der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ von ε_i (mit $i = 1, \ldots, N; j, j' = 1, \ldots, J; t, t' = 1, \ldots, T$ und $t \geq t'$):

$$cov(\varepsilon_{ijt}, \varepsilon_{ij't'}) = \sigma_{\alpha_{jj'}} + {\rho_j}^{(t-t')} \frac{\sqrt{1 - {\rho_j}^2}\sqrt{1 - {\rho_{j'}}^2}}{1 - \rho_j \rho_{j'}} \sigma_{\eta_{jj'}} \tag{1.10}$$

Bestandteile dieses zunächst komplex anmutenden Ausdrucks sind ausschließlich die Parameter der oben diskutierten kontemporären, zeitinvarianten sowie autoregressiven Verknüpfungen der unbeobachteten Einflußfaktoren. Für $j = j'$ ergibt sich $(\forall t, t')$ speziell $cov(\varepsilon_{ijt}, \varepsilon_{ijt'}) = \sigma^2_{\alpha_j} + {\rho_j}^{|t-t'|} \sigma^2_{\eta_j}$.

Ein typischer Block der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ lautet damit z.B. für $t = 3$ und $t' = 1$:

$$
\begin{matrix}
\sigma^2_{\alpha_1} + \rho_1^2 \sigma^2_{\eta_1} & \sigma_{\alpha_{12}} + \rho_1^2 \frac{\sqrt{1-\rho_1^2}\sqrt{1-\rho_2^2}}{1-\rho_1\rho_2} \sigma_{\eta_{12}} & \cdots & \sigma_{\alpha_{1J}} + \rho_1^2 \frac{\sqrt{1-\rho_1^2}\sqrt{1-\rho_J^2}}{1-\rho_1\rho_J} \sigma_{\eta_{1J}} \\
\sigma_{\alpha_{12}} + \rho_2^2 \frac{\sqrt{1-\rho_1^2}\sqrt{1-\rho_2^2}}{1-\rho_1\rho_2} \sigma_{\eta_{12}} & \sigma^2_{\alpha_2} + \rho_2^2 \sigma^2_{\eta_2} & \cdots & \sigma_{\alpha_{2J}} + \rho_2^2 \frac{\sqrt{1-\rho_2^2}\sqrt{1-\rho_J^2}}{1-\rho_2\rho_J} \sigma_{\eta_{2J}} \\
\sigma_{\alpha_{13}} + \rho_3^2 \frac{\sqrt{1-\rho_1^2}\sqrt{1-\rho_3^2}}{1-\rho_1\rho_3} \sigma_{\eta_{13}} & \sigma_{\alpha_{23}} + \rho_3^2 \frac{\sqrt{1-\rho_2^2}\sqrt{1-\rho_3^2}}{1-\rho_2\rho_3} \sigma_{\eta_{23}} & \cdots & \sigma_{\alpha_{3J}} + \rho_3^2 \frac{\sqrt{1-\rho_3^2}\sqrt{1-\rho_J^2}}{1-\rho_3\rho_J} \sigma_{\eta_{3J}} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\sigma_{\alpha_{1J}} + \rho_J^2 \frac{\sqrt{1-\rho_1^2}\sqrt{1-\rho_J^2}}{1-\rho_1\rho_J} \sigma_{\eta_{1J}} & \sigma_{\alpha_{2J}} + \rho_J^2 \frac{\sqrt{1-\rho_2^2}\sqrt{1-\rho_J^2}}{1-\rho_2\rho_J} \sigma_{\eta_{2J}} & \cdots & \sigma^2_{\alpha_J} + \rho_J^2 \sigma^2_{\eta_J}
\end{matrix}
$$

Zu beachten ist, daß bei dieser allgemeinen Modellierung entsprechend den Ausführungen in Kapitel 1.2.1 für die formale Identifikation eine Vielzahl von Restriktionen vorgenommen werden muß. Aus der stochastischen Nutzenmaximierung ergibt sich, daß (beispielsweise) $J-1$ Varianz-Parameter ($\sigma^2_{\eta_j}$) und $\frac{1}{2} \cdot (J-1) \cdot (J-2)$ Kovarianz-Parameter ($\sigma_{\eta_{jj'}}$) der kontemporären Verknüpfungen, $J-1$ Varianz-Parameter ($\sigma^2_{\alpha_j}$) und keine Kovarianz-Parameter ($\sigma_{\alpha_{jj'}}$) der zeitinvarianten stochastischen Effekte sowie $J-1$ Autokorrelationsparameter (ρ_j) formal identifizierbar sind. Darüber hinaus muß hinsichtlich des Skalierungsproblems ein weiterer Varianz-Parameter der kontemporären Verknüpfungen restringiert werden, so daß lediglich $J-2$ derartige Varianz-Parameter ($\sigma^2_{\eta_j}$) formal zu identifizieren sind. Damit ist die Varianz-Kovarianz-Matrix Σ durch insgesamt $\frac{1}{2} \cdot (J^2 + 3 \cdot J - 6)$ freie (zu schätzende) Parameter gekennzeichnet.

Falls man erneut J als Basiskategorie betrachtet, können $\sigma^2_{\eta_J}$, $\sigma^2_{\eta_{J-1}}$ und $\sigma^2_{\alpha_J}$ auf den Wert Eins sowie $\sigma_{\eta_{jJ}}$ $(\forall j \neq J)$, $\sigma_{\alpha_{jj'}}$ $(\forall j \neq j')$ und ρ_J auf den Wert Null normiert werden (vgl. auch Börsch-Supan u.a., 1992). Bei dieser Form der Restriktion ist zu beachten, daß dem MMPM eine zeitinvariante Verknüpfung auferlegt wird. Das heißt, durch keinerlei Struktur der freien Parameter kann diese Form der Korrelation beseitigt werden. Dieses Problem wird umgangen, indem $\sigma^2_{\alpha_J}$ auf den Wert Null restringiert wird. Durch die Normierung hinsichtlich ρ_J erscheinen bei der intertemporalen autoregressiven Korrelation keine derartigen Schwierigkeiten.

1.2.3 Spezielle Probitmodelle

Die beschriebene Modellierung ist der grundlegende Ausgangspunkt der Monte-Carlo-Studien in Teil II. Das flexibel formulierte MMPM beinhaltet dabei viele einfache Probitmodelle als Spezialfälle. Zum Beispiel werden mit $\rho = (\rho_1, \ldots, \rho_J)' = 0$ die autoregressiven Verknüpfungen beseitigt. Damit gelangt man zu einem random-effects-Probitmodell, das hinsichtlich der intertemporalen Korrelationen lediglich die zeitinvarianten stochastischen Effekte beinhaltet. Eine besondere Bedeutung besitzt das random-effects-Probitmodell im binären Fall mit $J = 2$. Dabei hängt die Wahrscheinlichkeit P_{is} für die Auswahl einer Kategoriensequenz s lediglich von einer eindimensionalen Verteilungsfunktion der Normalverteilung sowie von einem eindimensionalen Integral bzgl. der stochastischen Effekte ab (vgl. Ronning, 1991, S. 197 ff). Zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeiten können numerische Integrationsverfahren herangezogen werden (vgl. z.B. Butler/Moffitt, 1982, oder neuerdings bei Zufallskomponentenmodellen mit Gruppeneffekten Lee, 2000).[4] Allerdings ist beim random-effects Probitmodell zu beachten, daß durch die Vernachlässigung autoregressiver Verknüpfungen lediglich eine intertemporale Korrelation der unbeobachteten Einflußfaktoren zugelassen wird, die über die Zeit konstant ist. Zudem erscheint die einfache Darstellung der Auswahlwahrscheinlichkeiten im vorliegenden Ansatz lediglich in binären mehrperiodigen Probitmodellen (vgl. auch Börsch-Supan, 1987, S. 85 f).

Für $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \ldots, \alpha_{iJ})' = 0$ und $\rho = 0$ bildet das MMPM keinerlei intertemporale Korrelationen mehr ab. Mit $T = 1$ gelangt man somit zu einem einperiodigen Mehralternativen-Probitmodell, das (im allgemeinen) eine beliebige kontemporäre Verknüpfung der ε_{ij1} über alle Kategorien $j = 1, \ldots, J$ zuläßt. Im Rahmen der Monte-Carlo-Studien in Teil II wird dabei speziell der Fall $J = 4$ betrachtet. Das heißt, die Analyse von Parameterschätzungen sowie von statistischen Testverfahren vollzieht sich nicht ausschließlich in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen, sondern auch im (flexibel formulierten) einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell.

Falls für beliebiges T sowie für $\alpha_i = 0$ und $\rho = 0$ die Varianz-Kovarianz-Matrix Σ von $\varepsilon_i = \eta_i = (\eta_{i11}, \ldots, \eta_{iJ1}, \ldots\ldots, \eta_{i1T}, \ldots, \eta_{iJT})'$ die Einheitsmatrix I darstellt, erhält man schließlich speziell das Independent Probitmodell.[5] In diesem einfachsten Fall wird demnach ebenso wie im (mehrperiodigen) multinomialen Logitmodell angenommen, daß die unbeobachteten Einflußfaktoren ε_{ijt} über alle Alternativen $j = 1, \ldots, J$ und über alle Perioden $t = 1, \ldots, T$ voneinander unabhängig sind. Da die Auswahlwahrscheinlichkeiten im Independent Probitmodell aufgrund der Unabhängigkeitsannahme durch die Faktorisierung von Integralen nicht durch hochdimensionale Integrale gekennzeichnet sind, ist deren Berechnung selbst bei hoher Anzahl der Alternativen und Perioden sehr einfach. Deshalb können hier zur Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeiten unabhängig von J und T herkömmliche numerische Integrationsverfahren angewendet werden (vgl. z.B. Hajivassiliou, 2000, S. 93).

Das Independent Probitmodell teilt aber mit dem herkömmlichen multinomialen Logitmodell

[4] Guilkey/Murphy (1993) untersuchen in einer Monte-Carlo-Studie systematisch das Verhalten verschiedener Parameterschätzer in binären random-effects Probitmodellen bei kleinen Beobachtungsumfängen. Dabei zeigen sie insbesondere, daß die Parameterschätzung bei fehlender Einbeziehung der stochastischen Effekte zu bedenklichen Ergebnissen führt.

[5] Die allgemeinere Spezifikation des Independent Probitmodells, bei der Σ durch eine beliebige Diagonalmatrix gekennzeichnet ist, wird nicht betrachtet.

viele Einschränkungen, die aus der Unabhängigkeitsannahme folgen. So ist insbesondere die Annahme der zeitlichen Unabhängigkeit der ε_{ijt} in vielen Entscheidungssituationen höchst problematisch. Hausman/Wise (1978) demonstrieren darüber hinaus, daß dem Independent Probitmodell der IIA-Problematik ähnliche Eigenschaften obliegen, eine direkte Folge der Unabhängigkeit der ε_{ijt} über alle Kategorien $j = 1, \ldots, J$. In einer Analyse der Verkehrsmittelwahl schildern die Autoren die Ähnlichkeit der Parameterschätzwerte bei Logitmodellen und Independent Probitmodellen. In den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 8 wird die Parameterschätzung in ein- und mehrperiodigen Independent Probitmodellen ausführlich untersucht. Dabei wird insbesondere die irrtümlich fehlende Einbeziehung kontemporärer bzw. intertemporaler Verknüpfungen in die Parameterschätzung betrachtet.

Nun gehen alle bisherigen Modellierungen von der Annahme der Homoskedastie aus. Das heißt, ε_i besitzt für alle Untersuchungseinheiten $i = 1, \ldots, N$ dieselbe Varianz-Kovarianz-matrix Σ. Gerade bei mikroökonometrischen Untersuchungen ist es aber fragwürdig, ob die Varianzen innerhalb Σ bei allen Untersuchungseinheiten tatsächlich (annähernd) gleich sind. Beispielhaft soll im folgenden eine Form der Heteroskedastie im flexibel formulierten einperiodigen Mehralternativen-Probitmodell berücksichtigt werden. Dabei wird angenommen, daß ein individuenspezifisches Charakteristikum x_{i11} (z.B. das Einkommen) einen Einfluß auf die individuelle Varianz-Kovarianz-Matrix Σ_i besitzt. Bei der Betrachtung obiger Normierungen wäre folgende Form von Σ_i denkbar (mit $a \in \mathbf{R}$):[6]

$$\Sigma_i = \begin{pmatrix} \sigma_{\eta_1}^2 e^{ax_{i11}} & \sigma_{\eta_{12}} & \sigma_{\eta_{13}} & \cdots & \sigma_{\eta_{1,J-1}} & 0 \\ \sigma_{\eta_{12}} & \sigma_{\eta_2}^2 e^{ax_{i11}} & \sigma_{\eta_{23}} & \cdots & \sigma_{\eta_{2,J-1}} & 0 \\ \sigma_{\eta_{13}} & \sigma_{\eta_{23}} & \sigma_{\eta_3}^2 e^{ax_{i11}} & \cdots & \sigma_{\eta_{3,J-1}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{\eta_{1,J-1}} & \sigma_{\eta_{2,J-1}} & \sigma_{\eta_{3,J-1}} & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Alternative Spezifikationen der Heteroskedastie wären möglich (vgl. z.B. Maddala, 1995, S. 12 f). Ebenso könnte eine bestimmte Form der Heteroskedastie in ein allgemein formuliertes mehrperiodiges Mehralternativen-Probitmodell eingebettet werden.

Die falsche Unterstellung der Homoskedastie kann in der empirischen Analyse hinsichtlich der Parameterschätzung problematisch sein (vgl. auch Kapitel 5.1). In der Regel wird diese Annahme zur Vereinfachung der Modellierung getroffen. In den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 8 wird beispielhaft untersucht, welche Auswirkungen sich durch die Vernachlässigung heteroskedastischer Strukturen auf die Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell ergeben können.

[6]Zur Einbeziehung heteroskedastischer Elemente in diskrete Entscheidungsmodelle vgl. auch Inkmann, 2000, oder Davidson/MacKinnon, 1984. Allerdings betrachten diese Autoren in ihren Studien lediglich binäre Probitmodelle.

Nochmals sei betont, daß das flexibel formulierte homoskedastische MMPM den Ausgangspunkt der Monte-Carlo-Studien in Teil II darstellt. Einen Schwerpunkt der Experimente bildet dabei die Parameterschätzung in derartigen Modellansätzen. Somit stellt sich zunächst die Frage, mit welcher Methode die Modellparameter geschätzt werden können und sollen. Im nächsten Kapitel werden deshalb zunächst zwei potentielle (klassische) Schätzverfahren erläutert. Ausgangspunkt der Parameterschätzungen sind im folgenden N unabhängig verteilte Beobachtungspaare (Y_i, X_i). Entsprechend Kapitel 1.1 sind im Vektor X_i alle erklärenden Variablen zusammengefaßt. Im J^T-dimensionalen Vektor $Y_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \ldots)'$ sind die beobachtbaren endogenen Variablen enthalten, wobei sich in diskreten Mehrperioden-Mehralternativen-Entscheidungsmodellen und damit auch im (homoskedastischen) MMPM ergibt:

$$Y_{is} = \begin{cases} 1 & \text{falls Untersuchungseinheit } i \text{ die Kategoriensequenz } s \text{ wählt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{1.11}$$

Im folgenden wird mit S die Menge aller J^T potentiellen Kategoriensequenzen bezeichnet. Darüber hinaus werden alle freien Parameter des jeweils betrachteten Probitmodells im Vektor θ zusammengefaßt. Der wahre, unbekannte und zu schätzende Parametervektor wird speziell mit $\dot{\theta}$ bezeichnet. In der Regel werden in der empirischen Analyse solche Schätzfunktionen $\hat{\theta}$ als geeignet angesehen, bei denen hinsichtlich $\dot{\theta}$ eine (schwache)[7] Konsistenz sowie eine asymptotische Normalverteilung vorliegen (vgl. Anhang B). Eine weitere wünschenswerte Eigenschaft von $\hat{\theta}$ ist die asymptotische Effizienz (vgl. Anhang B). Dementsprechend werden die im folgenden diskutierten Schätzverfahren insbesondere hinsichtlich der asymptotischen Eigenschaften miteinander verglichen.

[7] Entsprechend z.B. Newey/McFadden, 1994, aber z.B. im Gegensatz zu Gouriéroux/Monfort, 1995a bzw. 1995b. Die letzteren Autoren fokussieren die starke Konsistenz, die auf dem Konzept der fast sicheren Konvergenz beruht (vgl. auch Amemiya, 1985, S. 86).

Kapitel 2

Klassische Parameterschätzung in Probitmodellen

In diesem Kapitel werden die Maximum-Likelihood-Methode sowie die Verallgemeinerte Momentenmethode diskutiert. Die Betrachtung bezieht sich dabei konsequent auf das im vorhergehenden Kapitel abgeleitete flexibel formulierte (homoskedastische) MMPM. Hinsichtlich der Verallgemeinerten Momentenmethode werden insbesondere zwei denkbare Formulierungen der Momentenrestriktionen im vorliegenden Modellrahmen miteinander verglichen. Herausgearbeitet wird für beide betrachteten klassischen Schätzmethoden, inwiefern deren Anwendung im flexibel formulierten MMPM aufgrund der in Kapitel 1 erläuterten Vielfachintegrale für hohe J und/oder T rechnerisch nicht handhabbar ist. Die überblicksartige Darstellung der asymptotischen Eigenschaften der Maximum-Likelihood-Methode und der Verallgemeinerten Momentenmethode bildet letztlich die Grundlage für die entsprechenden asymptotischen Eigenschaften der klassischen Simulationsschätzverfahren (vgl. Kapitel 4.3.1 und 4.3.2). Ein wesentlicher Schwerpunkt dieses Kapitels liegt in der Ableitung der speziellen Beziehungen zwischen der Maximum-Likelihood-Methode und der Verallgemeinerten Momentenmethode im MMPM. Diese Zusammenhänge besitzen insbesondere einen Einfluß auf die asymptotischen Eigenschaften bestimmter Schätzer der Verallgemeinerten Momentenmethode. Herausgearbeitet wird dabei, inwiefern eine zweistufige Verallgemeinerte Momentenmethode die asymptotische Effizienz der Maximum-Likelihood-Methode erreichen kann. Auch diese Überlegungen werden später auf die simulierten Entsprechungen der Maximum-Likelihood-Methode sowie der Verallgemeinerten Momentenmethode übertragen (vgl. Kapitel 4.3.3).

2.1 Die Maximum-Likelihood-Methode (MLM)

Bei der Maximum-Likelihood-Methode (MLM) wird der Parametervektor θ gesucht, der ausgehend von einem Beobachtungsbefund (Y_i, X_i) $(i = 1, \ldots, N)$ die Masse- oder Dichtefunktion $f(y_1, \ldots, y_N | X_1, \ldots, X_N; \theta)$ von $(Y_1, \ldots, Y_N)$ maximiert. Die Verteilung, aus der die Beobachtungsvariablen stammen, wird dabei bis auf die Komponenten des Parametervektors $\dot{\theta}$ als bekannt vorausgesetzt. Damit lautet die MLM-Schätzfunktion:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{MLM} &= \arg\max_{\theta} \left[f\left(Y_1, \ldots, Y_N | X_1, \ldots, X_N; \theta \right) \right] \\ &= \arg\max_{\theta} \left[L(\theta) \right] \end{aligned}$$

Für den hier betrachteten Fall der Unabhängigkeit der Beobachtungspaare (Y_i, X_i) über die Untersuchungseinheiten $i = 1, \ldots, N$ kann die Likelihoodfunktion $L(\theta)$ mit den Masse- oder Dichtefunktionen $f_i(y_i | X_i; \theta)$ von Y_i folgendermaßen faktorisiert werden:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{N} f_i(Y_i | X_i; \theta)$$

Im MMPM (ebenso wie in anderen diskreten Mehrperioden-Mehralternativen-Entscheidungsmodellen) ist Y_i multinomialverteilt (zur Multinomialverteilung vgl. Anhang A) mit den Parametern 1 und allen $P_{is}(\theta)$ $(s \in S)$. Dabei bezeichnet $P_{is}(\theta)$ entsprechend (1.6) die Wahrscheinlichkeit, daß Untersuchungseinheit i die Kategoriensequenz s wählt. Die Likelihoodfunktion lautet somit:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \prod_{i=1}^{N} P_{i1}(\theta)^{Y_{i1}} P_{i2}(\theta)^{Y_{i2}} \cdots \\ &= \prod_{i=1}^{N} \prod_{s \in S} P_{is}(\theta)^{Y_{is}} \end{aligned}$$

Die Berechnung des Maximums von $L(\theta)$ erfolgt i.d.R. über die Loglikelihoodfunktion $lnL(\theta)$. Damit erhält man allgemein den MLM-Schätzer:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{MLM} &= \arg\max_{\theta} \left[lnL(\theta) \right] \\ &= \arg\max_{\theta} \left[\sum_{i=1}^{N} lnf_i(Y_i | X_i; \theta) \right] \end{aligned} \tag{2.1}$$

Im MMPM ergibt sich speziell:

$$\hat{\theta}_{MLM} = \arg\max_{\theta} \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} lnP_{is}(\theta) \right] \tag{2.2}$$

Der MLM-Schätzer ist im allgemeinen eine Lösung der sogenannten Score- bzw. Likelihoodgleichungen:

$$\hat{\theta}_{MLM} = \arg\ \text{solves}_{\theta} \left[\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{N} S_i(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial lnf_i(Y_i | X_i; \theta)}{\partial \theta} = 0 \right] \tag{2.3}$$

Dabei bezeichnet $S_i(\theta)$ die Scorefunktion bzw. den Score von Beobachtungseinheit i. Im MMPM ergibt sich:

$$\hat{\theta}_{MLM} = \arg\,\text{solves}_\theta \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial \theta} = 0 \right] \tag{2.4}$$

Für die Scorefunktionen gilt allgemein (vgl. z.B. Ruud, 2000, S. 300 f):

$$erw\left[S_i(\dot{\theta})\right] = 0 \tag{2.5}$$

Zu berücksichtigen ist, daß die MLM-Schätzung im MMPM für jede Beobachtungseinheit i und für jede Iteration[1] im Maximierungsprozeß zur Bestimmung der Auswahlwahrscheinlichkeit $P_{is}(\theta)$ entsprechend (1.6) die Berechnung eines $(J-1)\cdot T$-dimensionalen Integrals erfordert. Eine solche Berechnung ist bei großen J und/oder T (vgl. z.B. Stern, 2000, S. 12) mit herkömmlichen numerischen Integrationsverfahren wegen der hohen rechnerischen Kosten nicht handhabbar. Lediglich durch die Vorgabe rigider Korrelationsstrukturen in der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ oder bei einperiodigen Probitmodellen mit kleinem J ist dieses Problem vernachlässigbar. Einen Ausweg bieten Simulationsverfahren, mit denen sich die hochdimensionalen Wahrscheinlichkeitsausdrücke $P_{is}(\theta)$ schnell und genau approximieren lassen (vgl. Kapitel 3). Diese Simulationsverfahren können dann mit der MLM verknüpft werden. Die aus diesen Überlegungen bestehende Simulierte MLM wird in Kapitel 4.1 betrachtet.

2.2 Die Verallgemeinerte Momentenmethode (GMM)

Im Gegensatz zur MLM muß die Verallgemeinerte Momentenmethode (GMM) die Verteilung der Beobachtungsvariablen Y_i nicht vollständig spezifizieren. Ausgangspunkt der GMM sind stattdessen auf den wahren unbekannten Parametervektor $\dot{\theta}$ bezogene Momentenrestriktionen (vgl. z.B. Ogaki, 1993, S. 456). Mit einer $(p\times 1)$-dimensionalen Funktion $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ und mit der Einbeziehung einer $(l\times p)$-dimensionalen sogenannten Instrumentenmatrix A_i (wobei $l \geq dim\,\theta$) (vgl. z.B. Newey, 1993, S. 421 ff, im Kontext bedingter Momentenrestriktionen) gilt dabei:

$$erw\left[A_i m_i(Y_i, X_i; \dot{\theta})\right] = 0 \tag{2.6}$$

Die Idee der GMM besteht darin, diese Momentenbedingungen durch die Minimierung einer quadratischen Form der $(l \times 1)$-dimensionalen empirischen Stichprobenmomente $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i m_i(Y_i, X_i; \theta)$ nach θ nachzuahmen. Somit erhält man den GMM-Schätzer:

$$\hat{\theta}_{GMM} = \arg\min_\theta \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i m_i(Y_i, X_i; \theta) \right]' W_N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i m_i(Y_i, X_i; \theta) \right] \right\} \tag{2.7}$$

[1]Typischerweise existiert bei der Maximierung der Loglikelihoodfunktion keine geschlossene Formel zur Berechnung der Schätzwerte, so daß iterative Optimierungsverfahren verwendet werden müssen (vgl. auch Kapitel 6.1).

Dabei stellt W_N eine positiv definite $(l \times l)$-dimensionale Gewichtungsmatrix dar, die stochastisch gegen eine Matrix W konvergiert (zur stochastischen Konvergenz vgl. Anhang B).

Wenn die Anzahl der Momentenrestriktionen der Anzahl der zu schätzenden Parameter entspricht (d.h. für $l = dim\,\theta$), spielt die Wahl von W_N keine Rolle. In diesem Fall erhält man durch das Gleichsetzen von $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i m_i(Y_i, X_i; \theta)$ mit dem Nullvektor einen GMM-Schätzer. Im allgemeinen Fall gelangt man mit unterschiedlichen Gewichtungsmatrizen W_N bzw. unterschiedlichen Instrumentenmatrizen A_i mit dem obigen Minimierungsansatz zu verschiedenen GMM-Schätzern.

Vor allem aber spielt bei der Ableitung eines GMM-Schätzers die konkrete Ausgestaltung der Funktion $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ eine entscheidende Rolle. Im Rahmen des MMPM ergibt sich mit der Auswahlwahrscheinlichkeit $P_{ijt}(\theta)$ gemäß (1.3) bzw. (1.5) eine denkbare Spezifikation. Für die entsprechend (1.2) bernoulliverteilten Indikatorvariablen D_{ijt}, wobei $P(D_{ijt} = 1|x_{it}, z_{it}; \theta) = P_{ijt}(\theta)$, gilt $erw(D_{ijt}|x_{it}, z_{it}; \dot{\theta}) = P_{ijt}(\dot{\theta})$. Daraus folgt:

$$erw[D_{ijt} - P_{ijt}(\dot{\theta})] = 0$$

Mit den $J \cdot T$-dimensionalen Vektoren $D_i = (D_{i11}, \ldots, D_{iJ1}, D_{i12}, \ldots, D_{iJ2}, \ldots\ldots, D_{i1T}, \ldots, D_{iJT})'$ und $P_i(\theta) = [P_{i11}(\theta), \ldots, P_{iJ1}(\theta), P_{i12}(\theta), \ldots, P_{iJ2}(\theta), \ldots\ldots, P_{i1T}(\theta), \ldots, P_{iJT}(\theta)]'$ erhält man:

$$m_i(Y_i, X_i; \theta) = D_i - P_i(\theta) \tag{2.8}$$

Damit lautet die erste Variante des GMM-Schätzers im MMPM:

$$\hat{\theta}_{GMM} = \arg\min_{\theta} \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i \left[D_i - P_i(\theta)\right] \right]' W_N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i \left[D_i - P_i(\theta)\right] \right] \right\} \tag{2.9}$$

Der wesentliche (rechnerische) Vorteil dieser Version der GMM im Vergleich zur MLM besteht darin, daß im iterativen Optimierungsprozeß lediglich die Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{ijt}(\theta)$ in $P_i(\theta)$ bestimmt werden müssen. Damit sind hier nicht $(J-1) \cdot T$-dimensionale, sondern entsprechend (1.5) lediglich $(J-1)$-dimensionale Integrale zu berechnen. Von besonderem Interesse ist dabei das binäre mehrperiodige Probitmodell. Da in diesem Fall $J = 2$ ist, erfordert die Berechnung der Komponenten dieses GMM-Ansatzes nicht die Lösung mehrdimensionaler Integrale. Deshalb entstehen hier bei der Bestimmung der Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{ijt}(\theta)$ und damit bei der Ableitung der GMM-Schätzer unabhängig von T keine rechnerischen Probleme. Dagegen erfordert die MLM in binären mehrperiodigen Probitmodellen die Bestimmung T-dimensionaler Integrale.

In Bertschek/Lechner (1998) erfolgt eine derartige GMM-Schätzung im binären mehrperiodigen Probitmodell. Mit den dort gewählten Momentenrestriktionen entsprechend (2.8) besteht keine Abhängigkeit von den Kovarianz-Parametern der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ. Diese

Koeffizienten werden stattdessen als Störgrößen betrachtet (allerdings könnten durch die Aufnahme zusätzlicher Momentenfunktionen auch solche Kovarianz-Parameter einbezogen werden, vgl. Lechner/Breitung, 1996, Breitung/Lechner, 1999). Zu beachten ist dabei, daß dieser GMM-Schätzer (im Vergleich zum MLM-Schätzer) schwächere asymptotische Eigenschaften besitzt (vgl. Kapitel 2.3). Insbesondere ist aber zu berücksichtigen, daß die rechnerische Einfachheit dieser Variante der GMM-Schätzung generell nicht für Mehralternativen-Probitmodelle gilt. Sowohl in mehrperiodigen als auch in einperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen müssen bei der Verwendung der Momentenfunktionen (2.8) im allgemeinen $(J-1)$-dimensionale Integrale berechnet werden. Damit können bei großem J erneut rechnerische Probleme entstehen.

Eine alternative Spezifikation der Momentenrestriktionen im MMPM ergibt sich durch die Einbeziehung der Auswahlwahrscheinlichkeit $P_{is}(\theta)$ gemäß (1.6). Für die entsprechend (1.11) bernoulliverteilten Zufallsvariablen Y_{is}, wobei $P(Y_{is}=1|X_i;\theta)=P_{is}(\theta)$, gilt $erw(Y_{is}|X_i;\dot{\theta}) = P_{is}(\dot{\theta})$. Daraus folgt:

$$erw[Y_{is} - P_{is}(\dot{\theta})] = 0$$

Mit den J^T-dimensionalen Vektoren $Y_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \dots)'$ bzw. $P_i^{\bullet}(\theta) = [P_{i1}(\theta), P_{i2}(\theta), \dots]'$ ergibt sich:

$$m_i(Y_i, X_i; \theta) = Y_i - P_i^{\bullet}(\theta) \tag{2.10}$$

Damit lautet die zweite Variante des GMM-Schätzers im MMPM:

$$\hat{\theta}_{GMM} = \arg\min_{\theta} \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i \left[Y_i - P_i^{\bullet}(\theta) \right] \right]' W_N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i \left[Y_i - P_i^{\bullet}(\theta) \right] \right] \right\} \tag{2.11}$$

Demnach müssen bei dieser Version der GMM entsprechend (1.6) die durch $(J-1)\cdot T$-dimensionale Integrale gekennzeichneten Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ berechnet werden. Somit ergeben sich schon bei einer moderaten Anzahl an Kategorien J und/oder Perioden T rechnerische Probleme im iterativen Minimierungsprozeß. Selbst im binären Probitmodell ist diese Version der GMM bei hohem T mit herkömmlichen numerischen Integrationsmethoden nicht handhabbar. Bei einperiodigen Probitmodellen gilt $Y_i = D_i$ sowie $P_i(\theta) = P_i^{\bullet}(\theta)$, so daß die Momentenfunktionen in (2.8) und in (2.10) ineinander überfließen. In diesem Fall müssen deshalb im allgemeinen $(J-1)$-dimensionale Integrale berechnet werden.

Festzuhalten ist damit, daß auch die GMM-Schätzung im flexibel formulierten MMPM vor dem Problem der Berechnung mehrfacher Integrale steht. Einen Ausweg bieten hier erneut Simulationsverfahren zur Approximation der Auswahlwahrscheinlichkeiten (vgl. Kapitel 3). Diese Simulationsverfahren können dann mit der GMM verknüpft werden. Die aus dieser Überlegung bestehende Simulierte GMM wird in Kapitel 4.2 betrachtet.

2.3 Asymptotische Eigenschaften im Vergleich

2.3.1 MLM

Unter gewissen Regularitätsbedingungen liegen für den MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$ hinsichtlich $\dot{\theta}$ Konsistenz sowie eine asymptotische Normalverteilung vor (vgl. z.B. Amemiya, 1985, S. 115 ff, Cramer, 1986, S. 11 ff, Davidson/MacKinnon, 1993, S. 243 ff), d.h.:

- $\hat{\theta}_{MLM} \xrightarrow{p} \dot{\theta}$
- $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{MLM} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV\left[0; I(\dot{\theta})^{-1}\right]$

Dabei gilt für die Informationsmatrix:[2]

$$I(\dot{\theta}) = -\lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial^2 lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'}\right] \tag{2.12}$$

bzw.

$$I(\dot{\theta}) = \lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta'}\right] \tag{2.13}$$

Im MMPM konkretisiert sich die Informationsmatrix zu:

$$I(\dot{\theta}) = -\lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\dot{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'}\right] \tag{2.14}$$

bzw.

$$I(\dot{\theta}) = \lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\dot{\theta})}{\partial\theta}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\dot{\theta})}{\partial\theta'}\right] \tag{2.15}$$

Mit einer (konsistenten) Schätzung für die unbekannte asymptotische Varianz-Kovarianz-Matrix $I(\dot{\theta})^{-1}$ ist es möglich, statistische Hypothesen über die unbekannten Parameter in $\dot{\theta}$ zu prüfen (vgl. Kapitel 5) bzw. Konfidenzintervalle zu konstruieren.

Die MLM besitzt im Gegensatz zu anderen Schätzmethoden und vor allem im Gegensatz zur GMM die Eigenschaft der asymptotischen Effizienz. Diese Eigenschaft bezieht sich auf die Klasse der bzgl. $\dot{\theta}$ konsistenten Schätzfunktionen $\hat{\theta}$, bei denen $\sqrt{N}(\hat{\theta} - \dot{\theta})$ asymptotisch normalverteilt ist. Die asymptotische Effizienz des MLM-Schätzers $\hat{\theta}_{MLM}$ ergibt sich dadurch, daß die Varianz-Kovarianz-Matrix $I(\dot{\theta})^{-1}$ die asymptotische Cramer-Rao-Schranke erreicht (vgl. Fomby u.a., 1984, S. 52 ff).

[2]Die Formulierungen $\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial^2 lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]$ bzw. $\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta'}\right]$ sind im Sinne von $\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial^2 lnf_i(Y_i|X_i;\theta)}{\partial\theta\partial\theta'}\right]_{\theta=\dot{\theta}}$ bzw. $\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\theta)}{\partial\theta}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\theta)}{\partial\theta'}\right]_{\theta=\dot{\theta}}$ zu verstehen. Diese Darstellungsform wird in der vorliegenden Arbeit in den entsprechenden Fällen beibehalten.

2.3.2 GMM

Auch für den GMM-Schätzer $\hat{\theta}_{GMM}$ (mit der Gewichtungsmatrix $W_N \xrightarrow{p} W$) liegen unter bestimmten Regularitätsbedingungen hinsichtlich $\dot{\theta}$ Konsistenz und eine asymptotische Normalverteilung vor, d.h. (vgl. z.B. Davidson/MacKinnon, 1993, S. 583 ff):

- $\hat{\theta}_{GMM} \xrightarrow{p} \dot{\theta}$
- $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{GMM} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV\left[0; V_{GMM}\right]$

Dabei ist $V_{GMM} = (G'WG)^{-1}G'WPWG(G'WG)^{-1}$, wobei für die $(l \times dim\,\theta)$-Matrix

$$G = \lim_{N\to\infty} erw\left\{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i \frac{\partial m_i(Y_i, X_i; \dot{\theta})}{\partial \theta'}\right\}$$

und für die $(l \times l)$-Matrix

$$P = \lim_{N\to\infty} erw\left\{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i m_i(Y_i, X_i; \dot{\theta}) m_i(Y_i, X_i; \dot{\theta})' A_i'\right\}$$

gelten. Im MMPM ergeben sich z.B. mit der zweiten Variante der Momentenrestriktionen entsprechend (2.10)

$$G = \lim_{N\to\infty} erw\left\{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i \frac{\partial [Y_i - P_i^{\bullet}(\dot{\theta})]}{\partial \theta'}\right\}$$

bzw.

$$P = \lim_{N\to\infty} erw\left\{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i \left[Y_i - P_i^{\bullet}(\dot{\theta})\right] \left[Y_i - P_i^{\bullet}(\dot{\theta})\right]' A_i'\right\}$$

Zur Überprüfung statistischer Hypothesen ist es hier notwendig, die unbekannte asymptotische Varianz-Kovarianzmatrix V_{GMM} (konsistent) zu schätzen. Die Komponenten G und P können konsistent auf der Grundlage der entsprechenden Stichprobenmomente geschätzt werden. Eine konsistente Schätzung für W ergibt sich aus dem GMM-Ansatz selbst mit der Gewichtungsmatrix W_N.

Bei der Betrachtung der asymptotischen Varianz-Kovarianz-Matrix V_{GMM} ist zu erkennen, daß diese insbesondere von W (und damit von W_N) sowie von der Instrumentenmatrix A_i abhängt. Hinsichtlich der asymptotischen Effizienz bilden diese Matrizen den Ansatzpunkt für die Minimierung von V_{GMM}. Einzelheiten über die optimale Wahl dieser Matrizen werden von Hansen (1982), Newey (1990 bzw. 1993) sowie Bertschek/Lechner (1998) beschrieben. Dabei zeigt sich insbesondere, daß mit der optimalen Wahl $A_i(\dot{\theta})^*$ der Instrumentenmatrix die Wahl der Gewichtungsmatrix W_N obsolet wird. Nun hängt die optimale Instrumentenmatrix vom unbekannten Parametervektor $\dot{\theta}$ ab. Hinsichtlich der Durchführbarkeit kann aber $A_i(\dot{\theta})^*$ durch einen konsistenten Schätzer ersetzt werden, ohne daß sich die asymptotische Verteilung von $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{GMM} - \dot{\theta})$ verändert. Allerdings erweist sich die konsistente Schätzung von $A_i(\dot{\theta})^*$ in vielen Modellen als schwierig. Newey (1993, S. 430 ff) schlägt verschiedene Ansätze vor, die partiell von Bertschek/Lechner (1998) für die GMM-Schätzung im binären mehrperiodigen Probitmodell verwendet werden. Festzuhalten ist aber, daß unter der Berücksichtigung der optimalen Instrumentenmatrix $A_i(\dot{\theta})^*$ eine asymptotische Effizienz lediglich in der eingeschränkten Klasse der GMM-Schätzer, für die bestimmte Momentenrestriktionen zugrunde liegen, erreicht werden kann.

2.3.3 Zusammenhang zwischen der MLM und der GMM

Entsprechend den obigen Überlegungen ist die GMM im Gegensatz zur MLM nicht in einer allgemeinen Klasse von Schätzverfahren asymptotisch effizient. Jedoch gehört der MLM-Schätzer selbst zur Klasse der GMM-Schätzer. Entsprechend (2.5) gilt für die Scores $S_i(\theta)$ im allgemeinen $erw[S_i(\dot{\theta})] = 0$. Zudem erhält man den MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$ nach (2.3) durch das Gleichsetzen von $\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta} = \sum_{i=1}^{N} S_i(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial ln f_i(Y_i|X_i;\theta)}{\partial\theta}$ mit dem Nullvektor. Dieser Optimierungsansatz ist äquivalent mit dem GMM-Ansatz entsprechend (2.7), falls (bei beliebiger regulärer Gewichtungsmatrix W_N) $m_i(Y_i, X_i; \theta) = S_i(\theta)$ sowie die Instrumentenmatrix A_i durch die $(dim\,\theta \times dim\,\theta)$-Einheitsmatrix I gekennzeichnet ist (vgl. auch Ruud, 2000, S. 537):

$$\hat{\theta}_{MLM} = \arg\min_{\theta} \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} IS_i(\theta) \right]' W_N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} IS_i(\theta) \right] \right\} \tag{2.16}$$

Somit kann der MLM-Schätzer als GMM-Schätzer betrachtet werden. Dadurch ist der MLM-Schätzer insbesondere in der Klasse der GMM-Schätzer asymptotisch effizient (vgl. Newey/McFadden, 1994, S. 2162 ff).

Für den Spezialfall des MMPM lassen sich über diese allgemein geltenden Zusammenhänge hinaus weitere Beziehungen zwischen der MLM und der zweiten Version der GMM gemäß (2.11) ableiten. Entsprechend (2.4) ergibt sich im MMPM:

$$\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta}$$

Nun gilt im MMPM darüber hinaus $\sum_{s\in S} P_{is}(\theta) = 1$ und somit:

$$\frac{\partial \sum_{s\in S} P_{is}(\theta)}{\partial\theta} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \sum_{s\in S} \frac{\partial P_{is}(\theta)}{\partial\theta} = 0$$

Zudem gilt:

$$\frac{\partial P_{is}(\theta)}{\partial\theta} = P_{is}(\theta) \frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta}$$

Daraus folgt:

$$\sum_{s\in S} P_{is}(\theta) \frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta} = 0$$

Somit erhält man:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta} - \sum_{s\in S} P_{is}(\theta)\frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta} &= \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta} - \sum_{s\in S} P_{is}(\theta)\frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta} \\
\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta} &= \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} [Y_{is} - P_{is}(\theta)]\,\frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta} \\
\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta} &= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial lnP_i^{\bullet}(\theta)'}{\partial\theta}\,[Y_i - P_i^{\bullet}(\theta)] \qquad (2.17)
\end{aligned}
$$

Dabei gilt für die J^T-dimensionalen Vektoren $P_i^{\bullet}(\theta) = [P_{i1}(\theta), P_{i2}(\theta), \ldots]'$ und $Y_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \ldots)'$. Durch das Gleichsetzen von (2.17) mit dem Nullvektor gelangt man zum MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$. Allerdings leidet dieser Ansatz darunter, daß für jede Untersuchungseinheit $i = 1, \ldots, N$ die Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ für alle potentiellen Kategoriensequenzen $s \in S$ berechnet werden müssen.

Aufgrund von $erw(Y_{is}|X_i;\dot{\theta}) = P_{is}(\dot{\theta})$ bzw. $erw(Y_i|X_i;\dot{\theta}) = P_i^{\bullet}(\dot{\theta})$ (vgl. Kapitel 2.2) ergibt sich $erw[Y_i - P_i^{\bullet}(\dot{\theta})] = erw[m_i(Y_i, X_i;\dot{\theta})] = 0$ mit $m_i(Y_i, X_i;\theta) = Y_i - P_i^{\bullet}(\theta)$. Unter der Berücksichtigung einer Instrumentenmatrix A_i lassen sich daraus wegen $erw\left\{A_i[Y_i - P_i^{\bullet}(\dot{\theta})]\right\} = 0$ entsprechend (2.10) bzw. (2.11) GMM-Schätzer konstruieren. Die Instrumentenmatrix A_i kann dabei von θ bzw. konkreter von einem (fixierten) Parametervektor $\breve{\theta}$ abhängen, der im iterativen Optimierungsprozeß nicht modifiziert werden darf (vgl. McFadden, 1989, S. 998). Aus obigem MLM-Ansatz ergibt sich aber die optimale Instrumentenmatrix:

$$A_i(\dot{\theta})^* = \frac{\partial lnP_i^{\bullet}(\dot{\theta})'}{\partial\theta}$$

Durch diese Spezifikation der Instrumentenmatrix erhält man für den GMM-Schätzer Bedingungen, die den Ableitungen der Loglikelihoodfunktion asymptotisch entsprechen. Somit gelangt man in diesem Fall zu einem GMM-Schätzer, der asymptotisch effizient ist. Die Anzahl der unbekannten Parameter entspricht dabei der Anzahl der unbedingten Momentenrestriktionen. Hinsichtlich der Durchführbarkeit kann die optimale Instrumentenmatrix mit einem bzgl. $\dot{\theta}$ konsistenten Schätzer $\breve{\theta}$ berechnet werden, ohne die asymptotischen Eigenschaften des resultierenden GMM-Schätzers zu verändern. Somit erhält man den optimalen GMM-Schätzer im MMPM:

$$\hat{\theta}^*_{GMM} = \arg\,\text{solves}_{\theta}\left\{\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial lnP_i^{\bullet}(\breve{\theta})'}{\partial\theta}\,[Y_i - P_i^{\bullet}(\theta)] = 0\right\} \qquad (2.18)$$

Zu beachten ist, daß bei diesem Ansatz zunächst ein Schätzwert $\breve{\theta}$ abgeleitet werden muß, wodurch ein zweistufiges Schätzverfahren vorliegt. Dabei stellt sich hinsichtlich der empirischen Anwendung der optimalen GMM-Schätzung insbesondere die Frage, mit welchem Verfahren die konsistente Schätzung $\breve{\theta}$ in der ersten Stufe vorgenommen werden soll.

Festzuhalten ist, daß bei der Verwendung alternativer Instrumentenmatrizen A_i oder Funktionen $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ (vgl. Bertschek/Lechner, 1998, im Rahmen des binären mehrperiodigen Probitmodells) für den GMM-Schätzer zwar entsprechend Kapitel 2.3.2 bzgl. $\dot{\theta}$ Konsistenz und eine asymptotische Normalverteilung vorliegt, aber keine asymptotische Effizienz in einer allgemeinen Klasse von Schätzverfahren. Dadurch besteht insbesondere mit der Wahl von $m_i(Y_i, X_i; \theta) = D_i - P_i(\theta)$ entsprechend (2.8) keine Möglichkeit, einen asymptotisch effizienten GMM-Schätzer im MMPM abzuleiten. Hinsichtlich der asymptotischen Effizienz kann somit die (bei kleinem J auftauchende) rechnerische Vereinfachung der GMM-Schätzung gemäß (2.9) nicht ausgenutzt werden. Bei der optimalen GMM-Schätzung im (flexibel formulierten) MMPM in (2.18) müssen entsprechend (2.11) im iterativen Minimierungsprozeß $(J-1) \cdot T$-dimensionale Integrale berechnet werden. Damit ergeben sich hier ebenso wie bei der MLM-Schätzung bei großen J und/oder T rechnerische Schwierigkeiten. Anknüpfend an diese grundsätzliche Problematik der klassischen Parameterschätzung im MMPM werden im folgenden Kapitel Simulationsverfahren diskutiert, mit denen Wahrscheinlichkeiten approximiert werden können, die durch derartige hochdimensionale Integrale gekennzeichnet sind.

Kapitel 3

Simulationsmethoden zur Approximation von Mehrfachintegralen

Die wesentliche Erkenntnis des vorhergehenden Kapitels besteht darin, daß die Parameterschätzung im MMPM mit der MLM bzw. mit der GMM die Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{ijt}(\theta)$ entsprechend (1.5) bzw. insbesondere $P_{is}(\theta)$ entsprechend (1.6) erfordert. Die Bestimmung dieser (im allgemeinen) durch Vielfachintegrale gekennzeichneten Wahrscheinlichkeiten ist aber oft mit herkömmlichen (deterministischen) numerischen Integrationsmethoden, die keine Zufallselemente einschließen, nicht möglich. Stattdessen können die Wahrscheinlichkeiten jedoch schnell und präzise mit Hilfe von (stochastischen) Simulationsmethoden, d.h. mit transformierten Ziehungen von Pseudo-Zufallszahlen, approximiert werden. Mit der Darstellung des einfachen Häufigkeitssimulators wird in diesem Kapitel zunächst das grundsätzliche Prinzip derartiger Verfahren erläutert. Aufgrund einer Vielzahl praktischer Nachteile hat sich diese Simulationsmethode bei der Verknüpfung mit Schätzverfahren nicht durchgesetzt. Mit der Importance-Sampling-Technik, die eine ganze Klasse von Simulatoren darstellt, können dagegen viele Probleme, die mit dem Häufigkeitssimulator einhergehen, eingedämmt werden. Abgeleitet wird in diesem Kapitel insbesondere der wichtigste Vertreter dieser Familie, der Geweke-Hajivassiliou-Keane- bzw. Smooth-Recursive-Conditioning-Simulator. Dieser Simulator hat sich in vergleichenden Monte-Carlo-Studien hinsichtlich der Annäherung an die wahre Wahrscheinlichkeit gegenüber vielen anderen Simulationsmethoden als überlegen erwiesen. Deshalb wird dieser Simulator als Spezialfall von Importance-Sampling-Simulatoren (auch im Hinblick auf die Monte-Carlo-Studien in Teil II) ausführlich betrachtet. Zu betonen ist, daß alle in diesem Kapitel diskutierten Simulationsmethoden konsequent auf die Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ entsprechend (1.6) im MMPM bezogen werden.

3.1 Der Häufigkeitssimulator

Grundlegender Ausgangspunkt der rechnerischen Probleme bei der Parameterschätzung im flexibel formulierten MMPM ist ein Zufallsvektor $U = (U_1, \ldots, U_H)'$ mit der Dichtefunktion $f(u)$, wobei $U \sim NV(0; \Omega)$. Im Hinblick auf die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit $P_{is}(\theta)$ für die Wahl einer bestimmten Kategoriensequenz s durch Untersuchungseinheit i gilt z.B. $H = (J-1) \cdot T$. Zu berechnen sind also mit den Konstanten a_h und b_h (wobei $a_h < b_h; h = 1, \ldots, H$) folgende typische Wahrscheinlichkeiten:

$$P\left(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H\right) = \int\limits_{a_H}^{b_H} \cdots \int\limits_{a_1}^{b_1} f\left(u_1, \ldots, u_H\right) du_1 \cdots du_H \tag{3.1}$$

Das Prinzip des Häufigkeitssimulators läßt sich durch folgende Darstellung von (3.1) motivieren:

$$\begin{aligned} P(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H) &= \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathbf{1}(u \in A) f(u) du \\ &= erw\left[\mathbf{1}(U \in A)\right] \end{aligned} \tag{3.2}$$

Dabei stellt $\mathbf{1}(U \in A)$ die Indikatorfunktion für das Ereignis $A = \{a < U < b\}$ mit $a = (a_1, \ldots, a_H)'$ und $b = (b_1, \ldots, b_H)'$ dar. Somit kann die Wahrscheinlichkeit $P(\cdot)$ in (3.1) als Erwartungswert dieser Indikatorfunktion ausgedrückt werden. Daran anknüpfend bestimmt der Häufigkeitssimulator mit Hilfe einzelner Zufallsvektoren U_r $(r = 1, \ldots, R)$, die aus der Verteilung von U gezogen werden, die relative Häufigkeit der Ereignisse $U_r \in A$. Dabei bezeichnet R die Anzahl der jeweiligen Zufallsziehungen bzw. Simulationsreplikationen. Die Generierung eines Zufallsvektors U_r erfolgt über H unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen.[1] Ausgangspunkt ist eine Cholesky-Zerlegung der Varianz-Kovarianz-Matrix Ω von U, d.h. eine untere Dreiecksmatrix L mit $L \cdot L' = \Omega$ (zur Generierung von L vgl. Davidson/MacKinnon, 1993, S. 788 f). Seien nun E_h $(h = 1, \ldots, H)$ unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Mit $E = (E_1, \ldots, E_H)'$ und $\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_H)'$ gilt dann $\mu + L \cdot E \sim NV(\mu; \Omega)$. Den Zufallsvektor U mit $U \sim NV(0; \Omega)$ erhält man somit durch $L \cdot E$. Mit R Replikationen dieses Verfahrens gelangt man zu den einzelnen $U_r = (U_{1r}, \ldots, U_{Hr})'$

[1] Zur Erzeugung standardnormalverteilter Zufallsvariablen existieren in vielen Programmpaketen Pseudo-Zufallszahlen-Generatoren. Liegen keine derartigen Generatoren für normalverteilte Zufallsvariablen vor, können diese aus [0;1]-rechteckverteilten Pseudo-Zufallsvariablen abgeleitet werden. Allgemein ist $Y = F(X)$ im Intervall [0;1] rechteckverteilt (zur Rechteckverteilung vgl. Anhang A), falls die Verteilungsfunktion $F(x)$ einer Zufallsvariablen X stetig ist (vgl. z.B. Fisz, 1973, S. 177). Übertragen auf eine standardnormalverteilte Zufallsvariable X mit der Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ ergibt sich, daß $\Phi(X)$ im Intervall [0;1] rechteckverteilt ist. Zu einer Realisation x von X gelangt man damit ausgehend von der Realisation y einer $[0;1]$-rechteckverteilten Zufallsvariablen Y durch $x = \Phi^{-1}(y)$.

$(r = 1, \ldots, R)$. Somit kann die Wahrscheinlichkeit $P(\cdot)$ in (3.1) bzw. (3.2) durch den Häufigkeitssimulator approximiert werden:

$$\begin{aligned} &\widetilde{P}^{HS}(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H) \\ &\qquad = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}(U_r \in A) \\ &\qquad = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}(a_1 < U_{1r} < b_1; \ldots; a_H < U_{Hr} < b_H) \end{aligned} \tag{3.3}$$

In MMPM müssen sowohl bei der MLM als auch bei der GMM (zweite Version, vgl. Kapitel 2.2) die Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ entsprechend (1.6) berechnet werden. Eine solche im allgemeinen durch $(J-1) \cdot T$-dimensionale Integrale gekennzeichnete Wahrscheinlichkeit kann mit den Zufallsvektoren $[(\varepsilon_{i11} - \varepsilon_{ij_{i1}1})_r, \ldots, (\varepsilon_{iJT} - \varepsilon_{ij_{iT}T})_r]'$ $(r = 1, \ldots, R)$, die entsprechend der gemeinsamen Verteilungsfunktion der $(0; \Omega_s)$-normalverteilten Differenzen (vgl. Kapitel 1.2.1) $\varepsilon_{ikt} - \varepsilon_{ij_{it}t}$ $(k, j_{it} = 1, \ldots, J; k \neq j_{it}; t = 1, \ldots, T)$ gezogen werden, durch den Häufigkeitssimulator geschätzt werden:

$$\begin{aligned} &\widetilde{P}_{is}^{HS}(\theta) = \\ &\frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \mathbf{1} \Big[-\infty < (\varepsilon_{i11} - \varepsilon_{ij_{i1}1})_r < (\beta_{j_{i1}}' - \beta_1')x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i11}); \ldots; \\ &\qquad -\infty < (\varepsilon_{iJT} - \varepsilon_{ij_{iT}T})_r < (\beta_{j_{iT}}' - \beta_J')x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{iJT}) \Big] \end{aligned} \tag{3.4}$$

Mit diesem Häufigkeitssimulator haben Lerman/Manski (1981) erstmals Auswahlwahrscheinlichkeiten innerhalb des (einperiodigen) multinomialen Probitmodells angenähert.

Der Häufigkeitssimulator $\widetilde{P}^{HS}(\cdot)$ aus (3.3) ist ein erwartungstreuer Simulator für die Wahrscheinlichkeit $P(\cdot) = erw\,[\mathbf{1}(U \in A)]$ entsprechend (3.1) bzw. (3.2). Die Varianz von $\widetilde{P}^{HS}(\cdot)$ aus (3.3) beträgt $\frac{1}{R}\{P(\cdot)[1 - P(\cdot)]\}$, da die Indikatorfunktion $\mathbf{1}(U \in A)$ eine mit $P(\cdot)$ bernoulliverteilte Zufallsvariable ist (vgl. auch Stern, 1997, S. 2010). Damit geht die Varianz von $\widetilde{P}^{HS}(\cdot)$ für $R \to \infty$ gegen Null. Obwohl der Häufigkeitssimulator einfach und schnell zu berechnen ist, liegen im Hinblick auf die empirische Anwendung eine Reihe negativer Begleiterscheinungen vor:

- Bei einer endlichen Anzahl R an Simulationsreplikationen besitzt der Simulator eine positive Wahrscheinlichkeit dafür, den Wert Null anzunehmen. Dies ist hinsichtlich der Verknüpfung mit der MLM höchst problematisch (vgl. Kapitel 4.1). Um hierbei Schwierigkeiten zu vermeiden, ist eine hohe Anzahl von R notwendig (vgl. vor allem Lerman/Manski, 1981).

- Der Simulator ist ineffizient. Insbesondere kleine Wahrscheinlichkeiten lassen sich mit den relativen Häufigkeiten im Rahmen des Simulators nur durch eine riesige Anzahl R an Simulationsreplikationen hinreichend gut approximieren.

- Der Simulator ist nicht stetig. Eine Änderung der Parameter der betrachteten Wahrscheinlichkeit verursacht lediglich eine Veränderung der relativen Häufigkeiten in diskreten Schritten. Dies erschwert die iterative Parametersuche bei der Verknüpfung mit den klassischen Schätzverfahren (vgl. Kapitel 4).

In vergleichenden Monte-Carlo-Studien (z.B. Börsch-Supan/Hajivassiliou, 1993, Hajivassiliou u.a., 1996) hat sich gezeigt, daß der Häufigkeitssimulator vielen anderen Simulationsmethoden, bei denen Wahrscheinlichkeiten in stetiger Abhängigkeit von den Parametern approximiert werden, hinsichtlich der Annäherung an die wahre Wahrscheinlichkeit unterlegen ist. Um die beschriebenen Probleme des Häufigkeitssimulators zu überwinden, ist die Simulation von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Importance-Sampling-Technik ein geeigneter allgemeiner Ansatz.

3.2 Importance-Sampling

Das Prinzip dieser Klasse von Simulatoren wird durch die modifizierte Darstellung der Wahrscheinlichkeit in (3.1) deutlich (vgl. Hajivassiliou u.a., 1996, S. 95 f):

$$\begin{aligned}
&P(a_1 < U_1 < b_1; \ldots ; a_H < U_H < b_H) \\
&\qquad = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{1}(u \in A) f(u) du \\
&\qquad = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left[\mathbf{1}(v \in A) \frac{f(v)}{g(v)} \right] g(v) dv \\
&\qquad = erw \left[\mathbf{1}(V \in A) \frac{f(V)}{g(V)} \right] \qquad (3.5)
\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet $g(v)$ die Dichtefunktion eines Zufallsvektors $V = (V_1, \ldots, V_H)'$ mit einem positiven Träger in einer Menge, die A umfaßt (vgl. auch Börsch-Supan, 1994, S. 28 f). Für die Approximation der Wahrscheinlichkeit in (3.1) ergibt sich mit den aus der Verteilung von V gezogenen Zufallsvektoren $V_r = (V_{1r}, \ldots, V_{Hr})'$ $(r = 1, \ldots, R)$ der Importance-Sampling-Simulator:

$$\begin{aligned}
&\widetilde{P}^{IS}(a_1 < U_1 < b_1; \ldots ; a_H < U_H < b_H) \qquad (3.6) \\
&\qquad = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}(V_r \in A) \frac{f(V_r)}{g(V_r)} \\
&\qquad = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}(a_1 < V_{1r} < b_1; \ldots ; a_H < V_{Hr} < b_H) \frac{f(V_{1r}, \ldots, V_{Hr})}{g(V_{1r}, \ldots, V_{Hr})}
\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet R wiederum die Anzahl der Simulationsreplikationen. Zu erkennen ist, daß der Importance-Sampling-Simulator im Gegensatz zum Häufigkeitssimulator nicht auf Ziehungen aus der Verteilung des zugrunde liegenden (normalverteilten) Zufallsvektors U beruht. Diese Vorgehensweise ist insbesondere dann sinnvoll, wenn eine derartige Ziehung unpraktikabel ist. Die Importance-Dichtefunktion $g(v)$ sollte derart gewählt werden, daß $P(V_r \in A)$ möglichst groß ist. Im idealen Fall besitzt $g(v)$ genau den Träger A, so daß $P(V_r \in A) = 1$, wodurch in (3.6) die Indikatorfunktion $\mathbf{1}(\cdot)$ vernachlässigt werden kann. Eine wichtige Rolle spielt dabei auch, daß sich die Dichtefunktion $g(v)$ im Intervall A der Dichtefunktion $f(v)$ gut anpaßt, d.h. daß der Quotient $\frac{f(v)}{g(v)}$ relativ konstant ist (vgl. z.B. Hajivassiliou u.a., 1996, S. 96, Kaltenborn, 1997, S. 63 ff).

Die Simulation der Wahrscheinlichkeit $P_{is}(\theta)$ gemäß (1.6) für die Wahl einer Kategoriensequenz s durch Untersuchungseinheit i lautet demnach mit den Replikationen $V_{ir} = (V_{i1r}, \ldots, V_{iHr})'$ $(r = 1, \ldots, R)$ der Zufallsvektoren $V_i = (V_{i1}, \ldots, V_{iH})'$ mit entsprechender Importance-Dichtefunktion $g(v_i)$, wobei $H = (J-1) \cdot T$:

$$\widetilde{P}_{is}^{IS}(\theta) = \tag{3.7}$$
$$\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}\Big[-\infty < V_{i1r} < (\beta'_{j_{i1}} - \beta'_1)x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i11}); \ldots;$$
$$-\infty < V_{iHr} < (\beta'_{j_{iT}} - \beta'_J)x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{iJT})\Big] \frac{f(V_{i1r}, \ldots, V_{iHr})}{g(V_{i1r}, \ldots, V_{iHr})}$$

Ebenso wie $\widetilde{P}^{HS}(\cdot)$ in (3.3) ist $\widetilde{P}^{IS}(\cdot)$ aus (3.6) ein erwartungstreuer Simulator für die Wahrscheinlichkeit $P(\cdot)$ in (3.1):

$$\begin{aligned}
erw&\left[\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}(V_r \in A)\frac{f(V_r)}{g(V_r)}\right] \\
&= \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} erw\left[\mathbf{1}(V_r \in A)\frac{f(V_r)}{g(V_r)}\right] \\
&= \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{1}(v_r \in A)\frac{f(v_r)}{g(v_r)} g(v_r) dv_r \\
&= \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{1}(v_r \in A) f(v_r) dv_r \\
&= \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} P(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H) \\
&= P(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H)
\end{aligned}$$

Für $R \to \infty$ konvergiert $\widetilde{P}^{IS}(\cdot)$ stochastisch gegen die Wahrscheinlichkeit $P(\cdot)$. Für eine endliche Anzahl R an Simulationsreplikationen besitzt $\widetilde{P}^{IS}(\cdot)$ folgende Varianz (vgl. Zhang/Lee, 1998) :

$$
\begin{aligned}
var & \left[\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R}\mathbf{1}(V_r \in A)\frac{f(V_r)}{g(V_r)}\right] \\
&= \frac{1}{R} var\left[\mathbf{1}(V_r \in A)\frac{f(V_r)}{g(V_r)}\right] \\
&= \frac{1}{R} erw\left[\mathbf{1}(V_r \in A)\frac{f(V_r)}{g(V_r)} - erw\left(\mathbf{1}(V_r \in A)\frac{f(V_r)}{g(V_r)}\right)\right]^2 \\
&= \frac{1}{R} erw\left[\mathbf{1}(V_r \in A)\frac{f(V_r)}{g(V_r)} - P(\cdot)\right]^2 \\
&= \frac{1}{R}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\left[\mathbf{1}(v_r \in A)\frac{f(v_r)}{g(v_r)} - P(\cdot)\right]^2 g(v_r)dv_r
\end{aligned}
$$

Importance-Sampling-Simulatoren unterscheiden sich nach der Wahl der Importance-Dichtefunktionen $g(v)$. Hajivassiliou u.a. (1996) analysieren Importance-Dichtefunktionen, die sich auf unabhängige exponentialverteilte bzw. auf gestutzte normalverteilte Zufallsvariablen beziehen. Vijverberg (1997) extrahiert im Rahmen der Importance-Sampling-Technik eine Klasse rekursiver Simulatoren. Der wichtigste Vertreter dieser Familie ist der Smooth-Recursive-Conditioning (SRC)- bzw. Geweke-Hajivassiliou-Keane (GHK)-Simulator.

3.3 Der GHK-Simulator

Um den GHK-Simulator als Importance-Sampling-Simulator zu interpretieren, wird die Wahrscheinlichkeit in (3.1) mit Hilfe unabhängiger standardnormalverteilter Zufallsvariablen E_h $(h = 1, \ldots, H)$ dargestellt (vgl. im folgenden Wilde, 1999, S. 112 ff). Mit $U \sim NV(0; \Omega)$, der Cholesky-Zerlegung (vgl. Kapitel 3.1) $L \cdot L' = \Omega$ und $E = (E_1, \ldots, E_H)' \sim NV(0; I)$ gelten $L \cdot E \sim NV(0; \Omega)$ und $L^{-1} \cdot U \sim NV(0; I)$. Die Elemente der unteren Dreiecksmatrix L aus dieser Cholesky-Zerlegung seien l_{km} $(k, m = 1, \ldots, H)$ mit $l_{km} = 0$, falls $m > k$. Mit Hilfe des Transformationssatzes für Dichtefunktionen normalverteilter Zufallsvektoren (vgl. auch Anhang A) sowie der Substitutionsregel für Mehrfachintegrale (vgl. z.B. Wilde, 1999, S. 179) ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
P(a_1 & < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H) \\
&= \int_{a_1(l_{11})}^{b_1(l_{11})}\int_{a_2(e_1;l_{21},l_{22})}^{b_2(e_1;l_{21},l_{22})}\cdots\int_{a_H(e_1,\ldots,e_{H-1};l_{H1},\ldots,l_{HH})}^{b_H(e_1,\ldots,e_{H-1};l_{H1},\ldots,l_{HH})}\prod_{h=1}^{H}\varphi(e_h)de_H\cdots de_1 \\
&= \int_{a_1(l_{11})}^{b_1(l_{11})}\varphi(e_1)\left[\int_{a_2(e_1;l_{21},l_{22})}^{b_2(e_1;l_{21},l_{22})}\varphi(e_2)\left[\cdots\left[\int_{a_H(e_1,\ldots,e_{H-1};l_{H1},\ldots,l_{HH})}^{b_H(e_1,\ldots,e_{H-1};l_{H1},\ldots,l_{HH})}\varphi(e_H)de_H\right]\cdots\right]de_2\right]de_1
\end{aligned}
$$

Es bezeichnet $\varphi(\cdot)$ die Dichtefunktion einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen. Man erkennt, daß der Integrationsbereich A jetzt von L und insbesondere von den Integrationsvariablen $e_1, \ldots, e_H$ abhängt, so daß die Integralgrenzen gegenüber der Darstellung in (3.1) komplexer werden. Unter Einbeziehung der Indikatorfunktion $\mathbf{1}(\cdot)$ kann die Wahrscheinlichkeit in (3.1) folgendermaßen dargestellt werden:

$$P(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{1}\Big[e \in A(e_1, \ldots, e_{H-1})\Big] \prod_{h=1}^{H} \varphi(e_h)\ de_H \cdots de_1$$

Bei der Berücksichtigung einer Importance-Dichtefunktion $g(v)$ ergibt sich:

$$P(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \mathbf{1}\Big[v \in A(v_1, \ldots, v_{H-1})\Big] \prod_{h=1}^{H} \varphi(v_h) \frac{1}{g(v)} \right\} g(v) dv$$

Der GHK-Simulator spezifiziert die Importance-Dichtefunktion $g(v)$ von V folgendermaßen:

$$g(v) = \frac{\prod_{h=1}^{H} \varphi(v_h)}{Q_1 \prod_{h=2}^{H} Q_h(v_1, \ldots, v_{h-1})} \mathbf{1}\Big[v \in A(v_1, \ldots, v_{H-1})\Big] \tag{3.8}$$

Es bezeichnet $Q_1 = \Phi\left(\frac{b_1}{l_{11}}\right) - \Phi\left(\frac{a_1}{l_{11}}\right)$. Die Wahrscheinlichkeiten $Q_h(v_1, \ldots, v_{h-1})$ hängen insbesondere von den realisierten Vorgängerwerten $v_1, \ldots, v_{h-1}$ ab, die sich aus der Dichtefunktion in (3.8) ergeben. Mit

$$A_h = \frac{a_h - \sum_{m=1}^{h-1} l_{hm} v_m}{l_{hh}} \quad \text{bzw.} \quad B_h = \frac{b_h - \sum_{m=1}^{h-1} l_{hm} v_m}{l_{hh}}$$

gilt dabei:

$$Q_h(v_1, \ldots, v_{h-1}) = \Phi(B_h) - \Phi(A_h)$$

Für die Wahrscheinlichkeit in (3.1) ergibt sich:

$$P(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \mathbf{1}\Big[v \in A(v_1, \ldots, v_{H-1})\Big] \prod_{h=1}^{H} \varphi(v_h) \frac{Q_1 \prod_{h=2}^{H} Q_h(v_1, \ldots, v_{h-1})}{\mathbf{1}\Big[v \in A(v_1, \ldots, v_{H-1})\Big] \prod_{h=1}^{H} \varphi(v_h)} \right\} g(v) dv$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} Q_1 \prod_{h=2}^{H} Q_h(v_1, \ldots, v_{h-1}) g(v) dv$$

Beim GHK-Simulator werden demnach die einzelnen Komponenten V_h von $V = (V_1, \ldots, V_H)'$ rekursiv von der auf $V_1, \ldots, V_{h-1}$ bedingten gestutzten Standardnormalverteilung[2] erzeugt und in die Funktion $Q_1 \prod_{h=2}^{H} Q_h(V_1, \ldots, V_{h-1})$ einbezogen. Für die Approximation von $P(\cdot)$ in (3.1) ergibt sich mit den aus der Verteilung von V gezogenen Zufallsvektoren $V_r = (V_{1r}, \ldots, V_{Hr})'$ $(r = 1, \ldots, R)$ der GHK-Simulator:

$$\widetilde{P}^{GHK}(a_1 < U_1 < b_1; \ldots; a_H < U_H < b_H) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} Q_1 \prod_{h=2}^{H} Q_{hr}(V_{1r}, \ldots, V_{h-1r}) \tag{3.9}$$

Die Wahrscheinlichkeit $P_{is}(\theta)$ entsprechend (1.6) für die Wahl einer Kategoriensequenz s durch Untersuchungseinheit i läßt sich im Hinblick auf die Anwendung des GHK-Simulators wie folgt modifizieren (vgl. im folgenden Börsch-Supan u.a., 1992, Börsch-Supan/Hajivassiliou, 1993, Bolduc, 1994). Mit $\omega_i = (\varepsilon_{i11} - \varepsilon_{ij_{i1}1}, \ldots, \varepsilon_{iJT} - \varepsilon_{ij_{iT}T})' \sim NV(0; \Omega_s)$ und den $H = (J-1) \cdot T$-dimensionalen Vektoren $a_i = (-\infty, \ldots, -\infty)'$ und $b_i = (b_{i1}; \ldots; b_{iH}) = [(\beta'_{j_{i1}} - \beta'_1)x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i11}); \ldots; (\beta'_{j_{iT}} - \beta'_J)x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{iJT})]'$ erhält man $P_{is}(\theta) = P(a_i < \omega_i < b_i)$. Für $E_i = (E_{i1}, \ldots, E_{iH})' \sim NV(0; I)$ sowie $L \cdot L' = \Omega_s$ gilt $\omega_i = L \cdot E_i \sim NV(0; \Omega_s)$. Die Elemente der unteren Dreiecksmatrix L werden wiederum mit l_{km} $(k, m = 1, \ldots, H)$ bezeichnet, wobei $l_{km} = 0$, falls $m > k$. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned}
&P_{is}(\theta) \\
&\quad = P\left(a_i < LE_i < b_i\right) \\
&\quad = P\big(-\infty < l_{11}E_{i1} < b_{i1}; -\infty < l_{21}E_{i1} + l_{22}E_{i2} < b_{i2}; \ldots; \\
&\qquad\quad -\infty < l_{H1}E_{i1} + l_{H2}E_{i2} + \cdots + l_{HH}E_{iH} < b_{iH}\big) \\
&\quad = P\left(-\infty < E_{i1} < \frac{b_{i1}}{l_{11}}\right) \cdot P\left(-\infty < E_{i2} < \frac{b_{i2} - l_{21}E_{i1}}{l_{22}} \,\middle|\, E_{i1}\right) \cdots \\
&\qquad P\left(-\infty < E_{iH} < \frac{b_{iH} - l_{H1}E_{i1} - \cdots - l_{H,H-1}E_{i,H-1}}{l_{HH}} \,\middle|\, E_{i1}, \ldots, E_{i,H-1}\right) \\
&\quad = Q_{i1} \cdot Q_{i2}(E_{i1}) \cdot Q_{i3}(E_{i1}, E_{i2}) \cdots Q_{iH}(E_{i1}, \ldots, E_{i,H-1})
\end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ können demnach als Produkt bedingter Wahrscheinlichkeiten angeschrieben werden. Mit der Ziehung von Vektoren $V_{ir} = (V_{i1r}, \ldots, V_{iH-1r})'$ $(r =$

[2]Die Dichtefunktion einer im Intervall $[a, b]$ (mit $a < b$) gestutzten standardnormalverteilten Zufallsvariablen X^{gest} lautet ausgehend von einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen X mit der Dichtefunktion $\varphi(x)$ und der Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ (zur gestutzten Verteilung vgl. Anhang A): $\varphi'(x) = \left[\varphi(x)\mathbf{1}(a < x < b)\right] / \left[\Phi(b) - \Phi(a)\right]$. Daraus ergibt sich die Verteilungsfunktion von X^{gest} (vgl. auch Stern, 2000, S. 14): $\Phi'(x) = \left[\Phi(x) - \Phi(a)\right] / \left[\Phi(b) - \Phi(a)\right]$ (für $a < x < b$). Desweiteren ist $Y = \Phi'(X^{gest})$ im Intervall $[0;1]$-rechteckverteilt (vgl. Fußnote 1). Somit ergibt sich eine gestutzte standardnormalverteilte Zufallsvariable $X^{gest} = \Phi^{-1}\left\{\Phi(a) + [\Phi(b) - \Phi(a)]\, Y\right\}$. Mit dieser Überlegung gelangt man ausgehend von der Realisation einer [0;1]-rechteckverteilten Zufallsvariablen Y zu einer Realisation von X^{gest}.

$1, \ldots, R$) gestutzter standardnormalverteilter Zufallsvariablen in den Grenzen, die sich aus $a_i < L \cdot E_i < b_i$ ergeben, kann der GHK-Simulator für $P_{is}(\theta)$ entsprechend obigen Überlegungen abgeleitet werden:

$$
\begin{aligned}
&\widetilde{P}_{is}^{GHK}(\theta) \qquad (3.10)\\
&= \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} Q_{i1} \prod_{h=2}^{H} Q_{ihr}(V_{i1r}, \ldots, V_{i,h-1,r})\\
&= \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \Phi\left(\frac{b_{i1}}{l_{11}}\right) \cdot \Phi\left(\frac{b_{i2} - l_{21}V_{i1r}}{l_{22}}\right) \cdots \Phi\left(\frac{b_{iH} - l_{H1}V_{i1r} - \cdots - l_{H,H-1}V_{i,H-1,r}}{l_{HH}}\right)\\
&= \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \Phi\left(\frac{(\beta'_{j_{i1}} - \beta'_1)x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i11})}{l_{11}}\right) \cdot\\
&\qquad \Phi\left(\frac{(\beta'_{j_{i1}} - \beta'_2)x_{i1} + \gamma'(z_{ij_{i1}1} - z_{i21}) - l_{21}V_{i1r}}{l_{22}}\right) \cdots\\
&\qquad \Phi\left(\frac{(\beta'_{j_{iT}} - \beta'_J)x_{iT} + \gamma'(z_{ij_{iT}T} - z_{iJT}) - l_{H1}V_{i1r} - \cdots - l_{H,H-1}V_{i,H-1,r}}{l_{HH}}\right)
\end{aligned}
$$

Ebenso wie der Häufigkeitssimulator $\widetilde{P}^{HS}(\cdot)$ in (3.3) ist der GHK-Simulator $\widetilde{P}^{GHK}(\cdot)$ in (3.9) erwartungstreu hinsichtlich der zu berechnenden Wahrscheinlichkeit $P(\cdot)$ in (3.1). Dieses Resultat ergibt sich direkt aus der Darstellung des GHK-Simulators als Importance-Sampling-Simulator. Im Unterschied zum Häufigkeitssimulator ist der GHK-Simulator stetig und differenzierbar in den Parametern, die die Wahrscheinlichkeit bestimmen. Zudem kann der GHK-Simulator nicht den Wert Null annehmen. In vergleichenden Monte-Carlo-Studien hat sich die Überlegenheit des GHK-Simulators gegenüber vielen anderen Simulationsmethoden (z.B. auch gegenüber dem von Stern, 1992, entwickelten populären Verfahren) hinsichtlich der Approximationsgüte von Wahrscheinlichkeiten herauskristallisiert (vgl. z.B. Börsch-Supan/Hajivassiliou, 1993, Mühleisen, 1994, S. 142 ff, Hajivassiliou u.a., 1996, Kaltenborn, 1997, S. 70 ff, Vijverberg, 1997):[3]

- Sehr kleine Wahrscheinlichkeiten können mit dem GHK-Simulator präzise approximiert werden.

[3] Unbetrachtet bleiben in dieser Arbeit Weiterentwicklungen des GHK-Simulators, wie z.B. der Line-Integral-Simulator entsprechend Breslaw (1994) oder der Accelerated-Importance-Sampling-Simulator entsprechend Zhang/Lee (1998). Ausgangspunkt dieser beiden Ansätze ist der Versuch, die Varianz eines Simulators zu minimieren. Zwar scheint die Verwendung der beiden Simulationsmethoden in manchen Fällen (zum Teil deutlich) günstigere Ergebnisse als die Verwendung des GHK-Simulators zu liefern (zum Line-Integral-Simulator vgl. auch die Untersuchungen von Bommert, 1999, S. 68 ff). Allerdings muß berücksichtigt werden, daß diese Simulationsverfahren auf dem GHK-Simulator selbst beruhen. Letztlich ist damit im Vergleich zur alleinigen Verwendung des GHK-Simulators eine wesentlich komplexere Implementierung notwendig. Zudem liegen im Hinblick auf die empirische Verwendung noch viel zu wenig praktische Erfahrungen bei der Einbeziehung der beiden Simulatoren in klassische Schätzverfahren vor (zur Verknüpfung von Simulatoren und Schätzmethoden vgl. nächstes Kapitel).

- Der GHK-Simulator besitzt vergleichsweise einen geringeren mittleren quadratischen Fehler bei der Annäherung an die wahre Wahrscheinlichkeit.

- Eine kleine Anzahl R an Simulationsreplikationen genügt, um mit dem GHK-Simulator Wahrscheinlichkeiten sehr genau zu schätzen.

Abschließend sei zu bemerken, daß die betrachteten Simulationsverfahren bisher ausschließlich zur Approximation von Wahrscheinlichkeiten verwendet wurden. Jedoch tauchen im Rahmen des MMPM sowohl bei der MLM- als auch bei der GMM-Schätzung (vgl. Kapitel 2) die Gradienten $\frac{\partial P_{is}(\theta)}{\partial\theta}$ bzw. $\frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta}$ auf (eine kompakte Darstellung von Wahrscheinlichkeiten und deren Ableitungen findet sich z.B. in Hajivassiliou u.a., 1996, S. 88 f, vgl. auch Kapitel 4.4.1). Falls diese Ableitungen durch Mehrfachintegrale gekennzeichnet sind, können auch hier Simulationsmethoden eingesetzt und $\frac{\partial P_{is}(\theta)}{\partial\theta}$ erwartungstreu simuliert werden (vgl. z.B. Mühleisen, 1994, S. 142 ff). Eine erwartungstreue Approximation von $\frac{\partial lnP_{is}(\theta)}{\partial\theta} = \frac{1}{P_{is}(\theta)}\frac{\partial P_{is}(\theta)}{\partial\theta}$ ist dagegen mit stetigen Simulatoren nicht möglich. Zwar können die beiden Komponenten $P_{is}(\theta)$ und $\frac{\partial P_{is}(\theta)}{\partial\theta}$ erwartungstreu simuliert werden, jedoch impliziert eine unverzerrte Simulation von $P_{is}(\theta)$ nicht die unverzerrte Simulation von $\frac{1}{P_{is}(\theta)}$. Dieser Sachverhalt spielt bei der vergleichenden Betrachtung der im folgenden diskutierten simulierten klassischen Schätzverfahren insbesondere hinsichtlich der asymptotischen Eigenschaften eine wichtige Rolle.

Kapitel 4

Simulierte klassische Parameterschätzung in Probitmodellen

In diesem Kapitel werden zunächst die im vorhergehenden Kapitel erläuterten Simulationsverfahren in die klassischen Schätzmethoden gemäß Kapitel 2 eingebettet. Damit gelangt man zur Simulierten Maximum-Likelihood-Methode und zur Simulierten Verallgemeinerten Momentenmethode. Auch diese simulierten Schätzer werden konsequent anhand des in Kapitel 1.2.2 abgeleiteten flexibel formulierten MMPM dargestellt. Insbesondere bei der Analyse der asymptotischen Eigenschaften werden aufbauend auf den Erläuterungen in Kapitel 2.3 die speziellen Beziehungen zwischen der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode und der Simulierten Verallgemeinerten Momentenmethode im MMPM abgeleitet. Herausgearbeitet wird, inwiefern eine mehrstufige Simulierte Verallgemeinerte Momentenmethode die asymptotische Effizienz erreichen kann. Dabei zeigt sich, daß die Wahl zwischen den beiden Schätzverfahren häufig im Konflikt zwischen der Praktikabilität in der Anwendung und wünschenswerten asymptotischen Eigenschaften steht. Basierend auf diesem Spannungsverhältnis werden in der Literatur weitere simulierte klassische Schätzmethoden und -strategien vorgeschlagen. In diesem Kapitel werden mit der Methode der Simulierten Scores, mit der modifizierten Simulierten Verallgemeinerten Momentenmethode nach Keane sowie mit der Simulierten Linearisierten Maximum-Likelihood-Methode drei Ansätze anhand des MMPM diskutiert. Darauf aufbauend liegt der Schwerpunkt dieses Kapitels in der vergleichenden Betrachtung aller dargestellten klassischen Simulationsschätzverfahren. Ausführlich wird argumentiert, warum letztlich die Simulierte Maximum-Likelihood-Methode unter der Einbeziehung des GHK-Simulators in der Abwägung zwischen den asymptotischen Eigenschaften und der praktischen Eignung für die empirische Anwendung im flexibel formulierten MMPM zu empfehlen ist. Mit der Andeutung noch offener Fragen für den Umgang mit diesem speziellen simulierten klassischen Schätzverfahren im MMPM wird zum Schluß ein Ausblick auf die Monte-Carlo-Studien in Teil II gegeben.

4.1 Die Simulierte Maximum-Likelihood-Methode (SMLM)

Ausgangspunkt der Simulierten Maximum-Likelihood-Methode (SMLM) ist der herkömmliche MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM} = \arg\max_\theta [lnL(\theta)] = \arg\max_\theta \left[\sum_{i=1}^{N} lnf_i(Y_i|X_i;\theta)\right]$ entsprechend (2.1). Falls $f_i(Y_i|X_i;\theta)$ durch Mehrfachintegrale gekennzeichnet ist, kann $f_i(Y_i|X_i;\theta)$ im Maximierungsansatz durch einen unverzerrten Simulator $\widetilde{f}_i(Y_i, X_i, V_i;\theta)$ substituiert werden. Dabei hängt $\widetilde{f}_i(Y_i, X_i, V_i;\theta)$ im allgemeinen von einem Zufallsterm V_i mit bekannter Verteilung ab. Mit den entsprechend dieser Verteilung gezogenen V_{ir} $(i = 1, \ldots, N; r = 1, \ldots, R)$ gelangt man zu einem SMLM-Schätzer (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 42):

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{SMLM} &= \arg\max_\theta \left[ln\widetilde{L}(\theta)\right] \\ &= \arg\max_\theta \left\{ \sum_{i=1}^{N} ln \left[\frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \widetilde{f}_i(Y_i, X_i, V_{ir};\theta) \right] \right\} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Im MMPM gilt entsprechend Kapitel 2.1 $f_i(Y_i|X_i;\theta) = \prod_{s\in S} P_{is}(\theta)^{Y_{is}}$ bzw. $lnf_i(Y_i|X_i;\theta) = \sum_{s\in S} Y_{is} lnP_{is}(\theta)$. Beim Vorliegen von Vielfachintegralen können die Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ durch erwartungstreue Simulatoren $\widetilde{P}_{is}(\theta)$ approximiert werden. Bei der Verknüpfung des MLM-Ansatzes in (2.2) mit dem Häufigkeitssimulator $\widetilde{P}_{is}^{HS}(\theta)$ in (3.4) gelangt man zum SMLM/HS-Schätzer im MMPM:

$$\begin{aligned} &\hat{\theta}_{SMLM}^{HS} \\ &\quad = \arg\max_\theta \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} ln\widetilde{P}_{is}^{HS}(\theta) \right\} \\ &\quad = \arg\max_\theta \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \cdot \right. \\ &\qquad ln\left[\frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}\Big(-\infty < (\varepsilon_{i11} - \varepsilon_{ij_{i1}1}^{s})_r < (\beta_{j_{i1}}^{s\,\prime} - \beta_1^{\prime})x_{i1} + \gamma^{\prime}(z_{ij_{i1}1}^{s} - z_{i11}); \ldots; \right. \\ &\qquad\qquad \left.\left. -\infty < (\varepsilon_{iJT} - \varepsilon_{ij_{iT}T}^{s})_r < (\beta_{j_{iT}}^{s\,\prime} - \beta_J^{\prime})x_{iT} + \gamma^{\prime}(z_{ij_{iT}T}^{s} - z_{iJT})\Big)\right]\right\} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Die Einbeziehung des Superskripts s in (4.2) sowie unten in (4.3) und (4.4) deutet jeweils die Abhängigkeit der Koeffizienten und Variablen von den einzelnen Kategoriensequenzen $s \in S$ an.

Bei der Verknüpfung des MLM-Ansatzes in (2.2) mit einem Importance-Sampling-Simulator $\widetilde{P}_{is}^{IS}(\theta)$ entsprechend (3.7) gelangt man zum SMLM/IS-Schätzer im MMPM:

$$\begin{aligned}
&\hat{\theta}^{IS}_{SMLM} \qquad\qquad (4.3)\\
&\quad = \arg\max_{\theta} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} ln \widetilde{P}^{IS}_{is}(\theta) \right\}\\
&\quad = \arg\max_{\theta} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \cdot \right.\\
&\quad ln\Bigg[\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \mathbf{1}\Big(-\infty < V^s_{i1r} < ({\beta^s_{j_{i1}}}' - \beta_1')x_{i1} + \gamma'(z^s_{ij_{i1}1} - z_{i11}); \ldots;\\
&\qquad\qquad -\infty < V^s_{iHr} < ({\beta^s_{j_{iT}}}' - \beta_J')x_{iT} + \gamma'(z^s_{ij_{iT}T} - z_{iJT})\Big) \frac{f(V^s_{i1r},\ldots,V^s_{iHr})}{g(V^s_{i1r},\ldots,V^s_{iHr})}\Bigg]\Bigg\}
\end{aligned}$$

Schließlich gelangt man bei der Verknüpfung des MLM-Ansatzes in (2.2) speziell mit dem GHK-Simulator $\widetilde{P}^{GHK}_{is}(\theta)$ in (3.10) zum SMLM/GHK-Schätzer im MMPM:

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}^{GHK}_{SMLM} &= \arg\max_{\theta} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} ln \widetilde{P}^{GHK}_{is}(\theta) \right\} \qquad (4.4)\\
&= \arg\max_{\theta} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} ln \left[\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} Q^s_{i1} \prod_{h=2}^{H} Q^s_{ihr}(V^s_{i1r},\ldots,V^s_{i,h-1,r}) \right] \right\}\\
&= \arg\max_{\theta} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} ln \left[\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \Phi\left(\frac{({\beta^s_{j_{i1}}}' - \beta_1')x_{i1} + \gamma'(z^s_{ij_{i1}1} - z_{i11})}{l^s_{11}} \right) \cdot \right.\right.\\
&\quad \Phi\left(\frac{({\beta^s_{j_{i1}}}' - \beta_2')x_{i1} + \gamma'(z^s_{ij_{i1}1} - z_{i21}) - l^s_{21}V^s_{i1r}}{l^s_{22}} \right) \cdots\\
&\quad \left.\left. \Phi\left(\frac{({\beta^s_{j_{iT}}}' - \beta_J')x_{iT} + \gamma'(z^s_{ij_{iT}T} - z_{iJT}) - l^s_{H1}V^s_{i1r} - \cdots - l^s_{H,H-1}V^s_{i,H-1,r}}{l^s_{HH}} \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Bei der Verwendung eines stetigen Simulators (z.B. des GHK-Simulators) ist der SMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{SMLM}$ nach (4.1) in Analogie zu (2.3) eine Lösung der simulierten Scoregleichungen:

$$\hat{\theta}_{SMLM} = \arg\text{ solves}_{\theta} \left\{ \frac{\partial ln \widetilde{L}(\theta)}{\partial\theta} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial ln\left[\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} \widetilde{f}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta)\right]}{\partial\theta} = 0 \right\} \qquad (4.5)$$

Zu beachten ist, daß der Häufigkeitssimulator entsprechend Kapitel 3.1 diskret ist, so daß mit der Einbeziehung dieses Simulationsverfahrens eine derartige Ableitung nicht möglich ist. Im MMPM ergibt sich bei der Einbettung eines stetigen Simulators mit $V^s_{ir} = (V^s_{i1r},\ldots,V^s_{iHr})'$ $(r = 1,\ldots,R)$, wobei $H = (J-1)\cdot T$, speziell:

$$\hat{\theta}_{SMLM} = \arg\text{ solves}_{\theta} \left[\frac{\partial ln \widetilde{L}(\theta)}{\partial\theta} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(V^s_{i1},\ldots,V^s_{iR};\theta)}{\partial\theta} = 0 \right] \qquad (4.6)$$

Zu betonen ist, daß bei der SMLM-Schätzung im MMPM für eine Beobachtungseinheit i lediglich die Wahrscheinlichkeit $P_{is}(\theta)$ für die tatsächlich gewählte Kategoriensequenz s simuliert werden muß. Dadurch ergeben sich häufig rechnerische Vorteile gegenüber der Anwendung der im folgenden diskutierten Simulierten Verallgemeinerten Momentenmethode.

4.2 Die Simulierte Verallgemeinerte Momentenmethode (SGMM)

Ausgangspunkt der Simulierten Verallgemeinerten Momentenmethode (SGMM) ist entsprechend (2.7) der herkömmliche GMM-Schätzer $\hat{\theta}_{GMM} = \arg\min_\theta \left\{ [\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i m_i(Y_i, X_i; \theta)]' \cdot W_N [\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i m_i(Y_i, X_i; \theta)] \right\}$. Beim Vorliegen von Mehrfachintegralen kann $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ im Minimierungsansatz durch einen unverzerrten Simulator $\widetilde{m}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta)$ ersetzt werden, wobei $\widetilde{m}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta)$ von einem Zufallsterm V_i mit bekannter Verteilung abhängt. Mit den entsprechend dieser Verteilung gezogenen V_{ir} $(i = 1, \ldots, N; r = 1, \ldots, R)$ gelangt man zu einem SGMM-Schätzer (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 27):

$$\hat{\theta}_{SGMM} = \arg\min_\theta \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \widetilde{m}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta) \right]' \cdot W_N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \widetilde{m}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta) \right] \right\} \tag{4.7}$$

Im MMPM werden in Kapitel 2.2 zwei mögliche Spezifikationen der Funktion $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ diskutiert. Im ersten Fall gilt entsprechend (2.8) $m_i(Y_i, X_i; \theta) = D_i - P_i(\theta)$. Bei einer großen Anzahl J an Kategorien können die im allgemeinen durch $(J-1)$-dimensionale Integrale gekennzeichneten Komponenten $P_{ijt}(\theta)$ von $P_i(\theta)$ nach den obigen Überlegungen mit erwartungstreuen Simulatoren $\widetilde{P}_{ijt}(\theta)$ approximiert werden. Damit gelangt man zum (unverzerrten) Simulator $\widetilde{P}_i(\theta) = [\widetilde{P}_{i11}(\theta), \ldots, \widetilde{P}_{iJ1}(\theta), \ldots\ldots, \widetilde{P}_{i1T}(\theta), \ldots, \widetilde{P}_{iJT}(\theta)]'$ des $J \cdot T$-dimensionalen Vektors $P_i(\theta)$. Bei der Verknüpfung des GMM-Ansatzes in (2.9) mit dem Häufigkeitssimulator $\widetilde{P}_i^{HS}(\theta)$, einem Importance-Sampling-Simulator $\widetilde{P}_i^{IS}(\theta)$ bzw. speziell mit dem GHK-Simulator $\widetilde{P}_i^{GHK}(\theta)$ ergeben sich folgende Versionen der SGMM-Schätzer im MMPM (mit $SV = HS, IS, GHK$):

$$\hat{\theta}_{SGMM}^{SV} = \arg\min_\theta \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i [D_i - \widetilde{P}_i^{SV}(\theta)] \right]' W_N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i [D_i - \widetilde{P}_i^{SV}(\theta)] \right] \right\} \tag{4.8}$$

In der Literatur ist diese Variante der SGMM im MMPM (nach meiner Kenntnis) noch nicht verwendet bzw. mit der SMLM verglichen worden. Im Gegensatz zur SMLM-Schätzung im flexibel formulierten MMPM müssen hier nicht $(J-1) \cdot T$-, sondern lediglich $(J-1)$-dimensionale Integrale in den Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{ijt}(\theta)$ approximiert werden. Damit liegen scheinbar geringere rechnerische Kosten vor. Allerdings ist zu beachten, daß bei dieser Version der SGMM die $P_{ijt}(\theta)$ für jede Untersuchungseinheit $i = 1, \ldots, N$ und für alle Kategorien $j = 1, \ldots, J$ in sämtlichen Perioden $t = 1, \ldots, T$ simuliert werden müssen.

Bei der zweiten Spezifikation der Momentenfunktion $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ im MMPM erscheinen derartige rechnerische Schwierigkeiten noch deutlicher. Entsprechend (2.10) gilt $m_i(Y_i, X_i; \theta) =$

$Y_i - P_i^{\bullet}(\theta)$. Bei großen J und/oder T können die im allgemeinen durch $(J-1)\cdot T$-dimensionale Integrale gekennzeichneten Komponenten $P_{is}(\theta)$ von $P_i^{\bullet}(\theta)$ nach den obigen Überlegungen mit Hilfe von erwartungstreuen Simulatoren $\widetilde{P}_{is}(\theta)$ approximiert werden. Damit gelangt man zum (unverzerrten) Simulator $\widetilde{P}_i^{\bullet}(\theta) = [\widetilde{P}_{i1}(\theta), \widetilde{P}_{i2}(\theta), \dots]'$ des J^T-dimensionalen Vektors $P_i^{\bullet}(\theta)$. Der GMM-Ansatz in (2.11) kann nun mit den Häufigkeitssimulatoren $\widetilde{P}_{is}^{HS}(\theta)$ in (3.4) und demnach mit $\widetilde{P}_i^{\bullet HS}(\theta)$, mit Importance-Sampling-Simulatoren $\widetilde{P}_{is}^{IS}(\theta)$ gemäß (3.7) und demnach mit $\widetilde{P}_i^{\bullet IS}(\theta)$ bzw. speziell mit den GHK-Simulatoren $\widetilde{P}_{is}^{GHK}(\theta)$ in (3.10) und demnach mit $\widetilde{P}_i^{\bullet GHK}(\theta)$ verknüpft werden. Daraus ergeben sich folgende Versionen der SGMM-Schätzer im MMPM (mit $SV = HS$, IS, GHK):

$$\hat{\theta}_{SGMM}^{SV} = \tag{4.9}$$
$$\arg\min_{\theta} \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i [Y_i - \widetilde{P}_i^{\bullet SV}(\theta)] \right]' W_N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i [Y_i - \widetilde{P}_i^{\bullet SV}(\theta)] \right] \right\}$$

Zwar beinhaltet dieser Schätzansatz im MMPM genauso wie die SMLM die Simulation der $P_{is}(\theta)$. Im Gegensatz zur SMLM müssen bei diesen Versionen der SGMM aber die im allgemeinen durch $(J-1)\cdot T$-dimensionale Integrale gekennzeichneten Wahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ für die Wahl aller J^T potentiellen Kategoriensequenzen $s \in S$ approximiert werden. Bei großen J und/oder T führt dies schnell zu einem immensen Rechenaufwand, so daß diese Versionen der SGMM dann nicht handhabbar sind. Einen möglichen Ausweg aus diesen rechnerischen Problemen bietet eine modifizierte SGMM nach Keane (1994) (vgl. Kapitel 4.4.2).

Ebenso wie bei der Verknüpfung mit der MLM verursacht die Verknüpfung des Häufigkeitssimulators mit der GMM (bei endlichem R) eine vom Parametervektor θ abhängige diskrete Zielfunktion. So gelangt man schon bei einer minimalen Modifikation der Parameterwerte zu einer Veränderung der Zielfunktion in diskreten Schritten. Dies führt einerseits zu numerischen Problemen bei der Optimierung nach θ (vgl. Börsch-Supan/Hajivassiliou, 1993), andererseits zu einer komplexeren asymptotischen Theorie hinsichtlich der simulierten Schätzverfahren. Aus diesem Grund wird bei der folgenden Untersuchung der asymptotischen Eigenschaften davon ausgegangen, daß in die MLM bzw. in die GMM ein stetiger Simulator (und insbesondere der GHK-Simulator) eingebettet wird. Dabei sollte beachtet werden, daß die ganz zu Beginn erzeugten Pseudo-Zufallszahlen (Ausgangspunkt sind häufig Realisationen [0;1]-rechteckverteilter Pseudo-Zufallsvariablen, vgl. Kapitel 3) im iterativen Suchprozeß des jeweiligen Schätzers nicht mit den Parametern verändert werden (vgl. z.B. Hajivassiliou/Ruud, 1994, Stern, 2000). Diese Anforderung wird in der gesamten Arbeit aufrechterhalten.

Zu berücksichtigen ist zudem das in dieser Arbeit untersuchte Simulationsdesign. Die $N \cdot R$ gezogenen Zufallsterme V_{ir} sind über alle Beobachtungseinheiten $i = 1, \dots, N$ unabhängig.

Es wird also unterstellt, daß für jede Untersuchungseinheit i unabhängig voneinander jeweils R unterschiedliche Simulationsreplikationen durchgeführt werden. Im Gegensatz dazu können die originär gezogenen Zufallszahlen für alle Untersuchungseinheiten zur Approximation der Auswahlwahrscheinlichkeiten verwendet werden. In diesem Fall gelangt man konträr zur folgenden Analyse zu differenzierten asymptotischen Eigenschaften der SMLM- und SGMM-Schätzer (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1991, Lee, 1992 bzw. 1995).

4.3 Asymptotische Eigenschaften im Vergleich

4.3.1 SMLM

Ausgangspunkt der SMLM ist gemäß Kapitel 4.1 die unverzerrte Simulation $\widetilde{f}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta)$ von $f_i(Y_i|X_i; \theta)$. Im MMPM ist dabei die erwartungstreue Schätzung $\widetilde{P}_{is}(\theta)$ der Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ entscheidend. Allerdings ist die resultierende unverzerrte Simulation der Likelihoodfunktion weder notwendig noch hinreichend für die Konsistenz des SMLM-Schätzers (vgl. Hajivassiliou/Ruud, 1994, S. 2414). Unter einer Reihe von Regularitätsbedingungen (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1991, Hajivassiliou/Ruud, 1994, Lee, 1999, die jeweils insbesondere von der unabhängigen und identischen Verteilung der Beobachtungspaare (Y_i, X_i), $i = 1, \ldots, N$, ausgehen) kann bei der SMLM-Schätzung $\hat{\theta}_{SMLM}$ gezeigt werden:

- Für eine feste Anzahl R an Simulationsreplikationen und für $N \to \infty$ ist $\hat{\theta}_{SMLM}$ hinsichtlich $\dot{\theta}$ ein inkonsistenter Schätzer. Diese Inkonsistenz resultiert aus der Wahl von $\widetilde{f}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta)$ als erwartungstreuem Simulator von $f_i(Y_i|X_i; \theta)$. Für die Konsistenz wäre es notwendig, $ln f_i(Y_i|X_i; \theta)$ unverzerrt zu approximieren. Eine derartige erwartungstreue Simulation ist aber im allgemeinen nicht möglich.

- Für $R, N \to \infty$ ist $\hat{\theta}_{SMLM}$ bzgl. $\dot{\theta}$ ein konsistenter Schätzer.

- Trotz dieser Konsistenz kann bei $\hat{\theta}_{SMLM}$ eine Verzerrung hinsichtlich der asymptotischen Verteilung von $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{SMLM} - \dot{\theta})$ vorliegen, falls R im Verhältnis zu N nicht ausreichend schnell gegen unendlich wächst:

  - Für $\lim\limits_{N\to\infty} \frac{\sqrt{N}}{R} = 0$ gilt:

    $$\sqrt{N}(\hat{\theta}_{SMLM} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV\left[0; I(\dot{\theta})^{-1}\right]$$

  - Für $\lim\limits_{N\to\infty} \frac{\sqrt{N}}{R} = c$ und $0 < c < \infty$ gilt:

    $$\sqrt{N}(\hat{\theta}_{SMLM} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV\left[cI(\dot{\theta})\kappa; I(\dot{\theta})^{-1}\right]$$

Dabei bezeichnet $I(\dot{\theta})$ entsprechend Kapitel 2.3.1 die Informationsmatrix. Im allgemeinen Fall ist der $(dim\,\theta \times 1)$-dimensionale Vektor κ ungleich dem Nullvektor. Im Rahmen des MMPM hängt κ insbesondere von der Varianz der simulierten Auswahlwahrscheinlichkeiten $\widetilde{P}_{is}(\theta)$ ab (vgl. die Ableitungen von Lee, 1995, im multinomialen Probitmodell).

Daraus folgt, daß der SMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{SMLM}$ für $\lim\limits_{N\to\infty} \frac{\sqrt{N}}{R} = 0$ asymptotisch effizient ist.

4.3.2 SGMM

Der in theoretischer Hinsicht wesentliche Unterschied zwischen der SGMM und der SMLM besteht darin, daß bei der SGMM die originären Funktionen $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ in den zugrunde liegenden Momentenbedingungen linear erscheinen. Durch die angenommene erwartungstreue Simulation $\widetilde{m}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta)$ von $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ verschwinden die Simulationsverzerrungen über das Gesetz der großen Zahlen für $N \to \infty$ (vgl. Stern, 2000, S. 20 ff). Damit ist es im Gegensatz zum SMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{SMLM}$ hinsichtlich der Konsistenz des SGMM-Schätzers $\hat{\theta}_{SGMM}$ nicht notwendig, die Anzahl R der Simulationsreplikationen gegen unendlich wachsen zu lassen. Unter einer Reihe von Regularitätsbedingungen gilt für den SGMM-Schätzer $\hat{\theta}_{SGMM}$ (vgl. Hajivassiliou/Ruud, 1994, bzw. McFadden, 1989, speziell für das multinomiale Probitmodell):

- Für eine feste Anzahl R an Simulationsreplikationen und für $N \to \infty$ ist $\hat{\theta}_{SGMM}$ hinsichtlich $\dot{\theta}$ ein konsistenter Schätzer.

- Für eine feste Anzahl R an Simulationsreplikationen und für $N \to \infty$ liegt eine asymptotische Normalverteilung vor:

  $$\sqrt{N}(\hat{\theta}_{SGMM} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV\,(0; V_{SGMM})$$

  Die Varianz-Kovarianz-Matrix V_{SGMM} beinhaltet zum einen die asymptotische Varianz-Kovarianz-Matrix V_{GMM} von $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{GMM} - \dot{\theta})$ entsprechend Kapitel 2.3.2 und zum anderen den Einfluß der Simulationen. Dabei spielt insbesondere die Varianz des verwendeten Simulators eine wichtige Rolle.

- Für $R, N \to \infty$ gilt $V_{SGMM} = V_{GMM}$, d.h. $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{SGMM} - \dot{\theta})$ besitzt dieselbe asymptotische Verteilung wie $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{GMM} - \dot{\theta})$ (vgl. auch die Ausführungen von Gouriéroux/Monfort, 1991, 1993 bzw. 1996, S. 29 zur asymptotischen relativen Effizienz des SGMM-Schätzers im Vergleich zum GMM-Schätzer.

Bei den beschriebenen asymptotischen Eigenschaften müssen hinsichtlich der Beziehungen zwischen der GMM und der SGMM dieselben Momentenbedingungen zugrunde liegen. Nun können bei der SGMM genauso wie bei der GMM sowohl die Gewichtungsmatrix W_N als auch die Instrumentenmatrix A_i in verschiedener Weise gewählt werden. Einzelheiten über die optimale Wahl dieser Matrizen bei der SGMM und insbesondere über den Zusammenhang zur optimalen Wahl dieser Matrizen bei der GMM werden in Gouriéroux/Monfort (1996, S. 31 ff) beschrieben. Letztlich gelangt man (basierend auf bestimmten Momentenrestriktionen) bei der SGMM für $R, N \to \infty$ jedoch lediglich zur asymptotischen Varianz-Kovarianz-Matrix V_{GMM} von $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{GMM} - \dot{\theta})$ im Rahmen der GMM-Schätzung. Die GMM ist jedoch im allgemeinen nicht asymptotisch effizient (vgl. Kapitel 2.3.2). Ebenso wie bei der GMM stellt sich also auch hier die Frage, inwieweit mit der SGMM die asymptotische Effizienz des MLM-Schätzers erreicht werden kann. Aufbauend auf den Ableitungen in Kapitel 2.3.3 wird deshalb im folgenden der spezielle Zusammenhang zwischen der SMLM und der SGMM im MMPM analysiert. Zu beachten ist dabei, daß die (von Probitmodellen abstrahierenden) allgemeinen Beziehungen zwischen der MLM und der GMM nicht direkt auf die simulierten Entsprechungen übertragen werden können.

4.3.3 Zusammenhang zwischen der SMLM und der SGMM im MMPM

Für den Fall, daß $\sum_{s \in S} \widetilde{P}_{is}(\theta) = 1$ (vgl. Lee, 1995, S. 441) ergeben sich entsprechend (2.17) und (4.6) im MMPM folgende simulierte Scoregleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial ln\widetilde{L}(\theta)}{\partial\theta} &= \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\theta)}{\partial\theta}\left[Y_{is}-\widetilde{P}_{is}(\theta)\right] \\ &= \sum_{i=1}^{N}\frac{\partial ln\widetilde{P}_i^{\bullet}(\theta)'}{\partial\theta}\left[Y_i-\widetilde{P}_i^{\bullet}(\theta)\right] \end{aligned} \tag{4.10}$$

Dabei gilt wieder für die J^T−dimensionalen Vektoren $\widetilde{P}_i^{\bullet}(\theta) = [\widetilde{P}_{i1}(\theta), \widetilde{P}_{i2}(\theta), \ldots]'$ und $Y_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \ldots)'$. Ausgehend von dieser Überlegung gelangt man in Anlehnung an (4.9) mit $m_i(Y_i, X_i; \theta) = Y_i - P_i^{\bullet}(\theta)$, wobei $erw[Y_i - P_i^{\bullet}(\dot{\theta})] = erw[m_i(Y_i, X_i; \dot{\theta})] = 0$ (vgl. auch Kapitel 2.3.3), mit einer $(dim\,\theta \times J^T)$-dimensionalen Instrumentenmatrix A_i durch das Gleichsetzen von

$$\sum_{i=1}^{N} A_i\left[Y_i - \widetilde{P}_i^{\bullet}(\theta)\right]$$

mit dem Nullvektor zu einem SGMM-Schätzer. Allerdings kann die Matrix $\frac{\partial ln\widetilde{P}_i^{\bullet}(\theta)'}{\partial\theta}$ aus der SMLM, berechnet mit einem (hinsichtlich $\dot{\theta}$) konsistenten Schätzer $\breve{\theta}$, nicht direkt auf die SGMM-Schätzung übertragen werden. Zu beachten ist, daß selbst die Matrix $\frac{\partial ln\widetilde{P}_i^{\bullet}(\dot{\theta})'}{\partial\theta}$ mit den Komponenten

$$\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\dot{\theta})}{\partial\theta} = \frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(V_{i1}^s, \ldots, V_{iR}^s; \dot{\theta})}{\partial\theta}$$

wobei entsprechend (4.6) $V_{ir}^s = (V_{i1r}^s, \ldots, V_{iHr}^s)'$ $(r = 1, \ldots, R)$ mit $H = (J-1) \cdot T$ gilt, keine Instrumentenmatrix darstellt (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 95). Durch die Zufallsvektoren V_{ir}^s, die sowohl in $\frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\dot{\theta})}{\partial \theta}$ als auch in $\widetilde{P}_{is}(\dot{\theta})$ im Rahmen von $[Y_{is} - \widetilde{P}_{is}(\dot{\theta})]$ eingehen, entsteht eine Korrelation zwischen $\frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\dot{\theta})}{\partial \theta}$ und $[Y_{is} - \widetilde{P}_{is}(\dot{\theta})]$. Damit liegt eine Korrelation zwischen $\frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\theta)}{\partial \theta}$ und $[Y_{is} - \widetilde{P}_{is}(\theta)]$ vor, selbst wenn diese Größen mit Hilfe eines konsistenten Schätzers $\breve{\theta}$ simuliert werden. Mit anderen Worten entspricht

$$erw \left\{ \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\dot{\theta})}{\partial \theta} \left[Y_{is} - \widetilde{P}_{is}(\dot{\theta}) \right] \right\}$$

nicht notwendigerweise dem Nullvektor. Um diese Korrelation zu beseitigen, können die $\frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\theta)}{\partial \theta}$ mit alternativen Zufallsvektoren $\ddot{V}_{ir}^s = (\ddot{V}_{i1r}^s, \ldots, \ddot{V}_{iHr}^s)'$ $(r = 1, \ldots, \ddot{R})$ simuliert werden. Die Voraussetzung für das Vorliegen einer Instrumentenmatrix ist dabei die Unabhängigkeit der $\ddot{V}_{ir}^s$ und V_{ir}^s. Damit ist

$$\frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\ddot{V}_{i1}^s, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}^s; \dot{\theta})}{\partial \theta}$$

unabhängig von $\widetilde{P}_{is}(V_{i1}^s, \ldots, V_{iR}^s; \dot{\theta})$, so daß gilt:

$$erw \left\{ \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\ddot{V}_{i1}^s, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}^s; \dot{\theta})}{\partial \theta} \left[Y_{is} - \widetilde{P}_{is}(V_{i1}^s, \ldots, V_{iR}^s; \dot{\theta}) \right] \right\} = 0$$

Mit Hilfe eines konsistenten Schätzers $\breve{\theta}$ gelangt man dann im MMPM zum simulierten Analogon von (2.18), d.h. zu einem SGMM-Schätzer, der die simulierte optimale Instrumentenmatrix enthält:

$$\begin{aligned} &\hat{\theta}^*_{SGMM} \\ &= \arg \text{solves}_\theta \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{s \in S} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\ddot{V}_{i1}^s, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}^s; \breve{\theta})}{\partial \theta} \left[Y_{is} - \widetilde{P}_{is}(V_{i1}^s, \ldots, V_{iR}^s; \theta) \right] = 0 \right\} \\ &= \arg \text{solves}_\theta \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{\partial ln \widetilde{P}_i^\bullet(\ddot{V}_{i1}, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}; \breve{\theta})'}{\partial \theta} \left[Y_i - \widetilde{P}_i^\bullet(V_{i1}, \ldots, V_{iR}; \theta) \right] = 0 \right\} \end{aligned} \tag{4.11}$$

Dabei beinhalten $\ddot{V}_{ir}$ $(r = 1, \ldots, \ddot{R})$ bzw. V_{ir} $(r = 1, \ldots, R)$ jeweils die Vektoren $\ddot{V}_{ir}^s$ $(s \in S)$ bzw. V_{ir}^s $(s \in S)$. Zu beachten ist, daß die Komponenten $\frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\theta)}{\partial \theta}$ von $\frac{\partial ln \widetilde{P}_i^\bullet(\theta)'}{\partial \theta}$ für eine feste Anzahl $\ddot{R}$ an Simulationsreplikationen nicht erwartungstreu approximiert werden können. Außerdem muß wegen der vorliegenden Simulationsverzerrungen mit $N \to \infty$ sowohl R als auch $\ddot{R}$ groß sein, um der asymptotischen Effizienz des MLM-Schätzers hinreichend nahezukommen (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 95).

Hinsichtlich der asymptotischen Effizienz bietet sich damit für den SGMM-Schätzer als Alternative zum SMLM-Schätzer bei der empirischen Anwendung im MMPM eine mehrstufige

Vorgehensweise an (vgl. McFadden, 1989, Stern, 1997 bzw. 2000). Zunächst ist ein SGMM-Schätzer mit Hilfe einer leicht handhabbaren Instrumentenmatrix abzuleiten. Dieser ist hinsichtlich $\dot{\theta}$ bei einer beliebigen festen Anzahl an Simulationsreplikationen konsistent. Danach kann unter der Verwendung des SGMM-Schätzers aus der ersten Stufe die obige optimale Instrumentenmatrix mit einer sehr großen Anzahl $\ddot{R}$ an Simulationsreplikationen approximiert werden. Dies ist rechnerisch handhabbar, da dieser Simulationsvorgang nur einmal durchgeführt werden muß. Schließlich kann man mit der approximierten idealen Instrumentenmatrix den optimalen SGMM-Schätzer $\hat{\theta}^*_{SGMM}$ in (4.11) berechnen.

Mit der Verwendung alternativer Instrumentenmatrizen A_i und/oder Momentenfunktionen $m_i(Y_i, X_i; \theta)$ bzw. der entsprechenden Simulationen $\widetilde{m}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta)$ kann im allgemeinen kein SGMM-Schätzer abgeleitet werden, der die asymptotische Effizienz des MLM-Schätzers erreicht. Diese Überlegung gilt insbesondere für die Wahl von $m_i(Y_i, X_i; \theta) = D_i - P_i(\theta)$ nach (2.8) und damit für die SGMM-Schätzung gemäß (4.8). Dementsprechend muß der rechnerische Vorteil dieser Variante der SGMM-Schätzung gegenüber der SGMM-Schätzung in (4.9) relativiert werden. Letztlich wird damit angedeutet, daß die Wahl eines Simulationsschätzverfahrens häufig im Konflikt zwischen der rechnerischen Praktikabilität sowie wünschenswerten asymptotischen Eigenschaften steht. Daran anknüpfend werden in der Literatur eine Reihe weiterer simulierter (klassischer) Schätzmethoden bzw. -strategien vorgeschlagen. Im folgenden werden drei Ansätze dargestellt und hinsichtlich der Anwendung im MMPM diskutiert. Herausgearbeitet wird bei der zunächst betrachteten Methode der Simulierten Scores insbesondere, inwiefern dort Ideen der SMLM und der SGMM verbunden werden.

4.4 Alternative simulierte klassische Schätzverfahren

4.4.1 Die Methode der Simulierten Scores

Ausgangspunkt der Methode der Simulierten Scores (MSS) sind die Scorefunktionen $S_i(\theta) = \frac{\partial ln f_i(Y_i|X_i;\theta)}{\partial\theta}$ aus der MLM. Entsprechend (2.3) gelangt man durch die Gleichsetzung von $\sum_{i=1}^N S_i(\theta)$ mit dem Nullvektor zum MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$. Falls die Scorefunktionen wegen vorliegender Vielfachintegrale rechnerisch nicht handhabbar sind, können mit der MSS die $S_i(\theta)$ direkt durch Simulatoren $\widetilde{S}_i(\theta)$ approximiert werden. Damit erhält man im allgemeinen den MSS-Schätzer:

$$\hat{\theta}_{MSS} = \text{arg solves}_\theta \left[\sum_{i=1}^N \widetilde{S}_i(\theta) = 0 \right] \qquad (4.12)$$

Im MMPM konkretisiert sich $\widetilde{S}_i(\theta)$ zu $\sum_{s\in S} Y_{is} \left(\widetilde{\frac{\partial ln P_{is}(\theta)}{\partial\theta}} \right)$, wobei $\widetilde{\frac{\partial ln P_{is}(\theta)}{\partial\theta}}$ einen Simulator für $\frac{\partial ln P_{is}(\theta)}{\partial\theta}$ darstellt. Es ergibt sich speziell:

$$\hat{\theta}_{MSS} = \arg \text{solves}_\theta \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \left(\frac{\partial ln\widetilde{P_{is}(\theta)}}{\partial \theta} \right) = 0 \right] \tag{4.13}$$

Diese Definition der MSS beinhaltet eine ganze Klasse denkbarer Schätzer. Ein Beispiel ist die getrennte (stetige) Simulation der Komponenten $f_i(Y_i|X_i;\theta)$ und $\frac{\partial f_i(Y_i|X_i;\theta)}{\partial\theta}$ von $S_i(\theta) = \frac{\partial ln f_i(Y_i|X_i;\theta)}{\partial\theta}$ (vgl. im folgenden Hajivassiliou/McFadden, 1998). Im allgemeinen Fall können diese Komponenten durch erwartungstreue Simulatoren

$$\tilde{f}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta) \;\text{ bzw. }\; \frac{\widetilde{\partial f_i}}{\partial\theta}(Y_i, X_i, \ddot{V}_i; \theta)$$

approximiert werden. Mit den aus den jeweiligen Verteilungen von V_i bzw. $\ddot{V}_i$ gezogenen V_{ir} $(i = 1, \ldots, N; r = 1, \ldots, R)$ und $\ddot{V}_{ir}$ $(i = 1, \ldots, N; r = 1, \ldots, \ddot{R})$ gelangt man zu folgendem MSS-Schätzer:

$$\hat{\theta}_{MSS} = \arg \text{solves}_\theta \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\frac{1}{\ddot{R}} \sum_{r=1}^{\ddot{R}} \frac{\widetilde{\partial f_i}}{\partial\theta}(Y_i, X_i, \ddot{V}_{ir}; \theta)}{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \tilde{f}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta)} = 0 \right] \tag{4.14}$$

Im MMPM ergibt sich mit einem Simulator $\frac{\partial \widetilde{P_{is}(\theta)}}{\partial\theta}$ für $\frac{\partial P_{is}(\theta)}{\partial\theta}$:

$$\hat{\theta}_{MSS} = \arg \text{solves}_\theta \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\frac{\partial \widetilde{P_{is}(\theta)}}{\partial\theta}(\ddot{V}_{i1}^s, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}^s)}{\tilde{P}_{is}(V_{i1}^s, \ldots, V_{iR}^s; \theta)} = 0 \right] \tag{4.15}$$

Hajivassiliou/McFadden (1998) zeigen, daß $\hat{\theta}_{MSS}$ in (4.14) bzw. (4.15) (unter der Verwendung des GHK-Simulators) einen konsistenten Schätzer bzgl. $\dot{\theta}$ darstellt und daß $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{MSS} - \dot{\theta})$ asymptotisch normalverteilt ist, falls $N \to \infty$ und $\frac{R}{\sqrt{N}} \to \infty$. Die Anzahl $\ddot{R}$ an Simulationsreplikationen besitzt bei diesem MSS-Schätzer einen Einfluß auf das Erreichen der asymptotische Effizienz (vgl. auch Hajivassiliou/Ruud, 1994, S. 2432 f). Vorteilhaft ist es (vgl. Hajivassiliou, 1994, S. 117), wenn $V_{ir} = \ddot{V}_{ir}$ und damit $R = \ddot{R}$. Mit

$$\frac{\widetilde{\partial f_i}}{\partial\theta}(Y_i, X_i, V_i; \theta) = \frac{\partial \tilde{f}_i(Y_i, X_i, V_i; \theta)}{\partial\theta}$$

gelangt man dann zu folgendem MSS-Schätzer:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{MSS} &= \arg \text{solves}_\theta \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \frac{\partial \tilde{f}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta)}{\partial\theta}}{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \tilde{f}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta)} = 0 \right\} \\ &= \arg \text{solves}_\theta \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial ln \left[\frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} \tilde{f}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta) \right]}{\partial\theta} = 0 \right\} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Zu erkennen ist, daß dieser MSS-Schätzer entsprechend (4.5) identisch mit dem SMLM-Schätzer ist (vgl. auch Keane, 1993, S. 554 f). Im MMPM ergibt sich entsprechend (4.6):

$$\hat{\theta}_{MSS} = \arg \text{solves}_\theta \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(V_{i1}^s, \ldots, V_{iR}^s; \theta)}{\partial \theta} = 0 \right] \tag{4.17}$$

Im Rahmen des MMPM ist auch der in (4.11) dargestellte (optimale) SGMM-Schätzer als MSS-Schätzer zu interpretieren. In diesem Fall werden die $S_i(\theta)$ mit den einzelnen unabhängigen Zufallsvektoren in $\ddot{V}_{ir}$ $(r = 1, \ldots, \ddot{R})$ bzw. in V_{ir} $(r = 1, \ldots, R)$ simuliert:

$$\hat{\theta}_{MSS} = \arg \text{solves}_\theta \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial ln \widetilde{P}_i^\bullet(\ddot{V}_{i1}, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}; \breve{\theta})'}{\partial \theta} \left[Y_i - \widetilde{P}_i^\bullet(V_{i1}, \ldots, V_{iR}; \theta) \right] = 0 \right\} \tag{4.18}$$

Eine Voraussetzung für das Erreichen der asymptotischen Effizienz ist bei diesem Ansatz, daß $\ddot{R}$ gegen unendlich wächst (vgl. McFadden, 1989, S. 1004).

Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen der MSS und der SGMM ergibt sich aus der Überlegung, daß für die Scores $S_i(\theta)$ nach (2.5) $erw\left[S_i(\dot{\theta})\right] = 0$ gilt. Falls $\widetilde{S}_i(\theta)$ einen unverzerrten Simulator von $S_i(\theta)$ darstellt, ist der resultierende MSS-Schätzer auch ein SGMM-Schätzer (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 35). Damit würde eine erwartungstreue Simulation von $S_i(\theta)$ auch bei einer festen Anzahl R an Simulationsreplikationen zur Konsistenz des MSS-Schätzers führen (vgl. Hajivassiliou/McFadden, 1998). Der wesentliche Reiz der MSS im Kontext der SGMM besteht darin, daß die MSS-Schätzung im Hinblick auf die asymptotische Effizienz der SGMM-Schätzung automatisch die optimalen Instrumente verwendet.

Eine erwartungstreue Simulation der Scores ist mit den bislang dargestellten stetigen Simulationsverfahren jedoch nicht möglich. Ein Ansatzpunkt zur Lösung dieser Problematik ist eine modifizierte Darstellung der $S_i(\theta)$ bzw. der $\frac{\partial ln P_{is}(\theta)}{\partial \theta}$ im MMPM. Um diesen Ansatz zu beschreiben, wird im folgenden ein mit Erwartungsvektor μ und Varianz-Kovarianz-Matrix Ω normalverteilter Zufallsvektor $\overline{U} = (\overline{U}_1, \ldots, \overline{U}_H)'$ betrachtet. Im Hinblick auf das MMPM ist mit $\overline{a} = (\overline{a}_1, \ldots, \overline{a}_H)'$ und $\overline{b} = (\overline{b}_1, \ldots, \overline{b}_H)'$ die Ableitung der logarithmierten Wahrscheinlichkeit von $P(\mu; \Omega) = P(\overline{a}_1 < \overline{U}_1 < \overline{b}_1; \ldots; \overline{a}_H < \overline{U}_H < \overline{b}_H)$ zu berechnen, wobei $H = (J-1) \cdot T$. Mit $U = \overline{U} - \mu$, $a = \overline{a} - \mu$ und $b = \overline{b} - \mu$ gilt $P(\overline{a}_h < \overline{U}_h < \overline{b}_h) = P(a_h < U_h < b_h)$ $(h = 1, \ldots, H)$. Betrachtet man das Ereignis $A = \{a < U < b\}$, dann ergeben sich (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 104):

$$\begin{aligned} \frac{\partial ln P(\mu; \Omega)}{\partial \mu} &= \Omega^{-1} erw\,(U | U \in A) \\ \frac{\partial ln P(\mu; \Omega)}{\partial \Omega} &= \frac{1}{2} \Omega^{-1} \left[erw\,(UU' | U \in A) - \Omega \right] \Omega^{-1} \end{aligned}$$

Für eine kompakte Schreibweise kann man diese Ableitungen zusammenfassen in $erw[g(U)| U \in A]$ mit $g(U) = [\Omega^{-1}U \quad \frac{1}{2}\Omega^{-1}(UU' - \Omega)\Omega^{-1}]'$ (vgl. auch Hajivassiliou u.a., 1996, S. 88 f). Übertragen auf das MMPM beinhaltet der Vektor μ alle erklärenden Variablen sowie die unbekannten Parameter in γ und in $\beta_1, \ldots, \beta_J$ (vgl. Kapitel 1.1). Werden im MMPM alle zu schätzenden Parameter (d.h. einschließlich derjenigen in Σ) in θ zusammengefaßt, können damit die $\frac{\partial ln P_{is}(\theta)}{\partial \theta}$ mit Hilfe bedingter Erwartungswerte dargestellt werden. Sofern man aus der Verteilung des gestutzten Zufallsvektors $V = \{U|U \in A\}$ die Zufallsvektoren $V_r = (V_{1r}, \ldots, V_{Hr})$ $(r = 1, \ldots, R)$ ziehen kann, liefert $\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} g(V_r)$ eine erwartungstreue Simulation von $erw\,[g(U)|U \in A]$ (vgl. Hajivassiliou, 1993, S. 532). Diese Überlegung ist der Ausgangspunkt für den Gibbs-Sampling-Simulator (GSS) und den Acceptance-Rejection-Simulator (ARS).

Dabei gewährleistet das Verfahren des (einfachen oder beschleunigten) ARS (vgl. z.B. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 107 ff, Hajivassiliou/Ruud, 1994, S. 2406 f) eine derartige Ziehung aus der Verteilung des gestutzten Zufallsvektors, so daß ein empirisches Analogon zu obigem bedingten Erwartungswert berechnet werden kann. Deshalb werden mit diesem Simulationsverfahren die Scores $S_i(\theta)$ auch bei einer endlichen Anzahl R an Simulationsreplikationen erwartungstreu approximiert. Hajivassiliou/McFadden (1998, S. 884 ff) zeigen, daß der MSS-Schätzer $\hat{\theta}_{MSS}^{ARS}$, bei dem die Scores $S_i(\theta)$ mit dem ARS approximiert werden, mit $N \to \infty$ und mit einer festen Anzahl R an Simulationsreplikationen konsistent ist sowie daß $\sqrt{N}\left(\hat{\theta}_{MSS}^{ARS} - \dot{\theta}\right)$ asymptotisch normalverteilt ist.

Der GSS (vgl. z.B. Hajivassiliou/Ruud, 1994, S. 2407 f) ist dagegen eine Markoff-Ketten-Simulationsmethode, die von Ziehungen aus der gestutzten (eindimensionalen) Normalverteilung ausgeht. Der Hintergrund dieser Strategie besteht darin, daß eine mehrdimensionale Verteilung mit strikt positiver Dichtefunktion durch die einzelnen eindimensionalen bedingten Dichtefunktionen gekennzeichnet ist (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1996, S. 109). Der GSS gewährleistet allerdings lediglich mit der Durchführung unendlich vieler sogenannter Gibbs Resampling Runden eine Ziehung aus der Verteilung des gewünschten (H-dimensionalen) gestutzten Zufallsvektors (vgl. Hajivassiliou/McFadden, 1998, S. 881 ff). Um R Replikationen dieser Verteilung zu erhalten, müssen die einzelnen R_G Resampling Runden R-mal wiederholt werden (vgl. auch Wilde, 1999, S. 142 f). Daraus folgt letztlich, daß der MSS-Schätzer $\hat{\theta}_{MSS}^{GSS}$, bei dem die Scores $S_i(\theta)$ mit dem GSS approximiert werden, für eine feste Anzahl R_G inkonsistent ist. Hajivassiliou/McFadden (1998) zeigen, daß mit $N \to \infty$ und $\frac{R_G}{log N} \to \infty$ ein derartiger MSS-Schätzer $\hat{\theta}_{MSS}^{GSS}$ konsistent ist sowie daß $\sqrt{N}\left(\hat{\theta}_{MSS}^{GSS} - \dot{\theta}\right)$ asymptotisch normalverteilt ist. Für $R \to \infty$ wird darüber hinaus die asymptotische Effizienz des MLM-Schätzers erreicht.

Diese in aller Kürze angedeuteten asymptotischen Eigenschaften zeigen die wesentlichen theoretischen Vorzüge vor allem der Verknüpfung der MSS mit dem ARS. Jedoch muß beachtet werden, daß der ursprüngliche ARS keine stetige Funktion der einzelnen Parameter darstellt. Damit entstehen im iterativen Optimierungsprozeß ähnliche Probleme wie bei der Parameterschätzung mit dem Häufigkeitssimulator. Der GSS ist im Gegensatz zum ARS zwar ein stetiger Simulator. Allerdings ist die Ziehung der Zufallsvektoren bei diesem Verfahren wesentlich aufwendiger als z.B. bei dem GHK-Simulator. Insbesondere ist beim GSS zu berücksichtigen, daß für die Konsistenz von $\hat{\theta}^{GSS}_{MSS}$ die Anzahl R_G an Gibbs Resampling Runden gegen unendlich gehen muß. Dadurch besteht aus der Sicht der asymptotischen Theorie kein entscheidender Vorteil dieser Version der MSS z.B. gegenüber der SMLM (vgl. Kapitel 4.3.1). Festzuhalten ist, daß entsprechend Kapitel 4.3.3 im Vergleich insbesondere ein SGMM-Schätzer bei einer festen Anzahl R der Simulationsreplikationen für $N \to \infty$ bzgl. $\dot{\theta}$ konsistent ist.

4.4.2 Die modifizierte SGMM nach Keane

Die wesentliche Einschränkung der Verwendung der herkömmlichen SGMM im flexibel formulierten MMPM stellen jedoch entsprechend Kapitel 4.2 die rechnerischen Probleme dar. Bei der Verwendung der Momentenfunktionen in (2.10) müssen für jede Untersuchungseinheit i die Auswahlwahrscheinlichkeiten für alle J^T potentiellen Kategoriensequenzen simuliert werden, so daß dieses Verfahren bei großen J und/oder T rechnerisch nicht durchführbar ist. Diese Schwierigkeiten sind der Ansatzpunkt der Modifikation der SGMM nach Keane (1993 bzw. 1994; vgl. im folgenden auch Elrod/Keane, 1995, Geweke u.a., 1997). Grundlage ist die Likelihoodfunktion $L(\theta) = \prod_{i=1}^{N} \prod_{s \in S} P_{is}(\theta)^{Y_{is}}$ im MMPM entsprechend Kapitel 2.1. Unter Beachtung von (1.2) und (1.6) sowie mit der Überlegung, daß eine Beobachtungseinheit i im Zeitablauf genau eine bestimmte Kategoriensequenz s wählt, ergibt sich mit

$$
\begin{aligned}
\prod_{s \in S} P_{is}(\theta)^{Y_{is}} &= P\left(D_{ij_{i1}1} = 1; \ldots; D_{ij_{iT}T} = 1 | X_i; \theta\right) \\
&= P(D_{ij_{i1}1} = 1 | X_i; \theta) \cdot P(D_{ij_{i2}2} = 1 | D_{ij_{i1}1} = 1; X_i; \theta) \cdots \\
&\quad\; P(D_{ij_{iT}T} = 1 | D_{ij_{i1}1} = 1; \ldots; D_{i,j_{i,T-1},T-1} = 1; X_i; \theta) \\
&= \prod_{t=1}^{T} P(D_{ij_{it}t} = 1 | D_{ij_{i1}1} = 1; \ldots; D_{i,j_{i,t-1},t-1} = 1; X_i; \theta) \\
&= \prod_{t=1}^{T} P(D_{ij_{it}t} = 1 | J_{i,t-1}; X_i; \theta) \\
&= \prod_{t=1}^{T} \prod_{j=1}^{J} P(D_{ijt} = 1 | J_{i,t-1}; X_i; \theta)^{D_{ijt}}
\end{aligned}
$$

die Loglikelihoodfunktion:

$$
lnL(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J} D_{ijt} lnP(D_{ijt} = 1 | J_{i,t-1}; X_i; \theta) \tag{4.19}
$$

Dabei bezeichnet J_{it} die von Untersuchungseinheit i tatsächlich gewählte Kategoriensequenz von Periode 1 bis Periode t. Somit kann die Loglikelihoodfunktion im MMPM mit einer Summe logarithmierter bedingter Wahrscheinlichkeiten formuliert werden. In Analogie zu Kapitel

2.3.3 gilt im MMPM $\sum_{j=1}^{J} P(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)=1$ und damit $\sum_{j=1}^{J} \frac{\partial P(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)}{\partial\theta} = 0$ $(\forall t)$, so daß für die Scorefunktionen gilt:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta} \\
&= \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} D_{ijt}\frac{\partial lnP(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)}{\partial\theta} \\
&\qquad - \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} \frac{\partial P(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)}{\partial\theta} \\
&= \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} D_{ijt}\frac{\partial lnP(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)}{\partial\theta} \\
&\qquad - \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} P(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)\frac{\partial lnP(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)}{\partial\theta} \\
&= \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} \frac{\partial lnP(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)}{\partial\theta}\Big[D_{ijt} - P(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)\Big]
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Durch diesen Ansatz lassen sich erneut Momentenrestriktionen ableiten. Bei großen J und/ oder T sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\dot{\theta})$ im allgemeinen durch Mehrfachintegrale gekennzeichnet und können mit einer Simulationsmethode approximiert werden. Dadurch läßt sich eine (modifizierte) SGMM-Schätzung konstruieren. Allerdings ist die Simulation bedingter Wahrscheinlichkeiten komplexer als die Simulation unbedingter Wahrscheinlichkeiten. Dies erkennt man anhand der Formulierung der bedingten Wahrscheinlichkeiten als Quotienten unbedingter Wahrscheinlichkeiten ($t = 2, \ldots, T$):

$$P(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta) = \frac{P(J_{i,t-1};D_{ijt}=1|X_i;\theta)}{P(J_{i,t-1}|X_i;\theta)}$$

Zur Approximation dieser bedingten Wahrscheinlichkeiten schlägt Keane (1993 bzw. 1994) einen Algorithmus vor, der formal identisch mit dem GHK-Simulator ist, aber speziell im Hinblick auf eine Modifizierung der SGMM im MMPM entwickelt wurde. Damit können die bedingten Wahrscheinlichkeiten für eine Beobachtungseinheit i mit der R-fachen Ziehung von Vektoren gestutzter standardnormalverteilter Zufallsvariablen, die von der Kategoriensequenz s abhängen, folgendermaßen simuliert werden:

$$\widetilde{P}^{GHK}(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta) = \frac{\widetilde{P}^{GHK}(J_{i,t-1};D_{ijt}=1|X_i;\theta)}{\widetilde{P}^{GHK}(J_{i,t-1}|X_i;\theta)}$$

Mit der Einbeziehung $(dim\,\theta \times 1)$-dimensionaler Instrumentenvektoren A_{ijt} gelangt man damit zum Keane'schen SGMM-Schätzer im MMPM:

$$\hat{\theta}^{Keane}_{SGMM} = \text{arg solves}_{\theta}\left\{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} A_{ijt}\left[D_{ijt} - \widetilde{P}^{GHK}(D_{ijt}=1|J_{i,t-1};X_i;\theta)\right]=0\right\} \tag{4.21}$$

Im Unterschied zur herkömmlichen SGMM gemäß Kapitel 4.2 sind bei diesem Ansatz für jede Beobachtungseinheit i anstatt J^T lediglich $J \cdot T$ verschiedene Wahrscheinlichkeiten zu approximieren. Dadurch ist die modifizierte SGMM-Schätzung (4.21) nach Keane auch im flexibel formulierten MMPM mit großen J und/oder T rechnerisch handhabbar.

Dabei ist allerdings zu beachten, daß die Simulation der bedingten Wahrscheinlichkeit $P(D_{ijt} = 1|J_{i,t-1}; X_i; \theta)$ für eine feste Anzahl R an Simulationsreplikationen nicht erwartungstreu ist. Somit stellt $\hat{\theta}^{Keane}_{SGMM}$ in diesem Fall unabhängig von der Wahl der Instrumente hinsichtlich $\dot{\theta}$ einen inkonsistenten Schätzer dar. Lediglich für $N \to \infty$ und für $\frac{\sqrt{N}}{R} \to 0$ ist $\hat{\theta}^{Keane}_{SGMM}$ ein konsistenter Schätzer für $\dot{\theta}$ und ist $\sqrt{N}\left(\hat{\theta}^{Keane}_{SGMM} - \dot{\theta}\right)$ asymptotisch normalverteilt (vgl. Keane, 1994, S. 108 f). Diese Eigenschaften unterscheiden den modifizierten SGMM-Schätzer nach Keane vom konventionellen SGMM-Schätzer (vgl. Kapitel 4.3.2). Festzuhalten ist damit, daß bei der modifizierten SGMM nach Keane aus der Sicht der asymptotischen Theorie auch keine günstigeren Eigenschaften vorliegen als bei der SMLM (vgl. Kapitel 4.3.1). Im Hinblick auf die asymptotische Effizienz ist bei der modifizierten SGMM-Schätzung nach Keane zu bemerken, daß in den Ansatz eine Approximation der sich aus (4.20) ergebenden optimalen Instrumentenvektoren $A_{ijt}(\dot{\theta})^* = \frac{\partial lnP(D_{ijt}=1|J_{i,t-1}; X_i; \dot{\theta})}{\partial \theta}$ einbezogen werden sollte.

4.4.3 Die Simulierte Linearisierte Maximum-Likelihood-Methode

Hinsichtlich des bereits angedeuteten Spannungsverhältnisses zwischen der rechnerischen Handhabbarkeit und der wünschenswerten asymptotischen Effizienz eines simulierten Schätzverfahrens schlägt Hajivassiliou (2000, S. 79 f) eine Strategie vor, die auf der klassischen Linearisierten MLM (LMLM) beruht (vgl. dazu z.B. Ruud, 2000, S. 333 f, Theil, 1971, S. 526 f). Mit der Loglikelihoodfunktion $lnL(\theta) = \sum_{i=1}^{N} lnf_i(Y_i|X_i; \theta)$ kann allgemein gezeigt werden, daß der MLM-Schätzer und der effiziente Cramer-Rao-Schätzer

$$\theta^* = \dot{\theta} + \left[I(\dot{\theta})\right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i; \dot{\theta})}{\partial \theta}\right]$$

asymptotisch äquivalent[1] sind (vgl. Ruud, 2000, S. 331 f), wobei $I(\dot{\theta})$ entsprechend (2.12) bzw. (2.13) die Informationsmatrix darstellt. Mit $\breve{\theta}$, einem konsistenten Schätzer für den unbekannten Parametervektor $\dot{\theta}$, wobei $\sqrt{N}(\breve{\theta} - \dot{\theta})$ asymptotisch normalverteilt ist mit Erwartungsvektor Null und endlicher Varianz-Kovarianz-Matrix, sowie mit einer konsistenten Schätzung der Informationsmatrix $I(\dot{\theta})$ gelangt man zu einem LMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{LMLM}$, der asymptotisch äquivalent mit dem Cramer-Rao-Schätzer θ^* bzw. mit dem MLM-Schätzer

[1]Zwei Schätzfunktionen $\hat{\theta}_1$ und $\hat{\theta}_2$ sind asymptotisch äquivalent, wenn gilt (vgl. Ruud, 2000, S. 331): $\sqrt{N}(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) \xrightarrow{p} 0$

$\hat{\theta}_{MLM}$ und damit asymptotisch effizient ist. Nun läßt sich die Informationsmatrix $I(\dot{\theta})$ in verschiedener Weise konsistent schätzen. Mit der Einbeziehung von $\breve{\theta}$ und unter der Verwendung der später in Kapitel 5.2 diskutierten konsistenten Schätzung (5.4) von $I(\dot{\theta})$ erhält man z.B. folgenden LMLM-Schätzer:

$$\hat{\theta}_{LMLM} = \breve{\theta} - \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial^2 ln f_i(Y_i, X_i; \breve{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'} \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial ln f_i(Y_i, X_i; \breve{\theta})}{\partial\theta} \right]$$

Im MMPM ergibt sich mit der Einbeziehung von (5.5) :

$$\hat{\theta}_{LMLM} = \breve{\theta} - \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln P_{is}(\breve{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'} \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \frac{\partial ln P_{is}(\breve{\theta})}{\partial\theta} \right]$$

Da die LMLM-Schätzung im flexibel formulierten MMPM aufgrund vorliegender Mehrfachintegrale für große J und/oder T rechnerisch nicht handhabbar ist, überträgt Hajivassiliou (2000, S. 79 f) die Überlegungen zur LMLM auf simulierte Schätzverfahren. In der ersten Stufe schlägt er eine (herkömmliche) SGMM-Schätzung vor, die für eine beliebige feste Anzahl R an Simulationsreplikationen bzgl. $\dot{\theta}$ konsistent ist. In der zweiten Stufe sollen die Informationsmatrix sowie die Scores unter Verwendung des SGMM-Schätzwertes aus der ersten Stufe mit einer riesigen Anzahl $\ddot{R}$ an Simulationsreplikationen (z.B. mit dem GHK-Simulator) approximiert werden. Dieses Vorgehen ist rechnerisch handhabbar, weil die Simulationen auf dieser Stufe nur einmal am SGMM-Schätzer durchgeführt werden müssen. Damit ergibt sich der Schätzer der Simulierten LMLM (SLMLM):

$$\hat{\theta}_{SLMLM} = \hat{\theta}_{SGMM} - \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial^2 ln \left[\frac{1}{\ddot{R}} \sum_{r=1}^{\ddot{R}} \widetilde{f}_i(Y_i, X_i, \ddot{V}_{ir}; \hat{\theta}_{SGMM}) \right]}{\partial\theta\partial\theta'} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial ln \left[\frac{1}{\ddot{R}} \sum_{r=1}^{\ddot{R}} \widetilde{f}_i(Y_i, X_i, \ddot{V}_{ir}; \hat{\theta}_{SGMM}) \right]}{\partial\theta} \right\} \tag{4.22}$$

Im MMPM erhält man:

$$\hat{\theta}_{SLMLM} = \hat{\theta}_{SGMM} - \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln \widetilde{P}_{is}(\ddot{V}_{i1}^s, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}^s; \hat{\theta}_{SGMM})}{\partial\theta\partial\theta'} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s\in S} Y_{is} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\ddot{V}_{i1}^s, \ldots, \ddot{V}_{i\ddot{R}}^s; \hat{\theta}_{SGMM})}{\partial\theta} \right\} \tag{4.23}$$

Dabei gelten für die Zufallsterme $\ddot{V}_{ir}$ sowie $\ddot{V}_{ir}^s = (\ddot{V}_{i1r}^s, \ldots, \ddot{V}_{iHr}^s)'$ $(r = 1, \ldots, \ddot{R})$ mit $H = (J-1) \cdot T$ die Erläuterungen in Kapitel 4.1.

Im Hintergrund dieser Strategie steht ebenso wie bei der optimalen mehrstufigen SGMM-Schätzung im MMPM entsprechend (4.11) der Gedanke, daß bei Simulationsvorgängen, die nur einmal durchgeführt werden, eine große Anzahl an Simulationsreplikationen vorgenommen werden kann. Damit lassen sich letztlich Simulationsverzerrungen weitgehend beseitigen. So gelangt man mit der SLMLM zu einem Schätzer, der annähernd die asymptotische Effizienz des MLM-Schätzers erreichen kann.

4.5 Vergleichende Betrachtung

Wie bereits wiederholt angedeutet, steht die Auswahl eines Simulationsschätzverfahrens häufig im Konflikt zwischen wünschenswerten asymptotischen Eigenschaften und der rechnerischen Praktikabilität. Im Hinblick auf letzteren Punkt scheidet vor allem die Verwendung diskreter Simulatoren aus. Die Einbeziehung des Häufigkeitssimulators in die SMLM gemäß (4.2) (vgl. auch die bescheidenen Ergebnisse in Lerman/Manski, 1981) und in die (herkömmliche) SGMM gemäß (4.8) bzw. (4.9), aber auch die Einbeziehung des ARS in die MSS (vgl. Kapitel 4.4.1) führt zu immensen Schwierigkeiten bei der iterativen Parametersuche. Insbesondere können bei diesen Schätzverfahren keine Standardansätze der numerischen Optimierung verwendet werden, da auch die resultierende Zielfunktion nicht stetig in den zu schätzenden Parametern ist. Damit müssen vor allem die günstigen theoretischen Eigenschaften des MSS/ARS-Schätzers $\hat{\theta}_{MSS}^{ARS}$ (vgl. Kapitel 4.4.1) relativiert werden. Zu bemerken ist, daß die Einbeziehung diskreter Simulatoren eine wesentlich komplexere asymptotische Theorie erfordert, um Konsistenz bzw. eine asymptotische Normalverteilung bei einem simulierten Schätzer nachzuweisen (vgl. Hajivassiliou/McFadden, 1998, in bezug auf $\hat{\theta}_{MSS}^{ARS}$). Aus diesem Grund wird auch bei der Betrachtung der asymptotischen Eigenschaften der SMLM und der SGMM in Kapitel 4.3 die Einbeziehung des Häufigkeitssimulators ausgeschlossen.

Mit der MSS kann entsprechend Kapitel 4.4.1 durch die unverzerrte Simulation der Scores aus dem MLM-Ansatz zumindest potentiell bei einer festen Anzahl R an Simulationsreplikationen eine konsistente Schätzung erreicht werden. Wenn man nach den obigen Bemerkungen von der Einbeziehung des ARS absieht, verbleibt hinsichtlich der günstigen asymptotischen Eigenschaften lediglich die Verknüpfung mit dem GSS. Der GSS ist zwar im Gegensatz zum ARS ein stetiger Simulator. Darüber hinaus gewährleistet der MSS/GSS-Schätzer $\hat{\theta}_{MSS}^{GSS}$ für eine feste Anzahl R an Simulationsreplikationen die Konsistenz bzgl. des unbekannten wahren Parametervektors $\dot{\theta}$. Allerdings wird in Kapitel 4.4.1 erläutert, inwiefern $\hat{\theta}_{MSS}^{GSS}$ letztlich doch keinen entscheidenden theoretischen Vorteil gegenüber der SMLM bzw. der SGMM (unter der Einbeziehung stetiger Simulatoren) besitzt. Vor allem aber ist die Ziehung der Zufallszahlen beim GSS wesentlich aufwendiger als bei anderen Simulationsverfahren (und insbesondere beim GHK-Simulator, vgl. auch Wilde, 1999, S. 142 f). Gerade die letzte Eigenschaft spricht gegen die empirische Anwendung der MSS/GSS im MMPM, zumal auch noch wenige praktische Erfahrungen für den Umgang mit dieser Schätzmethode vorliegen (vgl. die Bemerkung von Hajivassiliou, 2000, S. 78).

Mit der SLMLM kann gemäß Kapitel 4.4.3 durch die sehr genaue Simulation der Hessematrix der Loglikelihoodfunktion sowie der Scores ein Schätzer abgeleitet werden, der weitgehend die asymptotischen Eigenschaften des MLM-Schätzers erfüllt. Darüber hinaus scheint diese mehrstufige Schätzstrategie auch rechnerisch gut handhabbar zu sein. Allerdings ist die theoretische Begründung der Schätzmethode von Hajivassiliou (2000) hinsichtlich der asymptotischen Eigenschaften unsauber, da auch eine riesige Anzahl R der Simulationsreplikationen eine endliche Anzahl darstellt. Vor allem aber liegen (nach meiner Kenntnis) noch überhaupt keine praktischen Erfahrungen mit diesem Schätzansatz vor. Es stellt sich z.B. die Frage, welche Form der SGMM-Schätzung in der ersten Stufe durchgeführt werden sollte (vgl. auch die unten beschriebenen Probleme bei der optimalen mehrstufigen SGMM/GHK-Schätzung im MMPM). Zu untersuchen ist letztlich, ob die unbekannten Parameter bei einem beschränkten Beobachtungsumfang N tatsächlich präzise geschätzt werden können. Vor der empirischen Anwendung dieses Verfahrens im MMPM sollten deshalb noch zukünftige vergleichende Monte-Carlo-Studien abgewartet werden.

Die bisher in Probitmodellen eindeutig am häufigsten verwendeten simulierten klassischen Schätzverfahren sind die SMLM sowie die (herkömmliche oder nach Keane modifizierte) SGMM. Zu beachten ist dabei, daß die asymptotischen Eigenschaften der SMLM sowie der (konventionellen) SGMM nicht von speziellen einbezogenen (stetigen) Simulationsverfahren abhängen. Der wesentliche theoretische Vorteil der herkömmlichen SGMM-Schätzung $\hat{\theta}_{SGMM}$ besteht entsprechend Kapitel 4.3.2 darin, daß sie schon bei einer endlichen Anzahl R an Simulationsreplikationen bzgl. $\dot{\theta}$ konsistent ist. Demgegenüber liegt für den SMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{SMLM}$ in diesem Fall gemäß Kapitel 4.3.1 Inkonsistenz vor. Allerdings ist hinsichtlich der theoretischen Eigenschaften festzuhalten, daß $\hat{\theta}_{SMLM}$ mit $\frac{\sqrt{N}}{R} \to 0$ und $N \to \infty$ die asymptotische Effizienz erreicht. $\hat{\theta}_{SGMM}$ gelangt dagegen (basierend auf denselben Momentenbedingungen) für $R, N \to \infty$ zu den Eigenschaften des (in der Regel) asymptotisch ineffizienten GMM-Schätzers. Lediglich mit der Einbettung der optimalen Instrumentenmatrix entsprechend (4.11) kann im MMPM auch die SGMM der asymptotischen Effizienz der MLM nahe kommen.

Die Einbeziehung eines bestimmten Simulators in ein Schätzverfahren sollte aber in erster Linie durch das Verhalten der resultierenden simulierten Schätzer bei beschränktem Beobachtungsumfang und bei beschränkter Anzahl an Simulationsreplikationen bestimmt werden. In Kapitel 3.3 wird beschrieben, daß der GHK-Simulator im Vergleich zu vielen anderen Simulatoren Wahrscheinlichkeiten erheblich genauer approximiert. Monte-Carlo-Studien (z.B. Stern, 2000, Weeks, 1995, Geweke u.a., 1994, Mühleisen, 1994, S. 166 ff) haben gezeigt, daß die Dominanz des GHK-Simulators in Verbindung mit der (herkömmlichen) SGMM bzw. mit der SMLM auch hinsichtlich der Verzerrungen der Schätzer bestehen bleibt (eine Ausnahme bildet lediglich der Accelerated Importance-Sampling-Simulator in Zhang/Lee, 1998, vgl. Fußnote 3 in Kapitel 3.3). Im Hinblick auf empirische Arbeiten ist damit die Verwendung der (konventionellen oder nach Keane modifizierten) SGMM/GHK bzw. der SMLM/GHK empfehlenswert.

Für die Wahl zwischen diesen Schätzverfahren ist zunächst auf die bei der SGMM häufig auftauchenden numerischen Schwierigkeiten hinzuweisen. Die sich ergebenden Konvergenz- und Ausreißerprobleme scheinen für jegliche Form der SGMM-Schätzung kennzeichnend zu sein (vgl. z.B. die Untersuchungen von Lee, 1995, S. 451 ff, oder Mühleisen, 1994, S. 166 ff). In Hajivassiliou (2000, S. 82 ff) wird erläutert, warum die SMLM in dieser Hinsicht rechnerisch wesentlich attraktiver ist. Darüber hinaus wird in Geweke u.a. (1994) beschrieben, daß die Güte der optimalen herkömmlichen SGMM/GHK-Schätzung im einperiodigen Siebenalternativen-Probitmodell sehr stark von der Form der konsistenten Parameterschätzung in der ersten Stufe sowie von den Startwerten im iterativen Optimierungsprozeß abhängt. Daran anknüpfend simulieren die Autoren in ihrer Monte-Carlo-Studie die optimalen Instrumente teilweise mit den zuvor abgeleiteten SMLM/GHK-Schätzwerten. Zudem verwenden sie diese Schätzwerte auch als Startwerte des Suchalgorithmus. Bei einem solchen Vorgehen verliert aber die Anwendung der konventionellen SGMM/GHK gegenüber der Anwendung der SMLM/GHK vehement an Attraktivität.

Durch die Einbeziehung der SMLM/GHK-Schätzwerte in die herkömmliche SGMM/GHK-Schätzung in Geweke u.a. (1994) erscheint insbesondere der direkte Vergleich zwischen der konventionellen SGMM/GHK und der SMLM/GHK in Probitmodellen nicht legitim. Aber selbst darauf aufbauend berichten die Autoren bei den mittleren quadratischen Fehlern häufig von geringen Unterschieden zwischen den beiden Schätzverfahren. Darüber hinaus dokumentiert Stern (2000) in seinen Monte-Carlo-Studien in dieser Hinsicht eine klare Überlegenheit der SMLM/GHK gegenüber der herkömmlichen SGMM/GHK im einperiodigen Sechsalternativen-Probitmodell. Der entscheidende Nachteil der Anwendung der konventionellen SGMM/GHK resultiert aber aus der speziellen Betrachtung des MMPM in dieser Arbeit. Aufgrund der in Kapitel 4.2 beschriebenen Probleme ist die herkömmliche SGMM/GHK für größere J und/oder T rechnerisch nicht durchführbar. Damit ist der Einsatz der herkömmlichen SGMM/GHK für die Parameterschätzung im MMPM stark eingeschränkt.

Eine Alternative zur Verwendung der konventionellen SGMM/GHK im MMPM bietet entsprechend Kapitel 4.4.2 die modifizierte SGMM/GHK-Schätzung $\hat{\theta}_{SGMM}^{Keane}$ nach Keane. Festzuhalten ist dabei zunächst, daß $\hat{\theta}_{SGMM}^{Keane}$ bei einer festen Anzahl R an Simulationsreplikationen bzgl. $\dot{\theta}$ inkonsistent ist. Damit ergeben sich bei dieser Schätzmethode keine besseren asymptotischen Eigenschaften als bei der SMLM/GHK. Aber auch die Entscheidung zwischen dem Einsatz der modifizierten SGMM/GHK nach Keane und dem Einsatz der SMLM/GHK im flexibel formulierten MMPM sollte in erster Linie aufgrund der jeweiligen Praktikabilität sowie aufgrund des Verhaltens der beiden Schätzverfahren bei beschränktem Beobachtungsumfang bzw. bei beschränkter Anzahl der Simulationsreplikationen erfolgen.

Einige Monte-Carlo-Studien deuten dabei auf eine gewisse Attraktivität der modifizierten SGMM/GHK nach Keane gegenüber der SMLM/GHK hin. Sowohl bei den Untersuchungen von Keane (1994) im binären mehrperiodigen ($T = 8$) Probitmodell als auch bei den Untersuchungen von Geweke u.a. (1997) im MMPM ($J = 3; T = 10$) werden bei der SMLM/GHK-Schätzung unter hoher intertemporaler Korrelation in den stochastischen Nutzenkomponenten vor allem hinsichtlich der Autokorrelationsparameter bei einer geringen Anzahl R an Simulationsreplikationen zum Teil starke Verzerrungen beschrieben. Im Vergleich dazu treten in diesem Fall bei der Verwendung der modifizierten SGMM/GHK nach Keane geringere derartige Probleme auf. Ebenfalls von verzerrten SMLM/GHK-Schätzungen der Autokorrelationskoeffizienten, insbesondere bei hohem T sowie bei kleinen R bzw. N berichtet Lee (1995 bzw. 1997a) in seinen Monte-Carlo-Studien zu binären mehrperiodigen Probitmodellen (Lee variiert in den Arbeiten die Anzahl T der Perioden zwischen 4 und 100). Zu ähnlichen Ergebnissen hinsichtlich der Autokorrelationsparameter gelangt schließlich auch Hyslop (1999) in seinen Experimenten.

Bei der Abwägung zwischen der modifizierten SGMM/GHK nach Keane und der SMLM/GHK ist aufgrund der Fokussierung eines flexibel formulierten MMPM vor allem die Studie von Geweke u.a. (1997) im zehnperiodigen Dreialternativen-Probitmodell genauer zu betrachten.[2] In dieser Untersuchung werden eine Reihe verschiedener Variationen der intertemporalen bzw. kontemporären Verknüpfung der stochastischen Nutzenkomponenten sowie der intertemporalen Korrelation der erklärenden Variablen analysiert. In vielen dieser Modellspezifikationen ergeben sich aber mit der SMLM/GHK bei der Schätzung zahlreicher Modellparameter geringere Verzerrungen als mit der modifizierten SGMM/GHK nach Keane. Zudem können die Verzerrungen der SMLM/GHK-Schätzung der Autokorrelationsparameter mit einer Zunahme der Anzahl R der Simulationsreplikationen (Geweke u.a., 1997, variieren R zwischen 10 und 1280) eingedämmt werden. Zu diesem Ergebnis gelangt auch Lee (1995 bzw. 1997a) bei der SMLM/GHK-Schätzung in binären mehrperiodigen Probitmodellen.

Zu beachten ist, daß in den Experimenten von Geweke u.a. (1997) und auch von Keane (1994) die Anzahl der Simulationsreplikationen als Vergleichsbasis für die beiden Schätzverfahren dient. Bei der SMLM/GHK müssen im MMPM die einzelnen Auswahlwahrscheinlichkei-

[2]In die Studie wird auch eine Bayes'sche Schätzmethodik einbezogen. Jedoch werden in dieser Arbeit ausschließlich klassische Schätzverfahren analysiert, so daß auf diese Resultate nicht eingegangen wird (vgl. auch die Einleitung der vorliegenden Arbeit).

ten im iterativen Maximierungsprozeß simuliert werden. Bei der modifizierten SGMM/GHK nach Keane sind einerseits die (bedingten) Auswahlwahrscheinlichkeiten im iterativen Optimierungsprozeß zu approximieren. Darüber hinaus werden in beiden Studien die optimalen Instrumente aus dem MLM-Ansatz verwendet, die ebenfalls (vor der Optimierung) zu simulieren sind. In beiden Arbeiten bleibt unklar, mit welchen Parameterwerten die Simulation der optimalen Instrumentenmatrix erfolgt. Werden entsprechend Geweke u.a. (1994, 2. Experiment) die SMLM/GHK-Schätzwerte einbezogen, wäre der direkte Vergleich zwischen der SMLM/GHK und der modifizierten SGMM/GHK nach Keane bezogen auf eine bestimmte Anzahl an Simulationsreplikationen nicht möglich. Vielmehr wäre damit die Attraktivität der modifizierten SGMM/GHK nach Keane stark beeinträchtigt. Darüber hinaus ist auch hier bei der Betrachtung der beiden Schätzverfahren nochmals auf die (oben beschriebenen) grundsätzlichen numerischen Schwierigkeiten jeglicher Form der SGMM und damit auch der modifizierten SGMM nach Keane hinzuweisen.

Einer der im Hinblick auf die empirische Anwendung wichtigsten Vorteile der SMLM/GHK gegenüber der (herkömmlichen oder nach Keane modifizierten) SGMM/GHK besteht aber in der weitaus größeren Praktikabilität. Für die Implementierung der SMLM/GHK können die üblichen Maximum-Likelihood-Programmpakete verwendet werden, lediglich ergänzt durch die GHK-Simulation der einzelnen Auswahlwahrscheinlichkeiten in der Likelihoodfunktion. Bei anderen simulierten klassischen Schätzmethoden und vor allem bei der modifizierten SGMM/GHK nach Keane ist dagegen eine viel speziellere Software notwendig. Insbesondere ist die SMLM/GHK seit kurzem in einigen Programmpaketen (z.B. GAUSSX und LIMDEP) implementiert, so daß die Eintrittsbarrieren für die Anwendung von Simulationsschätzverfahren in Probitmodellen noch weiter reduziert sind. Da in diesem Rahmen schließlich auch die Überprüfung statistischer Hypothesen (vgl. Kapitel 5.3) sehr einfach ist, empfiehlt sich letztlich unter der Abwägung aller Aspekte für die empirische klassische Parameterschätzung im flexibel formulierten MMPM die Anwendung der SMLM unter der Einbeziehung des GHK-Simulators.

4.6 Ausblick

Im Gegensatz zu den asymptotischen Eigenschaften sind allerdings viele Aspekte dieser Schätzmethodik bei endlichen Beobachtungsumfängen N noch ungeklärt. Die bisher einzigen systematischen Monte-Carlo-Experimente zur SMLM/GHK-Schätzung in einem flexibel formulierten MMPM finden sich in Geweke u.a. (1997). Darauf aufbauend untersuchen die Monte-Carlo-Studien in Teil II folgende bisher nicht aufgegriffene Fragestellungen:

- Geweke u.a. (1997) analysieren ausschließlich zehnperiodige Dreialternativen-Probitmodelle. Eine wichtige Frage ist jedoch, inwieweit bei einer korrekten SMLM/GHK-

Schätzung im MMPM ein Zusammenhang zwischen der Anzahl J bzw. T der Kategorien bzw. Perioden und der Präzision der geschätzten Parameter besteht. Aus diesem Grund werden in den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 7 einperiodige Vieralternativen-, fünfperiodige Dreialternativen- sowie achtperiodige Vieralternativen-Probitmodelle untersucht.

- Hinsichtlich der Identifikation der geschätzten Varianz-Kovarianz-Parameter ist zu erwarten, daß sowohl die Anzahl R der Simulationsreplikationen als auch die Anzahl N der Beobachtungseinheiten (vgl. auch Geweke u.a., 1994, S. 626) eine entscheidende Rolle bei der SMLM/GHK-Schätzung spielen. In den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 7 werden dementsprechend bei der Parameterschätzung in vielen korrekt spezifizierten Probitmodellen sowohl R als auch N variiert. Geweke u.a. (1997) untersuchen dagegen lediglich einen einzigen Beobachtungsumfang ($N = 500$) über 10 Perioden.

- Große Schwierigkeiten bei der Identifikation geschätzter Varianz-Kovarianz-Parameter im MMPM könnten sich insbesondere bei den Koeffizienten verschiedenartiger intertemporaler Verknüpfungen ergeben. Geweke u.a. (1997) beziehen in dieser Hinsicht ausschließlich autokorrelierte Elemente ein. Damit bleiben dort insbesondere die in der empirischen Panelanalyse regelmäßig betrachteten zeitinvarianten stochastischen Effekte unberücksichtigt. In den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 7 und 8 werden dagegen bei der SMLM/GHK-Schätzung aufbauend auf der Modellierung in Kapitel 1.2.2 sowohl autoregressive als auch zeitinvariante Verknüpfungen betrachtet.

- Geweke u.a. (1997) untersuchen nicht die Auswirkungen von Modellfehlspezifikationen. In den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 8 werden dagegen systematisch SMLM/GHK-Schätzungen in verschiedenen fehlspezifizierten Probitmodellen analysiert. Eine vergleichbare Untersuchung ist bisher (nach meiner Kenntnis) in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen noch nicht vorgenommen worden. Lediglich Lee (1997a bzw. 1997b) betrachtet verschiedene Formen von Fehlspezifikationen, jedoch ausschließlich bei der SMLM/GHK-Schätzung in binären mehrperiodigen Probitmodellen.

Der wichtigste substantielle Unterschied zwischen den Experimenten in Geweke u.a. (1997) und den Monte-Carlo-Studien in Teil II besteht aber darin, daß in der vorliegenden Arbeit (auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzungen) auch systematisch verschiedene statistische Hypothesen im Rahmen des flexibel formulierten MMPM überprüft werden. Die Darstellung der dazu verwendeten simulierten klassischen Testverfahren erfolgt im nächsten Kapitel.

Kapitel 5

Klassisches Testen in Probitmodellen

Entsprechend den Ausführungen in Kapitel 4 ist die SMLM/GHK für die Parameterschätzung im flexibel formulierten MMPM empfehlenswert. Basierend auf diesen SMLM/GHK-Schätzern können nun mit simulierten klassischen Testverfahren statistische Hypothesen im Rahmen des MMPM überprüft werden. Die Grundlage der simulierten klassischen Tests bilden zunächst der Wald-, der Score- und der Likelihood-Quotienten-Test, die ihrerseits auf einzelnen (restringierten und/oder unrestringierten) MLM-Schätzungen beruhen. Diese drei klassischen Testverfahren werden in diesem Kapitel konsequent anhand des MMPM dargestellt. Dabei werden die entsprechenden Prüfgrößen auch für spezielle Hypothesen im MMPM formuliert. Ohne die Problematik auftauchender Vielfachintegrale wären die klassischen Tests die adäquaten Methoden, um statistische Hypothesen zu überprüfen. Aufgrund der rechnerischen Schwierigkeiten sind aber häufig weder die MLM-Schätzung noch das klassische Testen im MMPM handhabbar. Ebenso wie in Schätzverfahren können jedoch auch in Testverfahren Simulatoren einbezogen werden. Die simulierten Entsprechungen der drei klassischen Testverfahren, d.h. der Simulierte Wald-, der Simulierte Score- und der Simulierte Likelihood-Quotienten-Test, werden ebenfalls konsequent anhand des MMPM erläutert. Die Basis dieser simulierten klassischen Testverfahren bilden die entsprechenden (restringierten und/oder unrestringierten) SMLM-Schätzungen. In die vergleichende Analyse der verschiedenen (simulierten und unsimulierten) klassischen Tests werden auch die asymptotischen Eigenschaften einbezogen. Mit der Andeutung noch offener Fragen zur simulierten klassischen Hypothesenprüfung im MMPM wird zum Schluß des Kapitels ein Ausblick auf die Monte-Carlo-Studien in Teil II gegeben. Entsprechend der Argumentation im vorhergehenden Kapitel wird auch bei den Experimenten zu den statistischen Testverfahren in Kapitel 9 und 10 ausschließlich der GHK-Simulator einbezogen.

5.1 Motivation von Testverfahren

Vor der Analyse der (insbesondere simulierten) klassischen Testverfahren soll zunächst erläutert werden, welche Vorteile überhaupt aus statistischen Testverfahren im Rahmen diskreter Entscheidungsmodelle gezogen werden können. Im allgemeinen läßt sich die Spezifikation eines diskreten Entscheidungsmodells und damit des MMPM nicht aus der ökonomischen Theorie ableiten. Zum Beispiel ist meist unklar, welche erklärenden Variablen die Entscheidung für eine bestimmte Kategorie j bzw. für eine bestimmte Kategoriensequenz s tatsächlich beeinflussen. Genauso schwierig gestaltet sich die Spezifikation der unbeobachtbaren stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ijt}. Dabei stellt sich z.B. die Frage, ob und gegebenenfalls in welcher Form eine kontemporäre bzw. intertemporale Verknüpfung vorliegt. Darüber hinaus besteht keine Sicherheit darüber, daß die in dieser Arbeit unterstellte Normalverteilung bzgl. der ε_{ijt} gerechtfertigt ist, d.h. daß eine Entscheidungssituation überhaupt durch ein Probitmodell beschrieben werden kann. Es stellt sich somit die Frage, ob ein diskretes Entscheidungsmodell korrekt spezifiziert ist.

Eine Modellfehlspezifikation kann aber zu einer Vielzahl von Problemen bei der Parameterschätzung in diskreten Entscheidungsmodellen führen (vgl. auch Kapitel 1). Dies betrifft insbesondere die asymptotischen Eigenschaften der MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$ und damit auch der SMLM/GHK-Schätzer $\hat{\theta}^{GHK}_{SMLM}$. Generell können Fehlspezifikationen zur Inkonsistenz von $\hat{\theta}_{MLM}$ sowie zu Verzerrungen bei der Schätzung der asymptotischen Varianz-Kovarianz-Matrix von $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{MLM} - \dot{\theta})$ führen (vgl. z.B. König/Lechner, 1994). Wichtige Fehlspezifikationen bei diskreten Entscheidungsmodellen sind ausgelassene erklärende Variablen, die fehlende Berücksichtigung der Heteroskedastie oder falsche Verteilungsannahmen bzgl. der ε_{ijt}. Anknüpfend an diese Überlegungen werden deshalb bei den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 8 die Auswirkungen von Fehlspezifikationen auf die SMLM/GHK-Schätzung in verschiedenen Mehralternativen-Probitmodellen untersucht.

Eine Möglichkeit zur Vermeidung derartiger Probleme ist die Abkehr von vollständig parametrischen Modellen und der Einsatz von semi- und nichtparametrischen Modellen bzw. Schätzmethoden (vgl. z.B. König/Lechner, 1994, S. 318 f). Damit können potentiell viele strenge Annahmen, die häufig nicht aus der ökonomischen Theorie abzuleiten sind, vermieden werden. Allerdings wurden semi- oder gar nichtparametrische Schätzverfahren bisher lediglich für binäre, nicht aber für multinomiale diskrete Entscheidungsmodelle theoretisch umfassend analysiert und verwendet (vgl. z.B. Horowitz, 1993a bzw. 1993b). Wegen der Fokussierung diskreter Mehrperioden-Mehralternativen-Entscheidungsmodelle werden deshalb derartige Verfahren in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Eine weitere Möglichkeit zur Vermeidung der Auswirkungen von Fehlspezifikationen ist die Parameterschätzung in komplex strukturierten (parametrischen) diskreten Entscheidungsmodellen, die einfachere Modelle als Spezialfälle beinhalten. Dieser Ansatz wird letztlich in der vorliegenden Arbeit gewählt. Entsprechend Kapitel 1.2.2 wird ein sehr flexibles homoskedastisches MMPM betrachtet, das viele spezielle Probitmodelle (z.B. das Independent Probitmodell) parametrisch nistet. Die Berücksichtigung heteroskedastischer Elemente (vgl. Kapitel 1.2.3) bzw. allgemeinerer Verteilungen bzgl. der ε_{ijt} (vgl. Lee, 1997b) wäre auch in diesem flexiblen MMPM möglich. Allerdings ist die (simulierte) Parameterschätzung in diesen Fällen rechnerisch noch aufwendiger, wobei man selbst dann nicht sicher sein kann, daß die gewählte Modellspezifikation allgemein genug ist.

Der wichtigste Ansatz, potentielle Fehlspezifikationen, z.B. im Rahmen diskreter Entscheidungsmodelle, überhaupt zu identifizieren, besteht aber in der Durchführung von Spezifikationstests (vgl. z.B. Bera u.a., 1984, Yatchew/Griliches, 1985, Godfrey, 1988, S. 206 ff, Lechner, 1995, Maddala, 1995). Für den Fall, daß die Testentscheidung dann eine Modellfehlspezifikation ergibt, sollte die Modellstruktur nochmals sorgfältig untersucht werden. Im Rahmen der MLM ist die statistische Überprüfung einer Modellspezifikation z.B. mit Hilfe des Informationsmatrix-Tests nach White (1982) möglich. Dieses Testverfahren beruht auf der Informationsmatrix-Äquivalenz (vgl. auch Davidson/MacKinnon, 1993, S. 263 ff). Mit

$$A(\dot{\theta}) = \lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial^2 lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]$$

und

$$B(\dot{\theta}) = \lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta}\frac{\partial lnf_i(Y_i|X_i;\dot{\theta})}{\partial\theta'}\right]$$

bzw. im MMPM

$$A(\dot{\theta}) = \lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\dot{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]$$

und

$$B(\dot{\theta}) = \lim_{N\to\infty} erw\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\dot{\theta})}{\partial\theta}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\dot{\theta})}{\partial\theta'}\right]$$

gilt entsprechend (2.12) bis (2.15):

$$-A(\dot{\theta}) = B(\dot{\theta}) \tag{5.1}$$

Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Äquivalenz ist die korrekte Modellspezifikation. Ist das Modell und damit die Likelihoodfunktion fehlspezifiziert, gilt der Zusammenhang (5.1) nicht mehr. Unter der (Null-) Hypothese, daß das zugrunde liegende Modell richtig spezifiziert ist, kann $\dot{\theta}$ durch $\hat{\theta}_{MLM}$ konsistent geschätzt werden, so daß auch $A(\hat{\theta}_{MLM})$ bzw. $B(\hat{\theta}_{MLM})$ konsistente Schätzer für $A(\dot{\theta})$ bzw. $B(\dot{\theta})$ darstellen. In diesem Fall sollte deshalb $A(\hat{\theta}_{MLM}) + B(\hat{\theta}_{MLM})$ nahe der Nullmatrix liegen. Weicht dagegen $A(\hat{\theta}_{MLM}) + B(\hat{\theta}_{MLM})$ stark von der Nullmatrix ab, ist dies ein Indiz dafür, daß das zugrunde liegende Modell fehlspezifiziert ist (vgl. auch Maddala, 1995, S. 6 f). Mit dem Informationsmatrix-Test wird demnach die korrekte Modellspezifikation gegen jegliche Art von Fehlspezifikation überprüft. Damit ist die Alternativhypothese aber unvollständig spezifiziert (vgl. auch König/Lechner, 1994, S. 317). Im Gegensatz dazu werden bei den folgenden Testverfahren die Modelle sowohl unter der Null- als auch unter der Alternativhypothese vollständig spezifiziert.

Die wichtigsten statistischen Tests im Rahmen der MLM sind die drei klassischen Verfahren Wald-Test, Score-Test und Likelihood-Quotienten-Test. Im MMPM können damit potentiell einzelne ausgelassene oder überflüssige erklärende Variablen, aber auch spezielle Probitmodelle statistisch überprüft werden. Festzuhalten ist, daß es sich sowohl bei den drei klassischen Testverfahren als auch bei den simulierten Entsprechungen um sogenannte genistete statistische Testverfahren handelt. Bei derartigen Tests wird von der Gültigkeit einer flexibel formulierten Hypothese ausgegangen, die durch eine bestimmte Verteilungsannahme bzgl. der endogenen Variablen $(Y_1, \ldots, Y_N)$, z.B. eines diskreten Entscheidungsmodells (vgl. Kapitel 1), charakterisiert ist und insbesondere von einem unbekannten Parametervektor $\dot{\theta}$ abhängt (vgl. z.B. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 275). Dabei wird angenommen, daß $\dot{\theta}$ zu einem bestimmten Parameterraum Θ gehört. Sowohl die Nullhypothese H_0 als auch die Alternativhypothese H_1 sind durch Beschränkungen bzgl. $\dot{\theta}$ gekennzeichnet, also in die originäre allgemein formulierte Hypothese genistet. Unbetrachtet bleiben demnach in dieser Arbeit nicht-genistete statistische Testverfahren, in die auch Simulatoren einbezogen werden können. Bei diskreten Entscheidungsmodellen können damit z.B. Logit- gegen Probitmodelle getestet werden (vgl. z.B. Pesaran/Pesaran, 1993, Duncan/Weeks, 1997, Weeks, 2000).

Konkret wird in dieser Arbeit folgende flexibel formulierte Nullhypothese getestet (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 81 ff):

$$H_0 : g(\dot{\theta}) = 0 \Longleftrightarrow \begin{cases} g_1(\dot{\theta}) = 0 \\ \quad\vdots \\ g_m(\dot{\theta}) = 0 \end{cases} \tag{5.2}$$

Dabei gelten $m \leq dim\,\theta$ sowie $rg\left(\frac{\partial g(\theta)'}{\partial \theta}\right) = m$.

5.2 Klassische Testverfahren

Ausgangspunkt der klassischen Testverfahren ist die Loglikelihoodfunktion $lnL(\theta) = \sum_{i=1}^{N} lnf_i(Y_i|X_i;\theta)$ gemäß (2.1), die sich im MMPM nach (2.2) zu $lnL(\theta) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}lnP_{is}(\theta)$ konkretisiert. Bei korrekter Modellspezifikation ist der resultierende MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$ entsprechend Kapitel 2.3.1 hinsichtlich $\dot{\theta}$ konsistent und es gilt insbesondere

$\sqrt{N}(\hat{\theta}_{MLM} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV\left[0; I(\dot{\theta})^{-1}\right]$, wobei $I(\dot{\theta})$ die Informationsmatrix darstellt. Es bezeichnen im folgenden $\breve{\theta}_{MLM}$ den durch H_0 restringierten MLM-Schätzer und $\hat{\theta}_{MLM}$ den entsprechend unrestringierten MLM-Schätzer.

5.2.1 Der Wald-Test

Der Wald-Test beruht ausschließlich auf dem unrestringierten MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$. Unter $H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$ gilt $g(\hat{\theta}_{MLM}) \xrightarrow{p} 0$, da $\hat{\theta}_{MLM}$ ein konsistenter Schätzer für $\dot{\theta}$ ist. Falls $g(\hat{\theta}_{MLM})$ stark vom Nullvektor abweicht, spricht dies dafür, daß H_0 nicht gilt. Die Prüfgröße des Wald-Tests lautet im allgemeinen (vgl. z.B. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 84 ff):

$$WT = Ng(\hat{\theta}_{MLM})' \left[\frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \hat{I}(\hat{\theta}_{MLM})^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})'}{\partial \theta} \right]^{-1} g(\hat{\theta}_{MLM}) \tag{5.3}$$

Dabei stellt $\hat{I}(\hat{\theta}_{MLM})$ eine konsistente Schätzung der Informationsmatrix $I(\dot{\theta})$ dar. Bei Gültigkeit von H_0 ist WT asymptotisch zentral χ^2-verteilt mit m Freiheitsgraden (zur zentralen χ^2-Verteilung vgl. Anhang A), d.h. $WT \xrightarrow{d} \chi^2_m$. Große Werte von WT legen die Vermutung nahe, daß H_0 nicht zutrifft. So wird H_0 zum Signifikanzniveau α abgelehnt, falls $WT > \chi^2_{m,\alpha}$. Je nach der Ausgestaltung von $\hat{I}(\hat{\theta}_{MLM})$ erhält man unterschiedliche Versionen der Prüfgröße WT des Wald-Tests, ohne daß sich die asymptotische Verteilung von WT verändert. Eine konsistente Schätzung für $I(\dot{\theta})$ ergibt sich in Anlehnung an (2.12) durch:

$$\hat{I}_1(\hat{\theta}_{MLM}) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial^2 ln f_i(Y_i|X_i; \hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta \partial \theta'} \tag{5.4}$$

Im MMPM folgt daraus gemäß (2.14):

$$\hat{I}_1(\hat{\theta}_{MLM}) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln P_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta \partial \theta'} \tag{5.5}$$

Eine zweite Variante der konsistenten Schätzung von $I(\dot{\theta})$ ist in Anlehnung an (2.13):

$$\hat{I}_2(\hat{\theta}_{MLM}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial ln f_i(Y_i|X_i; \hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta} \frac{\partial ln f_i(Y_i|X_i; \hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \tag{5.6}$$

Im MMPM folgt daraus gemäß (2.15):

$$\hat{I}_2(\hat{\theta}_{MLM}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial ln P_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial ln P_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \tag{5.7}$$

Damit gelangt man zu folgenden Versionen von WT im MMPM:

$$\begin{aligned} WT_1 \quad = & \qquad (5.8) \\ & -g(\hat{\theta}_{MLM})' \left\{ \frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln P_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})'}{\partial \theta} \right\}^{-1} g(\hat{\theta}_{MLM}) \end{aligned}$$

$$WT_2 = g(\hat{\theta}_{MLM})' \left\{ \frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta} \cdot \right.\right. \tag{5.9}$$

$$\left.\left. \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \right]^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})'}{\partial \theta} \right\}^{-1} g(\hat{\theta}_{MLM})$$

Eine dritte Möglichkeit der konsistenten Schätzung von $I(\dot{\theta})$ ergibt sich aus der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982), bei der Auswirkungen der MLM-Schätzung bei Modellfehlspezifikationen untersucht werden. Es wird gezeigt, daß der unter einer Fehlspezifikation abgeleitete sogenannte Quasi-MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{QMLM}$ hinsichtlich eines bestimmten Parametervektors (θ_*) konsistent ist. Darüber hinaus kann $\hat{\theta}_{QMLM}$ in manchen Fällen auch bzgl. des wahren Parametervektors $\dot{\theta}$ konsistent sein. Entsprechend den in White (1982) dargestellten Überlegungen zu den asymptotischen Eigenschaften von $\hat{\theta}_{QMLM}$ kann im MMPM mit

$$\hat{A}(\hat{\theta}_{MLM}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial^2 lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta \partial \theta'}$$

bzw.

$$\hat{B}(\hat{\theta}_{MLM}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'}$$

d.h also mit der konsistenten Schätzung von $A(\dot{\theta})$ und $B(\dot{\theta})$ in (5.1), folgende Version von WT abgeleitet werden:

$$WT_3 = \tag{5.10}$$

$$Ng(\hat{\theta}_{MLM})' \left[\frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \hat{A}(\hat{\theta}_{MLM})^{-1} \hat{B}(\hat{\theta}_{MLM}) \hat{A}(\hat{\theta}_{MLM})^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{MLM})'}{\partial \theta} \right]^{-1} g(\hat{\theta}_{MLM})$$

5.2.2 Der Score-Test

Im Gegensatz zum Wald-Test verwendet der Score-Test ausschließlich den restringierten MLM-Schätzer $\check{\theta}_{MLM}$. Für den unrestringierten MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$ gilt $\frac{\partial lnL(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial \theta} = 0$. Unter $H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$ ist zu erwarten, daß sich $\frac{\partial lnL(\check{\theta}_{MLM})}{\partial \theta}$ kaum vom Nullvektor unterscheidet. Demnach beruht der Score-Test auf der Messung des Abstandes zwischen $\frac{\partial lnL(\check{\theta}_{MLM})}{\partial \theta}$ und dem Nullvektor. Die Prüfgröße des Score-Tests lautet im allgemeinen (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 86 ff):

$$ST = \frac{1}{N} \frac{\partial lnL(\check{\theta}_{MLM})}{\partial \theta'} \hat{I}(\check{\theta}_{MLM})^{-1} \frac{\partial lnL(\check{\theta}_{MLM})}{\partial \theta} \tag{5.11}$$

Unter H_0 stellt $\hat{I}(\check{\theta}_{MLM})$ eine konsistente Schätzung der Informationsmatrix $I(\dot{\theta})$ dar und es gilt $ST \xrightarrow{d} \chi^2_m$. Große Werte von ST legen die Vermutung nahe, daß H_0 nicht zutrifft, so daß H_0 zum Signifikanzniveau α verworfen wird, falls $ST > \chi^2_{m,\alpha}$. Je nach der Ausgestaltung von $\hat{I}(\check{\theta}_{MLM})$ erhält man auch beim Score-Test unterschiedliche Versionen der Prüfgröße ST, ohne daß sich die asymptotische Verteilung verändert. Entsprechend den Ausführungen beim Wald-Test ergibt sich im MMPM:

$$ST_1 = \tag{5.12}$$

$$-\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{-1}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}$$

$$ST_2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}\cdot\right. \tag{5.13}$$
$$\left.\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]^{-1}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}$$

Auch beim Score-Test ist die Einbeziehung von Überlegungen zur Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie möglich (vgl. White, 1982, S. 8). Für das MMPM ergibt sich dabei:

$$ST_3 = \frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{-1}\cdot \tag{5.14}$$
$$\frac{\partial g(\check{\theta}_{MLM})'}{\partial\theta}\left[\frac{\partial g(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\hat{A}(\check{\theta}_{MLM})^{-1}\hat{B}(\check{\theta}_{MLM})\hat{A}(\check{\theta}_{MLM})^{-1}\frac{\partial g(\check{\theta}_{MLM})'}{\partial\theta}\right]^{-1}\frac{\partial g(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\cdot$$
$$\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{-1}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}\right]$$

5.2.3 Der Likelihood-Quotienten-Test

Bei Gültigkeit von $H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$ ist zu erwarten, daß sich der maximale Wert der restringierten Likelihoodfunktion $L(\check{\theta}_{MLM})$ nicht wesentlich vom entsprechenden Wert der unrestringierten Likelihoodfunktion $L(\hat{\theta}_{MLM})$ unterscheidet. Die Testidee des Likelihood-Quotienten-Tests besteht in der Überprüfung, ob $\frac{L(\check{\theta}_{MLM})}{L(\hat{\theta}_{MLM})}$ signifikant vom Wert Eins verschieden ist. Die Prüfgröße des Likelihood-Quotienten-Tests lautet im allgemeinen (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 90 ff):

$$LRT = 2\left[lnL(\hat{\theta}_{MLM}) - lnL(\check{\theta}_{MLM})\right] \tag{5.15}$$

Bei Gültigkeit von H_0 ist $LRT \xrightarrow{d} \chi^2_m$. Große Werte von LRT legen die Vermutung nahe, daß H_0 nicht zutrifft, so daß H_0 zum Signifikanzniveau α verworfen wird, falls $LRT > \chi^2_{m,\alpha}$. Zu erkennen ist, daß der Likelihood-Quotienten-Test im Unterschied zum Wald-Test und zum Score-Test sowohl den restringierten MLM-Schätzer $\check{\theta}_{MLM}$ als auch den unrestringierten MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$ verwendet.

5.2.4 Asymptotische Eigenschaften im Vergleich

Die fundamentale Eigenschaft der drei klassischen Testverfahren besteht darin, daß sie (zunächst) bei Gültigkeit von $H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$ asymptotisch äquivalent sind, d.h. es gilt (vgl. z.B. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 82 ff):

$$\begin{aligned} WT - ST &\xrightarrow{p} 0 \\ WT - LRT &\xrightarrow{p} 0 \\ ST - LRT &\xrightarrow{p} 0 \end{aligned}$$

Aus der vorliegenden Betrachtung zeigt sich, daß die asymptotische Verteilung von WT, ST und LRT (unter H_0) die zentrale χ^2-Verteilung mit m Freiheitsgraden darstellt.

Desweiteren sind die Tests konsistent (vgl. z.B. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 82 ff), d.h. mit $PG = WT$, ST, LRT gilt:

$$\lim_{N \to \infty} P\left(PG > \chi^2_{m,\alpha} \middle| H_1 : g(\dot{\theta}) \neq 0\right) = 1$$

Konsistente statistische Testverfahren werden hinsichtlich der asymptotischen Eigenschaften häufig unter der Einbeziehung von Folgen lokaler Alternativhypothesen

$$H_1 : \theta_N = \dot{\theta} + \frac{\delta}{\sqrt{N}}$$

miteinander verglichen. Dabei stellt δ einen beliebigen Konstantenvektor dar und der Parametervektor $\dot{\theta}$ erfüllt die Nullhypothese $H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$ (vgl. zu diesem Konzept z.B. Davidson/MacKinnon, 1993, S. 409 ff). Wesentlich ist, daß die drei klassischen Testverfahren auch unter Folgen derartiger lokaler Alternativhypothesen asymptotisch äquivalent sind (vgl. z.B. Ruud, 2000, S. 404, Engle, 1984, S. 796 ff). Die asymptotische Verteilung von LRT sowie aller Versionen von WT und ST ist dabei die nichtzentrale χ^2-Verteilung mit m Freiheitsgraden und einem Nichtzentralitätsparameter λ (vgl. auch Davidson/MacKinnon, 1993, S. 445 ff; zur nichtzentralen χ^2-Verteilung vgl. Anhang A)

5.2.5 Spezielle Hypothesen in Probitmodellen

Bisher wurde die allgemeine Nullhypothese $H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$ mit den drei klassischen Testverfahren überprüft. In empirischen Anwendungen werden häufig sehr spezielle Hypothesen untersucht (vgl. auch die Monte-Carlo-Studien in Teil II). Mit $\dot{\theta} = \left(\dot{\theta}^{(1)}, \dot{\theta}^{(2)}\right)$, d.h. mit der Zerlegung des unbekannten Parametervektors $\dot{\theta}$ in zwei Teile, wobei $dim\, \dot{\theta}^{(1)} = m_1$ und $dim\, \dot{\theta}^{(2)} = m_2 = m - m_1$, sowie mit $g(\dot{\theta}) = \dot{\theta}^{(1)} - a$ wird nun die Nullhypothese

$$H_0 : \dot{\theta}^{(1)} = a \tag{5.16}$$

überprüft, bei der a einen vorgegebenen m_1-dimensionalen Vektor darstellt. Damit ergibt sich für den unrestringierten MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM} = \left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM}, \hat{\theta}^{(2)}_{MLM}\right)$ und für den restringierten MLM-Schätzer $\check{\theta}_{MLM} = \left(a, \check{\theta}^{(2)}_{MLM}\right)$. Diese MLM-Schätzungen erhält man durch $\hat{\theta}_{MLM} = \arg\max_\theta \left[\sum_{i=1}^N lnf_i(Y_i|X_i;\theta)\right]$ bzw. $\check{\theta}_{MLM} = \arg\max_\theta \left[\sum_{i=1}^N lnf_i(Y_i|X_i;a,\theta^{(2)})\right]$. Die Formulierung der Prüfgrößen des Wald- und Score-Tests erfolgt in diesem Fall mit der partitionierten Informationsmatrix. Allgemein geht das Konzept der Partitionierung von quadratischen $(m \times m)$-Matrizen $A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22}\end{pmatrix}$ und $A^{-1} = \begin{pmatrix} A^{11} & A^{12} \\ A^{21} & A^{22}\end{pmatrix}$ aus, wobei die jeweiligen Diagonalblöcke quadratische Submatrizen sind (vgl. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 414 ff). Es ergibt sich $A^{11} = \left(A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}\right)^{-1}$. Dabei stellen A_{11} bzw. A^{11}, A_{12} bzw. A^{12}, A_{21} bzw. A^{21} sowie A_{22} bzw. A^{22} $(m_1 \times m_1)$-, $(m_1 \times m_2)$-, $(m_2 \times m_1)$- sowie $(m_2 \times m_2)$-dimensionale Matrizen dar. Für die Informationsmatrix

$$I(\dot{\theta}) = \begin{pmatrix} I_{11}(\dot{\theta}) & I_{12}(\dot{\theta}) \\ I_{21}(\dot{\theta}) & I_{22}(\dot{\theta}) \end{pmatrix}$$

erhält man damit (vgl. auch Engle, 1984, S. 783):

$$I^{11}(\dot{\theta}) = \left[I_{11}(\dot{\theta}) - I_{12}(\dot{\theta})I_{22}(\dot{\theta})^{-1}I_{21}(\dot{\theta})\right]^{-1}$$

Zur Überprüfung von (5.16) lautet die spezielle Form der Prüfgröße WT des Wald-Tests:

$$WT = N\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right)'\left[\hat{I}^{11}(\hat{\theta}_{MLM})\right]^{-1}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right) \tag{5.17}$$

Damit gelangt man entsprechend (5.8), (5.9) und (5.10) zu folgenden Versionen von WT im MMPM:

$$WT_1 = -N\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right)'\left\{\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{11}\right\}^{-1}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right) \tag{5.18}$$

$$\begin{aligned} WT_2 = {} & N\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right)' \cdot \\ & \left\{\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\hat{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]^{11}\right\}^{-1}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right) \end{aligned} \tag{5.19}$$

$$WT_3 = N\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right)'\left\{\left[\hat{A}(\hat{\theta}_{MLM})^{-1}\hat{B}(\hat{\theta}_{MLM})\hat{A}(\hat{\theta}_{MLM})^{-1}\right]_{11}\right\}^{-1}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right) \tag{5.20}$$

In empirischen Arbeiten interessiert insbesondere die Überprüfung von Hypothesen bzgl. eines einzigen Parameters (z.B. einer erklärenden Variablen). Damit kann die Prüfgröße des Wald-Tests weiter vereinfacht werden. In diesem Fall gilt $dim\,\dot{\theta}^{(1)} = m_1 = 1$ und es folgt entsprechend (5.17) :

$$\begin{aligned} WT &= N\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right)\left[N\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM}\right)\right]^{-1}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right) \\ &= \frac{\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a\right)^2}{\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM}\right)} \end{aligned} \tag{5.21}$$

Je nach der Form der Varianz-Schätzung $\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM}\right)$ gelangt man zu den einzelnen Versionen WT_1, WT_2 und WT_3 von WT im MMPM. Bei Gültigkeit von H_0 ist WT (bzw. WT_1, WT_2, WT_3) asymptotisch zentral χ^2-verteilt mit einem Freiheitsgrad. Damit ist die Prüfgröße

$$NVT = \frac{\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a}{\sqrt{\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM}\right)}} \tag{5.22}$$

asymptotisch standardnormalverteilt. Man erhält in diesem Spezialfall den gewöhnlichen Normalverteilungstest. H_0 wird dementsprechend zum Signifikanzniveau α verworfen, falls

$$\left|\frac{\hat{\theta}^{(1)}_{MLM} - a}{\sqrt{\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{MLM}\right)}}\right| > z_{\frac{\alpha}{2}}$$

Die spezielle Form der Prüfgröße ST des Score-Tests lautet hinsichtlich der Überprüfung von (5.16) (vgl. z.B. Godfrey, 1988, S. 16):

$$ST = \frac{1}{N}\left[\frac{\partial lnL(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]_1 \hat{I}^{11}(\check{\theta}_{MLM}) \left[\frac{\partial lnL(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}\right]_1 \tag{5.23}$$

Dabei beinhaltet $[\cdot]_1$ die ersten m_1 Elemente des Vektors $[\cdot]$. Somit gelangt man entsprechend (5.12), (5.13) und (5.14) zu folgenden Versionen von ST im MMPM:

$$\begin{aligned} ST_1 \; = & -\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]_1 \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{11} \cdot \\ & \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}\right]_1 \end{aligned} \tag{5.24}$$

$$\begin{aligned} ST_2 \; = & \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]_1 \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta} \cdot \right. \\ & \left. \sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]^{11} \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}\right]_1 \end{aligned} \tag{5.25}$$

$$\begin{aligned} ST_3 \; = & \frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta'}\right]_1 \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{11} \cdot \\ & \left\{\left[\hat{A}(\check{\theta}_{MLM})^{-1}\hat{B}(\check{\theta}_{MLM})\hat{A}(\check{\theta}_{MLM})^{-1}\right]_{11}\right\}^{-1} \cdot \\ & \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial^2 lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{11} \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is}\frac{\partial lnP_{is}(\check{\theta}_{MLM})}{\partial\theta}\right]_1 \end{aligned} \tag{5.26}$$

Alle betrachteten Prüfgrößen sind entsprechend Kapitel 5.2.4 asymptotisch äquivalent. Im Hinblick auf die empirische Arbeit sind für die Auswahl eines bestimmten statistischen Testverfahrens aber insbesondere die Eigenschaften bei einem beschränkten Beobachtungsumfang

N entscheidend. Darüber hinaus spielt auch der rechnerische Aufwand für die Bestimmung der Prüfgröße eine wichtige Rolle. Dabei ist zu beachten, daß der Likelihood-Quotienten-Test sowohl die Einbeziehung des unrestringierten MLM-Schätzers $\hat{\theta}_{MLM}$ als auch die Einbeziehung des restringierten MLM-Schätzers $\check{\theta}_{MLM}$ erfordert. Aus dieser Sicht ist die Verwendung des Wald- sowie des Score-Tests günstiger als die Verwendung des Likelihood-Quotienten-Tests. Die Wahl zwischen dem Score-Test und dem Wald-Test hängt davon ab, ob der restringierte MLM-Schätzer $\check{\theta}_{MLM}$ oder der unrestringierte MLM-Schätzer $\hat{\theta}_{MLM}$ leichter zu berechnen ist. In dieser Hinsicht besitzt der Score-Test bei der Überprüfung komplexer Modellspezifikationen häufig Vorteile (wenngleich die Berechnung der einzelnen Komponenten der Prüfgröße ST nicht immer einfach ist, vgl. Maddala, 1995, S. 3).

Das Kernproblem der (klassischen) Überprüfung statistischer Hypothesen im MMPM besteht aber darin, daß bei großen J und/oder T eine MLM-Schätzung ohne vereinfachende Modellannahmen rechnerisch nicht handhabbar ist. Aus diesem Grund ist die Anwendung der drei klassischen Testverfahren im flexibel formulierten MMPM meist nicht möglich. Lediglich in speziellen einfachen Probitmodellen, in denen eine MLM-Schätzung durchführbar ist, können der Wald-, der Score- sowie der Likelihood-Quotienten-Test praktiziert werden. Systematische Monte-Carlo-Studien über die Eigenschaften klassischer Testverfahren bei einer beschränkten Anzahl N der Beobachtungseinheiten in speziellen Probitmodellen finden sich z.B. in Davidson/MacKinnon (1984), Guilkey/Murphy (1993) oder Lechner (1995). Einen Ausweg aus den rechnerischen Problemen bei der Parameterschätzung im MMPM bietet entsprechend den vorherigen Kapiteln insbesondere die SMLM (und vor allem unter der Einbeziehung des GHK-Simulators, vgl. Kapitel 4.5). Auf der Grundlage von SMLM-Schätzern ist es möglich, simulierte klassischen Testverfahren zu konstruieren. Insbesondere können damit im Rahmen des flexibel formulierten MMPM auch verschiedene spezielle Probitmodelle statistisch überprüft werden.

5.3 Simulierte klassische Testverfahren

Ausgangspunkt der simulierten klassischen Testverfahren ist die simulierte Loglikelihoodfunktion $ln\widetilde{L}(\theta) = \sum_{i=1}^{N} ln\left[\frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R}\widetilde{f}_i(Y_i, X_i, V_{ir}; \theta)\right]$ entsprechend (4.1), die sich im MMPM nach (4.2), (4.3) oder (4.4) zu $ln\widetilde{L}(\theta) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S} Y_{is} ln\widetilde{P}_{is}(\theta)$ konkretisiert. Zu testen ist im allgemeinen gemäß (5.2):

$$H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$$

Es bezeichnen $\check{\theta}_{SMLM}$ den durch H_0 restringierten SMLM-Schätzer und $\hat{\theta}_{SMLM}$ den entsprechend unrestringierten SMLM-Schätzer (jeweils z.B. unter der Einbeziehung des GHK-Simulators). Nach den Überlegungen in Kapitel 5.2 lassen sich mit dem Simulierten Wald-Test, mit dem Simulierten Score-Test und mit dem Simulierten Likelihood-Quotienten-Test die simulierten Entsprechungen der drei klassischen Testverfahren formulieren (vgl. im folgenden Lee, 1999).

5.3.1 Der Simulierte Wald-Test

Die Prüfgröße des Simulierten Wald-Tests ist das simulierte Analogon von (5.3) und lautet im allgemeinen:

$$SWT = Ng(\hat{\theta}_{SMLM})' \left[\frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta'} \hat{I}(\hat{\theta}_{SMLM})^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})'}{\partial \theta} \right]^{-1} g(\hat{\theta}_{SMLM}) \tag{5.27}$$

Dabei stellt $\hat{I}(\hat{\theta}_{SMLM})$ eine konsistente (simulierte) Schätzung der Informationsmatrix $I(\dot{\theta})$ dar. Im MMPM ergeben sich in Analogie zu (5.8), (5.9) und (5.10) folgende Versionen von SWT:

$$SWT_1 = \tag{5.28}$$

$$-g(\hat{\theta}_{SMLM})' \left\{ \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta'} \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})'}{\partial \theta} \right\}^{-1} g(\hat{\theta}_{SMLM})$$

$$SWT_2 = g(\hat{\theta}_{SMLM})' \left\{ \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta'} \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta} \cdot \right.\right. \tag{5.29}$$

$$\left.\left. \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta'} \right]^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})'}{\partial \theta} \right\}^{-1} g(\hat{\theta}_{SMLM})$$

$$SWT_3 = \tag{5.30}$$

$$Ng(\hat{\theta}_{SMLM})' \left\{ \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta'} \hat{A}(\hat{\theta}_{SMLM})^{-1} \hat{B}(\hat{\theta}_{SMLM}) \ \hat{A}(\hat{\theta}_{SMLM})^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})'}{\partial \theta} \right\}^{-1} g(\hat{\theta}_{SMLM})$$

Dabei stellen

$$\hat{A}(\hat{\theta}_{SMLM}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta \partial \theta'}$$

und

$$\hat{B}(\hat{\theta}_{SMLM}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial \theta'}$$

konsistente (simulierte) Schätzungen für $A(\dot{\theta})$ und $B(\dot{\theta})$ entsprechend (5.1) dar. Zu erkennen ist, daß die Berechnung von SWT_1, SWT_2 bzw. SWT_3 in (5.28), (5.29) bzw. (5.30) zum einen vom entsprechenden unrestringierten SMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{SMLM}$ abhängt. Darüber hinaus müssen aber im Rahmen der Schätzung der Informationsmatrix zur Approximation der Auswahlwahrscheinlichkeiten weitere Simulationen durchgeführt werden.

5.3.2 Der Simulierte Score-Test

Die Prüfgröße des Simulierten Score-Tests ist die simulierte Entsprechung von (5.11) und lautet im allgemeinen:

$$SST = \frac{1}{N}\frac{\partial ln\widetilde{L}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\hat{I}(\check{\theta}_{SMLM})^{-1}\frac{\partial ln\widetilde{L}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta} \qquad (5.31)$$

Im MMPM ergeben sich in Analogie zu (5.12), (5.13) sowie (5.14) folgende Versionen von SST:

$$\begin{aligned} SST_1 &= -\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial^2 ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{-1}\cdot \\ &\quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta} \end{aligned} \qquad (5.32)$$

$$\begin{aligned} SST_2 &= \sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta}\cdot\right. \\ &\quad \left.\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\right]^{-1}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta} \end{aligned} \qquad (5.33)$$

$$\begin{aligned} SST_3 &= \frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\right]\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial^2 ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{-1}\cdot \\ &\quad \frac{\partial g(\check{\theta}_{SMLM})'}{\partial\theta}\left[\frac{\partial g(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\hat{A}(\check{\theta}_{SMLM})^{-1}\hat{B}(\check{\theta}_{SMLM})\hat{A}(\check{\theta}_{SMLM})^{-1}\frac{\partial g(\check{\theta}_{SMLM})'}{\partial\theta}\right]^{-1}\cdot \\ &\quad \frac{\partial g(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial^2 ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta\partial\theta'}\right]^{-1}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{s\in S}Y_{is}\frac{\partial ln\widetilde{P}_{is}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta}\right] \end{aligned} \qquad (5.34)$$

Auch zur Berechnung von SST_1, SST_2 bzw. SST_3 in (5.32), (5.33) bzw. (5.34) müssen im flexibel formulierten MMPM abgesehen von den Simulationen bei der restringierten SMLM-Schätzung $\check{\theta}_{SMLM}$ weitere Simulationen durchgeführt werden.

5.3.3 Der Simulierte Likelihood-Quotienten-Test

Die Prüfgröße $SLRT$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests ist das simulierte Analogon von (5.15) und lautet im allgemeinen:

$$SLRT_1 = 2\left[ln\widetilde{L}(\hat{\theta}_{SMLM}) - ln\widetilde{L}(\check{\theta}_{SMLM})\right] \qquad (5.35)$$

Auch in den Simulierten Likelihood-Quotienten-Test können Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) einbezogen werden. Im Rahmen des MMPM gilt unter H_0 bzw. unter Folgen lokaler Alternativhypothesen:

$$N(\hat{\theta}_{SMLM} - \check{\theta}_{SMLM})' \Bigg\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta\partial\theta'} +$$

$$\frac{\partial g(\dot{\theta})'}{\partial\theta} \left[\frac{\partial g(\dot{\theta})}{\partial\theta'} \hat{A}(\hat{\theta}_{SMLM})^{-1} \hat{B}(\hat{\theta}_{SMLM}) \hat{A}(\hat{\theta}_{SMLM})^{-1} \frac{\partial g(\dot{\theta})'}{\partial\theta} \right]^{-1} \frac{\partial g(\dot{\theta})}{\partial\theta'} \Bigg\} (\hat{\theta}_{SMLM} - \check{\theta}_{SMLM})$$

$$\xrightarrow{p} 0$$

Damit besitzt folgende Version der Prüfgröße $SLRT$ sowohl unter H_0 als auch unter Folgen lokaler Alternativhypothesen dieselbe asymptotische Verteilung (vgl. unten) wie $SLRT_1$:

$$\begin{aligned} SLRT_2 \;=\; & 2\left[ln\widetilde{L}(\hat{\theta}_{SMLM}) - ln\widetilde{L}(\check{\theta}_{SMLM})\right] + (\hat{\theta}_{SMLM} - \check{\theta}_{SMLM})' \cdot \\ & \Bigg\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S} Y_{is} \frac{\partial^2 ln \widetilde{P}_{is}(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta\partial\theta'} + N \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})'}{\partial\theta} \left[\frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'} \hat{A}(\hat{\theta}_{SMLM})^{-1} \cdot \right. \\ & \left. \hat{B}(\hat{\theta}_{SMLM}) \hat{A}(\hat{\theta}_{SMLM})^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})'}{\partial\theta} \right]^{-1} \frac{\partial g(\hat{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'} \Bigg\} (\hat{\theta}_{SMLM} - \check{\theta}_{SMLM}) \end{aligned} \tag{5.36}$$

5.3.4 Asymptotische Eigenschaften

In Analogie zu den asymptotischen Eigenschaften der klassischen Testverfahren (vgl. Kapitel 5.2.4) sind der Simulierte Wald-Test, der Simulierte Score-Test sowie der Simulierte Likelihood-Quotienten-Test sowohl bei Gültigkeit von $H_0 : g(\dot{\theta}) = 0$ als auch unter Folgen lokaler Alternativhypothesen $H_1 : \theta_N = \dot{\theta} + \frac{\delta}{\sqrt{N}}$ asymptotisch äquivalent. Nun wird in Kapitel 4.3.1 dargestellt, daß für den SMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{SMLM}$ trotz vorliegender Konsistenz eine Verzerrung hinsichtlich der asymptotischen Verteilung von $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{SMLM} - \dot{\theta})$ existieren kann. Diese Eigenschaft besitzt Auswirkungen auf die asymptotische Verteilung der Prüfgrößen der simulierten klassischen Testverfahren (vgl. Lee, 1999).

Unter Folgen lokaler Alternativhypothesen $H_1 : \theta_N = \dot{\theta} + \frac{\delta}{\sqrt{N}}$ sind für $\lim_{N\to\infty} \frac{\sqrt{N}}{R} = c$ alle Versionen von SWT, SST und $SLRT$ asymptotisch nichtzentral χ^2-verteilt mit m Freiheitsgraden und einem Nichtzentralitätsparameter λ_2. Insofern liegt noch kein substantieller Unterschied zu den (unsimulierten) klassischen Testverfahren vor. Wesentlich ist aber, daß alle Versionen von SWT, SST und $SLRT$ für $\lim_{N\to\infty} \frac{\sqrt{N}}{R} = c$ auch bei Gültigkeit von H_0 asymptotisch nichtzentral χ^2-verteilt sind mit m Freiheitsgraden und einem Nichtzentralitätsparameter λ_1. Dabei beinhalten λ_1 sowie λ_2 (u.a.) c sowie den in Kapitel 4.3.1 abgeleiteten Parameter κ, der im MMPM insbesondere von der Varianz der simulierten Auswahlwahrscheinlichkeiten $\widetilde{P}_{is}(\theta)$ abhängt (vgl. auch Lee, 1995). Lediglich mit $c = 0$ und damit $\lim_{N\to\infty} \frac{\sqrt{N}}{R} = 0$ folgt $\lambda_1 = 0$, so daß bei Gültigkeit von H_0 alle Versionen von SWT, SST und $SLRT$ asymptotisch zentral χ^2-verteilt sind mit m Freiheitsgraden. Damit wird in diesem Fall die asymptotische Verteilung der Prüfgrößen WT, ST und LRT der (unsimulierten) klassischen Testverfahren erreicht.

5.3.5 Spezielle Hypothesen in Probitmodellen

Entsprechend Kapitel 5.2.5 werden in empirischen Arbeiten häufig spezielle Hypothesen analysiert (vgl. auch die Monte-Carlo-Studien in Teil II). Im folgenden werden die dort angestellten Überlegungen auf die simulierten klassischen Testverfahren übertragen. Nach der Zerlegung $\dot{\theta} = \left(\dot{\theta}^{(1)}, \dot{\theta}^{(2)}\right)$ wird erneut die Nullhypothese in (5.16)

$$H_0 : \dot{\theta}^{(1)} = a$$

überprüft. Damit erhält man den unrestringierten SMLM-Schätzer $\hat{\theta}_{SMLM} = \left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM}, \hat{\theta}^{(2)}_{SMLM}\right)$ und den restringierten SMLM-Schätzer $\check{\theta}_{SMLM} = \left(a, \check{\theta}^{(2)}_{SMLM}\right)$. So lautet in Analogie zu (5.17) die spezielle Form der Prüfgröße SWT des Simulierten Wald-Tests:

$$SWT = N\left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM} - a\right)' \left[\hat{I}^{11}(\hat{\theta}_{SMLM})\right]^{-1} \left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM} - a\right) \tag{5.37}$$

Die verschiedenen speziellen Versionen SWT_1, SWT_2 und SWT_3 von SWT im MMPM ergeben sich nach den obigen Ableitungen analog zu (5.18), (5.19) und (5.20).

Zur Überprüfung von Hypothesen bzgl. eines einzelnen Parameters kann auch SWT weiter vereinfacht werden. Wegen $dim\,\dot{\theta}^{(1)} = 1$ ergibt sich in Analogie zu (5.21) :

$$SWT = \frac{\left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM} - a\right)^2}{\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM}\right)} \tag{5.38}$$

Je nach der Form der (simulierten) Varianz-Schätzung $\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM}\right)$ gelangt man zu den einzelnen Versionen SWT_1, SWT_2 und SWT_3 von SWT im MMPM. Bei Gültigkeit von H_0 ist SWT asymptotisch nichtzentral χ^2-verteilt mit einem Freiheitsgrad und dem Nichtzentralitätsparameter λ_1 (vgl. auch Kapitel 5.3.4). So ist die Prüfgröße

$$SNVT = \frac{\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM} - a}{\sqrt{\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM}\right)}} \tag{5.39}$$

asymptotisch normalverteilt mit Erwartungswert $\sqrt{\lambda_1}$ und Varianz 1. Damit erhält man in diesem Spezialfall einen Simulierten Normalverteilungstest. Entsprechend der Form von $\widehat{var}\left(\hat{\theta}^{(1)}_{SMLM}\right)$ gelangt man im MMPM zu den einzelnen Versionen $SNVT_1$, $SNVT_2$ und $SNVT_3$ von $SNVT$.

Die spezielle Form der Prüfgröße SST des Simulierten Score-Tests lautet in Analogie zu (5.23):

$$SST = \frac{1}{N}\left[\frac{\partial ln\widetilde{L}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta'}\right]_1 \hat{I}^{11}(\check{\theta}_{SMLM}) \left[\frac{\partial ln\widetilde{L}(\check{\theta}_{SMLM})}{\partial\theta}\right]_1 \tag{5.40}$$

Die verschiedenen speziellen Versionen SST_1, SST_2 und SST_3 von SST im MMPM ergeben sich nach den obigen Ableitungen analog zu (5.24), (5.25) und (5.26).

Mit den simulierten klassischen Testverfahren ist es nun möglich, beliebige statistische Hypothesen bzgl. der Parameter im flexibel formulierten MMPM zu überprüfen (vgl. auch Kapitel 6.3). So kann z.B. der in empirischen Arbeiten häufig interessierende Einfluß einzelner erklärender Variablen auf die Wahlentscheidung getestet werden. Es lassen sich aber auch spezielle Probitmodelle statistisch überprüfen.

5.4 Ausblick

Nach den vorhergehenden Ausführungen hat sich gezeigt, daß die asymptotische Verteilung der Prüfgrößen simulierter klassischer Testverfahren von derjenigen klassischer Testverfahren wegen der möglichen asymptotischen Verzerrung bei der Grenzverteilung von $\sqrt{N}(\hat{\theta}_{SMLM} - \dot{\theta})$ abweichen kann. Unter Verwendung der Ablehnungsbereiche der klassischen Testverfahren sind deshalb (hinsichtlich der asymptotischen Theorie für $\lim_{N\to\infty} \frac{\sqrt{N}}{R} = c$) fehlerhafte Testentscheidungen denkbar. Desweiteren ist abgeleitet worden, daß alle betrachteten Versionen simulierter klassischer Testverfahren sowohl unter der Nullhypothese als auch bei Folgen lokaler Alternativhypothesen asymptotisch äquivalent sind. Festzuhalten ist dabei, daß die erläuterten asymptotischen Eigenschaften bei einer Vielzahl verschiedener einbezogener (stetiger) Simulatoren und insbesondere auch bei der Einbeziehung des GHK-Simulators gelten (zu den allgemeinen Voraussetzungen für die Ableitung der asymptotischen Eigenschaften vgl. Lee, 1999).

Hinsichtlich der Anwendung statistischer Testverfahren spielt aber in empirischen Arbeiten die Praktikabilität eine wichtige Rolle (vgl. auch die Bemerkungen zum Ende von Kapitel 5.2.5). Zwar ist die Überprüfung statistischer Hypothesen im flexibel formulierten MMPM letztlich mit allen drei simulierten klassischen Testverfahren möglich. Allerdings ist z.B. der Simulierte Wald-Test bei der statistischen Überprüfung von Hypothesen bzgl. einzelner Parameter im Vergleich zum Simulierten Score-Test besser geeignet, da der Simulierte Wald-Test die (i.d.R. interessierende) unrestringierte SMLM-Schätzung der unbekannten Parameter einbezieht. Der Gebrauch des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests ist hier wegen der erforderlichen restringierten sowie unrestringierten SMLM-Schätzung rechnerisch weniger attraktiv. Aus diesem Grund werden in den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 9 zur Überprüfung derartiger Hypothesen ausschließlich die verschiedenen Versionen des Simulierten Wald-Tests und damit des Simulierten Normalverteilungstests, d.h. die einzelnen Versionen der Prüfgröße in (5.39), verwendet.

Die geringe praktische Eignung des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests für empirische Arbeiten bleibt wegen der beschriebenen Problematik auch bei der statistischen Überprüfung spezieller Probitmodelle bestehen. In den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 10 sollen aber in dieser Hinsicht die verschiedenen Versionen des Simulierten Score- sowie des Simulierten

Wald-Tests miteinander verglichen werden. Damit ist es notwendig, sowohl eine restringierte als auch eine unrestringierte SMLM-Schätzung durchzuführen, so daß ohne großen rechnerischen Aufwand auch der Simulierte Likelihood-Quotienten-Test in die Analyse einbezogen werden kann.

Entscheidend für die Wahl zwischen den einzelnen simulierten klassischen Testverfahren ist aber vor allem das Verhalten bei einem beschränkten Beobachtungsumfang N und bei einer beschränkten Anzahl R an Simulationsreplikationen. Dabei ist neben der korrekten Einhaltung des vorgegebenen Signifikanzniveaus auch eine möglichst hohe Macht gegenüber verschiedenen Alternativhypothesen wünschenswert. In empirischen Arbeiten mit Probitmodellen (vgl. z.B. Börsch-Supan u.a., 1992, Börsch-Supan/Pfeiffer, 1992, Hajivassiliou, 1994, Mühleisen/Zimmermann, 1994, Bolduc, 1994, Bolduc u.a., 1996, Kaltenborn, 1997, S. 105 ff, Weeks, 1997, Bolduc u.a., 1997, Hyslop, 1999) ist die Problematik der Einbeziehung von Simulatoren in die klassischen Testverfahren aber bisher völlig unberücksichtigt. Dies gilt insbesondere für die in all diesen Untersuchungen betrachteten Simulierten Normalverteilungstests, aber auch für Simulierte Likelihood-Quotienten-Tests. Darüber hinaus ist in diesen Arbeiten hinsichtlich der Simulierten Normalverteilungstests häufig unklar, welche Versionen der Prüfgrößen und damit welche (simulierten) Schätzungen der Informationsmatrix jeweils benutzt werden und welche Absicht hinter dem Vorgehen steht.

In den Monte-Carlo-Studien von Lee (1999) werden mit Hilfe der verschiedenen simulierten klassischen Testverfahren (unter der Einbeziehung des GHK-Simulators) erstmals systematisch spezielle Probitmodelle statistisch überprüft. Ausgehend von den Ablehnungsbereichen der (unsimulierten) klassischen Testverfahren wird dabei z.B. gezeigt, daß die Einbeziehung von Überlegungen aus der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in die Prüfgrößen im Vergleich bessere Anpassungen der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus liefert. Aus diesen Experimenten ergibt sich insbesondere die große Bedeutung einer hohen Anzahl R an Simulationsreplikationen (R wird dabei allerdings im Gegensatz zu den Untersuchungen zum Simulierten Score-Test in Lee, 1997b, nur zwischen 15 und 100 variiert). Aufbauend auf diesen Erkenntnissen betrachten die Monte-Carlo-Studien in Teil II, bei denen entsprechend der Argumentation in Kapitel 4.5 ausschließlich die Einbeziehung des GHK-Simulators in die klassischen Testverfahren erfolgt, folgende bisher nicht aufgegriffene Aspekte:

- Lee (1999 bzw. 1997b) analysiert ausschließlich binäre mehrperiodige (mit $T = 8$ bzw. $T = 15$) Probitmodelle. Die vorliegende Arbeit fokussiert aber (mehrperiodige) Mehralternativen-Probitmodelle. Aus diesem Grund wird in den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 9 und 10 das simulierte klassische Testen in einperiodigen Vieralternativen- sowie fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodellen betrachtet.

- Lee (1999) untersucht ausschließlich die statistische Überprüfung ausgewählter Probitmodelle. In empirischen Arbeiten ist aber häufig vor allem das Testen bzgl. einzelner Parameter interessant. Dementsprechend werden in den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 9 systematisch Simulierte Normalverteilungstests analysiert.

- Lee (1999 bzw. 1997b) betrachtet ausschließlich einen einzigen Beobachtungsumfang ($N = 200$). Jedoch ist zu erwarten, daß neben der Anzahl R der Simulationsreplikationen auch der (beschränkte) Beobachtungsumfang N einen Einfluß auf die Ergebnisse simulierter klassischer Testverfahren besitzt, insbesondere bei Mehralternativen-Probitmodellen. Aus diesem Grund wird in den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 9 und 10 sowohl R als auch N variiert.

Teil II

Monte-Carlo-Studien

Kapitel 6

Technische Aspekte

Im Hinblick auf die folgenden Monte-Carlo-Studien zur SMLM/GHK-Schätzung und zu den simulierten klassischen Testverfahren werden in diesem Kapitel zunächst die dafür implementierten GAUSS-Programme erläutert. Danach wird das Simulationsdesign der einzelnen Experimente diskutiert. Die Darstellung bezieht sich auf die datengenerierenden Prozesse der verschiedenen betrachteten Mehralternativen-Probitmodelle. Erläutert werden jeweils die Struktur der erklärenden Variablen, die Varianz-Kovarianz-Struktur der stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ijt} (vgl. auch Kapitel 1) sowie die zugrunde gelegten Parameterwerte. Zur Analyse der Auswirkungen der Anzahl J der Alternativen sowie der Anzahl T der Perioden auf die Präzision der SMLM/GHK-Schätzungen der Parameter (vgl. Kapitel 7) werden einperiodige Vieralternativen-, fünfperiodige Dreialternativen- sowie achtperiodige Vieralternativen-Probitmodelle untersucht. Auf numerische Probleme, die sich bei Voruntersuchungen zur SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell ergeben haben, wird hingewiesen. Schließlich wird auf die im Rahmen der Monte-Carlo-Studien analysierten Statistiken eingegangen. Hinsichtlich der SMLM/GHK-Schätzwerte werden die einzelnen durchgeführten Berechnungen überblicksartig dargestellt. Hinsichtlich der simulierten klassischen Testverfahren werden insbesondere die überprüften Nullhypothesen diskutiert. Herausgearbeitet wird dabei, inwieweit durch die Formulierung von Prüfgrößen im Rahmen des in Kapitel 1.2.2 diskutierten flexibel formulierten MMPM Schwierigkeiten entstehen können.

6.1 Software

Alle in Teil II analysierten SMLM/GHK-Schätzungen und simulierten klassischen Testverfahren basieren auf Programmen, die in der Programmiersprache GAUSS (Windows NT/95 Version 3.2.32) geschrieben wurden. Grundlage bildete dabei ein von Prof. Axel Börsch-Supan Ph. D. (u.a. unter Mitwirkung von Dr. Angelika Eymann) entwickeltes FORTRAN-Programm. Die für diese Arbeit implementierten GAUSS-Programme ermöglichen zum einen (entsprechend Kapitel 1.1) die Schätzung von Probitmodellen mit flexibler Struktur der erklärenden Variablen. Damit können sowohl die Parametervektoren β_j individuenspezifischer Charakteristika (einschließlich Konstanten als Spezialfall derartiger erklärender Variablen) als auch die Parameter alternativenspezifischer Attribute in γ geschätzt werden.

Insbesondere wird aber mit den Programmen (entsprechend Kapitel 1.2) die flexible Modellierung der stochastischen Nutzenkomponenten ε_{ijt} im homoskedastischen MMPM ermöglicht. Im allgemeinen (Mehrperioden-) Fall können damit nach der Normierung einzelner Parameter maximal $\frac{J^2+3\cdot J-6}{2}$ freie Parameter, die die Varianz-Kovarianz-Matrix Σ von ε_i bestimmen, geschätzt werden (vgl. Kapitel 1.2.2). In diesem Fall werden sowohl kontemporäre Korrelationen als auch zeitinvariante stochastische Effekte und autoregressive Verknüpfungen in den unbeobachteten Einflußfaktoren berücksichtigt. Darüber hinaus gewährleisten die GAUSS-Programme die SMLM/GHK-Schätzung sämtlicher Submodelle dieses flexibel formulierten (homoskedastischen) MMPM.

Desweiteren ermöglichen die Programme (entsprechend Kapitel 5.3) die Berechnung von Prüfgrößen simulierter klassischer Testverfahren. So lassen sich einerseits die Teststatistiken Simulierter Normalverteilungstests gemäß (5.39) in den drei von der jeweiligen (simulierten) Varianz-Schätzung abhängigen Varianten bestimmen. Zum anderen können zur statistischen Überprüfung ausgewählter Probitmodelle im Rahmen des flexibel formulierten (homoskedastischen) MMPM die Prüfgrößen sämtlicher Versionen Simulierter Wald-, Score- sowie Likelihood-Quotienten-Tests entsprechend (5.27) bis (5.36) berechnet werden. Grundlage für die Durchführung dieser simulierten klassischen Testverfahren sind die (restringierten und/oder unrestringierten) SMLM/GHK-Schätzungen in den jeweils betrachteten Probitmodellen.

In der Regel existiert bei der SMLM (ebenso wie bei der MLM) hinsichtlich der Maximierung der Zielfunktion keine geschlossene Formel zur Berechnung der Schätzwerte. Demnach müssen zur Bestimmung des Maximums der simulierten Loglikelihoodfunktion iterative Optimierungsverfahren verwendet werden. Die in dieser Arbeit entwickelten GAUSS-Programme bedienen sich hierfür des GAUSS-Moduls OPTMUM. Diese Prozedur bietet zur Optimierung von Funktionen mehrere Algorithmen an (vgl. im folgenden die GAUSS-Handbücher). In allen vorliegenden Untersuchungen wird zur Berechnung eines Richtungsvektors bei der iterativen Anpassung der Parameterschätzwerte ausschließlich die Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno-Methode verwendet, die eine Approximation der Hessematrix vornimmt (vgl. auch z.B. Greene, 1997, S. 204 f). Die Berechnung des Schrittweitenparameters nach der Ableitung des Richtungsvektors erfolgt dabei in jedem Iterationsschritt durch eine Variation des Verfahrens des goldenen Schnittes nach Brent. Die Toleranzgrenze für den Gradienten der geschätzten Parameter ist durchweg auf den Wert 0.001 fixiert.

Die entwickelten GAUSS-Programme ermöglichen bei der SMLM/GHK-Schätzung den Gebrauch analytischer Gradienten der simulierten Loglikelihoodfunktion. Jedoch ist zu berücksichtigen, daß die Gradienten in GAUSS wegen der hohen Anzahl an Schleifen nicht effizient implementiert werden können (vgl. auch Mühleisen, 1994, S. 166 ff). Deshalb benötigt deren Bestimmung eine vergleichsweise hohe Rechenzeit. Als Alternative bietet das GAUSS-Modul OPTMUM die Berechnung numerischer Gradienten an. In zahlreichen Voruntersuchungen ergab sich tatsächlich, daß die Dauer der analytischen Berechnung der Gradienten meist viel höher ist als die Dauer der numerischen Berechnung der Gradienten. Da sich außerdem herausstellte, daß die resultierenden SMLM/GHK-Schätzungen bei beiden Varianten sehr eng beieinander liegen, werden im Rahmen dieser Arbeit die Gradienten im iterativen Optimierungsprozeß bei der SMLM/GHK-Schätzung ausschließlich numerisch berechnet. Im Gegensatz dazu erfolgt die Bestimmung der Gradienten bei der Ableitung der Prüfgrößen der simulierten klassischen Testverfahren analytisch. Dies ist rechnerisch besser handhabbar, da die Berechnung der Teststatistiken im Anschluß an die Parameterschätzung nicht iterativ erfolgt.

Entsprechend Teil I müssen bei der SMLM-Schätzung im flexibel formulierten MMPM Auswahlwahrscheinlichkeiten approximiert werden. Ausgangspunkt des im folgenden ausschließlich verwendeten GHK-Simulators sind Realisationen gestutzter standardnormalverteilter Zufallsvariablen (vgl. Kapitel 3.3). Diese lassen sich mit Hilfe von $[0;1]$-rechteckverteilten Zufallsvariablen generieren. Die Erzeugung derartiger $[0;1]$-rechteckverteilter Pseudo-Zufallszahlen erfolgt in den entwickelten Programmen mit der GAUSS-Funktion RNDU. Die GAUSS-Funktion RNDUS gewährleistet darüber hinaus durch das Setzen eines Startwertes die Kontrolle des Pseudo-Zufallszahlengenerators, so daß eine Folge von Pseudo-Zufallszahlen exakt rekonstruiert werden kann. Die Generierung standardnormalverteilter Pseudo-Zufallszahlen ermöglicht GAUSS durch die entsprechenden Funktionen RNDN bzw. RNDNS. Damit werden im Rahmen verschieden strukturierter Probitmodelle Datensätze für die Monte-Carlo-Studien erzeugt (vgl. Kapitel 6.2). Die Bestimmung von Funktionswerten der inversen Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung erfolgt in den verwendeten Programmen nach dem Algorithmus von Odeh/Evans (1974) in Verbindung mit der inversen Interpolation entsprechend Zelen/Severo (1970, S. 954 f).

Im Rahmen des flexibel formulierten MMPM ist die Varianz-Kovarianz-Matrix Σ von ε_i

durch einzelne Varianzen und Kovarianzen sowie durch Autokorrelationsparameter gekennzeichnet (vgl. Kapitel 1.2). Die entwickelten GAUSS-Programme sind derart gestaltet, daß hinsichtlich Σ (neben den Autokorrelationsparametern) zunächst Standardabweichungen und Korrelationskoeffizienten in die SMLM/GHK-Schätzung eingehen. Durch die direkte Beziehung zu Varianzen und Kovarianzen wird dann im Optimierungsprozeß jeweils die Varianz-Kovarianz-Matrix Σ erstellt. Im flexibel formulierten MMPM erhält man damit (unter Berücksichtigung der in Kapitel 1.2.2 dargestellten Normierungen) Schätzwerte für die $\frac{J^2+3\cdot J-6}{2}$ Parameter $\sigma_{\eta_1}, \ldots, \sigma_{\eta_{J-2}}$, $corr(\eta_{ijt}, \eta_{ij't}) = \frac{\sigma_{\eta_{jj'}}}{\sigma_{\eta_j}\sigma_{\eta_{j'}}}$ $(\forall j \neq j'; j, j' \neq J)$, $\sigma_{\alpha_1}, \ldots, \sigma_{\alpha_{J-1}}$ sowie $\rho_1, \ldots, \rho_{J-1}$.

Zu beachten ist dabei, daß diese Parameter im iterativen Maximierungsprozeß der SMLM/GHK Werte annehmen können, die außerhalb ihres Definitionsbereiches liegen. Hinsichtlich dieser Problematik wird in den entwickelten Programmen ausgenutzt, daß die MLM gegenüber Reparametrisierungen eines Modells invariant ist (vgl. z.B. Cramer, 1986, S. 30 ff). Das heißt, ausgehend von der Funktion $\zeta = f(\theta)$ eines Parametervektors θ sowie von der MLM-Schätzung $\hat{\theta}_{MLM}$ für θ erhält man die MLM-Schätzung $\hat{\zeta}_{MLM}$ für ζ durch $\hat{\zeta}_{MLM} = f(\hat{\theta}_{MLM})$. Umgekehrt gelangt man zur MLM-Schätzung $\hat{\theta}_{MLM}$ durch $\hat{\theta}_{MLM} = f^{-1}(\hat{\zeta}_{MLM})$. Daran anknüpfend werden den freien Varianz-Kovarianz-Parametern des MMPM bei der SMLM/GHK-Schätzung zu Beginn folgende Parametrisierungen auferlegt:

$$ln\, \sigma_{\eta_1}, \ldots, ln\, \sigma_{\eta_{J-2}}$$
$$ln \left[\frac{1 + corr\,(\eta_{ijt}, \eta_{ij't})}{1 - corr\,(\eta_{ijt}, \eta_{ij't})}\right] \quad (\forall j \neq j'; j, j' \neq J)$$
$$ln\, \sigma_{\alpha_1}, \ldots, ln\, \sigma_{\alpha_{J-1}}$$
$$ln\left(\frac{1+\rho_1}{1-\rho_1}\right), \ldots, ln\left(\frac{1+\rho_{J-1}}{1-\rho_{J-1}}\right)$$

Diese transformierten Koeffizienten gehen dann in den Optimierungsprozeß ein. Bei der iterativen Anpassung der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ von ε_i sowie bei der Ableitung der SMLM/GHK-Schätzwerte nach dem Maximierungsprozeß werden die entsprechenden Reparametrisierungen vorgenommen:

$$exp\Big[ln\, \sigma_{\eta_1}\Big], \ldots, exp\left[ln\, \sigma_{\eta_{J-2}}\right]$$
$$\frac{exp\left\{ln\left[\frac{1+corr\left(\eta_{ijt},\eta_{ij't}\right)}{1-corr\left(\eta_{ijt},\eta_{ij't}\right)}\right]\right\} - 1}{exp\left\{ln\left[\frac{1+corr\left(\eta_{ijt},\eta_{ij't}\right)}{1-corr\left(\eta_{ijt},\eta_{ij't}\right)}\right]\right\} + 1} \quad (\forall j \neq j'; j, j' \neq J)$$
$$exp\Big[ln\, \sigma_{\alpha_1}\Big], \ldots, exp\left[ln\, \sigma_{\alpha_{J-1}}\right]$$
$$\frac{exp\left[ln\left(\frac{1+\rho_1}{1-\rho_1}\right)\right] - 1}{exp\left[ln\left(\frac{1+\rho_1}{1-\rho_1}\right)\right] + 1}, \ldots, \frac{exp\left[ln\left(\frac{1+\rho_{J-1}}{1-\rho_{J-1}}\right)\right] - 1}{exp\left[ln\left(\frac{1+\rho_{J-1}}{1-\rho_{J-1}}\right)\right] + 1}$$

Damit ist gewährleistet, daß die Standardabweichungen (und damit die Varianzen) im bzw. nach dem Optimierungsprozeß nur positive Werte und die Korrelationskoeffizienten bzw. Autokorrelationsparameter ausschließlich Werte zwischen -1 und +1 annehmen.

Alle Berechnungen für diese Arbeit wurden auf verschiedenen Intel II 400 Mhz Pentium PC's durchgeführt. Die für empirische Arbeiten interessante Rechendauer von SMLM/GHK-Schätzungen wird letztlich durch viele Faktoren beeinflußt. Zum einen spielt bei der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten MMPM die Anzahl J der Alternativen bzw. die Anzahl T der Perioden und damit die Dimension der auftauchenden Vielfachintegrale (vgl. Kapitel 1) eine wichtige Rolle. Darüber hinaus wachsen die Rechenzeiten mit der Erhöhung der Anzahl R der Simulationsreplikationen im Rahmen des GHK-Simulators, mit der Erhöhung des Beobachtungsumfangs N sowie mit der Erhöhung der Anzahl ($dim\,\theta$) der zu schätzenden Modellparameter. Extrem wichtig ist aber (bei gleichen J, T, N, R und $dim\,\theta$) insbesondere auch die Plattform, auf der die Berechnungen durchgeführt werden. Für empirische Anwendungen sind deshalb in der Literatur ausgewiesene Rechenzeiten nicht direkt übertragbar und häufig nur von begrenzter Relevanz. Daran anknüpfend wird in dieser Arbeit auch auf die Angabe dieser Werte verzichtet. In den folgenden Monte-Carlo-Studien schwanken die Rechenzeiten zwischen durchschnittlich ca. einer Minute (für eine SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell, $N = 100$, $R = 10$, zwei alternativenspezifische erklärende Variablen, vgl. Kapitel 6.2.3) und durchschnittlich ca. 15 Stunden (für eine SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell, $N = 500$, $R = 200$, zwei alternativenspezifische erklärende Variablen, vgl. Kapitel 6.2.4).

6.2 Datengenerierende Prozesse (DGP)

6.2.1 Diskrete einperiodige Vieralternativen-Entscheidungsmodelle (individuenspezifische erklärende Variablen)

Für die Analyse verschieden strukturierter Modellfehlspezifikationen werden in Kapitel 8 zunächst ausgehend von (1.1) folgende diskrete einperiodige Vieralternativen-Entscheidungsmodelle betrachtet ($i = 1, \ldots, N$):

$$\begin{aligned}
v_{i11} &= \beta_{11} + \beta_{12}x_{i11} + \beta_{13}x_{i12} + \varepsilon_{i11} \\
v_{i21} &= \beta_{21} + \beta_{22}x_{i11} + \beta_{23}x_{i12} + \varepsilon_{i21} \\
v_{i31} &= \beta_{31} + \beta_{32}x_{i11} + \beta_{33}x_{i12} + \varepsilon_{i31} \\
v_{i41} &= \varepsilon_{i41}
\end{aligned}$$

Für die zwei individuenspezifischen Charakteristika gilt dabei ($i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, 4$):

$$x_{i11} \sim NV(0;1) \quad x_{i12} \sim BV(0.5)$$

Den entsprechenden Parametern liegen im datengenerierenden Prozeß (DGP) folgende Werte zugrunde:

$$\dot\beta_{11} = -1 \quad \dot\beta_{12} = 1 \quad \dot\beta_{13} = 0$$

$$\dot\beta_{21} = 1 \quad \dot\beta_{22} = 0 \quad \dot\beta_{23} = 1$$

$$\dot\beta_{31} = -1 \quad \dot\beta_{32} = 1 \quad \dot\beta_{33} = 0$$

Hinsichtlich der Struktur der Varianz-Kovarianz-Matrix der stochastischen Nutzenkomponenten $\varepsilon_{i11}, \ldots, \varepsilon_{i41}$ ($i = 1, \ldots, N$) werden verschiedene Spezifikationen betrachtet. Ausgangspunkt ist zunächst das einperiodige Vieralternativen-Independent Probitmodell (vgl. Kapitel 1.2.3). Damit ist die Varianz-Kovarianz-Matrix der gemeinsam normalverteilten $\varepsilon_{i11}, \ldots, \varepsilon_{i41}$ durch die (4×4)-dimensionale Einheitsmatrix gekennzeichnet. Das heißt, ausgehend von den Varianz-Kovarianz-Komponenten nach (1.10) gilt $\dot\sigma_{\eta_j} = 1$ ($j = 1, \ldots, 4$), $c\dot{o}rr(\eta_{ij1}, \eta_{ij'1}) = 0$ ($j, j' = 1, \ldots, 4; j \neq j'$) und damit (da $T = 1$ ist $\alpha_i = \rho = 0$):

$$\dot\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ein zweiter DGP beinhaltet ein normalisiertes Logitmodell (vgl. Kapitel 1.1). Dabei gilt für die stochastischen Nutzenkomponenten $\varepsilon_{ij1} = \frac{\overline{\varepsilon}_{ij1} - 0.577216}{\pi/\sqrt{6}}$ ($j = 1, \ldots, 4$), wobei die $\overline{\varepsilon}_{ij1}$ unabhängig standardextremwertverteilt (zur Extremwertverteilung vgl. Anhang A) sind. Durch die Normalisierung ergibt sich $erw\, \varepsilon_{ij1} = 0$ sowie $var\, \varepsilon_{ij1} = 1$. Die Varianz-Kovarianz-Matrix $\dot\Sigma$ entspricht damit in diesem DGP derjenigen im Independent Probitmodell.

In zwei weiteren DGP werden in das einperiodige Vieralternativen-Probitmodell heteroskedastische Elemente einbezogen (vgl. Kapitel 1.2.3). Dabei wird die individuelle Varianz-Kovarianz-Matrix $\dot\Sigma_i$ der gemeinsam normalverteilten $\varepsilon_{i11}, \ldots, \varepsilon_{i41}$ durch x_{i11} beeinflußt. Zunächst wird eine schwächere Form der Heteroskedastie betrachtet:

$$\dot\Sigma_i = \begin{pmatrix} e^{x_{i11}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{x_{i11}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Darüber hinaus wird eine stärkere Form der Heteroskedastie berücksichtigt:

$$\dot{\Sigma}_i = \begin{pmatrix} e^{3x_{i11}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{3x_{i11}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schließlich werden den gemeinsam normalverteilten Nutzenkomponenten $\varepsilon_{i11}, \ldots, \varepsilon_{i41}$ des einperiodigen Vieralternativen-Probitmodells auch kontemporäre Korrelationen auferlegt. Der erste derartige Verknüpfungen einschließende DGP beinhaltet folgende Parameter:

$$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\eta_2} = 0.5$$

$$\dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = \dot{corr}(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0.5$$

Damit ergibt sich die Varianz-Kovarianz-Matrix:

$$\dot{\Sigma} = \begin{pmatrix} 2.25 & 0.375 & 0.75 & 0 \\ 0.375 & 0.25 & 0.25 & 0 \\ 0.75 & 0.25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zudem wird ein DGP betrachtet, der stärkere kontemporäre Korrelationen beinhaltet. Die entsprechenden Varianz-Kovarianz-Parameter lauten:

$$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 2 \quad \dot{\sigma}_{\eta_2} = 2$$

$$\dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = \dot{corr}(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0.8$$

Damit ergibt sich hier die Varianz-Kovarianz-Matrix:

$$\dot{\Sigma} = \begin{pmatrix} 4 & 3.2 & 1.6 & 0 \\ 3.2 & 4 & 1.6 & 0 \\ 1.6 & 1.6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Parameterschätzung erfolgt in diesem Modellrahmen ausschließlich im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell. Damit können hier keine freien Varianz-Kovarianz-Parameter geschätzt werden. Falls der DGP selbst durch das Independent Probitmodell gekennzeichnet ist, liegt eine Parameterschätzung im korrekt spezifizierten Probitmodell vor. Auf der Grundlage der anderen beschriebenen DGP erfolgt dagegen die Parameterschätzung in fehlspezifizierten Probitmodellen. Der betrachtete Beobachtungsumfang bei diesem Modellansatz beträgt durchweg $N = 500$, die Anzahl der Simulationsreplikationen beträgt durchweg $R = 10$. Die Anzahl der Replikationen der einzelnen DGP beträgt jeweils $Nrep = 200$.

6.2.2 Einperiodige Vieralternativen-Probitmodelle (alternativenspezifische erklärende Variablen)

Zu betonen ist, daß für die vorliegende Arbeit ausnahmslos SMLM/GHK-Schätzungen durchgeführt worden sind, obwohl die Parameterschätzung im Independent Probitmodell z.B. auch mit der MLM ohne die Verwendung von Simulationsverfahren möglich wäre. Ein wesentlicher Vorzug der SMLM/GHK-Schätzung in (einperiodigen) Mehralternativen-Probitmodellen ist aber die Möglichkeit der Einbeziehung kontemporärer Verknüpfungen. Deshalb sollte auf der Grundlage des ersten in Kapitel 6.2.1 beschriebenen, schwächere kontemporäre Korrelationen einschließenden, DGP auch die SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten Probitmodell vorgenommen werden. In zahlreichen Voruntersuchungen ergaben sich jedoch wiederholt Schwierigkeiten bei der Konvergenz der simulierten Loglikelihoodfunktion zu einem Maximum. Ausgangspunkt war dabei zunächst ein Beobachtungsumfang von $N = 500$ sowie eine Anzahl von $R = 10$ Simulationsreplikationen. Aber selbst bei einer sukzessiven Erhöhung auf $N = 1000$ und $N = 2000$ bzw. $R = 50$ und $R = 200$ wurden diese Probleme nicht vollständig beseitigt.

Diese Beobachtungen decken sich mit den Ergebnissen von Keane (1992). Dort wird erläutert, daß die Loglikelihoodfunktion formal identifizierter Mehralternativen-Probitmodelle in der Nähe des Maximums über eine große Bandbreite von Parameterwerten sehr geringe Variationen aufweisen kann. Zudem wird dargestellt, inwiefern derartige Schwierigkeiten entstehen können, falls ein Mehralternativen-Probitmodell ausschließlich individuenspezifische erklärende Variablen beinhaltet (vgl. auch Weeks, 1997, S.304 ff, bzw. Bommert, 1999, S. 92 f). Entsprechend dieser Argumentation werden solche Probleme hinsichtlich der Loglikelihoodfunktion vermieden, falls alternativenspezifische erklärende Variablen Komponenten des Probitmodells sind (vgl. auch die Studien von Geweke u.a., 1997). Allerdings ist zu beachten, daß häufig mit Datensätzen gearbeitet wird, die ausschließlich individuenspezifische erklärende Variablen enthalten. Im Hinblick auf empirische Arbeiten in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften sollte deshalb diese Problematik bei der Analyse der SMLM/GHK-Schätzergebnisse berücksichtigt werden.[1]

In weiteren Voruntersuchungen zeigte sich, daß solche numerischen Schwierigkeiten auch bei der Einbeziehung alternativenspezifischer erklärender Variablen in das einperiodige Vieralternativen-Probitmodell lediglich dann verschwinden, wenn Beobachtungsumfänge von mindestens etwa $N = 1000$ vorliegen. Bei den folgenden Studien soll aber insbesondere auch der Einfluß von N sowie von R auf die SMLM/GHK-Schätzung in Probitmodellen untersucht werden (vgl. Kapitel 7). Mit der Erhöhung von N bzw. R enstehen aber bei der (durch

[1] Für den Fall, daß keine alternativenspezifischen erklärenden Variablen vorliegen, schlägt Bommert, 1999, S. 101 f, vor, selbst generierte derartige Variablen in die SMLM/GHK-Schätzung einzubeziehen.

die Betrachtung individuenspezifischer erklärender Variablen ausgelösten) großen Anzahl zu schätzender Parameter sehr hohe Rechenzeiten (vgl. auch die Ausführungen zum Ende von Kapitel 6.1). Aus diesem Grund werden im folgenden zur Reduzierung der Anzahl der Modellparameter ausschließlich zwei alternativenspezifische erklärende Variablen in das einperiodige Vieralternativen-Probitmodell einbezogen. Zu bemerken ist dabei, daß auch in diesem Fall vereinzelt Konvergenzprobleme aufgetaucht sind, falls die alternativenspezifischen erklärenden Variablen entsprechend der Standardnormalverteilung (pseudo-zufällig) erzeugt wurden. Offensichtlich ist in diesem Fall die Variation über die Alternativen nicht ausreichend stark, um ausnahmslos derartige Schwierigkeiten zu vermeiden.

Anknüpfend an diese Bemerkungen wird bei den Analysen in Kapitel 7 bis 10 ausgehend von (1.1) insbesondere folgendes einperiodige Vieralternativen-Probitmodell betrachtet ($i = 1, \ldots, N$):

$$\begin{aligned}
v_{i11} &= \gamma_1 z_{i111} + \gamma_2 z_{i112} + \varepsilon_{i11} \\
v_{i21} &= \gamma_1 z_{i211} + \gamma_2 z_{i212} + \varepsilon_{i21} \\
v_{i31} &= \gamma_1 z_{i311} + \gamma_2 z_{i312} + \varepsilon_{i31} \\
v_{i41} &= \gamma_1 z_{i411} + \gamma_2 z_{i412} + \varepsilon_{i41}
\end{aligned}$$

Für die zwei alternativenspezifischen Attribute gilt ($i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, 4$):

$$z_{ij11} \sim NV(0;2) \quad z_{ij21} \sim NV(0;2)$$

Dabei liegen den entsprechenden Parametern im DGP folgende Werte zugrunde:

$$\dot{\gamma}_1 = 1 \quad \dot{\gamma}_2 = 0$$

Bezüglich der Varianz-Kovarianz-Parameter des DGP werden je nach der Fragestellung bei der SMLM/GHK-Schätzung (vgl. Kapitel 7 und 8) sowie bei den simulierten klassischen Testverfahren (vgl. Kapitel 9 und 10) das Independent Probitmodell sowie die in Kapitel 6.2.1 beschriebene schwächere Form kontemporärer Verknüpfungen betrachtet. Damit gilt (da $T = 1$ ist $\alpha_i = \rho = 0$)

$$\begin{aligned}
&\dot{\sigma}_{\eta_j} = 1 \quad (j = 1, \ldots, 4) \\
&\dot{corr}(\eta_{ij1}, \eta_{ij'1}) = 0 \quad (j, j' = 1, \ldots, 4; j \neq j')
\end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
&\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\eta_2} = 0.5 \\
&\dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = \dot{corr}(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0.5
\end{aligned}$$

Die SMLM/GHK-Schätzung vollzieht sich entweder im Independent Probitmodell oder im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell. Im allgemeinen Fall werden somit fünf Varianz-Kovarianz-Parameter geschätzt. Zur formalen Identifizierung der Parameter wird dabei entsprechend Kapitel 1.2.2 $\dot{\sigma}_{\eta_3}$ und $\dot{\sigma}_{\eta_4}$ auf den Wert Eins sowie $\dot{\sigma}_{\eta_{j4}}$ ($j = 1, 2, 3$) auf den Wert Null restringiert. Der Beobachtungsumfang variiert zwischen $N = 500$, $N = 1000$ und $N = 2000$, die Anzahl der Simulationsreplikationen variiert zwischen $R = 10$, $R = 50$ und $R = 200$. Ein Beobachtungsumfang von $N = 500$ wird lediglich bei der Parameterschätzung im Independent Probitmodell betrachtet, da bei dieser (geringen) Höhe von N mit der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell vereinzelt Schwierigkeiten bei der Konvergenz der simulierten Loglikelihoodfunktion zu einem Maximum aufgetreten sind. Die Anzahl der Replikationen des DGP beträgt durchweg $Nrep = 200$.

6.2.3 Fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodelle

Hinsichtlich der Analyse von Paneldaten wird zunächst folgendes fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodell betrachtet ($i = 1, \ldots, N$; $t = 1, \ldots, 5$):

$$\begin{aligned} \upsilon_{i1t} &= \gamma_1 z_{i1t1} + \gamma_2 z_{i1t2} + \varepsilon_{i1t} \\ \upsilon_{i2t} &= \gamma_1 z_{i2t1} + \gamma_2 z_{i2t2} + \varepsilon_{i2t} \\ \upsilon_{i3t} &= \gamma_1 z_{i3t1} + \gamma_2 z_{i3t2} + \varepsilon_{i3t} \end{aligned}$$

Für die zwei alternativenspezifischen Attribute gilt im Hinblick auf intertemporale Verknüpfungen (vgl. dazu auch Geweke u.a., 1997) ($i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, 3; t = 1, \ldots, 5$):

$$z_{ijt1} = z_{ij1}^{(1)} + z_{ijt1}^{(2)} \quad \text{wobei} \quad z_{ij1}^{(1)} \sim NV(0;1) \quad \text{und} \quad z_{ijt1}^{(2)} \sim NV(0;1)$$

$$z_{ijt2} = z_{ij2}^{(1)} + z_{ijt2}^{(2)} \quad \text{wobei} \quad z_{ij2}^{(1)} \sim NV(0;1) \quad \text{und} \quad z_{ijt2}^{(2)} \sim NV(0;1)$$

Den entsprechenden Parametern liegen im DGP folgende Werte zugrunde:

$$\dot{\gamma}_1 = 1 \quad \dot{\gamma}_2 = 0$$

Bezüglich der Varianz-Kovarianz-Parameter des DGP wird je nach der Fragestellung bei der SMLM/GHK-Schätzung (vgl. Kapitel 7 und 8) sowie bei den simulierten klassischen Testverfahren (vgl. Kapitel 9 und 10) ein flexibel formuliertes MMPM sowie einzelne Submodelle betrachtet. Im allgemeinen Modellansatz lauten die entsprechenden Koeffizienten:

$$\begin{aligned} &\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5 \quad co\dot{r}r(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0.5 \\ &\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\alpha_2} = 0.5 \\ &\dot{\rho}_1 = 0.8 \quad \dot{\rho}_2 = 0.5 \end{aligned}$$

Im Independent Probitmodell gilt damit:

$$\dot{\sigma}_{\eta_j} = 1 \quad (j = 1, \ldots, 3) \qquad \dot{corr}(\eta_{ijt}, \eta_{ij't}) = 0 \quad (j, j' = 1, \ldots, 3; j \neq j')$$

$$\dot{\sigma}_{\alpha_j} = 0 \quad (j = 1, \ldots, 3)$$

$$\dot{\rho}_j = 0 \quad (j = 1, \ldots, 3)$$

Die SMLM/GHK-Schätzung vollzieht sich entweder im flexibel formulierten MMPM oder aber in einzelnen Submodellen. Im allgemeinsten Fall werden damit sechs Varianz-Kovarianz-Parameter geschätzt. Zur formalen Identifizierung der Parameter werden die in Kapitel 1.2.2 zum Ende vorgeschlagenen Normierungen gewählt, d.h. speziell σ_{α_3} wird auf den Wert Null restringiert. Falls kontemporäre Verknüpfungen nicht bei der Parameterschätzung berücksichtigt werden, gilt $\sigma_{\eta_1} = 1$ sowie $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0$. Wenn keine stochastischen Effekte geschätzt werden, ergibt sich $\sigma_{\alpha_1} = \sigma_{\alpha_2} = 0$. Schließlich werden ρ_1 bzw. ρ_2 auf den Wert Null restringiert, falls keine autoregressiven Verknüpfungen in die SMLM/GHK-Schätzung aufgenommen werden. Der Beobachtungsumfang variiert zwischen $N = 100$, $N = 250$ und $N = 500$, die Anzahl der Simulationsreplikationen variiert zwischen $R = 10$, $R = 50$ und $R = 200$. Ein Beobachtungsumfang von $N = 100$ wird lediglich bei der Parameterschätzung im Independent Probitmodell betrachtet, da bei dieser (geringen) Höhe von N bei der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell erneut Schwierigkeiten bei der Konvergenz der simulierten Loglikelihoodfunktion zu einem Maximum aufgetaucht sind. Die Anzahl der Replikationen der einzelnen DGP beträgt wiederum jeweils $Nrep = 200$.

6.2.4 Achtperiodige Vieralternativen-Probitmodelle

Schließlich wird folgendes achtperiodige Vieralternativen-Probitmodell betrachtet ($i = 1, \ldots, N$; $t = 1, \ldots, 8$):

$$\begin{aligned}
v_{i1t} &= \gamma_1 z_{i1t1} + \gamma_2 z_{i1t2} + \varepsilon_{i1t} \\
v_{i2t} &= \gamma_1 z_{i2t1} + \gamma_2 z_{i2t2} + \varepsilon_{i2t} \\
v_{i3t} &= \gamma_1 z_{i3t1} + \gamma_2 z_{i3t2} + \varepsilon_{i3t} \\
v_{i4t} &= \gamma_1 z_{i4t1} + \gamma_2 z_{i4t2} + \varepsilon_{i4t}
\end{aligned}$$

Hinsichtlich der beiden alternativenspezifischen Attribute wird hier auch eine Dummy-Variable in die Betrachtung einbezogen, d.h. ($i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, 4; t = 1, \ldots, 8$):

$$z_{ijt1} = z_{ij1}^{(1)} + z_{ijt1}^{(2)} \quad \text{wobei} \quad z_{ij1}^{(1)} \sim NV(0;1) \quad \text{und} \quad z_{ijt1}^{(2)} \sim NV(0;1)$$

$$z_{ijt2} \sim BV(0.5)$$

Den entsprechenden Parametern liegen im DGP folgende Werte zugrunde:

$$\dot{\gamma}_1 = 1 \quad \dot{\gamma}_2 = 1$$

Bezüglich der Varianz-Kovarianz-Parameter des DGP wird ausschließlich ein flexibel formuliertes MMPM betrachtet. Die entsprechenden Koeffizienten des DGP lauten:

$$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\eta_2} = 0.5$$

$$\dot{corr}(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = \dot{corr}(\eta_{i1t}, \eta_{i3t}) = \dot{corr}(\eta_{i2t}, \eta_{i3t}) = 0.5$$

$$\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\alpha_3} = 0.5$$

$$\dot{\rho}_1 = 0.8 \quad \dot{\rho}_2 = 0.8 \quad \dot{\rho}_3 = 0.5$$

Der SMLM/GHK-Schätzung werden analog zu den Erläuterungen in Kapitel 6.2.3 entweder das flexibel formulierte MMPM oder aber die einzelnen Submodelle zugrunde gelegt. Im allgemeinsten Fall werden somit elf Varianz-Kovarianz-Parameter geschätzt. Zur formalen Identifizierung der Parameter werden die in Kapitel 1.2.2 zunächst vorgeschlagenen Normierungen gewählt (vgl. auch Börsch-Supan u.a., 1992), d.h. speziell σ_{α_4} wird auf den Wert Eins restringiert. Der Beobachtungsumfang variiert zwischen $N = 100$, $N = 250$ und $N = 500$, die Anzahl der Simulationsreplikationen variiert zwischen $R = 10$, $R = 50$ und $R = 200$. Ein Beobachtungsumfang von $N = 100$ wird auch jetzt lediglich bei der Parameterschätzung im Independent Probitmodell betrachtet. Die Anzahl der Replikationen des DGP beträgt aufgrund der langen Rechenzeiten (vgl. dazu auch die Bemerkungen zum Ende von Kapitel 6.1) jeweils $Nrep = 20$. Wegen dieser geringen Anzahl werden im Rahmen des achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodells keine simulierten klassischen Testverfahren untersucht (vgl. auch Kapitel 6.3).

Überblicksartig werden in Anhang C nochmals einzelne Werte von Parametern der erklärenden Variablen sowie von Varianz-Kovarianz-Parametern der verschiedenen DGP entsprechend Kapitel 6.2.1 bis 6.2.4 dargestellt. Die Betrachtung bezieht sich auf die Koeffizienten, die in den Monte-Carlo-Studien bei diversen Experimenten mit Hilfe der SMLM/GHK geschätzt werden. Unberücksichtigt bleiben dabei die Varianz-Kovarianz-Parameter, die sich jeweils durch die Struktur eines ein- oder mehrperiodigen Mehralternativen-Independent Probitmodells ergeben.

6.3 Ausgewiesene Statistiken

6.3.1 SMLM/GHK-Schätzung

In den einzelnen der $Nrep$ Replikationen eines bestimmten DGP werden durchweg dieselben einmal (pseudo-zufällig) erzeugten erklärenden Variablen verwendet. Dies gilt auch für den Fall, daß die Anzahl R der Simulationsreplikationen variiert wird. Bei einer sukzessiven Erhöhung des Beobachtungsumfangs N werden die bei kleinerem N zunächst generierten erklärenden Variablen wieder verwendet. Die R ([0; 1]-rechteckverteilten Pseudo-) Zufallszahlen zur Ableitung des GHK-Simulators werden dagegen für jede Beobachtungseinheit i über die jeweiligen $Nrep$ Replikationen des DGP modifiziert. Hinsichtlich der Vergleichbarkeit der Ergebnisse werden die einzelnen Zufallszahlen bei der SMLM/GHK-Schätzung unterschiedlich spezifizierter Probitmodelle analog verwendet. Ähnlich werden bei der sukzessiven Erhöhung des Beobachtungsumfangs N bzw. der Anzahl R der Simulationsreplikationen die zuvor bei kleinerem N bzw. kleinerem R generierten Zufallszahlen wieder berücksichtigt.

Für den iterativen Maximierungsprozeß der SMLM/GHK-Schätzung werden als Startwerte durchweg dieselben neutralen Parameterwerte eingegeben. Konkret wird zu Beginn den Koeffizienten der erklärenden Variablen der Wert Null, den Standardabweichungen der Wert Eins (und damit entsprechend der in Kapitel 6.1 beschriebenen Parametrisierung dem natürlichen Logarithmus der Standardabweichungen der Wert Null) sowie den Korrelationskoeffizienten und den Autokorrelationsparametern (bzw. deren Parametrisierungen) der Wert Null auferlegt.

Grundlage der vergleichenden Analysen sind die Koeffizienten des DGP. Die von der jeweiligen Modellspezifikation bei der SMLM/GHK-Schätzung abhängigen freien wahren Parameter werden in folgendem Vektor zusammengefaßt:

$$\dot{\theta} = \left(\dot{\theta}^{(1)}, \dot{\theta}^{(2)}, \ldots\right)'$$

Ausgehend von

$$\hat{\theta}_{(n)} = \left(\hat{\theta}^{(1)}_{(n)}, \hat{\theta}^{(2)}_{(n)}, \ldots\right)'$$

wobei $\hat{\theta}^{(q)}_{(n)}$ $(q = 1, \ldots, dim\,\theta)$ den SMLM/GHK-Schätzer[2] für $\dot{\theta}^{(q)}$ $(q = 1, \ldots, dim\,\theta)$ aus der Replikation n $(n = 1, \ldots, Nrep)$ des DGP bezeichnet, werden in den Monte-Carlo-Studien folgende Berechnungen untersucht:

- $\bar{\hat{\theta}} = \left(\bar{\hat{\theta}}^{(1)}, \bar{\hat{\theta}}^{(2)}, \ldots\right)'$

  Dabei bezeichnet

$$\bar{\hat{\theta}}^{(q)} = \frac{1}{Nrep} \sum_{n=1}^{Nrep} \hat{\theta}^{(q)}_{(n)} \qquad (q = 1, \ldots, dim\,\theta)$$

  das arithmetische Mittel der Schätzwerte $\hat{\theta}^{(q)}_{(n)}$ über alle $Nrep$ Replikationen des DGP.

- $Bias = (Bias^{(1)}, Bias^{(2)}, \ldots)'$

  Dabei bezeichnet

$$Bias^{(q)} = \frac{1}{Nrep} \sum_{n=1}^{Nrep} \left(\hat{\theta}^{(q)}_{(n)} - \dot{\theta}^{(q)}\right) = \bar{\hat{\theta}}^{(q)} - \dot{\theta}^{(q)} \qquad (q = 1, \ldots, dim\,\theta)$$

[2]Im Unterschied zu Teil I werden also im folgenden beim SMLM/GHK-Schätzer $\hat{\theta}^{GHK}_{SMLM}$ das Subskript und das Superskript vernachlässigt.

die durchschnittlichen Verzerrungen der Schätzwerte $\hat{\theta}_{(n)}^{(q)}$ über alle $Nrep$ Replikationen des DGP bezogen auf den wahren Parameterwert $\dot{\theta}^{(q)}$.

- $Min = (Min^{(1)}, Min^{(2)}, \ldots)'$

  $25\% = (25\%^{(1)}, 25\%^{(2)}, \ldots)'$

  $Med = (Med^{(1)}, Med^{(2)}, \ldots)'$

  $75\% = (75\%^{(1)}, 75\%^{(2)}, \ldots)'$

  $Max = (Max^{(1)}, Max^{(2)}, \ldots)'$

  Dabei bezeichnen (für $q = 1, \ldots, dim\,\theta$) $Min^{(q)}$, $25\%^{(q)}$, $Med^{(q)}$, $75\%^{(q)}$ sowie $Max^{(q)}$ das Minimum, das 25%-Quantil, den Median, das 75%-Quantil sowie das Maximum der Schätzwerte $\hat{\theta}_{(n)}^{(q)}$ über alle $Nrep$ Replikationen des DGP.

- $Std = (Std^{(1)}, Std^{(2)}, \ldots)'$

  Dabei bezeichnet das Streuungsmaß

$$Std^{(q)} = \sqrt{\frac{1}{Nrep-1} \sum_{n=1}^{Nrep} \left(\hat{\theta}_{(n)}^{(q)} - \bar{\hat{\theta}}^{(q)} \right)^2} \quad (q = 1, \ldots, dim\,\theta)$$

  die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung der Schätzwerte $\hat{\theta}_{(n)}^{(q)}$ über alle $Nrep$ Replikationen des DGP bezogen auf $\bar{\hat{\theta}}^{(q)}$.

- $Rmse = (Rmse^{(1)}, Rmse^{(2)}, \ldots)'$

  Dabei bezeichnet

$$Rmse^{(q)} = \sqrt{\frac{1}{Nrep-1} \sum_{n=1}^{Nrep} \left(\hat{\theta}_{(n)}^{(q)} - \dot{\theta}^{(q)} \right)^2} \quad (q = 1, \ldots, dim\,\theta)$$

  die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung der Schätzwerte $\hat{\theta}_{(n)}^{(q)}$ über alle $Nrep$ Replikationen des DGP bezogen auf $\dot{\theta}^{(q)}$.

- Die zusammenfassenden Statistiken

$$\overline{|Bias|} = \frac{1}{dim\,\theta} \sum_{q=1}^{dim\,\theta} |Bias^{(q)}|$$

  sowie

$$\overline{Rmse} = \frac{1}{dim\,\theta} \sum_{q=1}^{dim\,\theta} Rmse^{(q)}$$

  bezeichnen den durchschnittlichen Betrag der mittleren Verzerrungen sowie den Durchschnitt der Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung aller Schätzwerte $\hat{\theta}_{(n)}^{(1)}, \hat{\theta}_{(n)}^{(2)}, \ldots$ bezogen auf die wahren Parameterwerte $\dot{\theta}^{(1)}, \dot{\theta}^{(2)}, \ldots$ über alle $Nrep$ Replikationen des DGP.

Zu beachten ist, daß ein Vergleich mit diesen beiden Übersichtsstatistiken nur dann sinnvoll ist, wenn bei der SMLM/GHK-Schätzung die gleiche Modellspezifikation und damit dieselben Parameter betrachtet werden. Interessant sind diese Berechnungen deshalb bei der Analyse der Auswirkungen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen sowie bei der Untersuchung von Modellfehlspezifikationen (vgl. Kapitel 8). Andernfalls werden diese beiden Statistiken im folgenden nicht ausgewiesen. Darüber hinaus sollte bei der ausführlichen Betrachtung der Verteilung der SMLM/GHK-Schätzwerte über alle $Nrep$ Replikationen des DGP diese Anzahl $Nrep$ nicht zu klein sein. Aus diesem Grund werden die 25%- bzw. 75%-Quantile lediglich ausgewiesen, wenn der DGP 200 mal repliziert wird. Die sonstigen Statistiken werden dagegen im Rahmen aller Modellspezifikationen betrachtet.

6.3.2 Simulierte klassische Testverfahren

Eine große Anzahl $Nrep$ an Replikationen des DGP benötigt man auch für die Analyse von Testverfahren. In dieser Arbeit wird die statistische Hypothesenprüfung lediglich bei $Nrep = 200$ betrachtet. Einschränkend sollte erwähnt werden, daß auch diese Anzahl für die systematische Untersuchung von Testverfahren relativ gering ist. Aufgrund der langen Rechenzeiten (vgl. auch die Bemerkungen zum Ende von Kapitel 6.1) war es jedoch nicht möglich, relevante Fragestellungen zu simulierten klassischen Testverfahren mit einer deutlich höheren Anzahl $Nrep$ an Replikationen eines DGP zu betrachten. Im einzelnen können durch die entwickelten GAUSS-Programme die verschiedenen Versionen Simulierter Wald-, Score- und Likelihood-Quotienten-Tests und speziell Simulierter Normalverteilungstests hinsichtlich der Anpassung der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus bzw. hinsichtlich der Anzahl der Fehler zweiter Art untersucht werden.

Die in Kapitel 9 vorgenommene Analyse Simulierter Normalverteilungstests beruht auf den Nullhypothesen

$$H_0 : \dot{\theta}^{(q)} = 0$$

bzw. (falls sich der Parameter $\theta^{(q)}$ auf einzelne Standardabweichungen, d.h. auf σ_{η_j} und σ_{α_j}, bezieht)

$$H_0 : \dot{\theta}^{(q)} = 1$$

Ausgewiesen wird der Anteil der abgelehnten Nullhypothesen über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP entsprechend der 5%- und 10%-Quantile der Standardnormalverteilung. Die Statistiken werden jeweils mit den drei Versionen $SNVT_1, SNVT_2$ und $SNVT_3$ des Simulierten Normalverteilungstests (vgl. Kapitel 5.3.5), die sich auf die jeweiligen simulierten Varianz-Schätzungen beziehen, abgeleitet.

Zu beachten ist dabei, daß die zu schätzenden Parameter der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ von ε_i vor dem iterativen Maximierungsprozeß transformiert werden. Nun sind zwar MLM-Schätzer gegenüber Reparametrisierungen eines Modells invariant (vgl. Kapitel 6.1). Allerdings gilt eine derartige Invarianz-Eigenschaft im allgemeinen nicht für klassische Testverfahren. Dies bedeutet in diesem Zusammenhang, daß der numerische Wert einer Prüfgröße generell nicht durch Reparametrisierungen unbeeinflußt bleiben muß (vgl. Davidson/MacKinnon, 1993, S. 463 ff). Insbesondere beim (Simulierten) Wald-Test führt in der Regel jede nichtlineare Transformation der Parameter zu unterschiedlichen Werten der Teststatistik. Da der Simulierte Normalverteilungstest einen Spezialfall des Simulierten Wald-Tests darstellt, werden deshalb zur Überprüfung obiger Nullhypothesen und zur Abkehr von diesen Problemen die Varianz-Schätzungen der reparametrisierten Koeffizienten in den Teststatistiken entsprechend modifiziert (vgl. dazu z.B. Fomby u.a., 1984, S.58).

Diese fehlende Invarianz-Eigenschaft liegt beim (Simulierten) Wald-Test grundsätzlich immer vor, unabhängig davon, ob die korrekte Informationsmatrix (vgl. Kapitel 5) selbst oder eine Schätzung in die Prüfgröße eingeht. Aber auch der (Simulierte) Score-Test kann durch verschiedene Parametrisierungen beeinflußt werden, falls Schätzungen der Informationsmatrix in die Teststatistik einbezogen werden (vgl. dazu Davidson/MacKinnon, 1993, S. 458 ff). Diese Problematik kann umgangen werden, falls die Formulierung der Nullhypothesen mit den zu Beginn reparametrisierten in den Maximierungsprozeß eingehenden Koeffizienten erfolgt. In den für die Monte-Carlo-Studien entwickelten GAUSS-Programmen wird deshalb bei der statistischen Überprüfung spezieller Probitmodelle im Kontext des flexibel formulierten MMPM diese Vorgehensweise gewählt.

Im Rahmen des einperiodigen Vieralternativen-Probitmodells wird ausschließlich das Independent Probitmodell statistisch überprüft (vgl. Kapitel 10.1). Die Nullhypothese lautet damit (in einperiodigen Probitmodellen gilt $\alpha_i = \rho = 0$):

$$H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\eta_2} = 0\,;\;\; ln\left(\frac{1 + c\dot{o}rr(\eta_{ij1}, \eta_{ij'1})}{1 - c\dot{o}rr(\eta_{ij1}, \eta_{ij'1})}\right) = 0 \;\; (j, j' = 1, \ldots, 3; j > j')$$

Somit beträgt hier gemäß (5.2) $m = 5$. Im Hinblick auf eine genauere Analyse der Verteilung der Prüfgrößen bei Gültigkeit der Nullhypothese wird dabei der Anteil der Ablehnung von H_0 über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP entsprechend der 5%-, 10%-, 25%- und 50%-Quantile der zentralen χ^2_5-Verteilung ausgewiesen. Bei Gültigkeit der Alternativhypothese bezieht sich die Betrachtung lediglich auf die entsprechenden 5%- und 10%-Quantile. Die Statistiken werden jeweils mit den Versionen SWT_1, SWT_2, SWT_3, SST_1, SST_2, SST_3, $SLRT_1$ und $SLRT_2$ der Simulierten Wald-, Score- und Likelihood-Quotienten-Tests abgeleitet (vgl. Kapitel 5.3).

Im Rahmen des fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodells werden dagegen mehrere spezielle Probitmodelle statistisch überprüft (vgl. Kapitel 10.2, 10.3, 10.4). Zu beachten ist dabei, daß mit der ersten in Kapitel 1.2.2 diskutierten Restriktion der Varianz-Parameter der zeitinvarianten stochastischen Effekte das Verschwinden dieser Form der intertemporalen Verknüpfung statistisch nicht überprüft werden kann. Damit läßt sich z.B. auch das Independent Probitmodell nicht testen. Aus diesem Grund wird bei der SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (im Gegensatz zur Analyse im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell, bei der keine Testverfahren betrachtet werden) σ_{α_J} auf den Wert Null restringiert (vgl. Kapitel 6.2.3). Somit wird die statistische Prüfung, daß keine zeitinvarianten stochastischen Effekte vorliegen, ermöglicht.

Problematisch ist allerdings die Formulierung der Nullhypothese. Die stochastischen Effekte verschwinden, falls $\sigma_{\alpha_j} = 0 \; (\forall j)$. Jedoch werden die Nullhypothesen nach den obigen Überlegungen mit den parametrisierten Koeffizienten, d.h. in diesem Fall mit den $ln\,\sigma_{\alpha_j}$ formuliert. Demnach lautet die Nullhypothese:

$$H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_2} = -\infty$$

Aufgrund der sich ergebenden Schwierigkeiten bei der Formulierung der Prüfgrößen der Simulierten Wald- und Score-Tests sowie bei der Formulierung von $SLRT_2$ wird diese Hypothese ausschließlich mit der Teststatistik $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests überprüft. Da in diesem Fall gemäß (5.2) $m = 2$, wird der Anteil der Ablehnung von H_0 über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP bei Gültigkeit der Nullhypothese entsprechend der 5%-, 10%-, 25%- und 50%-Quantile bzw. bei Gültigkeit der Alternativhypothese entsprechend der 5%- und 10%-Quantile der zentralen χ^2_2-Verteilung ausgewiesen.

Die Nullhypothese zur statistischen Überprüfung des Independent Probitmodells lautet:

$$\begin{aligned} H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_2} = -\infty\,;\;\; & ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = 0\,; \\ ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = 0\,;\;\; & ln\left(\frac{1+c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}{1-c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}\right) = 0 \end{aligned}$$

Auch diese Hypothese wird wegen der oben beschriebenen Probleme lediglich mit der Teststatistik $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests überprüft. Da hier gemäß (5.2) $m = 6$, wird der Anteil der Ablehnung von H_0 über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP bei Gültigkeit der Nullhypothese entsprechend der 5%-, 10%-, 25%- und 50%-Quantile bzw. bei Gültigkeit der Alternativhypothese entsprechend der 5%- und 10%-Quantile der zentralen χ^2_6-Verteilung ausgewiesen.

Die Nullhypothesen zur statistischen Prüfung, daß keine autoregressiven Verknüpfungen bzw. daß keine kontemporären Korrelationen vorliegen, lauten

$$H_0 : ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = 0$$

bzw.

$$H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = 0\,; \;\; ln\left(\frac{1 + c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})}{1 - c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})}\right) = 0$$

Im Vergleich zur obigen Hypothesenprüfung entstehen hier bei der Formulierung der Prüfgrößen keinerlei derartige Schwierigkeiten, so daß beide Hypothesen mit allen Versionen Simulierter Wald-, Score- und Likelihood-Quotienten-Tests untersucht werden können. Da in diesen Fällen gemäß (5.2) $m = 2$, wird der Anteil der Ablehnung von H_0 über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP bei Gültigkeit der Nullhypothese entsprechend der 5%-, 10%-, 25%- und 50%-Quantile bzw. bei Gültigkeit der Alternativhypothese entsprechend der 5%- und 10%-Quantile der zentralen χ^2_2-Verteilung ausgewiesen.

Kapitel 7

SMLM/GHK-Schätzung in korrekt spezifizierten Probitmodellen

Auf der Grundlage der in Kapitel 6.2 erläuterten DGP werden im folgenden ausschließlich SMLM/GHK-Schätzergebnisse in korrekt spezifizierten flexibel formulierten Mehralternativen-Probitmodellen dargestellt und analysiert. Die Untersuchung orientiert sich dabei an der Vorgehensweise von Lee (1997a) in binären mehrperiodigen Probitmodellen, insbesondere aber an der Studie von Geweke u.a. (1997) im zehnperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. auch Kapitel 4.6). Im Unterschied zu diesen Analysen werden hier SMLM/GHK-Schätzergebnisse in verschieden strukturierten ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen gegenüber gestellt. Damit soll der Zusammenhang zwischen der Anzahl J der Alternativen sowie der Anzahl T der Perioden und der Präzision der geschätzten Parameter untersucht werden. Die vergleichenden Monte-Carlo-Studien vermitteln demnach auch einen Eindruck über die Verläßlichkeit der Schätzergebnisse bei empirischen Anwendungen mit sehr kleinen Auswahlwahrscheinlichkeiten, wie sie für mehrperiodige Mehralternativen-Probitmodelle typisch sind. Die Untersuchungen sollen zudem weitere Hinweise für die Wahl der adäquaten (vom Anwender zu definierenden) Anzahl R der Simulationsreplikationen im GHK-Simulator geben. Darüber hinaus betrachtet die folgende Analyse aber auch die Auswirkungen unterschiedlicher Beobachtungsumfänge N bei konstanter Anzahl R der Simulationsreplikationen auf die Schätzergebnisse. Damit soll für empirische Anwendungen eine Hilfestellung gegeben werden hinsichtlich der Einschätzung des notwendigen Beobachtungsumfangs N von Datensätzen, für den die SMLM/GHK verläßliche Schätzergebnisse bzgl. der Parameter im MMPM liefert. Wegen der markant unterschiedlichen Resultate differenziert die vergleichende Betrachtung konsequent zwischen den geschätzten Koeffizienten der erklärenden Variablen und den geschätzten Varianz-Kovarianz-Parametern.

Tabelle 7.1: Zusammenfassende Statistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 1000 \quad R = 10$	0.0194	0.1890
$N = 1000 \quad R = 50$	0.0168	0.1927
$N = 1000 \quad R = 200$	0.0180	0.1934
$N = 2000 \quad R = 10$	0.0123	0.1299
$N = 2000 \quad R = 50$	0.0087	0.1315
DGP: Kontemporäre Korrelationen		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 1000 \quad R = 10$	0.0430	0.1756
$N = 1000 \quad R = 50$	0.0209	0.1797
$N = 1000 \quad R = 200$	0.0267	0.1799
$N = 2000 \quad R = 10$	0.0320	0.1303
$N = 2000 \quad R = 50$	0.0249	0.1368

7.1 Einperiodige Vieralternativen-Probitmodelle

7.1.1 Übersichtsstatistiken

Entsprechend den Bemerkungen zu Beginn von Kapitel 6.2.2 wird hier ausschließlich das durch zwei alternativenspezifische erklärende Variablen gekennzeichnete einperiodige Vieralternativen-Probitmodell betrachtet. Hinsichtlich der stochastischen Nutzenkomponenten liegen im DGP zum einen das entsprechende Independent Probitmodell und zum anderen kontemporäre Verknüpfungen vor. In Tabelle 7.1 sind die Übersichtsstatistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung in diesem flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell über alle $Nrep = 200$ Replikationen des jeweils betrachteten DGP dargestellt. Betrachtet werden dabei verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen.

Falls der DGP durch kontemporäre Verknüpfungen gekennzeichnet ist, erkennt man bei gleichen Variationen von N und R durchweg größere Werte von $\overline{\lvert Bias \rvert}$ im Vergleich zur Parameterschätzung, bei der der DGP keine kontemporären Korrelationen beinhaltet. Hin-

Tabelle 7.2: SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 1000$	γ_1	1.0086	0.0086	0.7801	0.9378	1.0098	1.0628	1.3058	0.0901	0.0905
$R = 10$	γ_2	-0.0000	-0.0000	-0.0636	-0.0151	0.0012	0.0121	0.0594	0.0200	0.0200
$N = 1000$	γ_1	1.0116	0.0116	0.7796	0.9430	1.0111	1.0625	1.3311	0.0905	0.0913
$R = 50$	γ_2	0.0000	0.0000	-0.0639	-0.0149	0.0006	0.0119	0.0613	0.0202	0.0202
$N = 1000$	γ_1	1.0120	0.0120	0.7746	0.9450	1.0116	1.0596	1.3198	0.0901	0.0909
$R = 200$	γ_2	0.0001	0.0001	-0.0640	-0.0143	0.0003	0.0119	0.0625	0.0201	0.0201
$N = 2000$	γ_1	0.9989	-0.0011	0.8684	0.9620	0.9896	1.0331	1.1747	0.0574	0.0574
$R = 10$	γ_2	-0.0009	-0.0009	-0.0398	-0.0094	-0.0009	0.0080	0.0438	0.0143	0.0143
$N = 2000$	γ_1	1.0019	0.0019	0.8714	0.9611	0.9922	1.0385	1.1830	0.0599	0.0599
$R = 50$	γ_2	-0.0011	-0.0011	-0.0392	-0.0093	-0.0003	0.0082	0.0458	0.0144	0.0144

DGP: Kontemporäre Korrelationen										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 1000$	γ_1	1.0208	0.0208	0.8176	0.9579	1.0129	1.0782	1.2778	0.0888	0.0912
$R = 10$	γ_2	0.0006	0.0006	-0.0537	-0.0104	-0.0009	0.0117	0.0471	0.0169	0.0169
$N = 1000$	γ_1	1.0167	0.0167	0.8325	0.9533	1.0060	1.0693	1.3007	0.0884	0.0900
$R = 50$	γ_2	0.0007	0.0007	-0.0458	-0.0102	-0.0022	0.0113	0.0487	0.0162	0.0162
$N = 1000$	γ_1	1.0145	0.0145	0.8395	0.9536	1.0087	1.0673	1.2938	0.0872	0.0884
$R = 200$	γ_2	0.0007	0.0007	-0.0501	-0.0106	-0.0018	0.0109	0.0489	0.0162	0.0162
$N = 2000$	γ_1	1.0066	0.0066	0.8917	0.9617	0.9994	1.0343	1.1836	0.0560	0.0564
$R = 10$	γ_2	0.0000	0.0000	-0.0420	-0.0078	0.0001	0.0076	0.0290	0.0112	0.0112
$N = 2000$	γ_1	1.0011	0.0011	0.8915	0.9627	0.9947	1.0373	1.1975	0.0539	0.0539
$R = 50$	γ_2	-0.0002	-0.0002	-0.0397	-0.0078	0.0002	0.0067	0.0269	0.0109	0.0109

sichtlich $\overline{Rmse}$ ist dagegen keine eindeutige Aussage möglich. Für $N = 2000$ erscheinen zwar größere Werte, für $N = 1000$ allerdings kleinere Werte von $\overline{Rmse}$, wenn der DGP durch kontemporäre Korrelationen gekennzeichnet ist. Unabhängig vom DGP sinkt bei gleichem

N und bei einer Zunahme von $R = 10$ auf $R = 50$ $\overline{|Bias|}$ sowie bei gleichem R und mit zunehmenden N $\overline{Rmse}$. Falls dagegen die Anzahl der Simulationsreplikationen von $R = 50$ auf $R = 200$ (bei $N = 1000$) steigt, erhöht sich $\overline{|Bias|}$. Ebenso steigt $\overline{Rmse}$ (bei gleichem N) mit wachsendem R. Das heißt, mit einer zunehmenden Anzahl der Simulationsreplikationen erhöht sich im Durchschnitt die Streuung der Parameterschätzungen über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Bei $R = 50$ steigt zudem $\overline{|Bias|}$ leicht bei einer Erhöhung von $N = 1000$ auf $N = 2000$, falls der DGP kontemporäre Verknüpfungen beinhaltet.

7.1.2 SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen

Eine bessere Einsicht erhält man bei der umfassenden Betrachtung der SMLM/GHK-Schätzwerte der einzelnen Parameter. In Tabelle 7.2 sind für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen ausführliche Statistiken zur Schätzung der Koeffizienten γ_1 und γ_2 der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen abgebildet (zu den DGP-Werten vgl. auch Anhang C). Zu erkennen sind zunächst für die beiden zugrunde gelegten DGP keinerlei systematische Unterschiede bei den Schätzergebnissen. Insgesamt ergeben sich unabhängig von N und R stabile Parameterschätzungen mit sehr geringen Verzerrungen. Dabei liegen nicht nur die arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$, sondern auch die jeweiligen Mediane der Schätzwerte über alle $Nrep = 200$ Replikationen des jeweiligen DGP sehr nahe an den entsprechenden (wahren) Parameterwerten des DGP.

Insbesondere besitzt R überhaupt keine systematischen Auswirkungen auf die SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen im betrachteten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell. Wegen des sinkenden Std vermindert sich mit wachsendem Beobachtungsumfang N bei γ_1 und bei γ_2 auch der Wert von $Rmse$, durchweg auf niedrigem Niveau. Ausnahmslos ist dabei die Güte der SMLM/GHK-Schätzung von γ_2 entsprechend dem zugrunde gelegten Wert im DGP deutlich höher. Hinsichtlich empirischer Arbeiten deuten diese Ergebnisse an, daß die Koeffizienten alternativenspezifischer erklärender Variablen im korrekt spezifizierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell unabhängig vom zugrunde liegenden DGP schon bei einem moderaten Beobachtungsumfang N und bei einer geringen Anzahl R an Simulationsreplikationen mit der SMLM/GHK sehr präzise und stabil geschätzt werden können.

7.1.3 SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter

In Tabelle 7.3 sind auf der Grundlage des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells als DGP für die verschiedenen Kombinationen von N und R ausführliche Statistiken hinsichtlich der geschätzten Varianz-Kovarianz-Parameter abgebildet. Dabei zeigen

Tabelle 7.3: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (DGP: Independent Probitmodell)

	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	$Bias$	Min	25%	Med	75%	Max	Std	$Rmse$
	σ_{η_1}	1.0040	0.0040	0.3688	0.8291	1.0268	1.1574	1.5611	0.2152	0.2153
$N = 1000$	σ_{η_2}	0.9996	-0.0004	0.5425	0.8548	1.0207	1.1291	1.6272	0.2066	0.2066
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	-0.0717	-0.0717	-0.9781	-0.2467	-0.0218	0.1546	0.6017	0.3108	0.3190
$R = 10$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	-0.0086	-0.0086	-0.7029	-0.1521	0.0107	0.1369	0.4931	0.2292	0.2293
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	-0.0429	-0.0429	-0.6230	-0.1998	-0.0267	0.1349	0.5210	0.2385	0.2424
	σ_{η_1}	0.9979	-0.0021	0.4107	0.8523	1.0004	1.1437	1.6323	0.2160	0.2160
$N = 1000$	σ_{η_2}	1.0020	0.0020	0.4924	0.8593	1.0127	1.1328	1.7350	0.2138	0.2138
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	-0.0547	-0.0547	-0.9778	-0.1679	-0.0032	0.1311	0.5581	0.3104	0.3152
$R = 50$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	-0.0139	-0.0139	-0.6408	-0.1686	-0.0064	0.1661	0.4692	0.2383	0.2387
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	-0.0333	-0.0333	-0.8205	-0.1648	-0.0117	0.1472	0.6179	0.2518	0.2540
	σ_{η_1}	0.9944	-0.0056	0.4319	0.8472	1.0020	1.1275	1.6279	0.2167	0.2168
$N = 1000$	σ_{η_2}	1.0027	0.0027	0.4643	0.8664	1.0080	1.1299	1.8139	0.2154	0.2154
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	-0.0495	-0.0495	-0.9511	-0.1499	0.0106	0.1368	0.5552	0.2991	0.3032
$R = 200$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	-0.0214	-0.0214	-0.6955	-0.1884	-0.0053	0.1607	0.4772	0.2490	0.2499
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	-0.0349	-0.0349	-0.7740	-0.1770	0.0001	0.1342	0.6673	0.2554	0.2578
	σ_{η_1}	1.0088	0.0088	0.6347	0.9248	1.0090	1.1037	1.4297	0.1379	0.1381
$N = 2000$	σ_{η_2}	0.9895	-0.0105	0.4970	0.8913	0.9928	1.0823	1.4584	0.1555	0.1558
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	-0.0304	-0.0304	-0.9813	-0.0997	-0.0006	0.0836	0.3750	0.2026	0.2049
$R = 10$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	0.0136	0.0136	-0.4956	-0.0743	0.0299	0.1234	0.3439	0.1563	0.1569
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	-0.0211	-0.0211	-0.9989	-0.1245	-0.0091	0.1044	0.3874	0.1807	0.1820
	σ_{η_1}	1.0037	0.0037	0.6233	0.9227	1.0125	1.0958	1.4407	0.1405	0.1406
$N = 2000$	σ_{η_2}	0.9916	-0.0084	0.6243	0.8892	0.9883	1.0874	1.4916	0.1580	0.1582
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	-0.0220	-0.0220	-0.7533	-0.0808	0.0006	0.0921	0.3853	0.2070	0.2082
$R = 50$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	0.0150	0.0150	-0.5499	-0.0565	0.0301	0.1284	0.3432	0.1636	0.1643
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	-0.0091	-0.0091	-0.6931	-0.1221	0.0082	0.1146	0.4800	0.1745	0.1747

Tabelle 7.4: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre Korrelationen)

	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	$Bias$	Min	25%	Med	75%	Max	Std	$Rmse$
	σ_{η_1}	1.4800	-0.0200	0.9692	1.3305	1.4682	1.6240	2.0652	0.2119	0.2129
$N = 1000$	σ_{η_2}	0.5776	0.0776	0.0225	0.3927	0.6116	0.7915	1.3503	0.2783	0.2890
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	0.3978	-0.1022	-0.3570	0.2464	0.4127	0.5710	0.9071	0.2412	0.2620
$R = 10$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	0.4463	-0.0537	-0.0484	0.3650	0.4673	0.5374	0.7150	0.1360	0.1462
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	0.4738	-0.0262	-0.4922	0.3515	0.4925	0.6224	0.9994	0.2096	0.2113
	σ_{η_1}	1.4867	-0.0133	0.9710	1.3414	1.4610	1.6357	2.2398	0.2152	0.2156
$N = 1000$	σ_{η_2}	0.4904	-0.0096	0.0128	0.2895	0.5036	0.7028	1.3665	0.2655	0.2657
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	0.4752	-0.0248	-0.9991	0.2706	0.4452	0.6826	1.0000	0.2905	0.2916
$R = 50$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	0.4721	-0.0279	-0.0067	0.3900	0.4781	0.5630	0.7500	0.1345	0.1374
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	0.5531	0.0531	-0.4558	0.4232	0.5406	0.6928	1.0000	0.2350	0.2410
	σ_{η_1}	1.4780	-0.0220	0.9671	1.3310	1.4575	1.6105	2.2618	0.2115	0.2126
$N = 1000$	σ_{η_2}	0.4665	-0.0335	0.0054	0.2591	0.4575	0.6852	1.3356	0.2631	0.2653
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	0.4822	-0.0178	-0.9840	0.2818	0.4539	0.6927	1.0000	0.2927	0.2933
$R = 200$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	0.4719	-0.0281	0.0015	0.3903	0.4844	0.5661	0.7135	0.1322	0.1352
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	0.5699	0.0699	-0.5652	0.4236	0.5456	0.7221	1.0000	0.2383	0.2484
	σ_{η_1}	1.4762	-0.0238	1.1506	1.3653	1.4549	1.5865	1.9348	0.1469	0.1488
$N = 2000$	σ_{η_2}	0.5402	0.0402	0.0104	0.4244	0.6075	0.7105	1.1886	0.2479	0.2511
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	0.4222	-0.0778	-0.1877	0.2938	0.4376	0.5543	0.9237	0.1831	0.1991
$R = 10$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	0.4596	-0.0404	0.1509	0.3975	0.4627	0.5278	0.6851	0.0934	0.1018
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	0.4647	-0.0353	-0.1838	0.3827	0.4729	0.5535	0.8245	0.1391	0.1435
	σ_{η_1}	1.4758	-0.0242	1.1173	1.3613	1.4700	1.5735	1.9888	0.1453	0.1473
$N = 2000$	σ_{η_2}	0.4515	-0.0485	0.0110	0.3104	0.4617	0.6196	1.0207	0.2225	0.2277
	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$	0.4891	-0.0109	-0.6902	0.3251	0.4895	0.6309	0.9984	0.2329	0.2332
$R = 50$	$corr(\eta_{i11}, \eta_{i31})$	0.4835	-0.0165	0.2114	0.4195	0.4881	0.5481	0.6667	0.0894	0.0909
	$corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$	0.5726	0.0726	0.1302	0.4370	0.5388	0.6848	0.9996	0.1799	0.1941

sich insbesondere für $N = 1000$ bei den einzelnen geschätzten Korrelationskoeffizienten etwas stärkere durchschnittliche Verzerrungen als bei den geschätzten Koeffizienten γ_1 und γ_2 der erklärenden Variablen (vgl. Tabelle 7.2). Dies ist insofern bemerkenswert, als die im DGP zugrunde gelegten Werte der Varianz-Kovarianz-Parameter hier ausnahmslos mit den Startwerten (vgl. Kapitel 6.3.1) im iterativen Maximierungsprozeß der SMLM/GHK-Schätzung übereinstimmen. Vor allem sind aber in Tabelle 7.3 im Vergleich deutlich höhere Werte von Std und damit auch von $Rmse$ zu erkennen. Darüber hinaus weichen vereinzelt die arithmetischen Mittel der Schätzwerte in $\bar{\hat{\theta}}$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP stärker von den entsprechenden Medianen ab, z.B. für $N = 1000$ bei der Schätzung von $corr(\eta_{i11}, \eta_{i21})$. Insgesamt ist aber festzuhalten, daß auch die Varianz-Kovarianz-Parameter basierend auf diesem einfachen DGP unabhängig von N bzw. R im Durchschnitt relativ genau geschätzt werden. Wegen des sinkenden Std vermindert sich (bei konstantem R) auch hier mit wachsendem Beobachtungsumfang N bei allen Parametern der Wert von $Rmse$.

Wenngleich bei den einzelnen Varianz-Kovarianz-Parametern keine durchweg unterschiedlichen Resultate hinsichtlich der Werte von $Rmse$ zu erkennen sind, zeigen sich bei diesen geschätzten Koeffizienten insgesamt größere Instabilitäten, falls der DGP kontemporäre Verknüpfungen beinhaltet (zu den DGP-Werten vgl. auch Anhang C). In Tabelle 7.4 sind für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen ausführliche Statistiken für die SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter über alle $Nrep = 200$ Replikationen dieses DGP abgebildet. Zu erkennen sind selbst bei hohem $N = 2000$ und $R = 50$ größere durchschnittliche Verzerrungen, vor allem bei $corr(\eta_{i21}, \eta_{i31})$. Bei kleineren N bzw. R erscheinen zum Teil noch etwas stärkere Verzerrungen bzw. Streuungen der Schätzwerte. Zudem tauchen (vor allem bei $N = 1000$) wiederholt negative Schätzwerte der Korrelationskoeffizienten auf. Insgesamt läßt sich aber kein systematischer Einfluß von N bzw. R ableiten. Mit wachsendem N (und gleichem R) ist lediglich erneut bei allen Parametern eine Abnahme von Std und damit von $Rmse$ zu erkennen. Dennoch kann festgehalten werden, daß die Varianz-Kovarianz-Parameter auch auf der Grundlage dieses DGP (vor allem im Vergleich zu den Ergebnissen in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen, vgl. Kapitel 7.2 und 7.3) trotz größerer Instabilitäten mit der SMLM/GHK zumindest im Durchschnitt relativ gut geschätzt werden können und zwar auch bei kleineren N bzw. R.

7.2 Fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodelle

7.2.1 Übersichtsstatistiken

Im Hinblick auf die Analyse von Paneldaten sind in Tabelle 7.5 zunächst die Übersichtsstatistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialter-

Tabelle 7.5: Zusammenfassende Statistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 250 \quad R = 10$	0.0530	0.1400
$N = 250 \quad R = 50$	0.0568	0.1438
$N = 250 \quad R = 200$	0.0571	0.1440
$N = 500 \quad R = 10$	0.0473	0.1059
$N = 500 \quad R = 50$	0.0508	0.1098

DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 250 \quad R = 10$	0.0932	0.2566
$N = 250 \quad R = 50$	0.0456	0.2418
$N = 250 \quad R = 200$	0.0470	0.2508
$N = 500 \quad R = 10$	0.1026	0.2057
$N = 500 \quad R = 50$	0.0438	0.1987

nativen-Probitmodell über alle $Nrep = 200$ Replikationen des jeweiligen DGP abgebildet. Bei den stochastischen Nutzenkomponenten liegen im DGP gemäß Kapitel 6.2.3 zum einen das entsprechende Independent Probitmodell und zum anderen kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen vor. Betrachtet werden auch hier verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen. Falls der DGP kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen beinhaltet, sind (für alle Variationen von N und R) im Vergleich zur Parameterschätzung auf der Grundlage des Independent Probitmodells als DGP höhere Werte von $\overline{Rmse}$ zu erkennen. Bei $\overline{\lvert Bias \rvert}$ ist dagegen keine eindeutige Aussage möglich. Lediglich mit kleinem $R = 10$ erscheinen hier deutlich höhere Werte, falls der DGP kontemporäre und intertemporale Korrelationen enthält.

Hinsichtlich des Einflusses von N bzw. R auf $\overline{\lvert Bias \rvert}$ und $\overline{Rmse}$ zeigt sich insgesamt ein uneinheitliches Bild. Eindeutig ist lediglich zu erkennen, daß $\overline{Rmse}$ mit zunehmendem N sinkt. Ähnlich wie bei der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.1) ist festzuhalten, daß die ausschließliche Erhöhung von R keinen durchweg senkenden Effekt auf die zusammenfassenden Statistiken besitzt. Falls der DGP durch das

Tabelle 7.6: SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 250$	γ_1	1.0052	0.0052	0.8636	0.9703	1.0023	1.0436	1.1937	0.0607	0.0609
$R = 10$	γ_2	-0.0040	-0.0040	-0.0726	-0.0201	-0.0026	0.0106	0.0727	0.0243	0.0246
$N = 250$	γ_1	1.0073	0.0073	0.8608	0.9709	1.0051	1.0448	1.1872	0.0618	0.0622
$R = 50$	γ_2	-0.0039	-0.0039	-0.0732	-0.0202	-0.0037	0.0113	0.0700	0.0242	0.0245
$N = 250$	γ_1	1.0081	0.0081	0.8561	0.9707	1.0048	1.0500	1.1775	0.0619	0.0624
$R = 200$	γ_2	-0.0038	-0.0038	-0.0728	-0.0202	-0.0035	0.0117	0.0694	0.0242	0.0245
$N = 500$	γ_1	1.0042	0.0042	0.8832	0.9732	1.0041	1.0334	1.1351	0.0412	0.0414
$R = 10$	γ_2	-0.0024	-0.0024	-0.0507	-0.0123	-0.0014	0.0073	0.0431	0.0163	0.0164
$N = 500$	γ_1	1.0070	0.0070	0.8900	0.9751	1.0072	1.0319	1.1321	0.0408	0.0414
$R = 50$	γ_2	-0.0025	-0.0025	-0.0513	-0.0115	-0.0013	0.0063	0.0427	0.0163	0.0165
DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 250$	γ_1	1.0037	0.0037	0.7947	0.9387	1.0040	1.0627	1.1857	0.0835	0.0835
$R = 10$	γ_2	-0.0053	-0.0053	-0.0870	-0.0256	-0.0047	0.0158	0.0752	0.0323	0.0327
$N = 250$	γ_1	0.9964	-0.0036	0.8146	0.9292	0.9900	1.0509	1.3041	0.0898	0.0899
$R = 50$	γ_2	-0.0056	-0.0056	-0.0922	-0.0248	-0.0055	0.0175	0.0722	0.0317	0.0321
$N = 250$	γ_1	0.9977	-0.0023	0.8407	0.9252	0.9950	1.0496	1.3490	0.0894	0.0894
$R = 200$	γ_2	-0.0057	-0.0057	-0.0923	-0.0269	-0.0051	0.0158	0.0710	0.0316	0.0321
$N = 500$	γ_1	0.9972	-0.0028	0.8599	0.9468	0.9952	1.0338	1.1811	0.0608	0.0609
$R = 10$	γ_2	-0.0021	-0.0021	-0.0644	-0.0155	-0.0018	0.0120	0.0600	0.0221	0.0222
$N = 500$	γ_1	0.9893	-0.0107	0.8733	0.9385	0.9854	1.0297	1.1842	0.0610	0.0619
$R = 50$	γ_2	-0.0019	-0.0019	-0.0609	-0.0141	-0.0017	0.0139	0.0592	0.0216	0.0217

Independent Probitmodell gekennzeichnet ist, steigt erneut (in geringem Ausmaß) mit wachsendem R (bei gleichem N) der Wert von $\overline{Rmse}$. Darüber hinaus zeigt sich in diesem Fall auch eine systematische (leichte) Erhöhung von $\overline{|Bias|}$. Falls der DGP kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen beinhaltet, ist ein derartiger Effekt auch für $N = 250$ bei einer Erhöhung von $R = 50$ auf $R = 200$ zu erkennen. Die hier bei einer Erhöhung von $R = 10$ auf $R = 50$ auftretende starke Verminderung von $\overline{|Bias|}$ ist vor allem darauf zurückzuführen, daß die Autokorrelationsparameter ρ_1 bzw. ρ_2 bei kleinem $R = 10$ extrem verzerrt geschätzt werden (vgl. Kapitel 7.2.3).

7.2.2 SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen

Tabelle 7.6 enthält für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen die ausführlichen Statistiken zur SMLM/GHK-Schätzung der Parameter γ_1 und γ_2 der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen (zu den DGP-Werten vgl. auch Anhang C). Hierbei zeigen sich im Vergleich zur Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.2) sehr analoge Ergebnisse. Bei allen Variationen von N bzw. R und damit schon bei kleinem $N = 250$ und bei kleinem $R = 10$ gelangt man zu stabilen Parameterschätzungen mit minimalen Verzerrungen, sowohl hinsichtlich der arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$ als auch hinsichtlich der Mediane der Schätzwerte über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden DGP. Zudem wird auch hier γ_2 im Vergleich zu γ_1 mit geringeren Streuungen geschätzt. Darüber hinaus vermindert sich wiederum mit wachsendem N wegen des sinkenden Std sowohl bei γ_1 als auch bei γ_2 der Wert von $Rmse$.

Im Hinblick auf die durchschnittlichen Verzerrungen lassen sich bei den beiden zugrunde gelegten DGP keine systematischen Unterschiede beobachten. Dagegen sind die Streuungen und damit auch die Werte von $Rmse$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gekennzeichneten DGP für alle Kombinationen von N bzw. R bei γ_1 und γ_2 höher, allerdings auf niedrigem Niveau. Letztlich ergibt sich somit im Hinblick auf empirische Anwendungen, daß die Koeffizienten alternativenspezifischer erklärender Variablen auch in dem hier betrachteten korrekt spezifizierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell schon bei einem kleinen Beobachtungsumfang N und bei einer geringen Anzahl R an Simulationsreplikationen mit der SMLM/GHK sehr präzise und stabil geschätzt werden können.

7.2.3 SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter

Völlig andere Ergebnisse erhält man dagegen bei der SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter. In Tabelle 7.7 sind für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen die ausführlichen Resultate dargestellt, falls der DGP durch das fünfperiodige Dreialternativen-Independent Probitmo-

Tabelle 7.7: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (DGP: Independent Probitmodell)

	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	$Bias$	Min	25%	Med	75%	Max	Std	$Rmse$
	σ_{η_1}	0.9908	-0.0092	0.4248	0.8663	1.0054	1.1094	1.4855	0.1592	0.1595
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.0096	0.0096	-0.7205	-0.1100	0.0149	0.1455	0.4279	0.1830	0.1832
	σ_{α_1}	0.1495	0.1495	0.0002	0.0527	0.1064	0.2248	0.5852	0.1192	0.1915
$R = 10$	σ_{α_2}	0.1496	0.1496	0.0001	0.0523	0.1205	0.2252	0.5137	0.1146	0.1888
	ρ_1	-0.0530	-0.0530	-0.5588	-0.1448	-0.0512	0.0499	0.3421	0.1574	0.1661
	ρ_2	-0.0441	-0.0441	-0.3920	-0.1389	-0.0411	0.0391	0.3448	0.1384	0.1453
	σ_{η_1}	0.9845	-0.0155	0.5727	0.8437	1.0064	1.1049	1.4824	0.1605	0.1613
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.0135	0.0135	-0.6751	-0.1059	0.0115	0.1488	0.4813	0.1828	0.1833
	σ_{α_1}	0.1500	0.1500	0.0062	0.0501	0.1178	0.2317	0.5010	0.1175	0.1908
$R = 50$	σ_{α_2}	0.1565	0.1565	0.0116	0.0602	0.1251	0.2333	0.5460	0.1187	0.1968
	ρ_1	-0.0578	-0.0578	-0.5649	-0.1694	-0.0613	0.0637	0.2906	0.1646	0.1745
	ρ_2	-0.0503	-0.0503	-0.4467	-0.1516	-0.0447	0.0426	0.3800	0.1485	0.1569
	σ_{η_1}	0.9858	-0.0142	0.5477	0.8672	1.0041	1.1003	1.4556	0.1616	0.1622
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.0160	0.0160	-0.7555	-0.1051	0.0239	0.1538	0.4616	0.1845	0.1852
	σ_{α_1}	0.1498	0.1498	0.0004	0.0518	0.1146	0.2168	0.4925	0.1176	0.1907
$R = 200$	σ_{α_2}	0.1580	0.1580	0.0010	0.0613	0.1349	0.2316	0.5695	0.1187	0.1980
	ρ_1	-0.0584	-0.0584	-0.5600	-0.1601	-0.0539	0.0634	0.2835	0.1634	0.1735
	ρ_2	-0.0486	-0.0486	-0.4400	-0.1498	-0.0399	0.0428	0.3501	0.1476	0.1554
	σ_{η_1}	1.0046	0.0046	0.7079	0.9358	1.0104	1.0748	1.3301	0.1090	0.1091
$N = 500$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.0205	0.0205	-0.3245	-0.0548	0.0192	0.1012	0.3130	0.1163	0.1182
	σ_{α_1}	0.1362	0.1362	0.0022	0.0510	0.1168	0.2036	0.4309	0.0971	0.1675
$R = 10$	σ_{α_2}	0.1439	0.1439	0.0036	0.0571	0.1285	0.2177	0.5249	0.1013	0.1763
	ρ_1	-0.0291	-0.0291	-0.3637	-0.0875	-0.0263	0.0353	0.2235	0.1010	0.1051
	ρ_2	-0.0377	-0.0377	-0.2959	-0.1107	-0.0326	0.0374	0.2199	0.1065	0.1130
	σ_{η_1}	1.0017	0.0017	0.7106	0.9416	1.0060	1.0717	1.2940	0.1063	0.1063
$N = 500$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.0230	0.0230	-0.3303	-0.0570	0.0224	0.1130	0.3088	0.1192	0.1214
	σ_{α_1}	0.1451	0.1451	0.0086	0.0630	0.1311	0.2079	0.4280	0.0958	0.1742
$R = 50$	σ_{α_2}	0.1522	0.1522	0.0085	0.0711	0.1346	0.2189	0.5409	0.0968	0.1807
	ρ_1	-0.0352	-0.0352	-0.3678	-0.0951	-0.0345	0.0289	0.2209	0.1099	0.1154
	ρ_2	-0.0394	-0.0394	-0.3662	-0.1037	-0.0410	0.0342	0.2993	0.1161	0.1226

Tabelle 7.8: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (DGP: Kontemp. und intertemp. Korr.)

	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	$Bias$	Min	25%	Med	75%	Max	Std	$Rmse$
	σ_{η_1}	1.3828	-0.1172	0.5982	1.1164	1.3157	1.5991	2.4826	0.3547	0.3736
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.4223	-0.0777	-0.3218	0.3285	0.4478	0.5274	0.7159	0.1526	0.1713
	σ_{α_1}	1.5652	0.0652	0.0854	1.3851	1.6895	1.8828	2.5053	0.5130	0.5172
$R = 10$	σ_{α_2}	0.4534	-0.0466	0.0076	0.2183	0.4886	0.6458	1.0585	0.2522	0.2565
	ρ_1	0.5468	-0.2532	-0.5674	0.3941	0.5526	0.7207	0.9575	0.2432	0.3515
	ρ_2	0.3233	-0.1767	-0.2539	0.1892	0.3389	0.4667	0.7944	0.1986	0.2661
	σ_{η_1}	1.4840	-0.0160	0.2487	1.2037	1.4326	1.7676	2.6528	0.3987	0.3990
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.4925	-0.0075	-0.0160	0.3989	0.5064	0.6093	0.9520	0.1620	0.1621
	σ_{α_1}	1.4010	-0.0990	0.0027	1.0447	1.4897	1.8105	2.4188	0.5256	0.5349
$R = 50$	σ_{α_2}	0.4011	-0.0989	0.0000	0.1457	0.3959	0.6265	1.0563	0.2750	0.2923
	ρ_1	0.7017	-0.0983	-0.0822	0.5837	0.7467	0.8722	0.9538	0.2092	0.2312
	ρ_2	0.4636	-0.0364	-0.3134	0.3614	0.4941	0.6061	0.7965	0.1896	0.1931
	σ_{η_1}	1.5202	0.0202	0.2254	1.2307	1.4809	1.8028	2.6557	0.4164	0.4169
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.5029	0.0029	-0.1653	0.4016	0.5144	0.6236	0.9223	0.1752	0.1752
	σ_{α_1}	1.3392	-0.1608	0.0075	1.0175	1.4613	1.7582	2.4209	0.5607	0.5834
$R = 200$	σ_{α_2}	0.3928	-0.1072	0.0000	0.1283	0.3722	0.6138	1.1446	0.2821	0.3019
	ρ_1	0.7323	-0.0677	-0.0990	0.6415	0.7831	0.8817	0.9555	0.1991	0.2103
	ρ_2	0.4907	-0.0093	-0.3606	0.3946	0.5439	0.6252	0.8448	0.1970	0.1972
	σ_{η_1}	1.3499	-0.1501	0.7968	1.1480	1.3066	1.5053	2.7877	0.2789	0.3169
$N = 500$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.4098	-0.0902	0.0103	0.3498	0.4133	0.4821	0.6725	0.1025	0.1367
	σ_{α_1}	1.6257	0.1257	0.1666	1.5252	1.6836	1.8255	2.1750	0.3537	0.3755
$R = 10$	σ_{α_2}	0.4358	-0.0642	0.0251	0.2578	0.4942	0.6036	0.8142	0.2168	0.2261
	ρ_1	0.5760	-0.2240	0.1338	0.4623	0.5835	0.6891	0.9499	0.1791	0.2873
	ρ_2	0.3383	-0.1617	-0.1233	0.2550	0.3594	0.4522	0.6860	0.1486	0.2199
	σ_{η_1}	1.4999	-0.0001	0.7560	1.2379	1.4329	1.6841	2.4187	0.3417	0.3417
$N = 500$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.4678	-0.0322	0.1481	0.3985	0.4835	0.5379	0.7445	0.1176	0.1220
	σ_{α_1}	1.3859	-0.1141	0.0394	1.1927	1.5374	1.6918	2.1840	0.4723	0.4860
$R = 50$	σ_{α_2}	0.3843	-0.1157	0.0000	0.1745	0.3949	0.5804	0.8356	0.2316	0.2591
	ρ_1	0.7420	-0.0580	0.2471	0.6601	0.7530	0.8591	0.9667	0.1422	0.1536
	ρ_2	0.4827	-0.0173	0.0138	0.4075	0.5101	0.5845	0.7186	0.1426	0.1437

dell gekennzeichnet ist. Das wesentliche Ergebnis ist die mit relativ geringen Streuungen und unabhängig von N bzw. R auftretende systematische Überschätzung der Parameter σ_{α_1} und σ_{α_2} der zeitinvarianten stochastischen Effekte. Dieses Ergebnis konnte allerdings erwartet werden. Aufgrund der Struktur des betrachteten MMPM (vgl. Kapitel 1.2.2) liegen (z.B. im Independent Probitmodell) keine stochastischen Effekte vor, falls $\sigma_{\alpha_1} = \sigma_{\alpha_2} = 0$. Um zu vermeiden, daß diese Parameter negative Schätzwerte annehmen, werden im iterativen Optimierungsprozeß entsprechende Parametrisierungen vorgenommen (vgl. Kapitel 6.1). Damit gelangt man aber letztlich zu systematischen Überschätzungen der Parameter. Zu berücksichtigen ist zudem, daß der vorgegebene Startwert für den Maximierungsprozeß jeweils Eins beträgt (vgl. Kapitel 6.3.1). Bei kleineren Startwerten könnten die Überschätzungen gegebenenfalls etwas gedämpft werden, wenngleich das grundsätzliche strukturelle Problem bestehen bleibt. Eigene Versuche mit sehr kleinen Startwerten (< 0.1) haben darüber hinaus gezeigt, daß der Optimierungsprozeß in der SMLM/GHK auch nach sehr vielen Iterationen bei den vorgegebenen Parameterwerten verharren kann. Festzuhalten ist damit im Hinblick auf empirische Arbeiten, daß die Schätzung der Parameter der stochastischen Effekte problematisch ist, falls im DGP tatsächlich keine derartigen Verknüpfungen vorliegen.

Die systematische Überschätzung dieser Parameter dürfte auch verantwortlich sein für die (schwächere) durchschnittliche Unterschätzung der Autokorrelationskoeffizienten ρ_1 und ρ_2. Offenbar liegt hier eine Interdependenz zwischen den geschätzten Koeffizienten der intertemporalen Korrelationen vor (vgl. auch die Ergebnisse bei der SMLM/GHK-Schätzung in fehlspezifizierten Probitmodellen in Kapitel 8). Die Parameter σ_{η_1} und $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$ der kontemporären Korrelationen werden dagegen unabhängig vom Beobachtungsumfang N bzw. von der Anzahl R der Simulationsreplikationen im Durchschnitt relativ präzise geschätzt. Überhaupt ist der Effekt von N und R auf die Verzerrungen relativ gering. Wiederum ergibt sich bei einer Erhöhung von $N = 250$ auf $N = 500$ (bei gleichem R) ausnahmslos eine Reduzierung der Werte von Std und damit von $Rmse$.

Falls der DGP durch kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gekennzeichnet ist, sind die entsprechenden Werte von Std und $Rmse$ meistens für die einzelnen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen deutlich höher. In Tabelle 7.8 sind auf der Grundlage dieses DGP die ausführlichen Statistiken für die SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter dargestellt (zu den DGP-Werten vgl. auch Anhang C). Vor allem im Vergleich zu den Schätzungen der Parameter γ_1 und γ_2 der erklärenden Variablen (vgl. Tabelle 7.6), aber auch im Vergleich zu den Schätzungen der Varianz-Kovarianz-Parameter auf der Basis des Independent Probitmodells als DGP (vgl. Tabelle 7.7), erkennt man hier selbst bei $N = 500$ und $R = 50$ sehr hohe Werte von $Rmse$. Zudem unterscheiden sich die arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$ sowie die Mediane der Schätzwerte über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP zum Teil (z.B. bei σ_{η_1} und σ_{α_1})

recht deutlich. Eine Erhöhung des Beobachtungsumfangs N bewirkt wiederum eine Senkung der einzelnen Werte von Std und $Rmse$, besitzt aber keinen systematischen Effekt auf die durchschnittlichen Verzerrungen.

Markant zeigt sich hier im Unterschied zur SMLM/GHK-Schätzung auf der Grundlage des Independent Probitmodells als DGP (vgl. Tabelle 7.7) der Einfluß von R. Bei kleinem $R = 10$ werden vor allem die Autokorrelationskoeffizienten (und insbesondere ρ_1), aber auch die Parameter σ_{η_1} und $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$ der kontemporären Verknüpfungen durchschnittlich stark unterschätzt. Diese Verzerrungen nehmen deutlich ab, falls R erhöht wird. Für die präzise und stabile Schätzung der Autokorrelationsparameter ρ_1 bzw. ρ_2 in diesem fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell ist also eine hohe Anzahl R der Simulationsreplikationen notwendig. Diese Beobachtung deckt sich mit den entsprechenden Untersuchungen von Geweke u.a. (1997) im zehnperiodigen Dreialternativen-Probitmodell. Hinsichtlich der geschätzten Parameter σ_{α_1} und σ_{α_2} der zeitinvarianten stochastischen Effekte ist dagegen kein systematischer Einfluß einer Erhöhung von R zu erkennen.

7.3 Achtperiodige Vieralternativen-Probitmodelle

7.3.1 Übersichtsstatistiken

Im Hinblick auf die Auswirkungen der Zunahme der Anzahl J der Alternativen und der Anzahl T der Perioden sind in Tabelle 7.9 zunächst über alle $Nrep = 20$ Replikationen des DGP die Übersichtsstatistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell abgebildet. Der DGP beinhaltet dabei entsprechend Kapitel 6.2.4 ausschließlich kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen (zu den DGP-Werten vgl. auch Anhang C). Wiederum werden verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen betrachtet.

Zu erkennen ist hier, daß im Unterschied zur SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.1) bzw. im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.5) mit zunehmendem R (bei gleichem N) sowohl $\overline{|Bias|}$ als auch $\overline{Rmse}$ sinkt. In dieser Hinsicht ist in diesem MMPM eine Erhöhung der Anzahl R der Simulationsreplikationen wünschenswert. Auch dieser Effekt wird im wesentlichen dadurch verursacht, daß die Autokorrelationskoeffizienten bei wachsendem R mit deutlich geringeren Verzerrungen geschätzt werden (vgl. Kapitel 7.3.3). Für den Beobachtungsumfang N ergibt sich erneut ein uneinheitliches Bild. Zwar nimmt bei wachsendem N (und gleichem R) $\overline{Rmse}$ wiederum ab. Allerdings wächst $\overline{|Bias|}$ (bei gleichem R) ausnahmslos mit einer Steigerung von $N = 250$ auf $N = 500$, wenn auch in geringem Ausmaß.

Tabelle 7.9: Zusammenfassende Statistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen)

	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 250 \quad R = \ \ 10$	0.2282	0.3366
$N = 250 \quad R = \ \ 50$	0.1318	0.2988
$N = 250 \quad R = 200$	0.1048	0.2781
$N = 500 \quad R = \ \ 10$	0.2300	0.2842
$N = 500 \quad R = \ \ 50$	0.1526	0.2425
$N = 500 \quad R = 200$	0.1196	0.2259

7.3.2 SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen

In Tabelle 7.10 sind für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen die ausführlichen Ergebnisse zur SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen dargestellt (zu den DGP-Werten vgl. auch Anhang C). Hierbei können die Bemerkungen hinsichtlich der Ergebnisse bei der Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.2) sowie im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.6) weitgehend beibehalten werden. Bei allen Variationen von N und R und damit schon bei kleinem $N = 250$ und kleinem $R = 10$ erhält man stabile Parameterschätzungen mit sehr geringen Verzerrungen. Erwähnenswert ist, daß auch hier die arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$ sowie die Mediane der Schätzwerte jeweils sehr eng beieinander liegen, obwohl der zugrunde liegende DGP lediglich 20 mal repliziert wird. Eine Zunahme von R hat bzgl. $Bias$ kaum Auswirkungen. Wegen der sinkenden Streuungen vermindert sich erneut $Rmse$ mit wachsendem N, insbesondere beim Parameter γ_2, aber auch beim Parameter γ_1, jeweils auf niedrigem Niveau.

Eine sukzessive Erhöhung von R bietet (bei gleichem N) bzgl. Koeffizient γ_1 bei $Rmse$ ein uneinheitliches Bild. Festzuhalten ist, daß die Schätzungen des Parameters γ_1 der normalverteilten erklärenden Variablen (vor allem für $N = 250$) im Vergleich zu den Schätzungen des Parameters γ_2 der Dummy-Variablen geringere Werte von Std sowie von $Rmse$ aufweisen. Im Hinblick auf empirische Arbeiten zeigt sich somit auch in diesem achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell, daß die Parameter alternativenspezifischer erklärender Variablen bei korrekter Modellspezifikation schon bei einem kleinen Beobachtungsumfang N

Tabelle 7.10: SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen)

	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	*Med*	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 250$	γ_1	1.0243	0.0243	0.9249	1.0076	1.1882	0.0672	0.0717
$R = 10$	γ_2	1.0222	0.0222	0.8010	1.0062	1.3166	0.1197	0.1219
$N = 250$	γ_1	1.0126	0.0126	0.9078	0.9955	1.1951	0.0705	0.0716
$R = 50$	γ_2	1.0188	0.0188	0.8336	1.0298	1.2650	0.1153	0.1169
$N = 250$	γ_1	1.0213	0.0213	0.9438	0.9944	1.2151	0.0657	0.0692
$R = 200$	γ_2	1.0235	0.0235	0.8693	0.9916	1.2929	0.1056	0.1084
$N = 500$	γ_1	0.9973	-0.0027	0.9435	0.9795	1.0977	0.0460	0.0460
$R = 10$	γ_2	0.9899	-0.0101	0.8691	0.9823	1.1543	0.0706	0.0713
$N = 500$	γ_1	0.9943	-0.0057	0.8933	0.9838	1.1284	0.0583	0.0586
$R = 50$	γ_2	0.9920	-0.0080	0.9047	0.9726	1.1664	0.0680	0.0685
$N = 500$	γ_1	0.9920	-0.0080	0.8945	0.9861	1.1177	0.0537	0.0543
$R = 200$	γ_2	0.9862	-0.0138	0.9061	0.9706	1.1379	0.0617	0.0633

und bei einer geringen Anzahl R der Simulationsreplikationen mit der SMLM/GHK sehr präzise und stabil geschätzt werden.

7.3.3 SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter

Bei der SMLM/GHK-Schätzung einzelner Varianz-Kovarianz-Parameter (zu den DGP-Werten vgl. auch Anhang C) erhält man hier im Vergleich zur Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.4) sowie zur Parameterschätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.8) die instabilsten Ergebnisse. In den Tabellen 7.11 und 7.12 sind für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen die ausführlichen Statistiken für die SMLM/GHK-Schätzung dieser Parameter abgebildet. Wiederum erkennt man deutlich größere Verzerrungen sowie instabilere Resultate als bei den geschätzten Parametern der erklärenden Variablen (vgl. Tabelle 7.10). Zudem tauchen teilweise markante Unterschiede zwischen dem arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$ und dem Median der Schätzwerte über die einzelnen Replikationen des DGP auf. Zu beachten ist dabei allerdings die geringe Anzahl von

Tabelle 7.11: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen), $N = 250$

	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	*Med*	*Max*	*Std*	*Rmse*
	σ_{η_1}	1.3618	-0.1382	0.9235	1.3547	1.9054	0.2331	0.2728
	σ_{η_2}	0.8507	0.3507	0.5830	0.8530	1.1488	0.1766	0.4008
	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2384	-0.2616	-0.2988	0.2492	0.6178	0.2379	0.3586
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.2782	-0.2218	-0.2086	0.2890	0.5457	0.2127	0.3115
	$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.3124	-0.1876	-0.0878	0.2872	0.6758	0.1856	0.2673
	σ_{α_1}	1.6712	0.1712	0.1467	1.6584	2.5156	0.4938	0.5241
	σ_{α_2}	1.5120	0.0120	1.1465	1.5354	2.1591	0.2216	0.2219
$R = 10$	σ_{α_3}	0.3055	-0.1945	0.0361	0.2491	0.7309	0.1873	0.2736
	ρ_1	0.4636	-0.3364	0.2476	0.3994	0.9437	0.2080	0.4029
	ρ_2	0.0338	-0.7662	-0.3667	0.0543	0.4136	0.2134	0.8146
	ρ_3	0.2202	-0.2798	-0.1440	0.2462	0.4951	0.1702	0.3337
	σ_{η_1}	1.4433	-0.0567	0.8640	1.4036	2.0427	0.3175	0.3228
	σ_{η_2}	0.5380	0.0380	0.0548	0.5480	0.9622	0.2393	0.2424
	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2621	-0.2379	-0.1210	0.2622	0.6467	0.2465	0.3469
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.3907	-0.1093	0.0946	0.3677	0.6443	0.1444	0.1828
	$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.4000	-0.1000	-0.0775	0.3532	0.8610	0.2584	0.2780
	σ_{α_1}	1.4316	-0.0684	0.0840	1.6003	2.1931	0.6291	0.6330
	σ_{α_2}	1.5260	0.0260	1.2063	1.5041	2.1421	0.2131	0.2147
$R = 50$	σ_{α_3}	0.3799	-0.1201	0.0774	0.3157	0.9838	0.2612	0.2888
	ρ_1	0.7087	-0.0913	0.3999	0.7078	0.9459	0.1517	0.1783
	ρ_2	0.1125	-0.6875	-0.3741	0.1261	0.7241	0.2555	0.7502
	ρ_3	0.3536	-0.1464	-0.0672	0.3732	0.7231	0.2101	0.2583
	σ_{η_1}	1.5047	0.0047	0.9064	1.4520	2.0858	0.3058	0.3058
	σ_{η_2}	0.4325	-0.0675	0.0343	0.3639	1.1037	0.2971	0.3051
	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2907	-0.2093	-0.1497	0.2273	0.8054	0.2463	0.3267
$N = 250$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.4158	-0.0842	0.1689	0.3913	0.7613	0.1671	0.1882
	$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.4918	-0.0082	0.0452	0.4793	0.8310	0.2309	0.2310
	σ_{α_1}	1.3587	-0.1413	0.0183	1.5497	2.0840	0.6324	0.6488
	σ_{α_2}	1.5304	0.0304	1.2674	1.5190	1.9924	0.1890	0.1915
$R = 200$	σ_{α_3}	0.4083	-0.0917	0.1120	0.3182	0.9250	0.2537	0.2705
	ρ_1	0.7630	-0.0370	0.5324	0.7452	0.9378	0.1263	0.1318
	ρ_2	0.2324	-0.5676	-0.2565	0.2392	0.7031	0.2071	0.6181
	ρ_3	0.4247	-0.0753	-0.0294	0.4310	0.7491	0.2068	0.2208

Tabelle 7.12: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen), $N = 500$

	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	$Bias$	Min	Med	Max	Std	$Rmse$
	σ_{η_1}	1.2713	-0.2287	0.9937	1.2495	1.6233	0.1669	0.2880
	σ_{η_2}	0.8135	0.3135	0.4968	0.8145	1.0429	0.1406	0.3510
	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2619	-0.2381	-0.0911	0.3211	0.5136	0.1767	0.3015
$N = 500$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.2916	-0.2084	-0.0120	0.3151	0.4912	0.1370	0.2539
	$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.2539	-0.2461	-0.1099	0.2691	0.5947	0.1742	0.3068
	σ_{α_1}	1.7108	0.2108	1.4832	1.6761	2.1190	0.1790	0.2807
	σ_{α_2}	1.5300	0.0300	1.3665	1.4829	1.7923	0.1253	0.1290
$R = 10$	σ_{α_3}	0.3373	-0.1627	0.1364	0.3288	0.6439	0.1491	0.2238
	ρ_1	0.4483	-0.3517	0.2930	0.4552	0.6347	0.0995	0.3743
	ρ_2	0.0647	-0.7353	-0.3253	0.0489	0.3083	0.1787	0.7753
	ρ_3	0.2478	-0.2522	-0.0789	0.2571	0.4663	0.1360	0.2923
	σ_{η_1}	1.3361	-0.1639	0.9760	1.3045	1.8214	0.2264	0.2820
	σ_{η_2}	0.5255	0.0255	0.1330	0.5130	0.7221	0.1268	0.1295
	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2460	-0.2540	-0.0591	0.2339	0.6532	0.1828	0.3183
$N = 500$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.3595	-0.1405	0.0946	0.3551	0.6447	0.1298	0.1940
	$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.3292	-0.1708	-0.0812	0.3624	0.6506	0.1917	0.2598
	σ_{α_1}	1.5633	0.0633	0.4858	1.5886	2.1871	0.3442	0.3502
	σ_{α_2}	1.5588	0.0588	1.4264	1.5213	1.8675	0.1134	0.1284
$R = 50$	σ_{α_3}	0.3733	-0.1267	0.1491	0.3462	0.8473	0.1845	0.2257
	ρ_1	0.7089	-0.0911	0.4810	0.7078	0.8987	0.1167	0.1495
	ρ_2	0.0438	-0.7562	-0.4038	0.0761	0.2856	0.1720	0.7947
	ρ_3	0.3801	-0.1199	0.1116	0.3389	0.6426	0.1499	0.1939
	σ_{η_1}	1.4337	-0.0663	1.1468	1.3897	2.0383	0.2263	0.2363
	σ_{η_2}	0.3769	-0.1231	0.1261	0.3622	0.8323	0.1995	0.2361
	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2063	-0.2937	-0.0590	0.1702	0.6621	0.1682	0.3451
$N = 500$	$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.3940	-0.1060	0.1001	0.3763	0.7015	0.1449	0.1812
	$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.4448	-0.0552	0.2060	0.3791	0.7248	0.1569	0.1668
	σ_{α_1}	1.4161	-0.0839	0.0315	1.5106	2.1415	0.4305	0.4390
	σ_{α_2}	1.5312	0.0312	1.3768	1.5010	1.7313	0.1056	0.1103
$R = 200$	σ_{α_3}	0.3986	-0.1014	0.0921	0.4023	0.8667	0.1863	0.2134
	ρ_1	0.7864	-0.0136	0.5231	0.8021	0.9122	0.0958	0.0968
	ρ_2	0.1961	-0.6039	-0.4679	0.2205	0.5771	0.2141	0.6555
	ρ_3	0.4454	-0.0546	0.1509	0.4589	0.7009	0.1268	0.1386

$Nrep = 20$ Replikationen des DGP, wodurch einzelne extreme SMLM/GHK-Schätzwerte starke Auswirkungen auf $\bar{\hat{\theta}}$ besitzen können. Eine Erhöhung von $N = 250$ auf $N = 500$ bewirkt (bei gleichem R) wiederum (außer bei ρ_2 für $R = 200$) bei allen Varianz-Kovarianz-Parametern eine Senkung der jeweiligen Werte von Std.

Hinsichtlich der durchschnittlichen Verzerrungen ergibt sich dagegen bei einer Steigerung von N ein uneinheitliches Bild. Häufig ist mit wachsendem N (und gleichem R) eine Erhöhung einzelner Werte von $Bias$ verbunden. Eine Erhöhung von R scheint dagegen bei der SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter in diesem mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodell für die Senkung der durchschnittlichen Verzerrungen viel wichtiger zu sein. Insbesondere bei den Autokorrelationskoeffizienten (und vor allem bei ρ_1), zum Teil aber auch bei den Parametern der kontemporären Verknüpfungen, ist mit wachsendem R (und gleichem N) stellenweise ein deutlicher Rückgang der Werte von $Bias$ zu erkennen.

Festzuhalten ist jedoch, daß bei den geschätzten Varianz-Kovarianz-Parametern im vorliegenden achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell auch bei hohen N sowie R sehr instabile Ergebnisse vorliegen. So wird der Korrelationskoeffizient $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$ und insbesondere der Autokorrelationsparameter ρ_2 selbst für $N = 500$ bzw. $R = 200$ im Durchschnitt extrem unterschätzt. Zudem liegen bei der SMLM/GHK-Schätzung von ρ_2 wiederholt negative Schätzwerte vor. Diese Problematik negativer Schätzwerte taucht, verstärkt für kleinere N bzw. R, auch bei den Korrelationskoeffizienten $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$, $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$ und $corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$ der kontemporären Verknüpfungen auf. Ein solch ungünstiges Verhalten selbst bei hohem N und R ist bei den geschätzten Varianz-Kovarianz-Parametern im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.8), d.h. also bei einer geringeren Anzahl J der Alternativen sowie bei einer geringeren Anzahl T der Perioden, nicht zu erkennen.

7.4 Schlußfolgerungen

Die Monte-Carlo-Studien in diesem Kapitel zeigen zunächst die Robustheit der SMLM-Schätzung unter der Einbeziehung des GHK-Simulators im flexibel formulierten MMPM. Bei den hier untersuchten Modellspezifikationen, Beobachtungsumfängen N sowie Anzahlen R an Simulationsreplikationen entstanden keinerlei Probleme bei der Konvergenz der simulierten Loglikelihoodfunktion zu einem Maximum. Diese Beobachtung ist vor allem im Hinblick auf die in der Literatur beschriebenen Schwierigkeiten bei der Parameterschätzung mit verschiedenen Versionen der SGMM sowie der MSS (vgl. z.B. Mühleisen, 1994, Geweke u.a., 1994, Lee, 1995) zu betonen.

Ein wesentliches Ergebnis der Experimente ist die stabile und im Durchschnitt unverzerrte Schätzung der Parameter der alternativenspezifischen erklärenden Variablen. Sowohl in einperiodigen als auch in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen scheint die SMLM/

GHK bei korrekter Modellspezifikation hinsichtlich der Schätzung dieser Koeffizienten präzise Ergebnisse zu liefern. Zu betonen ist dabei, daß dieser Sachverhalt bei allen betrachteten Probitmodellen schon mit einem kleinem Beobachtungsumfang N sowie mit einer kleinen Anzahl R der Simulationsreplikationen eintritt. Zudem zeigen sich diese Resultate unabhängig davon, ob dem DGP einfache Strukturen wie das Independent Probitmodell oder aber komplexere kontemporäre bzw. intertemporale Verknüpfungen zugrunde liegen. Eine offene Frage bleibt allerdings, ob auch die Parameter individuenspezifischer erklärender Variablen derart präzise und stabil geschätzt werden können. Entsprechend den Bemerkungen in Kapitel 6.2.1 und 6.2.2 erfolgt die Schätzung solcher Koeffizienten in dieser Arbeit lediglich im Rahmen eines einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells (zu den Ergebnissen vgl. Kapitel 8.1). Hinsichtlich der systematischen Analyse individuenspezifischer erklärender Variablen bei der SMLM/GHK-Schätzung in verschieden strukturierten flexibel formulierten MMPM bedarf es weiterer zukünftiger Monte-Carlo-Studien.

Im Gegensatz zu den Koeffizienten der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen können die Varianz-Kovarianz-Parameter in den untersuchten ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen bei weitem nicht derart stabil und korrekt mit der SMLM/GHK geschätzt werden. Dabei zeigen sich hinsichtlich der verschieden strukturierten Probitmodelle jedoch Unterschiede. Im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell liegen die arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$ sowie die Mediane der geschätzten Varianz-Kovarianz-Parameter über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP relativ nahe am zugrunde gelegten Wert. Dies gilt für sämtliche hier betrachteten Kombinationen des Beobachtungsumfangs N sowie der Anzahl R der Simulationsreplikationen.

Bei der SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen spielen dagegen N bzw. R eine viel größere Rolle. Bei kleinem N und vor allem bei kleinem R sind zum Teil (gegenüber der ohnehin instabilen SMLM/GHK-Schätzung bei großem N und R) noch deutlich stärkere Verzerrungen bzw. Streuungen der entsprechenden Schätzwerte zu erkennen, insbesondere hinsichtlich der Autokorrelationskoeffizienten. Es zeigt sich, daß gerade für die korrekte und stabile SMLM/GHK-Schätzung der Autokorrelationsparameter eine hohe Anzahl R der Simulationsreplikationen notwendig ist. Diese Beobachtung deckt sich mit den Untersuchungen von Geweke u.a. (1997) im zehnperiodigen Dreialternativen-Probitmodell, aber auch mit denen von Lee (1995, 1997a) oder Hyslop (1999) in binären mehrperiodigen Probitmodellen.

In den Analysen von Geweke u.a. (1997) ergeben sich jedoch trotz der beschriebenen Probleme vergleichsweise präzisere SMLM/GHK-Schätzungen der Autokorrelationskoeffizienten. Allerdings muß dabei berücksichtigt werden, daß diese Studie keine zeitinvarianten stochastischen Effekte einbezieht. Auf der Grundlage der in diesem Kapitel untersuchten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodelle haben weiter gehende eigene Versuche tatsächlich gezeigt (die resultierenden SMLM/GHK-Schätzungen werden zum Testen spezieller Probitmodelle benötigt, vgl. Kapitel 10.2), daß die massiven Verzerrungen bei der Schätzung der Autokorrelationsparameter stark sinken, falls im DGP keine stochastischen Effekte vorliegen und auch keine entsprechenden Parameter geschätzt werden. Diese Ergebnisse deuten letztlich an, daß insbesondere die Identifikation der Koeffizienten der intertemporalen Verknüpfungen, d.h. der Autokorrelationsparameter einerseits sowie der Parameter der stochastischen Effekte andererseits, im Rahmen der (korrekten) SMLM/GHK-Schätzung im MMPM (insbesondere bei kleinem N bzw. R) schwierig ist. Zu einem solchen Resultat gelangt auch Keane (1994) bei der SMLM/GHK-Schätzung im binären mehrperiodigen Probitmodell.

Zu betonen ist, daß intertemporale Verknüpfungen im betrachteten flexibel formulierten MMPM lediglich bei den stochastischen Nutzenkomponenten einbezogen werden. Dagegen analysiert Lee (1997a) in binären mehrperiodigen Probitmodellen anlehnend an Heckman (1981) eine Vielzahl weiterer dynamischer Strukturen. Bei seinen Monte-Carlo-Studien betrachtet Lee insbesondere zurück liegende Wahlentscheidungen sowie vergangene Nutzenfunktionswerte im Probitmodell. Die Einbeziehung derartiger intertemporaler Verknüpfungen in ein mehrperiodiges Mehralternativen-Probitmodell ist relativ problemlos möglich (vgl. Keane, 1997). Interessant wäre für zukünftige Arbeiten auch bei der SMLM/GHK-Schätzung in einem (gegenüber dieser Arbeit) erweiterten MMPM die Untersuchung der Identifikation der Parameter verschiedener dynamischer Strukturen. Nach den vorliegenden Ergebnissen ist zu erwarten, daß die Schätzung solcher Koeffizienten in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen im Gegensatz zu den Resultaten von Lee (1997a) bei binären mehrperiodigen Probitmodellen viel schwieriger ist.

Besondere Probleme ergeben sich im hier betrachteten Modellansatz bei der SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der zeitinvarianten stochastischen Effekte, falls im DGP tatsächlich keine derartigen Verknüpfungen vorliegen. Da diese Schwierigkeiten durch die Struktur des vorliegenden MMPM verursacht werden, kann eine Erhöhung von N und/oder R die entstehenden Verzerrungen bestenfalls dämpfen, jedoch nicht beseitigen. Nun könnte argumentiert werden, daß in der empirischen Analyse ohnehin immer mit stochastischen Effekten zu rechnen sei. In dieser Hinsicht würden sich bei der Schätzung der entsprechenden Parameter keine derartigen Probleme ergeben. So sind in der Vergangenheit auch viele empirische Anwendungen zu relativ hohen Schätzwerten bei Parametern zeitinvarianter stochastischer Effekte gelangt. Allerdings zeigen sich in den Analysen in Kapitel 8 regelmäßig Überschätzungen bei den Parametern einer bestimmten intertemporalen Korrelation, falls bei der SMLM/GHK-Schätzung eine andere intertemporale Korrelation irrtümlich nicht berücksichtigt wird. Damit könnten bisherige empirische Schätzergebnisse mit der ausschließlichen Einbeziehung zeitinvarianter stochastischer Effekte auch dadurch beeinflußt sein, daß in der Realität andere intertemporale (z.B. autoregressive) Verknüpfungen vorliegen. Falls aber für die Wahl zwischen verschiedenen Alternativen im Zeitablauf zeitinvariante stochastische Effekte keine Rolle spielen, verbleiben bei der Schätzung der entsprechenden Parameter durch die Struktur des vorliegenden MMPM die beschriebenen Probleme.

Beim Vergleich zwischen den beiden betrachteten mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen zeigt sich, daß bei der SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell mit großem $N = 500$ und mit $R = 50$ zumindest im Durchschnitt moderate Verzerrungen vorliegen. Im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell erscheinen dagegen auch bei großem $N = 500$ und bei großem $R = 200$ zum Teil äußerst starke Verzerrungen. Offenbar spielen die Anzahl J der Kategorien sowie die Anzahl T der Perioden und damit die Größe einzelner Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ hinsichtlich der Präzision der Schätzung dieser Parameter eine wichtige Rolle. Letztlich ist aber festzuhalten, daß die hier betrachteten Beobachtungsumfänge N sowie Anzahlen R an Simulationsreplikationen zur stabilen und korrekten SMLM/GHK-Schätzung aller Varianz-Kovarianz-Parameter vor allem in mehrperiodigen, teilweise aber auch in einperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen nicht ausreichend sind.

Jedoch darf daraus keineswegs gefolgert werden, daß damit die Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter obsolet wird. Die Idee, die Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter zu vernachlässigen, klingt zwar insofern attraktiv, als damit Simulationsschätzverfahren wie die SMLM und der damit verbundene Aufwand, z.B. durch die MLM-Schätzung im Independent Probitmodell (oder gar im multinomialen Logitmodell), vermieden werden können. Zu beachten ist allerdings, daß dadurch eine Parameterschätzung in fehlspezifizierten Probitmodellen vorliegt, falls der DGP tatsächlich durch kontemporäre und/oder intertemporale Verknüpfungen gekennzeichnet ist. Daraus folgt aber im allgemeinen eine Inkonsistenz dieser Schätzer (vgl. auch Lee, 1997a, bzw. Kapitel 5.1). Daran anknüpfend sollen die Monte-Carlo-Studien im nächsten Kapitel untersuchen, welche Auswirkungen sich durch verschiedene Formen von Fehlspezifikationen in Probitmodellen auf die SMLM/GHK-Schätzung vor allem der Parameter der erklärenden Variablen ergeben. Insbesondere wird dabei systematisch die irrtümliche Vernachlässigung kontemporärer und/oder intertemporaler Verknüpfungen im Rahmen des MMPM betrachtet.

Kapitel 8

SMLM/GHK-Schätzung in fehlspezifizierten Probitmodellen

Auf der Grundlage der in Kapitel 6.2 erläuterten DGP werden im folgenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse in Mehralternativen-Probitmodellen unter verschiedenen Formen von Fehlspezifikationen dargestellt und analysiert. Wie im vorhergehenden Kapitel werden einperiodige Vieralternativen-, fünfperiodige Dreialternativen- sowie achtperiodige Vieralternativen-Probitmodelle untersucht. Besondere Beachtung erhält dabei die inkorrekte Parameterschätzung im Independent Probitmodell. Durch die Betrachtung der verschiedenen Probitmodelle kann ein Eindruck über die Auswirkungen der Anzahl J der Alternativen sowie der Anzahl T der Perioden auf die Schätzergebnisse vermittelt werden. Bei der SMLM/GHK-Schätzung mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle werden zudem (entgegen der zugrunde liegenden Struktur im DGP) stellenweise nur einzelne intertemporale und/oder kontemporäre Verknüpfungen vernachlässigt. Damit können auch die Effekte von Modellfehlspezifikationen auf die Schätzung von Varianz-Kovarianz-Parametern analysiert werden. Darüber hinaus wird (wie bei der SMLM/GHK-Schätzung korrekt spezifizierter Probitmodelle in Kapitel 7) betrachtet, ob der Beobachtungsumfang N sowie die Anzahl R der Simulationsreplikationen einen Einfluß auf die Schätzergebnisse besitzen. Zunächst werden aber (in Kapitel 8.1) bei der Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell zwei Fehlspezifikationen untersucht, die sich nicht in die flexible Struktur des (homoskedastischen) MMPM nach Kapitel 1.2.2 einbeziehen lassen. Die entsprechenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse werden insbesondere mit denjenigen bei der inkorrekten Vernachlässigung kontemporärer Verknüpfungen verglichen. Fehlspezifikationen in Probitmodellen sind bisher in der Literatur nur selten systematisch untersucht worden (vgl. vor allem Lee, 1997a bzw. 1997b, bei der SMLM/GHK-Schätzung in binären mehrperiodigen Probitmodellen). Insbesondere ist aber eine vergleichbare Analyse (nach meiner Kenntnis) noch nicht in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen vorgenommen worden.

Tabelle 8.1: Zusammenfassende Statistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell (individuenspezifische erklärende Variablen), $N = 500$, $R = 10$

DGP	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
Independent Probitmodell	0.0134	0.2314
Normalisiertes Logitmodell	0.1045	0.2509
Schwächere Heteroskedastie	0.1022	0.2551
Stärkere Heteroskedastie	0.1939	0.3009
Schwächere kontemporäre Korrelationen	0.3365	0.5253
Stärkere kontemporäre Korrelationen	0.4890	0.6537

8.1 Diskrete einperiodige Vieralternativen-Entscheidungsmodelle (individuenspezifische erklärende Variablen)

8.1.1 Übersichtsstatistiken

Zunächst wird bei der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell der in Kapitel 6.2.1 diskutierte DGP betrachtet, der individuenspezifische erklärende Variablen beinhaltet (zu den Parameterwerten vgl. auch Anhang C). Entsprechend den dortigen Erläuterungen werden hinsichtlich der stochastischen Nutzenkomponenten verschiedene Varianz-Kovarianz-Strukturen und damit verschiedene diskrete Entscheidungsmodelle im DGP zugrunde gelegt. In der zweiten bis sechsten Zeile von Tabelle 8.1 sind über alle $Nrep = 200$ Replikationen der einzelnen DGP Übersichtsstatistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung dieser fehlspezifizierten Modelle dargestellt. Als Vergleichsbasis dienen in der ersten Zeile von Tabelle 8.1 die Werte von $\overline{\lvert Bias \rvert}$ und $\overline{Rmse}$ bei der Parameterschätzung im korrekt spezifizierten einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell. Betrachtet wird dabei ausschließlich ein Beobachtungsumfang von $N = 500$ und eine Anzahl von $R = 10$ Simulationsreplikationen.

Falls dem DGP ein normalisiertes Logitmodell oder eine schwächere Form der Heteroskedastie im Probitmodell zugrunde liegt, erscheinen im Vergleich zur korrekten SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell deutlich höhere Werte für $\overline{\lvert Bias \rvert}$. Hinsichtlich $\overline{Rmse}$ zeigen sich dagegen nur minimale Steigerungen gegenüber der Ausgangsschätzung. Bei der Betrachtung von $\overline{Rmse}$ als wesentlichem Vergleichskriterium besitzen somit derartige Modellfehlspezifikationen nur geringe Auswirkungen auf die Parameterschätzung in diesem Independent Probitmodell. Wenn dem DGP eine stärkere Heteroskedastie zugrunde liegt, erhöht sich sowohl $\overline{|Bias|}$ als auch $\overline{Rmse}$ gegenüber einer schwächeren Heteroskedastie im DGP. Eine markante Steigerung dieser Werte ergibt sich aber vor allem, falls der DGP durch kontemporäre Verknüpfungen im Probitmodell gekennzeichnet ist. Die höchsten Werte von $\overline{|Bias|}$ und $\overline{Rmse}$ erscheinen dabei, wenn der DGP stärkere kontemporäre Korrelationen beinhaltet. Diese Betrachtung deutet an, daß die irrtümliche Vernachlässigung kontemporärer Verknüpfungen vergleichsweise die stärksten Auswirkungen auf die SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell besitzt.

8.1.2 DGP: Independent Probitmodell, normalisiertes Logitmodell und schwächere Form der Heteroskedastie

Konkretisiert werden die bisherigen Resultate durch die umfassende Betrachtung der SMLM/GHK-Schätzwerte der Parameter (der individuenspezifischen erklärenden Variablen). Im mittleren und unteren Teil von Tabelle 8.2 sind für den Beobachtungsumfang von $N = 500$ und für die Anzahl von $R = 10$ Simulationsreplikationen ausführliche Statistiken zur irrtümlichen SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell abgebildet, falls der DGP durch ein normalisiertes Logitmodell bzw. durch eine schwächere Form heteroskedastischer Elemente im Probitmodell gekennzeichnet ist. Als Vergleichsbasis dienen im oberen Teil von Tabelle 8.2 die entsprechenden Ergebnisse bei der Parameterschätzung im korrekt spezifizierten Independent Probitmodell.

Bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell zeigt sich, daß alle Parameter im Durchschnitt mit sehr geringen Verzerrungen geschätzt werden. Nicht nur die einzelnen arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$, sondern auch die jeweiligen Mediane der Schätzwerte über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP liegen sehr nahe an den entsprechenden Parameterwerten im DGP. Bei dem Vergleich der Koeffizienten β_{12}, β_{22} und β_{32} der standardnormalverteilten erklärenden Variablen mit den Koeffizienten β_{13}, β_{23} und β_{33} der Dummy-Variablen ist zu erkennen, daß letztere mit größeren Streuungen geschätzt werden. Dadurch liegen auch die jeweiligen Werte von $Rmse$ bei den Parametern der Dummy-Variablen über den entsprechenden Werten bei den Parametern der standardnormalverteilten Variablen. Festzuhalten ist aber, daß die Koeffizienten aller individuenspezifischen erklärenden Variablen mit relativ hohen Werten von Std und damit auch von $Rmse$ geschätzt werden. Zu berücksichtigen ist dabei, daß die Resultate auf einem geringen Beobachtungsumfang von $N = 500$ sowie auf einer geringen Anzahl von $R = 10$ Simulationsreplikationen beruhen. Bei Versuchen insbesondere mit größerem N (die Schätzergebnisse sind hier nicht gesondert ausgewiesenen) haben sich meist (bei etwa konstant kleinen durchschnittlichen Verzerrungen) niedrigere Werte von Std und $Rmse$ ergeben.

Tabelle 8.2: SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell I (individuenspezifische erklärende Variablen), $N = 500$, $R = 10$

θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
DGP: Independent Probitmodell									
β_{11}	-1.0046	-0.0046	-1.6607	-1.1404	-1.0096	-0.8257	-0.4372	0.2330	0.2330
β_{21}	1.0156	0.0156	0.7488	0.9208	1.0153	1.1057	1.3356	0.1215	0.1225
β_{31}	-1.0177	-0.0177	-1.9595	-1.1495	-1.0073	-0.8626	-0.4879	0.2202	0.2209
β_{12}	1.0217	0.0217	0.5348	0.8859	1.0177	1.1487	1.5555	0.2031	0.2042
β_{22}	0.0064	0.0064	-0.3944	-0.0806	0.0111	0.0763	0.2801	0.1154	0.1156
β_{32}	1.0228	0.0228	0.5842	0.8710	0.9975	1.1599	2.0852	0.2027	0.2040
β_{13}	-0.0174	-0.0174	-1.9445	-0.2799	0.0047	0.2774	1.0307	0.3975	0.3979
β_{23}	1.0038	0.0038	0.4697	0.8477	1.0111	1.1529	1.5430	0.2144	0.2144
β_{33}	-0.0104	-0.0104	-1.0525	-0.2517	0.0164	0.2361	1.1439	0.3703	0.3704
DGP: Normalisiertes Logitmodell									
β_{11}	-0.7907	0.2093	-1.5868	-0.9179	-0.7811	-0.6500	-0.3135	0.2049	0.2933
β_{21}	1.0316	0.0316	0.6682	0.9518	1.0241	1.1134	1.3828	0.1162	0.1205
β_{31}	-0.8080	0.1920	-1.3839	-0.9458	-0.7928	-0.6529	-0.3543	0.1941	0.2734
β_{12}	0.7944	-0.2056	0.3306	0.6617	0.7763	0.9364	1.5329	0.1955	0.2841
β_{22}	-0.0636	-0.0636	-0.4199	-0.1476	-0.0649	0.0145	0.2063	0.1165	0.1328
β_{32}	0.8140	-0.1860	0.3117	0.6765	0.8002	0.9415	1.6049	0.1948	0.2697
β_{13}	0.0303	0.0303	-1.1143	-0.1854	0.0615	0.2889	0.8451	0.3549	0.3562
β_{23}	0.9974	-0.0026	0.4387	0.8525	0.9854	1.1521	1.5750	0.2009	0.2009
β_{33}	-0.0193	-0.0193	-0.9829	-0.2084	0.0069	0.1900	0.6750	0.3264	0.3270
DGP: Schwächere Heteroskedastie									
β_{11}	-0.9436	0.0564	-1.5611	-1.1017	-0.9430	-0.7738	-0.4365	0.2312	0.2380
β_{21}	1.0656	0.0656	0.7825	0.9771	1.0615	1.1451	1.3937	0.1245	0.1408
β_{31}	-1.0381	-0.0381	-1.9216	-1.2136	-1.0053	-0.8961	-0.4856	0.2293	0.2324
β_{12}	1.1199	0.1199	0.6826	0.9715	1.1164	1.2377	1.6946	0.1883	0.2234
β_{22}	-0.1613	-0.1613	-0.4497	-0.2388	-0.1536	-0.0813	0.1834	0.1206	0.2017
β_{32}	0.9570	-0.0430	0.4432	0.7900	0.9278	1.0693	1.9496	0.2206	0.2247
β_{13}	0.2499	0.2499	-0.8882	0.0359	0.2290	0.5018	1.1520	0.3417	0.4237
β_{23}	0.9705	-0.0295	0.2974	0.8364	0.9614	1.1439	1.6199	0.2241	0.2261
β_{33}	0.1562	0.1562	-0.8129	-0.0406	0.1867	0.3729	1.2638	0.3522	0.3854

Jedoch zeigen sich in Kapitel 8.2 bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung von Parametern alternativenspezifischer erklärender Variablen im entsprechenden Independent Probitmodell erheblich kleinere Werte von Std und $Rmse$.

Im mittleren und unteren Teil von Tabelle 8.2 erkennt man hinsichtlich der beiden Fehlspezifikationen über die $Nrep = 200$ Replikationen des jeweiligen DGP bei allen Parametern relativ geringe Unterschiede zwischen dem arithmetischen Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$ sowie dem Median der SMLM/GHK-Schätzwerte. Insgesamt sind jedoch bei der Schätzung einzelner Koeffizienten spürbare durchschnittliche Verzerrungen zu erkennen. Dabei kristallisieren sich aber keine spezifischen Parameter heraus, bei denen systematisch besonders große Verzerrungen entstehen. Überraschenderweise werden die Koeffizienten hier im Vergleich zur Parameterschätzung im korrekt spezifizierten Independent Probitmodell (vgl. oberen Teil der Tabelle) häufig mit kleineren Streuungen über die $Nrep = 200$ Replikationen der DGP geschätzt. Insbesondere bei der SMLM/GHK-Schätzung unter falscher Verteilungsannahme bei den stochastischen Nutzenkomponenten zeigen sich im mittleren Teil der Tabelle (außer bei β_{22}) bei allen Parametern geringere Werte von Std gegenüber der SMLM/GHK-Schätzung bei korrekter Modellspezifikation. Dadurch entstehen hier bei einzelnen Parametern vergleichsweise niedrigere Werte von $Rmse$. Aber auch wenn der DGP durch schwächere heteroskedastische Elemente gekennzeichnet ist, ergeben sich bei der Schätzung einzelner Koeffizienten geringere Werte von Std als bei der SMLM/GHK-Schätzung im korrekt spezifizierten einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell.

8.1.3 DGP: Stärkere Form der Heteroskedastie und kontemporäre Verknüpfungen

In Tabelle 8.3 sind für den Beobachtungsumfang von $N = 500$ und für die Anzahl von $R = 10$ Simulationsreplikationen ausführliche Statistiken zur irrtümlichen SMLM/GHK-Schätzung der Parameter (der individuenspezifischen erklärenden Variablen) im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell abgebildet, falls der DGP durch eine stärkere Form der Heteroskedastie sowie durch die unterschiedlich starken kontemporären Korrelationen im Probitmodell gekennzeichnet ist. Auf der Grundlage einer stärkeren Heteroskedastie erscheinen im oberen Teil von Tabelle 8.3 gegenüber den Ergebnissen in Tabelle 8.2 höhere durchschnittliche Verzerrungen sowie höhere Werte von $Rmse$. Dies gilt insbesondere für den Konstanten-Parameter β_{11}, für den Parameter β_{22} der standardnormalverteilten erklärenden Variablen sowie für die Parameter β_{13} bzw. β_{33} der Dummy-Variablen.

Im mittleren und unteren Teil von Tabelle 8.3 sind jedoch teilweise noch erheblich stärkere durchschnittliche Verzerrungen zu erkennen. Selbst wenn der DGP lediglich durch schwächere kontemporäre Korrelationen gekennzeichnet ist (vgl. mittleren Teil der Tabelle), tauchen

Tabelle 8.3: SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell II (individuenspezifische erklärende Variablen), $N = 500$, $R = 10$

θ	$\bar{\hat{\theta}}$	$Bias$	Min	25%	Med	75%	Max	Std	$Rmse$
DGP: Stärkere Heteroskedastie									
β_{11}	-0.7139	0.2861	-1.2935	-0.8476	-0.7139	-0.5788	-0.2868	0.1935	0.3460
β_{21}	1.0950	0.0950	0.7100	1.0018	1.0815	1.1932	1.4447	0.1325	0.1632
β_{31}	-1.0481	-0.0481	-1.8429	-1.1804	-1.0398	-0.9182	-0.3633	0.2237	0.2289
β_{12}	1.0843	0.0843	0.6981	0.9524	1.0874	1.1979	1.6688	0.1714	0.1911
β_{22}	-0.3238	-0.3238	-0.6398	-0.4111	-0.3210	-0.2432	-0.0250	0.1202	0.3461
β_{32}	0.9126	-0.0874	0.4989	0.7635	0.8782	1.0545	1.5540	0.2119	0.2293
β_{13}	0.3688	0.3688	-0.8478	0.1948	0.3680	0.5648	1.2784	0.3051	0.4794
β_{23}	0.8304	-0.1696	0.3565	0.6609	0.8264	0.9801	1.6435	0.2285	0.2848
β_{33}	0.2824	0.2824	-0.8262	0.0478	0.2918	0.4816	1.1369	0.3365	0.4397
DGP: Schwächere kontemporäre Korrelationen									
β_{11}	-0.7720	0.2280	-1.6898	-0.9543	-0.7623	-0.6139	-0.1713	0.2444	0.3347
β_{21}	1.1416	0.1416	0.8629	1.0447	1.1436	1.2206	1.5138	0.1280	0.1911
β_{31}	-1.8548	-0.8548	-3.4529	-2.0559	-1.7987	-1.5758	-1.0670	0.4241	0.9561
β_{12}	0.9542	-0.0458	0.4094	0.8115	0.9515	1.0949	1.5249	0.2070	0.2121
β_{22}	-0.1135	-0.1135	-0.4362	-0.1812	-0.1085	-0.0276	0.1409	0.1172	0.1634
β_{32}	1.3740	0.3740	0.6706	1.1690	1.3490	1.5396	2.2927	0.2978	0.4788
β_{13}	0.1140	0.1140	-1.2596	-0.1349	0.0951	0.3548	1.4213	0.4140	0.4295
β_{23}	1.3693	0.3693	0.5516	1.1699	1.3703	1.5448	2.0058	0.2675	0.4567
β_{33}	-0.7876	-0.7876	-6.0639	-2.1241	-0.2877	0.1164	0.9761	1.2821	1.5057
DGP: Stärkere kontemporäre Korrelationen									
β_{11}	-1.5522	-0.5522	-2.7553	-1.6952	-1.5199	-1.3486	-0.9481	0.2976	0.6285
β_{21}	0.5870	-0.4130	0.2883	0.5003	0.5859	0.6674	0.8524	0.1184	0.4306
β_{31}	-2.4629	-1.4629	-4.4988	-2.6539	-2.3720	-2.1635	-1.6297	0.4514	1.5345
β_{12}	1.0262	0.0262	0.5002	0.8840	1.0142	1.1598	2.0523	0.2284	0.2299
β_{22}	-0.0384	-0.0384	-0.2806	-0.1087	-0.0441	0.0159	0.2421	0.0961	0.1036
β_{32}	1.3448	0.3448	0.4695	1.1386	1.3226	1.5452	2.7327	0.3372	0.4829
β_{13}	-0.5150	-0.5150	-4.8725	-0.7787	-0.4880	-0.1549	0.6543	0.5749	0.7727
β_{23}	0.6618	-0.3382	0.0928	0.5624	0.6536	0.7947	1.1332	0.1821	0.3849
β_{33}	-0.7104	-0.7104	-5.6541	-0.8464	-0.3581	-0.0114	0.8012	1.1066	1.3160

betragsmäßig sehr hohe Werte von $Bias$ auf, insbesondere beim Konstanten-Parameter β_{31}, beim Parameter β_{32} der standardnormalverteilten erklärenden Variablen sowie bei den Parametern β_{23} bzw. β_{33} der Dummy-Variablen. Die stellenweise großen Verzerrungen erhöhen sich oft noch weiter, falls der DGP stärkere kontemporäre Korrelationen aufweist (vgl. unteren Teil der Tabelle). Im Gegensatz zur SMLM/GHK-Schätzung unter falscher Verteilungsannahme bei den stochastischen Nutzenkomponenten werden die Parameter jetzt im Vergleich zur SMLM/GHK-Schätzung im korrekt spezifizierten Independent Probitmodell (vgl. Tabelle 8.2) nicht mit geringeren Streuungen geschätzt. Dadurch sind auf der Grundlage kontemporärer Verknüpfungen im DGP (außer bei β_{22}, falls der DGP stärkere kontemporäre Korrelationen aufweist) bei allen Koeffizienten die Werte von $Rmse$ (zum Teil deutlich) höher als die entsprechenden Werte bei korrekter Modellspezifikation. Zu erkennen ist zudem, daß beim Parameter β_{33} der Dummy-Variablen das arithmetische Mittel in $\bar{\hat{\theta}}$ vom Median der Schätzwerte über die $Nrep = 200$ Replikationen beider zuletzt diskutierter DGP stark abweicht.

Festzuhalten ist damit für empirische Arbeiten, daß inkorrekte SMLM/GHK-Schätzungen im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell auf der Grundlage des normalisierten Logitmodells sowie einer schwächeren Form der Heteroskedastie im Probitmodell als DGP vergleichsweise moderate Verzerrungen bewirken. Dagegen kann eine stärkere Form der Heteroskedastie im DGP zu relevanten Verzerrungen führen, falls solche heteroskedastischen Strukturen nicht bei der Parameterschätzung berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Einbeziehung derartiger Elemente in Probitmodellen (vgl. auch Kapitel 1.2.3) bietet sich damit für zukünftige Arbeiten ein interessantes Betätigungsfeld. Insgesamt zeigt sich aber, daß unberücksichtigte kontemporäre Korrelationen bei der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell die vergleichsweise stärksten Verzerrungen verursachen.

Anknüpfend an diese Ergebnisse werden im folgenden nur noch Fehlspezifikationen, die sich auf die kontemporären und/oder intertemporalen Verknüpfungen in homoskedastischen Mehralternativen-Probitmodellen beziehen, untersucht. Auf der Grundlage der beschriebenen schwächeren kontemporären Korrelationen im DGP wird zunächst in Kapitel 8.2 die fehlende Berücksichtigung kontemporärer Verknüpfungen bei der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell näher betrachtet. Entsprechend dem in Kapitel 6.2.2 diskutierten DGP werden dabei zwei alternativenspezifische erklärende Variablen einbezogen. Durch die geringere Anzahl zu schätzender Parameter und den sich dadurch ergebenden Rückgang der Rechenzeiten (vgl. dazu die Ausführungen zum Ende von Kapitel 6.1) können somit auch die Auswirkungen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen auf die SMLM/GHK-Schätzung unter dieser Modellfehlspezifikation systematisch untersucht werden.

8.2 Einperiodige Vieralternativen-Probitmodelle (alternativenspezifische erklärende Variablen)

8.2.1 Übersichtsstatistiken

In Tabelle 8.4 sind die Übersichtsstatistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung des in Kapitel 6.2.2 erläuterten einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP abgebildet. Im unteren Teil der Tabelle beruhen die Resultate auf dem durch kontemporäre Korrelationen gekennzeichneten DGP (zu den Parameterwerten vgl. auch Anhang C). Damit erfolgt hier die Parameterschätzung bei einer inkorrekten Modellspezifikation. Demgegenüber sind im oberen Teil der Tabelle die entsprechenden Ergebnisse bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell dargestellt. Betrachtet werden verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen.

Mit wachsendem N sinken dabei über die $Nrep = 200$ Replikationen der beiden DGP erneut wegen der sinkenden Streuungen der SMLM/GHK-Schätzungen die Werte von $\overline{Rmse}$. Falls der DGP das Independent Probitmodell beinhaltet, zeigen sich für alle Kombinationen von N und R extrem kleine Werte von $\overline{|Bias|}$. Demgegenüber sind die Werte von $\overline{|Bias|}$ und $\overline{Rmse}$ für alle Variationen von N und R höher, falls der DGP kontemporäre Korrelationen aufweist. Dabei steigt zwar mit wachsendem R sowie sinkendem N tendenziell $\overline{|Bias|}$, allerdings in äußerst geringem Ausmaß. Sowohl der Beobachtungsumfang N als auch die Anzahl R der Simulationsreplikationen besitzen hier also nur einen sehr schwachen Einfluß auf die durch die Modellfehlspezifikation ausgelösten Verzerrungen. Festzustellen ist zudem, daß das Ausmaß des Effektes der Fehlspezifikation auf die Übersichtsstatistiken insgesamt relativ moderat anmutet.

8.2.2 SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell

Die letzte Überlegung wird bei der umfassenden Betrachtung der einzelnen geschätzten Parameter bekräftigt. In Tabelle 8.5 sind ausführliche Statistiken zur SMLM/GHK-Schätzung der Parameter γ_1 und γ_2 der beiden alternativenspezifischen erklärenden Variablen im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell abgebildet. Betrachtet werden dabei lediglich diejenigen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen, die auch in Kapitel 7.1 untersucht werden. Ausnahmslos vermindert sich mit wachsendem N wegen des sinkenden Std bei γ_1 und γ_2 der Wert von $Rmse$. Falls der DGP selbst durch das Independent Probitmodell gekennzeichnet ist, erhält man unabhängig von N und R äußerst stabile Parameterschätzungen mit geringen Verzerrungen. Dabei zei-

Tabelle 8.4: Zusammenfassende Statistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell (alternativenspezifische erklärende Variablen)

DGP: Independent Probitmodell		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 500 \quad R = 10$	0.0048	0.0442
$N = 500 \quad R = 50$	0.0073	0.0445
$N = 500 \quad R = 200$	0.0077	0.0446
$N = 1000 \quad R = 10$	0.0005	0.0324
$N = 1000 \quad R = 50$	0.0027	0.0326
$N = 1000 \quad R = 200$	0.0031	0.0325
$N = 2000 \quad R = 10$	0.0019	0.0212
$N = 2000 \quad R = 50$	0.0019	0.0213
$N = 2000 \quad R = 200$	0.0024	0.0213
DGP: Kontemporäre Korrelationen		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 500 \quad R = 10$	0.0316	0.0619
$N = 500 \quad R = 50$	0.0343	0.0636
$N = 500 \quad R = 200$	0.0348	0.0638
$N = 1000 \quad R = 10$	0.0304	0.0486
$N = 1000 \quad R = 50$	0.0331	0.0507
$N = 1000 \quad R = 200$	0.0335	0.0510
$N = 2000 \quad R = 10$	0.0251	0.0357
$N = 2000 \quad R = 50$	0.0279	0.0381
$N = 2000 \quad R = 200$	0.0284	0.0385

gen sich über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP bei der Schätzung des Koeffizienten γ_2 durchweg geringere Streuungen als bei der Schätzung des Koeffizienten γ_1.

Zu betonen ist nochmals, daß bei der (korrekten) Schätzung dieser Parameter (auch für den hier nicht ausführlich ausgewiesenen Fall von $N = 500$ und $R = 10$) erheblich geringere Werte von *Std* und *Rmse* vorliegen als bei der (korrekten) Schätzung von Parametern

Tabelle 8.5: SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell (alternativenspezifische erklärende Variablen)

DGP: Independent Probitmodell										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 1000$	γ_1	0.9997	-0.0003	0.8648	0.9679	0.9964	1.0317	1.1346	0.0453	0.0453
$R = 10$	γ_2	-0.0006	-0.0006	-0.0641	-0.0142	0.0005	0.0112	0.0560	0.0195	0.0195
$N = 1000$	γ_1	1.0050	0.0050	0.8669	0.9735	1.0040	1.0378	1.1429	0.0452	0.0454
$R = 50$	γ_2	-0.0005	-0.0005	-0.0641	-0.0148	0.0001	0.0115	0.0584	0.0197	0.0197
$N = 1000$	γ_1	1.0057	0.0057	0.8672	0.9730	1.0037	1.0364	1.1438	0.0450	0.0454
$R = 200$	γ_2	-0.0004	-0.0004	-0.0636	-0.0146	0.0003	0.0117	0.0587	0.0197	0.0197
$N = 2000$	γ_1	0.9973	-0.0027	0.8934	0.9809	0.9946	1.0153	1.0735	0.0282	0.0283
$R = 10$	γ_2	-0.0011	-0.0011	-0.0395	-0.0097	-0.0011	0.0074	0.0449	0.0141	0.0141
$N = 2000$	γ_1	1.0026	0.0026	0.8983	0.9871	1.0002	1.0199	1.0811	0.0284	0.0285
$R = 50$	γ_2	-0.0013	-0.0013	-0.0382	-0.0094	-0.0009	0.0074	0.0464	0.0141	0.0142

DGP: Kontemporäre Korrelationen										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 1000$	γ_1	1.0604	0.0604	0.9482	1.0270	1.0545	1.0884	1.2195	0.0510	0.0791
$R = 10$	γ_2	-0.0004	-0.0004	-0.0626	-0.0133	0.0005	0.0121	0.0512	0.0180	0.0180
$N = 1000$	γ_1	1.0658	0.0658	0.9536	1.0343	1.0607	1.0920	1.2175	0.0509	0.0833
$R = 50$	γ_2	-0.0004	-0.0004	-0.0624	-0.0132	-0.0005	0.0129	0.0506	0.0181	0.0181
$N = 1000$	γ_1	1.0667	0.0667	0.9545	1.0341	1.0607	1.0942	1.2196	0.0508	0.0840
$R = 200$	γ_2	-0.0004	-0.0004	-0.0636	-0.0130	-0.0005	0.0132	0.0499	0.0181	0.0181
$N = 2000$	γ_1	1.0502	0.0502	0.9683	1.0295	1.0493	1.0711	1.1406	0.0317	0.0595
$R = 10$	γ_2	-0.0000	-0.0000	-0.0417	-0.0086	0.0004	0.0088	0.0287	0.0119	0.0119
$N = 2000$	γ_1	1.0556	0.0556	0.9692	1.0339	1.0541	1.0770	1.1484	0.0320	0.0643
$R = 50$	γ_2	-0.0003	-0.0003	-0.0397	-0.0093	0.0000	0.0083	0.0278	0.0119	0.0119

individuenspezifischer erklärender Variablen (vgl. oberen Teil von Tabelle 8.2). Interessant ist zudem der Vergleich zu den Ergebnissen im oberen Teil von Tabelle 7.2 in Kapitel 7.1. Dort erfolgt die korrekte SMLM/GHK-Schätzung der Koeffizienten der beiden alternativenspezifischen erklärenden Variablen im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell. Da der DGP aber das Independent Probitmodell darstellt, werden letztlich überflüssige (Varianz-Kovarianz-) Parameter mit geschätzt. Dadurch ergeben sich dort im Vergleich zur Parameterschätzung im Independent Probitmodell (vgl. oberen Teil von Tabelle 8.5) hinsichtlich γ_1 höhere Werte von Std und auch höhere Werte von $Rmse$.

Die Auswirkungen der fehlenden Einbeziehung kontemporärer Verknüpfungen in die SMLM/GHK-Schätzung erkennt man im unteren Teil von Tabelle 8.5. Dabei zeigt sich, daß der Parameter γ_1 unabhängig von N und R im Durchschnitt überschätzt wird. Demgegenüber liegen bei γ_2 keine systematischen Verzerrungen vor. Allerdings sind die ausgewiesenen Verzerrungen auch beim Koeffizienten γ_1 relativ moderat. Aufgrund dieser Ergebnisse könnte anknüpfend an die Bemerkungen zum Ende von Kapitel 7.4 argumentiert werden, daß die Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter in einem flexibel formulierten Probitmodell doch nicht derart relevant sei. Somit könnte letztlich aber auf Simulationsschätzverfahren verzichtet werden. Dieser Argumentation stehen jedoch die Resultate in Kapitel 8.1.3 entgegen. Dort werden auf der Grundlage derselben kontemporären Verknüpfungen im DGP bei der Einbeziehung individuenspezifischer erklärender Variablen deutlich stärkere Verzerrungen und Instabilitäten bei den entsprechend geschätzten Parametern ausgewiesen (vgl. Tabelle 8.3). In empirischen Anwendungen werden aber häufig gerade derartige individuenspezifische erklärende Variablen betrachtet. Die vorliegenden (moderaten) Verzerrungen bei der Einbeziehung zweier alternativenspezifischer erklärender Variablen können somit als Untergrenze für die Auswirkungen der betrachteten Modellfehlspezifikation interpretiert werden. Darüber hinaus zeigt sich im folgenden, daß bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung in mehrperiodigen Mehralternativen-Independent Probitmodellen selbst bei der Betrachtung zweier alternativenspezifischer erklärender Variablen viel stärkere Verzerrungen auftauchen.

8.3 Fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodelle

8.3.1 Übersichtsstatistiken

Im Hinblick auf die Analyse von Paneldaten wird im folgenden zunächst die fehlspezifizierte SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell entsprechend Kapitel 6.2.3 näher analysiert. In Tabelle 8.6 sind über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP die Übersichtsstatistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im entsprechenden Independent Probitmodell dargestellt. Falls der DGP die in Kapitel 6.2.3 beschriebenen kontemporären und intertemporalen Verknüpfungen beinhaltet (zu den Parameterwerten vgl. auch Anhang C), werden dadurch die Parameter bei inkorrekter Modellspezifikation geschätzt. Den entsprechenden Ergebnissen im unteren Teil von Tabelle 8.6 sind im oberen Teil der Tabelle die Ergebnisse bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung

Tabelle 8.6: Zusammenfassende Statistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell		
	$\overline{\lvert Bias\rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 100 \quad R = 10$	0.0037	0.0520
$N = 100 \quad R = 50$	0.0054	0.0522
$N = 100 \quad R = 200$	0.0057	0.0522
$N = 250 \quad R = 10$	0.0025	0.0317
$N = 250 \quad R = 50$	0.0034	0.0317
$N = 250 \quad R = 200$	0.0037	0.0317
$N = 500 \quad R = 10$	0.0028	0.0228
$N = 500 \quad R = 50$	0.0015	0.0228
$N = 500 \quad R = 200$	0.0018	0.0228
DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen		
	$\overline{\lvert Bias\rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 100 \quad R = 10$	0.1434	0.1684
$N = 100 \quad R = 50$	0.1421	0.1672
$N = 100 \quad R = 200$	0.1421	0.1671
$N = 250 \quad R = 10$	0.1476	0.1604
$N = 250 \quad R = 50$	0.1463	0.1593
$N = 250 \quad R = 200$	0.1462	0.1591
$N = 500 \quad R = 10$	0.1450	0.1551
$N = 500 \quad R = 50$	0.1438	0.1539
$N = 500 \quad R = 200$	0.1436	0.1537

im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell gegenüber gestellt. Auch jetzt werden wieder verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen betrachtet.

Wie bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell (vgl. oberen Teil von Tabelle 8.4) zeigen sich auch hier sehr geringe Werte von $\overline{|Bias|}$ und $\overline{Rmse}$, wenn der DGP das fünfperiodige Dreialternativen-Independent Probitmodell beinhaltet. Demgegenüber sind, bedingt durch die betrachtete Fehlspezifikation, für alle Kombinationen von N und R die entsprechenden Werte viel höher, falls der DGP kontemporäre und intertemporale Korrelationen aufweist. Zu betonen ist, daß die Werte von $\overline{|Bias|}$ und $\overline{Rmse}$ insbesondere deutlich über denen bei der inkorrekten Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell liegen (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.4). Erneut besitzen hier N sowie R nur einen geringen Einfluß, vor allem auf die Höhe von $\overline{|Bias|}$. Wegen der sinkenden Streuungen über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP nehmen mit wachsendem N wiederum die Werte von $\overline{Rmse}$ ab. Dieser Rückgang ist aber bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung sehr gering, da der Wert von $\overline{Rmse}$ vor allem durch die hohen durchschnittlichen Verzerrungen beeinflußt wird. Bei der korrekten Parameterschätzung im Independent Probitmodell sind dagegen mit wachsendem N deutlichere Senkungen von $\overline{Rmse}$ zu erkennen.

8.3.2 SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell

Konkretisiert werden die beschriebenen Ergebnisse bei der umfassenden Betrachtung der geschätzten Parameter. In Tabelle 8.7 sind ausführliche Statistiken zur SMLM/GHK-Schätzung der beiden Koeffizienten γ_1 und γ_2 der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell abgebildet. Betrachtet werden diejenigen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen, die auch in Kapitel 7.2 analysiert werden. Das wesentliche Resultat ist dabei die starke und ausnahmslose Unterschätzung von γ_1 über alle $Nrep = 200$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gekennzeichneten DGP (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.7). Dieses Ergebnis zeigt sich erneut unabhängig von N sowie von R. Bemerkenswert ist, daß demgegenüber γ_1 bei der inkorrekten Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell durchschnittlich überschätzt wird (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.5). Vor allem aber sind die Verzerrungen hier bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell im Vergleich von deutlich höherem Ausmaß.

Dagegen sind bei der fehlspezifizierten SMLM/GHK-Schätzung von γ_2 im Durchschnitt erneut keine Verzerrungen zu erkennen. Dieses Ergebnis deckt sich mit demjenigen bei der inkorrekten Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell. Offensichtlich ist bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung des Parameters einer alternativenspezifischen erklärenden Variablen im Independent Probitmodell lediglich mit geringen bzw. mit überhaupt keinen systematischen Verzerrungen zu rechnen, falls diese erklärende Variable tatsächlich keinen Einfluß auf die Wahlentscheidung ausübt (d.h. falls der entsprechende Koeffizient im DGP den Wert Null besitzt). Allerdings kann diese Überlegung

Tabelle 8.7: SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 250$	γ_1	0.9989	-0.0011	0.9064	0.9682	0.9982	1.0247	1.1156	0.0394	0.0394
$R = 10$	γ_2	-0.0039	-0.0039	-0.0711	-0.0197	-0.0038	0.0108	0.0692	0.0236	0.0239
$N = 250$	γ_1	1.0030	0.0030	0.9102	0.9733	1.0021	1.0287	1.1193	0.0394	0.0395
$R = 50$	γ_2	-0.0038	-0.0038	-0.0708	-0.0203	-0.0038	0.0115	0.0682	0.0236	0.0239
$N = 250$	γ_1	1.0037	0.0037	0.9120	0.9732	1.0029	1.0299	1.1226	0.0394	0.0395
$R = 200$	γ_2	-0.0037	-0.0037	-0.0706	-0.0203	-0.0042	0.0116	0.0680	0.0236	0.0238
$N = 500$	γ_1	0.9968	-0.0032	0.9049	0.9755	0.9953	1.0160	1.0765	0.0294	0.0296
$R = 10$	γ_2	-0.0025	-0.0025	-0.0511	-0.0124	-0.0010	0.0074	0.0407	0.0159	0.0160
$N = 500$	γ_1	1.0005	0.0005	0.9106	0.9797	0.9994	1.0197	1.0804	0.0294	0.0294
$R = 50$	γ_2	-0.0025	-0.0025	-0.0514	-0.0114	-0.0015	0.0056	0.0422	0.0160	0.0161
DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen										
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 250$	γ_1	0.7120	-0.2880	0.6059	0.6793	0.7089	0.7435	0.8302	0.0415	0.2917
$R = 10$	γ_2	-0.0071	-0.0071	-0.0758	-0.0250	-0.0047	0.0124	0.0615	0.0282	0.0291
$N = 250$	γ_1	0.7144	-0.2856	0.6058	0.6813	0.7120	0.7468	0.8323	0.0416	0.2893
$R = 50$	γ_2	-0.0071	-0.0071	-0.0753	-0.0267	-0.0042	0.0114	0.0616	0.0283	0.0292
$N = 250$	γ_1	0.7147	-0.2853	0.6066	0.6822	0.7128	0.7473	0.8313	0.0417	0.2890
$R = 200$	γ_2	-0.0070	-0.0070	-0.0747	-0.0261	-0.0045	0.0104	0.0622	0.0283	0.0292
$N = 500$	γ_1	0.7127	-0.2873	0.6453	0.6911	0.7115	0.7291	0.7856	0.0285	0.2894
$R = 10$	γ_2	-0.0027	-0.0027	-0.0564	-0.0163	-0.0023	0.0114	0.0586	0.0206	0.0207
$N = 500$	γ_1	0.7151	-0.2849	0.6479	0.6933	0.7146	0.7332	0.7881	0.0287	0.2870
$R = 50$	γ_2	-0.0027	-0.0027	-0.0574	-0.0172	-0.0021	0.0110	0.0589	0.0206	0.0208

nicht auf die Koeffizienten individuenspezifischer erklärender Variablen übertragen werden. Die entsprechenden Ergebnisse bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell zeigen (vgl. Tabelle 8.3), daß auch dann starke systematische Verzerrungen auftauchen können, wenn der Parameter einer derartigen erklärenden Variablen im DGP den Wert Null besitzt.

Falls der DGP durch das fünfperiodige Dreialternativen-Independent Probitmodell gekennzeichnet ist, erhält man auch bei der SMLM/GHK-Schätzung in diesem Independent Probitmodell unabhängig von N und R extrem stabile Resultate mit geringen Verzerrungen (vgl. oberen Teil von Tabelle 8.7). Erneut zeigen sich über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP bei der Schätzung von γ_2 ausnahmslos geringere Streuungen als bei der Schätzung von γ_1. Interessant ist hier der Vergleich zu den Ergebnissen im oberen Teil von Tabelle 7.6 in Kapitel 7.2. Dort erfolgt die SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell, obwohl der DGP lediglich durch das entsprechende Independent Probitmodell gekennzeichnet ist. Aufgrund der Schätzung überflüssiger (Varianz-Kovarianz-) Parameter ergeben sich auch dort im Vergleich zur hier betrachteten korrekten SMLM/GHK-Schätzung des Independent Probitmodells beim Koeffizienten γ_1 höhere Werte von Std und damit auch höhere Werte von $Rmse$.

8.3.3 SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen

Im folgenden sollen die Auswirkungen der fehlenden Berücksichtigung einzelner kontemporärer und/oder intertemporaler Verknüpfungen auf die SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell genauer untersucht werden. Da die Analyse im Independent Probitmodell gezeigt hat, daß sowohl der Beobachtungsumfang N als auch die Anzahl R der Simulationsreplikationen kaum Einfluß auf die Auswirkungen der inkorrekten Parameterschätzung besitzen, wird jetzt nur noch eine Kombination von N und R betrachtet. Weiter gehende eigene Versuche bestätigen (die Ergebnisse sind nicht gesondert ausgewiesen), daß die wesentlichen im folgenden beschriebenen Resultate auch bei alternativen Variationen von N und R bestehen bleiben.

In Tabelle 8.8 sind für $N = 500$ und $R = 50$ ausführliche Statistiken zur SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell über alle $Nrep = 200$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gekennzeichneten DGP abgebildet. Im oberen Teil der Tabelle sind als Ausgangsbasis die Ergebnisse bei der korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten MMPM dargestellt (vgl. auch unteren Teil von Tabelle 7.6 in Kapitel 7.2). Darunter sind die entsprechenden Statistiken bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell abgebildet (vgl. auch unteren Teil von Tabelle 8.7). Da in diesem Fall bei der Parameterschätzung keinerlei

Tabelle 8.8: SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen), $N = 500$, $R = 50$

θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
Schätzung: Flexibel formuliertes MMPM (korrekte Modellspezifikation)									
γ_1	0.9893	-0.0107	0.8733	0.9385	0.9854	1.0297	1.1842	0.0610	0.0619
γ_2	-0.0019	-0.0019	-0.0609	-0.0141	-0.0017	0.0139	0.0592	0.0216	0.0217
Schätzung: Independent Probitmodell									
γ_1	0.7151	-0.2849	0.6479	0.6933	0.7146	0.7332	0.7881	0.0287	0.2870
γ_2	-0.0027	-0.0027	-0.0574	-0.0172	-0.0021	0.0110	0.0589	0.0206	0.0208
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer Verknüpfungen									
γ_1	0.9382	-0.0618	0.7936	0.9078	0.9394	0.9693	1.0569	0.0436	0.0757
γ_2	-0.0023	-0.0023	-0.0655	-0.0172	-0.0016	0.0130	0.0782	0.0249	0.0251
Schätzung: Einbeziehung zeitinvarianter Verknüpfungen									
γ_1	1.1525	0.1525	1.0493	1.1208	1.1491	1.1800	1.2639	0.0449	0.1593
γ_2	-0.0024	-0.0024	-0.0688	-0.0183	-0.0017	0.0149	0.0668	0.0259	0.0261
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver Verknüpfungen									
γ_1	0.7373	-0.2627	0.6768	0.7196	0.7353	0.7517	0.8026	0.0240	0.2644
γ_2	-0.0026	-0.0026	-0.0553	-0.0125	-0.0025	0.0083	0.0452	0.0169	0.0171
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und zeitinvarianter Verknüpfungen									
γ_1	1.0682	0.0682	0.9371	1.0249	1.0674	1.1094	1.2526	0.0582	0.0898
γ_2	-0.0020	-0.0020	-0.0681	-0.0166	-0.0024	0.0131	0.0594	0.0238	0.0239
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und autoregressiver Verknüpfungen									
γ_1	0.9377	-0.0623	0.8036	0.9091	0.9390	0.9661	1.0494	0.0417	0.0751
γ_2	-0.0018	-0.0018	-0.0572	-0.0136	-0.0017	0.0132	0.0544	0.0206	0.0207
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver und zeitinvarianter Verknüpfungen									
γ_1	0.9524	-0.0476	0.8074	0.9232	0.9483	0.9773	1.1099	0.0463	0.0665
γ_2	-0.0021	-0.0021	-0.0597	-0.0148	-0.0019	0.0124	0.0544	0.0211	0.0212

kontemporäre sowie intertemporale Verknüpfungen berücksichtigt werden, erscheinen hier bei γ_1 die vergleichsweise stärksten systematischen Verzerrungen.

Desweiteren sind in Tabelle 8.8 Resultate dargelegt, die sich durch die inkorrekte SMLM/GHK-Schätzung unter der Einbeziehung nur einzelner kontemporärer und/oder intertemporaler Verknüpfungen ergeben. Zu erkennen ist insgesamt die durchweg stabile und durchschnittlich unverzerrte Schätzung des Parameters γ_2. Damit wird die Bemerkung in Kapitel 8.3.2 hinsichtlich der Schätzung des Parameters einer alternativenspezifischen erklärenden Variablen, der im DGP den Wert Null besitzt, bekräftigt. Bei der Schätzung von γ_1 ist zu bemerken, daß der Wert von *Std* bei allen betrachteten Formen von Modellfehlspezifikationen geringer ist als bei der korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell.

Bei den Werten von *Bias* und *Rmse* zeigen sich für γ_1 zwischen den einzelnen Formen von Fehlspezifikationen markante Unterschiede. Die geringste Verminderung der Verzerrungen gegenüber der inkorrekten Parameterschätzung im Independent Probitmodell ergibt sich bei der alleinigen Einbeziehung autoregressiver Korrelationen. In diesem Fall wird γ_1 über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP stark unterschätzt. Falls bei der SMLM/GHK-Schätzung ausschließlich zeitinvariante Verknüpfungen berücksichtigt werden, zeigt sich dagegen durchweg eine Überschätzung von γ_1, absolut gesehen allerdings in deutlich geringerem Ausmaß. Bei der alleinigen Einbeziehung einer einzigen Verknüpfung erhält man hinsichtlich γ_1 die geringsten Verzerrungen, wenn kontemporäre Strukturen bei der Parameterschätzung berücksichtigt werden. Die absoluten Werte von *Bias* und *Rmse* entsprechen hier etwa denjenigen bei der verbundenen Einbeziehung kontemporärer und autoregressiver Verknüpfungen und liegen leicht unterhalb der entsprechenden absoluten Werte bei der verbundenen Einbeziehung kontemporärer und zeitinvarianter Verknüpfungen. Im letzteren Fall wird γ_1 im Durchschnitt überschätzt.

Zu betonen ist, daß sich im Vergleich zwischen den einzelnen Modellfehlspezifikation bei der Berücksichtigung der beiden intertemporalen Korrelationen die geringsten Verzerrungen ergeben. Falls also bei der SMLM/GHK-Schätzung im betrachteten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell lediglich kontemporäre Verknüpfungen vernachlässigt werden, wird γ_1 durchschnittlich nur etwas stärker unterschätzt als bei der korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten MMPM. Vor allem aber sind dabei die Unterschiede zwischen den entsprechenden Werten von *Rmse* relativ gering.

8.3.4 SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter

Die Auswirkungen verschiedener Formen von Fehlspezifikationen auf die SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell er-

Tabelle 8.9: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen), $N = 500$, $R = 50$

θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	25%	*Med*	75%	*Max*	*Std*	*Rmse*
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer Verknüpfungen									
σ_{η_1}	1.9611	0.4611	1.4059	1.8424	1.9550	2.0730	2.5211	0.1860	0.4983
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2302	-0.2698	-0.0795	0.1599	0.2310	0.3035	0.5223	0.0991	0.2880
Schätzung: Einbeziehung zeitinvarianter Verknüpfungen									
σ_{α_1}	2.2264	0.7264	1.8491	2.1249	2.2147	2.3128	2.7587	0.1497	0.7434
σ_{α_2}	0.8383	0.3383	0.5872	0.7609	0.8304	0.9127	1.1087	0.1027	0.3544
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver Verknüpfungen									
ρ_1	0.9962	0.1962	0.9539	0.9961	0.9995	0.9999	1.0000	0.0069	0.1968
ρ_2	0.6764	0.1764	0.4730	0.6431	0.6783	0.7129	0.8033	0.0568	0.1857
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und zeitinvarianter Verknüpfungen									
σ_{η_1}	1.0355	-0.4645	0.5496	0.9431	1.0318	1.1200	1.4721	0.1457	0.4879
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.5255	0.0255	0.0812	0.4767	0.5326	0.5907	0.7292	0.0928	0.0962
σ_{α_1}	2.0043	0.5043	1.5924	1.8911	1.9961	2.0995	2.6091	0.1662	0.5322
σ_{α_2}	0.7255	0.2255	0.1082	0.6481	0.7294	0.8039	0.9739	0.1165	0.2543
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und autoregressiver Verknüpfungen									
σ_{η_1}	1.9791	0.4791	1.5411	1.8847	1.9684	2.0782	2.6933	0.1583	0.5057
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.3263	-0.1737	0.0455	0.2465	0.3314	0.4051	0.5544	0.1038	0.2027
ρ_1	0.9233	0.1233	0.8839	0.9110	0.9232	0.9365	0.9666	0.0173	0.1248
ρ_2	0.6415	0.1415	0.3833	0.5897	0.6438	0.7027	0.8234	0.0891	0.1675
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver und zeitinvarianter Verknüpfungen									
σ_{α_1}	1.6156	0.1156	1.0671	1.4968	1.5959	1.7302	2.1240	0.1780	0.2124
σ_{α_2}	0.1348	-0.3652	0.0000	0.0337	0.1023	0.1694	0.7482	0.1432	0.3932
ρ_1	0.7305	-0.0695	0.2959	0.6716	0.7427	0.7996	0.9688	0.1030	0.1244
ρ_2	0.6567	0.1567	0.0726	0.6047	0.6747	0.7365	0.8803	0.1269	0.2020

kennt man in Tabelle 8.9. Dabei sind für den Beobachtungsumfang von $N = 500$ und für die Anzahl von $R = 50$ Simulationsreplikationen ausführliche Statistiken zur inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung dieser Parameter über alle $Nrep = 200$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gekennzeichneten DGP abgebildet. Als Vergleichsbasis für diese Resultate können die entsprechenden Resultate im unteren Teil von Tabelle 7.8 in Kapitel 7.2 bei der korrekten Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten MMPM herangezogen werden.

Das wesentliche Ergebnis in Tabelle 8.9 ist die gegenseitige Beeinflussung der geschätzten Koeffizienten der intertemporalen Korrelationen. Wenn eine der beiden betrachteten intertemporalen Verknüpfungen nicht in die SMLM/GHK-Schätzung einbezogen wird, entsteht eine systematische Überschätzung der Parameter der anderen intertemporalen Verknüpfung. So werden die Koeffizienten σ_{α_1} und σ_{α_2} der stochastischen Effekte im Gegensatz zur korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten MMPM stark überschätzt, falls die beiden Parameter die einzigen geschätzten Varianz-Kovarianz-Parameter darstellen. Genauso werden die Autokorrelationskoeffizienten ρ_1 und ρ_2 systematisch und stabil überschätzt, wenn lediglich autoregressive Verknüpfungen bei der Parameterschätzung berücksichtigt werden. Zu betonen ist dabei, daß ρ_1 über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP wiederholt nur äußerst knapp unterhalb des maximal möglichen Wertes von Eins geschätzt wird. In empirischen Arbeiten kann damit ein solches Ergebnis als Indiz für eine Modellfehlspezifikation gewertet werden. Auch wenn jeweils noch kontemporäre Verknüpfungen einbezogen werden, bleibt die beschriebene systematische Überschätzung der Parameter der einzelnen intertemporalen Korrelationen bestehen, allerdings in etwas geringerem Ausmaß. Offensichtlich schlägt sich die inkorrekte Vernachlässigung einer bestimmten intertemporalen Verknüpfung bei den SMLM/GHK-Schätzwerten der Parameter einer anderen intertemporalen Korrelation nieder. Diese Überlegung wird bei den Untersuchungen in Kapitel 8.4 bestätigt.

Falls dagegen bei der SMLM/GHK-Schätzung autoregressive und zeitinvariante Verknüpfungen berücksichtigt werden, zeigen sich sowohl durchschnittliche Überschätzungen (bei σ_{α_1} und ρ_2) als auch durchschnittliche Unterschätzungen (bei σ_{α_2} und ρ_1). Interessant ist diese Fehlspezifikation auch insofern, als die Verzerrungen bei den Parametern der erklärenden Variablen sehr gering sind (vgl. Tabelle 8.8). Bei der Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter erkennt man, daß alle vier Koeffizienten gegenüber der SMLM/GHK-Schätzung im korrekt spezifizierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 7.8 in Kapitel 7.2) im Durchschnitt mit größeren Verzerrungen geschätzt werden. Andererseits werden diese Parameter im fehlspezifizierten Modell aber mit vergleichsweise geringeren Werten von Std geschätzt, so daß letztlich bei σ_{α_1} und auch bei ρ_1 kleinere Werte von $Rmse$ vorliegen. Dieser Sachverhalt deutet im Umkehrschluß nochmals an, daß die betrachteten Anzahlen N und R für die stabile und unverzerrte Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im korrekt spezifizierten mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodell nicht ausreichend sind (vgl. auch Kapitel 7.4).

Schließlich ist auch bei den geschätzten Parametern der kontemporären Korrelationen ein systematischer Einfluß zu erkennen, wenn zeitinvariante Verknüpfungen bei der SMLM/GHK-Schätzung nicht einbezogen werden. In diesem Fall wird entgegen der korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell der Koeffizient σ_{η_1} über- und der Koeffizient $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$ unterschätzt. Dieses Ergebnis zeigt sich sowohl bei der Einbeziehung autoregressiver Verknüpfungen in die Parameterschätzung als auch bei fehlender Berücksichtigung dieser intertemporalen Korrelationen. Damit besitzt die Vernachlässigung zeitinvarianter Verknüpfungen nicht nur systematische Auswirkungen auf die geschätzten Autokorrelationskoeffizienten, sondern auch auf die geschätzten Parameter der kontemporären Korrelationen. Auch diese Beobachtung wird durch die Analysen in Kapitel 8.4 bekräftigt. Falls dagegen kontemporäre und zeitinvariante Verknüpfungen in die Parameterschätzung eingehen, ergibt sich über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP eine teilweise starke Unterschätzung von σ_{η_1}.

8.4 Achtperiodige Vieralternativen-Probitmodelle

8.4.1 Übersichtsstatistiken

Im Hinblick auf den Einfluß der Anzahl J der Alternativen sowie der Anzahl T der Perioden auf die fehlspezifizierte SMLM/GHK-Schätzung wird nun das achtperiodige Vieralternativen-Probitmodell entsprechend Kapitel 6.2.4 betrachtet. In Tabelle 8.10 sind über alle $Nrep = 20$ Replikationen der beiden betrachteten DGP die Übersichtsstatistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im entsprechenden Independent Probitmodell abgebildet. Falls der DGP durch die in Kapitel 6.2.4 dargelegten kontemporären und intertemporalen Verknüpfungen gekennzeichnet ist (zu den Parameterwerten vgl. auch Anhang C), erfolgt somit eine Parameterschätzung bei inkorrekter Modellspezifikation. Die zusammenfassenden Ergebnisse sind im unteren Teil der Tabelle dargestellt. Demgegenüber erscheinen im oberen Teil der Tabelle die entsprechenden Resultate bei korrekter Parameterschätzung im achtperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell. Auch hier werden wieder verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen betrachtet.

Genauso wie bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen- sowie im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell (vgl. oberen Teil von Tabelle 8.4 bzw. von Tabelle 8.6) zeigen sich auch im oberen Teil von Tabelle 8.10 bei allen Kombinationen von N und R geringe Werte für $\overline{|Bias|}$ und $\overline{Rmse}$. Dabei besitzt die Anzahl

Tabelle 8.10: Zusammenfassende Statistiken bei der SMLM/GHK-Schätzung im achtperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 100 \quad R = 10$	0.0209	0.0571
$N = 100 \quad R = 50$	0.0140	0.0543
$N = 100 \quad R = 200$	0.0110	0.0534
$N = 250 \quad R = 10$	0.0146	0.0454
$N = 250 \quad R = 50$	0.0081	0.0439
$N = 250 \quad R = 200$	0.0080	0.0439
$N = 500 \quad R = 10$	0.0071	0.0301
$N = 500 \quad R = 50$	0.0015	0.0296
$N = 500 \quad R = 200$	0.0024	0.0298

DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen		
	$\overline{\lvert Bias \rvert}$	$\overline{Rmse}$
$N = 100 \quad R = 10$	0.3579	0.3722
$N = 100 \quad R = 50$	0.3518	0.3660
$N = 100 \quad R = 200$	0.3500	0.3640
$N = 250 \quad R = 10$	0.3480	0.3599
$N = 250 \quad R = 50$	0.3415	0.3532
$N = 250 \quad R = 200$	0.3400	0.3518
$N = 500 \quad R = 10$	0.3612	0.3717
$N = 500 \quad R = 50$	0.3554	0.3657
$N = 500 \quad R = 200$	0.3542	0.3645

R der Simulationsreplikationen erneut keinen systematischen Einfluß auf die Statistiken. Festzustellen ist aber, daß mit wachsendem Beobachtungsumfang N sowohl die Werte von $\overline{\lvert Bias \rvert}$ als auch die Werte von $\overline{Rmse}$ sinken, allerdings auf niedrigem Niveau.

Wenn dagegen der DGP kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen beinhaltet, zeigen sich unabhängig von N und R erheblich höhere Werte von $\overline{\lvert Bias \rvert}$ und $\overline{Rmse}$. Zu betonen ist, daß hier N keinen systematischen Einfluß auf die Übersichtsstatistiken besitzt. Mit wachsendem R sinken zwar (bei gleichem N) durchweg die Werte von $\overline{|Bias|}$ und $\overline{Rmse}$, allerdings in sehr geringem Ausmaß. Zu beachten ist, daß die Werte von $\overline{|Bias|}$ und $\overline{Rmse}$ nochmals deutlich höher sind als bei der inkorrekten Parameterschätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.6). Dabei muß allerdings berücksichtigt werden, daß dort der Parameter γ_2 der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen im DGP den Wert Null besitzt. Dieser Koeffizient wird aber trotz vorliegender Modellfehlspezifikation ohne systematische Verzerrungen geschätzt. Bei dem hier betrachteten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell besitzen dagegen beide Parameter γ_1 und γ_2 im DGP den Wert Eins. Dieser Sachverhalt besitzt einen wesentlichen Einfluß auf die Verzerrungen, die durch die zusammenfassenden Statistiken ausgedrückt werden.

8.4.2 SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell

Verdeutlicht wird die letzte Überlegung bei der umfassenden Betrachtung der geschätzten Parameter. In Tabelle 8.11 sind ausführliche Statistiken zur SMLM/GHK-Schätzung der beiden Koeffizienten γ_1 und γ_2 der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen im achtperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell abgebildet. Analysiert werden diejenigen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen, die schon in Kapitel 7.3 untersucht werden.

Das wesentliche Ergebnis ist die unabhängig von N und R sehr starke und ausnahmslose Unterschätzung von γ_1 und von γ_2 über alle $Nrep = 20$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Korrelationen gekennzeichneten DGP (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.11). Durch die systematische Unterschätzung beider Koeffizienten ergeben sich aber letztlich höhere durchschnittliche Verzerrungen (ausgedrückt durch die Übersichtsstatistiken $\overline{|Bias|}$ und auch $\overline{Rmse}$, vgl. unteren Teil von Tabelle 8.10) als bei der inkorrekten Parameterschätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell. Dennoch ist zu beachten, daß hier das Ausmaß der durchschnittlichen Verzerrungen bei beiden Parametern γ_1 und γ_2 jeweils höher ist als das entsprechende Ausmaß bei der inkorrekten Schätzung von γ_1 im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.7). Hinsichtlich des Vergleichs der Verzerrungen bei γ_1 und γ_2 ist zu bemerken, daß der Parameter γ_2 der Dummy-Variablen über die $Nrep = 20$ Replikationen des DGP mit größeren Streuungen und mit etwas stärkeren durchschnittlichen Verzerrungen geschätzt wird. Dadurch sind bei γ_2 auch höhere Werte von $Rmse$ zu verzeichnen als beim Parameter γ_1 der normalverteilten erklärenden Variablen.

Auch wenn der DGP durch das achtperiodige Vieralternativen-Independent Probitmodell gekennzeichnet ist, zeigen sich bei der Schätzung von γ_2 höhere Werte von Std und von $Rmse$ als bei der Schätzung von γ_1 (vgl. oberen Teil von Tabelle 8.11). Insgesamt gelangt man aber

Tabelle 8.11: SMLM/GHK-Schätzung im achtperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell

DGP: Independent Probitmodell								
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	*Med*	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 250$	γ_1	0.9937	-0.0063	0.9483	0.9947	1.0555	0.0277	0.0284
$R = 10$	γ_2	0.9771	-0.0229	0.8744	0.9810	1.0741	0.0576	0.0623
$N = 250$	γ_1	0.9998	-0.0002	0.9550	1.0014	1.0667	0.0286	0.0286
$R = 50$	γ_2	0.9840	-0.0160	0.8875	0.9866	1.0821	0.0569	0.0592
$N = 250$	γ_1	1.0021	0.0021	0.9586	1.0034	1.0712	0.0292	0.0293
$R = 200$	γ_2	0.9861	-0.0139	0.8870	0.9889	1.0838	0.0568	0.0586
$N = 500$	γ_1	0.9915	-0.0085	0.9589	0.9859	1.0340	0.0222	0.0238
$R = 10$	γ_2	0.9944	-0.0056	0.9357	0.9898	1.0651	0.0359	0.0363
$N = 500$	γ_1	0.9988	-0.0012	0.9653	0.9939	1.0439	0.0230	0.0230
$R = 50$	γ_2	1.0019	0.0019	0.9520	0.9975	1.0742	0.0362	0.0362
$N = 500$	γ_1	1.0010	0.0010	0.9684	0.9949	1.0467	0.0230	0.0231
$R = 200$	γ_2	1.0038	0.0038	0.9520	1.0001	1.0781	0.0362	0.0364

DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen								
	θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	*Med*	*Max*	*Std*	*Rmse*
$N = 250$	γ_1	0.6610	-0.3390	0.5835	0.6598	0.7053	0.0336	0.3494
$R = 10$	γ_2	0.6430	-0.3570	0.5288	0.6429	0.7403	0.0547	0.3703
$N = 250$	γ_1	0.6660	-0.3340	0.5910	0.6675	0.7115	0.0333	0.3443
$R = 50$	γ_2	0.6511	-0.3489	0.5332	0.6496	0.7493	0.0548	0.3621
$N = 250$	γ_1	0.6672	-0.3328	0.5918	0.6681	0.7133	0.0337	0.3431
$R = 200$	γ_2	0.6528	-0.3472	0.5398	0.6494	0.7502	0.0552	0.3605
$N = 500$	γ_1	0.6436	-0.3564	0.6154	0.6385	0.6947	0.0213	0.3663
$R = 10$	γ_2	0.6339	-0.3661	0.5562	0.6339	0.6882	0.0336	0.3771
$N = 500$	γ_1	0.6486	-0.3514	0.6224	0.6449	0.6980	0.0213	0.3612
$R = 50$	γ_2	0.6406	-0.3594	0.5616	0.6391	0.6944	0.0334	0.3703
$N = 500$	γ_1	0.6500	-0.3500	0.6236	0.6454	0.7002	0.0216	0.3597
$R = 200$	γ_2	0.6416	-0.3584	0.5631	0.6389	0.6955	0.0338	0.3693

wie bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen- sowie im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell (vgl. oberen Teil von Tabelle 8.5 und 8.7) zu stabilen Schätzergebnissen mit geringen Verzerrungen. Das Resultat bezieht sich sowohl auf die arithmetischen Mittel als auch auf die Mediane der SMLM/GHK-Schätzwerte über alle $Nrep = 20$ Replikationen des DGP. Zu erwähnen ist lediglich, daß der Parameter γ_2 der Dummy-Variablen bei einem kleinen Beobachtungsumfang ($N = 250$) mit etwas stärkeren durchschnittlichen Verzerrungen geschätzt wird.

8.4.3 SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen

Im folgenden sollen auch bei der SMLM/GHK-Schätzung im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell die Auswirkungen der fehlenden Berücksichtigung einzelner kontemporärer und/oder intertemporaler Verknüpfungen analysiert werden. Erneut wird wie in Kapitel 8.3 jetzt nur noch eine Kombination des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen betrachtet. In Tabelle 8.12 sind für $N = 500$ und $R = 50$ ausführliche Statistiken zur SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der beiden (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen über alle $Nrep = 20$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Korrelationen gekennzeichneten DGP abgebildet. Anknüpfend an die Darstellung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 8.8) sind im oberen Teil von Tabelle 8.12 die entsprechenden Ergebnisse bei der korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten MMPM dargelegt (vgl. auch Tabelle 7.10 in Kapitel 7.3). Direkt darunter werden die Resultate bei der inkorrekten Parameterschätzung im achtperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell ausgewiesen (vgl. auch unteren Teil von Tabelle 8.11). Sowohl bei γ_1 als auch bei γ_2 zeigen sich wiederum die vergleichsweise stärksten systematischen Verzerrungen, falls bei der SMLM/GHK-Schätzung weder kontemporäre noch intertemporale Verknüpfungen einbezogen werden.

Bei der Betrachtung der sonstigen Modellfehlspezifikationen erkennt man in Tabelle 8.12 hinsichtlich des Vergleichs der durchschnittlichen Verzerrungen bei γ_1 und γ_2 keine systematischen Unterschiede. Der Wert von Std ist dagegen bei der Schätzung des Parameters γ_2 der Dummy-Variablen durchweg höher als bei der Schätzung des Parameters γ_1 der normalverteilten erklärenden Variablen. Genauso wie bei der SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell erfolgt auch hier bei der alleinigen Einbeziehung autoregressiver Verknüpfungen gegenüber der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell die geringste Eindämmung der Verzerrungen. Sowohl γ_1 als auch γ_2 werden über alle $Nrep = 20$ Replikationen des DGP stark unterschätzt. Etwas geringere Unterschätzungen von γ_1 und γ_2 zeigen sich bei der ausschließlichen Berücksichtigung kontemporärer Strukturen. Die geringsten Verzerrungen bei der alleinigen Einbeziehung ei-

Tabelle 8.12: SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen), $N = 500$, $R = 50$

θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	*Med*	*Max*	*Std*	*Rmse*
Schätzung: Flexibel formuliertes MMPM (korrekte Modellspezifikation)							
γ_1	0.9943	-0.0057	0.8933	0.9838	1.1284	0.0583	0.0586
γ_2	0.9920	-0.0080	0.9047	0.9726	1.1664	0.0680	0.0685
Schätzung: Independent Probitmodell							
γ_1	0.6486	-0.3514	0.6224	0.6449	0.6980	0.0213	0.3612
γ_2	0.6406	-0.3594	0.5616	0.6391	0.6944	0.0334	0.3703
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer Verknüpfungen							
γ_1	0.7756	-0.2244	0.7092	0.7804	0.8474	0.0375	0.2332
γ_2	0.7689	-0.2311	0.6652	0.7592	0.8840	0.0531	0.2430
Schätzung: Einbeziehung zeitinvarianter Verknüpfungen							
γ_1	1.1893	0.1893	1.1016	1.1871	1.2487	0.0350	0.1973
γ_2	1.1878	0.1878	1.0874	1.1925	1.2854	0.0532	0.1998
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver Verknüpfungen							
γ_1	0.6555	-0.3445	0.6225	0.6516	0.7018	0.0199	0.3540
γ_2	0.6514	-0.3486	0.6017	0.6442	0.6970	0.0275	0.3587
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und zeitinvarianter Verknüpfungen							
γ_1	1.0150	0.0150	0.9466	0.9997	1.1679	0.0607	0.0626
γ_2	1.0097	0.0097	0.9104	0.9884	1.2133	0.0746	0.0752
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und autoregressiver Verknüpfungen							
γ_1	0.7943	-0.2057	0.7543	0.7946	0.8505	0.0233	0.2124
γ_2	0.7907	-0.2093	0.7299	0.7852	0.8761	0.0372	0.2179
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver und zeitinvarianter Verknüpfungen							
γ_1	1.0037	0.0037	0.8951	0.9784	1.1648	0.0772	0.0773
γ_2	1.0020	0.0020	0.8848	0.9883	1.1630	0.0813	0.0813

ner einzigen Korrelationsstruktur erhält man hier, wenn bei der Parameterschätzung zeitinvariante Verknüpfungen berücksichtigt werden. Allerdings liegen auch dann immer noch beträchtliche systematische Verzerrungen vor. Ähnlich wie bei der Schätzung von γ_1 im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 8.8) werden in diesem Fall γ_1 und γ_2 über alle $Nrep = 20$ Replikationen des DGP überschätzt.

Die Bedeutung der Einbeziehung zeitinvarianter Verknüpfungen in die Parameterschätzung erkennt man auch bei der Berücksichtigung zweier (der insgesamt drei betrachteten) Korrelationsstrukturen. Falls bei der SMLM/GHK-Schätzung einzig derartige zeitinvariante Verknüpfungen vernachlässigt werden, ergeben sich über alle $Nrep = 20$ Replikationen des DGP starke Unterschätzungen für γ_1 und γ_2. Die absoluten Werte von $Bias$ und $Rmse$ sind dabei noch höher als bei der alleinigen Einbeziehung zeitinvarianter Strukturen. Die geringsten durchschnittlichen Verzerrungen beim Vorliegen von Modellfehlspezifikationen erhält man hier jedoch mit der verbundenen Einbeziehung kontemporärer und zeitinvarianter sowie mit der verbundenen Einbeziehung autoregressiver und zeitinvarianter Verknüpfungen. In diesen Fällen weichen die absoluten Werte von $Bias$ und $Rmse$ nur wenig von den entsprechenden Werten bei der korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell ab.

8.4.4 SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter

Die Auswirkungen von Fehlspezifikationen auf die Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell lassen sich aus den Tabellen 8.13 und 8.14 ableiten. Dabei sind für den Beobachtungsumfang von $N = 500$ und für die Anzahl von $R = 50$ Simulationsreplikationen ausführliche Statistiken zur inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung dieser Koeffizienten über alle $Nrep = 20$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Korrelationen gekennzeichneten DGP dargestellt. Als Vergleichsbasis können hier die Ergebnisse bei der korrekten Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. mittleren Teil von Tabelle 7.12 in Kapitel 7.3) betrachtet werden.

Insgesamt bleiben bei der Analyse der Tabellen 8.13 und 8.14 die wesentlichen Ergebnisse bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 8.9) bestehen. Wenn eine der beiden intertemporalen Verknüpfungen bei der Parameterschätzung unberücksichtigt bleibt, ergibt sich eine starke und stabile Überschätzung der Parameter (σ_{α_1}, σ_{α_2}, σ_{α_3} bzw. ρ_1, ρ_2, ρ_3) der anderen intertemporalen Korrelationen, insbesondere wenn bei der Parameterschätzung kontemporäre Verknüpfungen vernachlässigt werden. Aber auch bei der Einbeziehung der kontemporären Verknüpfungen werden die Koeffizienten der jeweiligen intertemporalen Korrelationen im beschriebenen Fall durchweg durchschnittlich überschätzt. Darüber hinaus ist auch bei der SMLM/GHK-Schätzung im acht-

Tabelle 8.13: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell I (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen), $N = 500$, $R = 50$

θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	*Med*	*Max*	*Std*	*Rmse*
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer Verknüpfungen							
σ_{η_1}	1.7392	0.2392	1.3165	1.7601	1.9948	0.1845	0.3070
σ_{η_2}	1.3214	0.8214	1.0427	1.3134	1.6569	0.1626	0.8583
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.1723	-0.3277	-0.0999	0.1968	0.3730	0.1333	0.3617
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.3639	-0.1361	0.2411	0.3682	0.4574	0.0663	0.1546
$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.2577	-0.2423	-0.0356	0.2604	0.4137	0.1253	0.2784
Schätzung: Einbeziehung zeitinvarianter Verknüpfungen							
σ_{α_1}	2.1467	0.6467	1.9096	2.1318	2.4218	0.1425	0.6786
σ_{α_2}	1.9425	0.4425	1.7287	1.9103	2.1468	0.1182	0.4691
σ_{α_3}	0.7683	0.2683	0.5022	0.7670	0.9660	0.1289	0.3040
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver Verknüpfungen							
ρ_1	0.9236	0.1236	0.8920	0.9214	0.9558	0.0202	0.1284
ρ_2	0.9724	0.1724	0.9425	0.9701	0.9995	0.0147	0.1775
ρ_3	0.8071	0.3071	0.7044	0.8073	0.9046	0.0500	0.3190
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und zeitinvarianter Verknüpfungen							
σ_{η_1}	1.0141	-0.4859	0.6701	1.0390	1.4827	0.1946	0.5351
σ_{η_2}	0.5499	0.0499	0.1677	0.5035	0.7938	0.1727	0.1801
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2699	-0.2301	-0.0417	0.2209	0.7682	0.2523	0.3456
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.3819	-0.1181	0.1096	0.3812	0.5604	0.1217	0.1717
$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.4123	-0.0877	0.0580	0.4115	0.6872	0.1680	0.1906
σ_{α_1}	1.8323	0.3323	1.5400	1.7876	2.3239	0.2009	0.3957
σ_{α_2}	1.5914	0.0914	1.4450	1.5598	1.8605	0.1136	0.1473
σ_{α_3}	0.5444	0.0444	0.2645	0.5326	0.8673	0.1710	0.1769

periodigen Vieralternativen-Probitmodell ein systematischer Einfluß auf die Schätzung der Parameter der kontemporären Korrelationen zu verzeichnen, falls zeitinvariante Verknüpfun-

Tabelle 8.14: SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell II (DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen), $N = 500$, $R = 50$

θ	$\bar{\hat{\theta}}$	*Bias*	*Min*	*Med*	*Max*	*Std*	*Rmse*
Schätzung: Einbeziehung kontemporärer und autoregressiver Verknüpfungen							
σ_{η_1}	1.8181	0.3181	1.5997	1.8248	2.0764	0.1297	0.3512
σ_{η_2}	1.4281	0.9281	1.2622	1.4294	1.6284	0.0959	0.9570
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$	0.2608	-0.2392	0.0170	0.2536	0.5785	0.1287	0.2771
$corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$	0.4077	-0.0923	0.3141	0.4151	0.5075	0.0524	0.1083
$corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$	0.3989	-0.1011	0.2458	0.4033	0.5619	0.0847	0.1339
ρ_1	0.9181	0.1181	0.8894	0.9189	0.9456	0.0142	0.1220
ρ_2	0.9734	0.1734	0.9411	0.9747	0.9968	0.0140	0.1785
ρ_3	0.7867	0.2867	0.7023	0.7818	0.9477	0.0567	0.2996
Schätzung: Einbeziehung autoregressiver und zeitinvarianter Verknüpfungen							
σ_{α_1}	1.7203	0.2203	1.5008	1.6845	2.2553	0.1806	0.2894
σ_{α_2}	1.3364	-0.1636	1.0536	1.2364	1.9337	0.2768	0.3237
σ_{α_3}	0.2329	-0.2671	0.0136	0.1803	0.8100	0.2112	0.3460
ρ_1	0.6059	-0.1941	0.4167	0.5978	0.7316	0.0790	0.2142
ρ_2	0.7611	-0.0389	0.2417	0.9404	0.9951	0.3163	0.3188
ρ_3	0.4658	-0.0342	0.1675	0.4653	0.7008	0.1596	0.1634

gen vernachlässigt werden. Entgegen der korrekten Parameterschätzung im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell werden dabei die Varianz-Parameter σ_{η_1} und σ_{η_2} zum Teil sehr stark überschätzt. Die Korrelationskoeffizienten $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$, $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i3t})$ sowie $corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$ werden dagegen wie bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung durchschnittlich unterschätzt.

Im Hinblick auf die geringen Verzerrungen bei der SMLM/GHK-Schätzung der Parameter γ_1 und γ_2 der erklärenden Variablen (vgl. Tabelle 8.12) sollen die verbundene Einbeziehung kontemporärer und zeitinvarianter sowie die verbundene Einbeziehung autoregressiver und zeitinvarianter Verknüpfungen genauer betrachtet werden. Bei letzterer Modellfehlspezifikation zeigt sich (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.14), daß die Autokorrelationskoeffizienten

ρ_3 und vor allem ρ_2 gegenüber der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten MMPM mit geringeren absoluten Werten von $Bias$ und $Rmse$ geschätzt werden. Insofern wäre diese inkorrekte Parameterschätzung der korrekten Parameterschätzung vorzuziehen. Allerdings muß beachtet werden, daß die Parameter σ_{α_2} und σ_{α_3} der stochastischen Effekte sowie der Autokorrelationskoeffizient ρ_1 mit vergleichsweise höheren Verzerrungen geschätzt werden. Zudem weicht bei den Schätzwerten von ρ_2 über die $Nrep = 20$ Replikationen des DGP das arithmetische Mittel stark vom Median ab. Bei der zweiten angesprochenen Modellfehlspezifikation (vgl. unteren Teil von Tabelle 8.13) ergeben sich zwar bei $corr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})$, $corr(\eta_{i2t}, \eta_{i3t})$ und σ_{α_3} geringere durchschnittliche Verzerrungen sowie geringere Werte von $Rmse$ als bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell. Dagegen liegen bei allen anderen Varianz-Kovarianz-Parametern wiederum vergleichsweise höhere Werte von $Rmse$ vor. Insbesondere der Varianz-Parameter σ_{η_1} der kontemporären Korrelationen wird dabei über alle $Nrep = 20$ Replikationen des DGP oft deutlich unterschätzt.

8.5 Schlußfolgerungen

Die Monte-Carlo-Studien in diesem Kapitel offenbaren zum Teil massive Auswirkungen inkorrekter SMLM/GHK-Schätzungen im MMPM. Beim Vergleich verschiedener Formen von Fehlspezifikationen stellt sich heraus, daß die irrtümliche Vernachlässigung kontemporärer Verknüpfungen bei der Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell die stärksten Verzerrungen bewirkt. Demgegenüber scheinen eine inkorrekte Verteilungsannahme bzgl. der stochastischen Nutzenkomponenten sowie eine unberücksichtigte schwächere Form der Heteroskedastie im Probitmodell weniger problematisch zu sein. Allerdings können durchaus markante Verzerrungen und Instabilitäten entstehen, falls der DGP eine stärkere Form der Heteroskedastie beinhaltet und falls diese heteroskedastischen Strukturen nicht bei der Parameterschätzung berücksichtigt werden. Eine systematischere Analyse der Auswirkungen einer derartigen Fehlspezifikation insbesondere auch auf die SMLM/GHK-Schätzung in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen bleibt zukünftigen Arbeiten überlassen. Von besonderem Interesse wäre dabei für empirische Anwendungen der Vergleich mit der SMLM/GHK-Schätzung in einem MMPM, der heteroskedastische Elemente berücksichtigt. Ein solches (heteroskedastisches) MMPM würde letztlich eine Verallgemeinerung des in dieser Arbeit zugrunde gelegten homoskedastischen MMPM darstellen (vgl. auch Kapitel 1.2).

Bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung von Mehralternativen-Independent Probitmodellen werden Verzerrungen bei den Parametern alternativenspezifischer erklärender Variablen (deren Wert im DGP von Null abweicht) weder vom Beobachtungsumfang N noch von der Anzahl R der Simulationsreplikationen beeinflußt. Im Umkehrschluß bedeutet dies für empirische Arbeiten, daß derartige Verzerrungen (bedingt durch die Modellfehlspezifikation) mit einer Erhöhung von N bzw. R nicht eingedämmt werden können, falls bei der Parameterschätzung kontemporäre sowie (im mehrperiodigen Fall) sämtliche intertemporale Verknüpfungen unberücksichtigt bleiben. Dieser Sachverhalt ergibt sich bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung aller betrachteten ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Independent Probitmodelle und damit unabhängig von der Anzahl J der Alternativen sowie von der Anzahl T der Perioden.

Hinsichtlich des Ausmaßes der Verzerrungen scheinen dagegen J und T und damit die Größe der Auswahlwahrscheinlichkeiten $P_{is}(\theta)$ eine wichtige Rolle zu spielen. So liegen bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung der Koeffizienten alternativenspezifischer erklärender Variablen im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell vergleichsweise moderate Verzerrungen vor. Dagegen ist die Stärke der Verzerrungen bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung in mehrperiodigen Mehralternativen-Independent Probitmodellen deutlich höher. Die massivsten Auswirkungen erscheinen demnach bei der inkorrekten Parameterschätzung im achtperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell, d.h. also bei hohen J und T. Zu betonen ist dabei, daß sich die Ergebnisse lediglich auf diejenigen alternativenspezifischen erklärenden Variablen beziehen, die auch tatsächlich einen Einfluß auf die Wahlentscheidung besitzen. Falls dagegen ein derartiger Koeffizient im DGP den Wert Null aufweist, ist unabhängig von J, T, N sowie R bei der inkorrekten Schätzung dieser Koeffizienten nicht mit systematischen Verzerrungen zu rechnen.

Allerdings gilt das letzte Resultat lediglich für die Parameter alternativenspezifischer erklärender Variablen. Im Gegensatz dazu können bei der SMLM/GHK-Schätzung von Koeffizienten individuenspezifischer erklärender Variablen, die im DGP den Wert Null besitzen, sehr wohl massive Verzerrungen auftreten, falls eine irrtümliche Varianz-Kovarianz-Struktur zugrunde gelegt wird. Überhaupt zeigen sich insgesamt im Rahmen der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung von Independent Probitmodellen bei den Parametern individuenspezifischer erklärender Variablen deutlich stärkere Verzerrungen als bei Parametern alternativenspezifischer erklärender Variablen. Jedoch wird zu dieser Thematik in den vorliegenden Monte-Carlo-Studien ausschließlich das einperiodige Vieralternativen-Independent Probitmodell betrachtet. Eine systematischere Analyse hinsichtlich des Vergleichs der inkorrekten Schätzung dieser Parametergruppen insbesondere in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen wäre für die Zukunft wünschenswert. Im Hinblick auf empirische Arbeiten wird aber angedeutet, daß bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung der Parameter der erklärenden Variablen in Independent Probitmodellen über die in dieser Arbeit dargestellten Auswirkungen hinaus noch stärkere Verzerrungen entstehen können.

Aber auch hinsichtlich der korrekten SMLM/GHK-Schätzung der beschriebenen Koeffizientengruppen deuten sich Unterschiede an. Die Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell zeigt zwar, daß bei korrekter Modellspezifikation sowohl die Koeffizienten der alternativenspezifischen als auch die Koeffizienten der individuenspezifischen erklärenden Variablen im Durchschnitt schon bei einem kleinen Beobachtungsumfang N und bei einer kleinen Anzahl R der Simulationsreplikationen sehr genau geschätzt werden. Insofern wird das wesentliche Ergebnis aus Kapitel 7 bekräftigt, daß die Koeffizienten erklärender Variablen unabhängig von N und R, aber auch unabhängig von der Anzahl J der Alternativen und der Anzahl T der Perioden bei korrekter Modellspezifikation mit der SMLM/GHK präzise geschätzt werden. Zu berücksichtigen ist für den Vergleich mit Kapitel 7, daß die korrekte Parameterschätzung in diesem Kapitel ausschließlich im Independent Probitmodell, d.h. also in einem äußerst einfach strukturierten Modellrahmen, vorgenommen wird.

Allerdings ergeben sich bei der SMLM/GHK-Schätzung der Parameter individuenspezifischer erklärender Variablen deutlich höhere Streuungen über die einzelnen Replikationen des DGP als bei der SMLM/GHK-Schätzung der Koeffizienten alternativenspezifischer erklärender Variablen. Offensichtlich besitzt die Struktur der einbezogenen erklärenden Variablen einen Einfluß auf die Stabilität der geschätzten Parameter. Eine systematische Untersuchung hinsichtlich des Vergleichs der korrekten Schätzung dieser einzelnen Koeffizienten, insbesondere in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen, würde für mehr Klarheit sorgen. Von besonderem Interesse für empirische Anwendungen wäre die vergleichende Analyse bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten MMPM und nicht nur in einfach strukturierten Independent Probitmodellen. Wie schon zum Ende von Kapitel 6.1 bemerkt, steigen die Rechenzeiten bei einer solchen Untersuchung aufgrund der hohen Anzahl zu schätzender Parameter (individuenspezifischer erklärender Variablen) entsprechend massiv an.

Durch die Einbeziehung einzelner Korrelationsstrukturen in die Parameterschätzung können die (ungünstigen) Auswirkungen gegenüber der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung von Parametern erklärender Variablen in mehrperiodigen Mehralternativen-Independent Probitmodellen gedämpft werden. Zu betonen ist dabei, daß trotz vorliegender Modellfehlspezifikation hinsichtlich der Verzerrungen teilweise nur geringe Unterschiede gegenüber der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten MMPM vorliegen. Demnach könnte argumentiert werden, daß zur Vereinfachung bzw. Beschleunigung der Parameterschätzung entgegen dem zugrunde liegenden DGP die Einbeziehung bestimmter Korrelationen vernachlässigt werden kann. Allerdings ist zu beachten, daß sich aus den Untersuchungen keine spezielle Verknüpfung herauskristallisiert, auf die entgegen der Struktur im DGP für die präzise Schätzung der Parameter der (alternativenspezifischen) erklärenden Variablen generell verzichtet werden könnte. Insbesondere aber liegen unabhängig von J und T bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung dieser Koeffizienten (deren Wert im DGP von Null abweicht) die geringsten Werte für *Rmse* vor. Deshalb sollte in empirischen Anwendungen hinsichtlich der Auswirkungen von Modellfehlspezifikationen eine SMLM/GHK-Schätzung in einem korrekt spezifizierten MMPM vorgenommen werden. Darüber hinaus läßt sich aus den vorliegenden Studien auch nicht ableiten, ob die geringen Verzerrungen unter einzelnen Modellfehlspezifikationen tatsächlich systematisch sind oder aber wesentlich durch die vorgegebene Parameterkonstellation im DGP beeinflußt werden. Auch zur Klärung dieser Fragestellung sind weitere Untersuchungen notwendig.

Zudem ist festzuhalten, daß einzelne Varianz-Kovarianz-Parameter bei den angesprochenen Fehlspezifikationen mit deutlich stärkeren Verzerrungen geschätzt werden als im korrekt spezifizierten MMPM. Dennoch muß nochmals betont werden, daß die in den vorliegenden Monte-Carlo-Studien betrachteten Beobachtungsumfänge N und Anzahlen R an Simulationsreplikationen auch bei einer korrekten Modellspezifikation für eine stabile und präzise SMLM/GHK-Schätzung aller Varianz-Kovarianz-Parameter insbesondere in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen nicht ausreichen. Hinsichtlich der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter ist festzuhalten, daß viele strukturelle Auswirkungen unabhängig von der Anzahl J der Alternativen sowie von der Anzahl T der Perioden erscheinen. So werden die Varianz-Parameter der kontemporären Verknüpfungen sowohl im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell als auch im achtperiodigen Vieralternativen-Probitmodell stark überschätzt, wenn irrtümlich zeitinvariante Korrelationen vernachlässigt werden. Darüber hinaus werden in diesem Fall die Korrelationskoeffizienten der kontemporären Verknüpfungen systematisch unterschätzt.

Das wesentliche Ergebnis bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen ist aber der Zusammenhang zwischen den Parametern verschiedener intertemporaler Verknüpfungen. Falls eine der beiden betrachteten intertemporalen Strukturen irrtümlich nicht in die Parameterschätzung einbezogen wird, führt dies unabhängig von J und T zu einer stabilen und massiven Überschätzung der Koeffizienten der anderen intertemporalen Korrelation. Letztlich werden damit auch die Bemerkungen in Kapitel 7.4 bekräftigt. Das heißt, die in empirischen Arbeiten auftretenden hohen Schätzwerte bzgl. der Parameter der stochastischen Effekte können auch durch die inkorrekte Vernachlässigung anderer intertemporaler Strukturen beeinflußt sein. Nochmals sei erwähnt, daß das in dieser Arbeit betrachtete MMPM intertemporale Verknüpfungen ausschließlich in die stochastischen Nutzenkomponenten einbezieht. Allerdings können anlehnend an Lee (1997a) auch im vorliegenden Modellansatz weitere dynamische Strukturen betrachtet werden (vgl. auch Kapitel 7.4). Von Interesse, insbesondere für empirische Anwendungen, wäre in zukünftigen Arbeiten die systematische Analyse der Auswirkungen von Fehlspezifikationen bzgl. derartiger komplexerer intertemporaler Verknüpfungen auf die SMLM/GHK-Schätzung mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle. Die dabei erhaltenen Ergebnisse können dann mit den entsprechenden Resultaten in diesem Kapitel sowie mit den Resultaten in binären mehrperiodigen Probitmodellen in Lee (1997a) verglichen werden.

Zusammenfassend ist zu betonen, daß für die präzise und stabile Parameterschätzung in Mehralternativen-Probitmodellen die dem DGP zugrunde liegende Struktur korrekt erfaßt werden sollte. Der wesentliche Vorzug der SMLM/GHK ist nun die Möglichkeit der Schätzung auch äußerst komplex strukturierter MMPM. Über das in der vorliegenden Arbeit betrachtete flexibel formulierte MMPM hinaus kann die SMLM/GHK auch zur Schätzung heteroskedastischer Probitmodelle oder zur Schätzung von Probitmodellen mit einer komplexeren intertemporalen Struktur (vgl. Lee, 1997a, in binären mehrperiodigen Probitmodellen, oder Keane, 1997, im MMPM) verwendet werden. Allerdings steigt bei derartigen Ansätzen auch die Anzahl der freien Modellparameter, so daß unter Umständen überflüssige Koeffizienten mit geschätzt werden. Die Untersuchungen in diesem Kapitel deuten aber an, daß für diesen Fall bei den Schätzwerten höhere Streuungen über die einzelnen Replikationen des DGP und damit stärkere Instabilitäten vorliegen (vgl. auch die Untersuchungen von Lee, 1997a). Somit wäre eine statistische Überprüfung, ob tatsächlich überflüssige Parameter im betrachteten Probitmodell vorliegen, wünschenswert. Eine solche Überprüfung ist generell mit Hilfe der in Kapitel 5 erläuterten simulierten klassischen Testverfahren möglich. Mit der statistischen Prüfung einzelner Gruppen von Varianz-Kovarianz-Parametern können darüber hinaus kontemporäre und/oder intertemporale Strukturen und damit konkrete Probitmodelle im Rahmen des flexibel formulierten MMPM getestet werden (vgl. Kapitel 10). Im nächsten Kapitel sollen jedoch zunächst Simulierte Normalverteilungstests bzgl. einzelner Parameter in Mehralternativen-Probitmodellen systematisch untersucht werden.

Kapitel 9

Simulierte Normalverteilungstests in Probitmodellen

Häufig besteht ein wesentliches Interesse empirischer Arbeiten darin, ob eine Wahlentscheidung überhaupt von einzelnen erklärenden Variablen sowie von kontemporären bzw. intertemporalen Verknüpfungen abhängt. Anlehnend an die in Kapitel 6.3.2 formulierten Nullhypothesen bzgl. der einzelnen Modellparameter werden deshalb in diesem Kapitel systematisch die Ergebnisse verschiedener Versionen Simulierter Normalverteilungstests auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im MMPM analysiert. Zur Untersuchung ein- und mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle werden (beispielhaft) Resultate im einperiodigen Vieralternativen- mit solchen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell verglichen. Die Betrachtungen beziehen sich sowohl auf die Abweichungen der Anteile der Fehler erster Art von den vorgegebenen Signifikanzniveaus als auch auf die Anzahl der Fehler zweiter Art. Ebenso wie bei der Analyse von SMLM/GHK-Schätzwerten (in korrekt spezifizierten Probitmodellen, vgl. Kapitel 7) werden im Hinblick auf die Anwendung Simulierter Normalverteilungstests in empirischen Arbeiten der Beobachtungsumfang N und die Anzahl R der Simulationsreplikationen variiert. Die vergleichende Betrachtung differenziert dabei wegen der unterschiedlichen Resultate zwischen Hypothesen bzgl. der Koeffizienten der erklärenden Variablen sowie bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter. In der Literatur sind (nach meiner Kenntnis) Simulierte Normalverteilungstests in Probitmodellen trotz regelmäßiger Anwendung in empirischen Arbeiten noch nicht systematisch untersucht worden. Selbst eine Analyse von Normalverteilungstests auf der Grundlage der MLM-Schätzung in einfach strukturierten Probitmodellen findet sich relativ selten (so z.B. Guilkey/Murphy, 1993, im binären mehrperiodigen Probitmodell). Die einzigen Monte-Carlo-Studien zu simulierten klassischen Testverfahren in Probitmodellen liegen in Lee (1997b, 1999) vor. Allerdings werden dort keine Simulierten Normalverteilungstests bzgl. einzelner Parameter durchgeführt, sondern spezielle (binäre mehrperiodige) Probitmodelle getestet (vgl. auch Kapitel 10).

9.1 Einperiodige Vieralternativen-Probitmodelle

9.1.1 Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter im Independent Probitmodell

In Tabelle 9.1 sind die Ergebnisse Simulierter Normalverteilungstests auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell abgebildet. Betrachtet werden dabei verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen. Bei den Resultaten im oberen Teil der Tabelle liegt im DGP das entsprechende Independent Probitmodell zugrunde. Die Ergebnisse im unteren Teil der Tabelle beruhen dagegen entsprechend Kapitel 6.2.2 auf dem durch kontemporäre Verknüpfungen gekennzeichneten DGP (zu den Parameterwerten vgl. auch Anhang C). Damit werden hier Simulierte Normalverteilungstests im Rahmen eines fehlspezifizierten Probitmodells analysiert (zu den jeweiligen entsprechenden SMLM/GHK-Schätzungen vgl. Tabelle 8.5 in Kapitel 8.2). Ausgewiesen wird zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% und 10% der Anteil der Ablehnung der Nullhypothesen $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ bzw. $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden DGP. Betrachtet wird dabei der Gebrauch der Prüfgrößen $SNVT_1$, $SNVT_2$ sowie $SNVT_3$ des Simulierten Normalverteilungstests, die sich auf die unterschiedlichen (simulierten) Varianz-Schätzungen beziehen (vgl. Kapitel 5.3.5).

Eindeutig zeigt sich in Tabelle 9.1 die Überprüfung von $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ und somit die Analyse der Anzahl an Fehlern zweiter Art (da in den DGP jeweils $\dot{\gamma}_1 = 1$, wird hier die Gültigkeit der Alternativhypothese H_1 betrachtet). Unabhängig von N und R sowie von den verwendeten Teststatistiken wird die Nullhypothese über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP ausnahmslos korrekt verworfen. Somit tritt hier kein Fehler zweiter Art auf. Zu betonen ist, daß dieses Resultat auch gilt, falls dem DGP kontemporäre Korrelationen zugrunde liegen. Allerdings ist ein derartiges Ergebnis nicht weiter überraschend, da der Koeffizient γ_1 unter dieser Modellfehlspezifikation (bei ähnlichen simulierten Varianz-Schätzungen im Vergleich zur korrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell) entsprechend Tabelle 8.5 in Kapitel 8.2 stabil überschätzt wird.

Etwas differenzierter ist die Analyse der Überprüfung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ und damit die Untersuchung der Übereinstimmung der Anteile an Fehlern erster Art mit den vorgegebenen Signifikanzniveaus (da in den DGP jeweils $\dot{\gamma}_2 = 0$, wird hier die Gültigkeit der Nullhypothese betrachtet). Ist der DGP durch das einperiodige Vieralternativen-Independent Probitmodell gekennzeichnet, zeigen sich im oberen Teil von Tabelle 9.1 bei den Anteilen der irrtümlichen Ablehnung von H_0 trotz der geringen Anzahl von $Nrep = 200$ Replikationen des DGP sehr gute Anpassungen an die zugrunde gelegten Signifikanzniveaus, insbesondere für einen großen Beobachtungsumfang von $N = 2000$. Zu bemerken ist, daß weder R noch die verwendete Prüfgröße einen systematischen Einfluß auf die relativen Häufigkeiten besitzen.

Tabelle 9.1: Anteil der Ablehnung von H_0 (Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell)

DGP: Independent Probitmodell							
		5%			10%		
	H_0	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.030	0.030	0.030	0.075	0.080	0.065
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.030	0.030	0.030	0.080	0.080	0.080
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 200$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.030	0.030	0.030	0.075	0.080	0.075
$N = 2000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.060	0.060	0.055	0.110	0.110	0.110
$N = 2000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.050	0.055	0.050	0.105	0.100	0.105
DGP: Kontemporäre Korrelationen							
		5%			10%		
	H_0	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.020	0.020	0.020	0.045	0.040	0.045
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.020	0.020	0.020	0.040	0.040	0.045
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 200$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.020	0.020	0.020	0.050	0.045	0.050
$N = 2000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.005	0.010	0.005	0.035	0.040	0.035
$N = 2000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.005	0.010	0.005	0.035	0.035	0.035

Wenn der DGP kontemporäre Verknüpfungen beinhaltet, liegt der Anteil der irrtümlich verworfenen Nullhypothesen $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ entsprechend dem unteren Teil von Tabelle 9.1 für alle Variationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Während ein Anstieg von N meist noch eine weitere Senkung der relativen Häufigkeiten bewirkt, ist erneut kein systematischer Einfluß von R sowie (im Gegensatz zur Analyse im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell, vgl. Kapitel 9.2.1) von den verwendeten Teststatistiken $SNVT_1$, $SNVT_2$ und $SNVT_3$ zu erkennen. Insbesondere aber ist die Anzahl der Fehler erster Art über alle $Nrep = 200$ Replikationen dieses DGP durchweg (vor allem für $N = 2000$) geringer als auf der Grundlage der korrekten Parameterschätzung im Independent Probitmodell. Diese Beobachtung ergibt sich, obwohl der Parameter γ_2 gemäß Tabelle 8.5 in Kapitel 8.2 sowohl unter der korrekten als auch unter der inkorrekten Modellspezifikation ähnlich präzise geschätzt wird. Allerdings sind die Streuungen der SMLM/GHK-Schätzwerte für γ_2 über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP für alle Kombinationen von N und R geringer, falls der DGP kontemporäre Korrelationen aufweist. Diese etwas stärkere Konzentration der Schätzwerte um den Wert Null scheint letztlich die kleinere Anzahl irrtümlich abgelehnter Nullhypothesen zu bewirken.

9.1.2 Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter der erklärenden Variablen

Die Testergebnisse in Tabelle 9.1 beruhen auf der SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell. Wesentlich interessanter ist aber hinsichtlich der Vermeidung von Modellfehlspezifikationen die Betrachtung Simulierter Normalverteilungstests auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell. Allerdings treten hierbei (im Gegensatz zur Analyse in Kapitel 9.1.1) massive numerische Probleme bei der (simulierten) Schätzung der Informationsmatrix mit Hilfe der Hessematrix der simulierten Loglikelihoodfunktion auf. Wiederholt zeigen sich über die jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP negative Schätzwerte für die Varianzen der SMLM/GHK-Schätzungen. Durch die Wurzelbildung über diese negativen Werte ergeben sich somit häufig komplexe Werte der Prüfgröße $SNVT_1$. Solche Schwierigkeiten dürften damit zusammenhängen, daß die Ableitung der Gradienten der simulierten Loglikelihoodfunktion nicht analytisch, sondern numerisch erfolgt (vgl. Kapitel 6.1). Bei der simulierten Schätzung der Informationsmatrix mit den beiden anderen (in Kapitel 5.3 diskutierten) Versionen entstehen keine derartigen Probleme. Nun können zwar ausgehend von den auftauchenden komplexen Zahlen durch die Betragsbildung bei $SNVT_1$ positive reelle Werte abgeleitet werden. Im Hinblick auf empirische Untersuchungen erscheint die Interpretation solcher Ergebnisse aber als schwierig, so daß der Gebrauch der Prüfgröße $SNVT_1$ des Si-

Tabelle 9.2: Anteil der Ablehnung von H_0 (Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter der erklärenden Variablen im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell)

		DGP: Independent Probitmodell				DGP: Kontemporäre Korrelationen			
		5%		10%		5%		10%	
	H_0	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.030	0.030	0.080	0.075	0.030	0.035	0.060	0.050
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995	1.000	0.995
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.030	0.025	0.065	0.095	0.025	0.020	0.055	0.065
$N = 1000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.990	1.000	0.995
$R = 200$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.030	0.025	0.075	0.080	0.030	0.030	0.055	0.055
$N = 2000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.050	0.050	0.110	0.110	0.015	0.010	0.025	0.035
$N = 2000$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.980	1.000	0.980
$R = 50$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	0.050	0.050	0.100	0.105	0.015	0.010	0.035	0.040

mulierten Normalverteilungstests in diesen Fällen nicht zu empfehlen ist. Im folgenden wird deshalb die Teststatistik $SNVT_1$ nicht weiter betrachtet, falls negative simulierte Varianz-Schätzungen vorliegen.

Basierend auf der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell werden in Tabelle 9.2 die Ergebnisse Simulierter Normalverteilungstests bzgl. der Parameter der erklärenden Variablen dargestellt. Abgebildet sind wie in Tabelle 9.1 die Anteile der Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ sowie von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP. Analysiert werden jetzt nach den obigen Bemerkungen lediglich die Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$. Im linken Teil von Tabelle 9.2 beziehen sich die Resultate auf den durch das entsprechende Independent Probitmodell gekennzeichneten DGP (die dazu gehörigen SMLM/GHK-Schätzergebnisse sind im oberen Teil von Tabelle 7.2 in Kapitel 7.1 dargestellt). Im rechten Teil von Tabelle 9.2 beziehen sich die Testergebnisse auf den durch kontemporäre Verknüpfungen (vgl. Kapitel 6.2.2) gekennzeichneten DGP (die entsprechenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse sind im unteren Teil von Tabelle 7.2 in Kapitel 7.1 abgebildet).

Dabei wird $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ gemäß Tabelle 9.2 über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP unabhängig von N und R ausnahmslos korrekt verworfen, falls der DGP das einperiodige Vieralternativen-Independent Probitmodell beinhaltet. Somit tritt bei diesem Simulierten Normalverteilungstest ebenso wie bei den entsprechenden Tests auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell (vgl. Tabelle 9.1) nie ein Fehler zweiter Art auf (da in den DGP wiederum jeweils $\dot{\gamma}_1 = 1$, wird hier die Gültigkeit der Alternativhypothese H_1 betrachtet). Aber auch wenn der DGP durch kontemporäre Korrelationen gekennzeichnet ist, wird die Nullhypothese über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP lediglich vereinzelt (bei der Verwendung der Prüfgröße $SNVT_3$) irrtümlich beibehalten. Letztlich zeigen sich also bei den hier betrachteten Simulierten Normalverteilungstest unabhängig vom zugrunde gelegten DGP nur äußerst selten Fehler zweiter Art.

Die Überprüfung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ wird dagegen erneut vom zugrunde liegenden DGP beeinflußt. Falls der DGP durch das Independent Probitmodell gekennzeichnet ist, zeigen sich im linken Teil von Tabelle 9.2 bei den relativen Häufigkeiten der irrtümlich verworfenen Nullhypothesen relativ gute Anpassungen an die vorgegebenen Signifikanzniveaus (da in den DGP wiederum jeweils $\dot{\gamma}_2 = 0$, wird hier die Gültigkeit der Nullhypothese betrachtet). Insbesondere durch die Zunahme von $N = 1000$ auf $N = 2000$ ergibt sich mit dem Anstieg der Anteile an Fehlern erster Art fast eine Identität mit den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Falls der DGP dagegen kontemporäre Verknüpfungen aufweist, ist der Anteil der irrtümlichen Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP meist vergleichsweise geringer (vgl. rechten Teil von Tabelle 9.2). Insbesondere liegen die Anteilswerte (bei hohem $N = 2000$ deutlich) unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Auch diese Testergebnisse könnten dadurch beeinflußt sein, daß der Koeffizient γ_2 mit geringeren Streuungen geschätzt wird, falls der DGP kontemporäre Korrelationen und nicht das Independent Probitmodell beinhaltet (vgl. Tabelle 7.2 in Kapitel 7.1). Erneut besitzen die Anzahl R der Simulationsreplikationen und die Wahl der Prüfgröße $SNVT_2$ bzw. $SNVT_3$ keine systematischen Auswirkungen auf die Häufigkeit der Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$.

Festzuhalten ist damit, daß der betrachtete Simulierte Normalverteilungstest bzgl. γ_2 im vorliegenden einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell insbesondere vom zugrunde liegenden DGP beeinflußt wird. Wenn der DGP das Independent Probitmodell beinhaltet, liegen die relativen Häufigkeiten der irrtümlichen Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ sehr nahe an den vorgegebenen Signifikanzniveaus. Falls der DGP dagegen durch kontemporäre Verknüpfungen gekennzeichnet ist, sind die entsprechenden Werte geringer als die vorgegebenen maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Dieses letzte Resultat zeigt sich unabhängig davon, ob die SMLM/GHK-Schätzung (inkorrekt) im entsprechenden Independent Probitmodell (vgl. Kapitel 9.1.1) oder aber (korrekt) im flexibel formulierten Probitmodell stattfindet. Damit ergeben sich hier durch die inkorrekte Parameterschätzung im einperiodigen

Vieralternativen-Independent Probitmodell keine spezifischen Auswirkungen auf die Überprüfung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ mit dem Simulierten Normalverteilungstest. Zu betonen ist dabei, daß die Anteile der Fehler erster Art (unabhängig von N bzw. R und unabhängig vom zugrunde gelegten DGP) unter der Verwendung der verschiedenen Prüfgrößen $SNVT_1$ (bei der Parameterschätzung im Independent Probitmodell), $SNVT_2$ und $SNVT_3$ durchweg sehr eng beieinander liegen.

9.1.3 Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter

Uneinheitlicher zeigen sich auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter. In Tabelle 9.3 sind für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% und 10% über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP die Anteile der Ablehnung von Nullhypothesen bzgl. der Parameter der kontemporären Verknüpfungen abgebildet. Nach den Bemerkungen zu Beginn von Kapitel 9.1.2 werden auch hier lediglich die Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$ analysiert.

Im linken Teil von Tabelle 9.3 wird die Gültigkeit der jeweiligen Nullhypothesen H_0 betrachtet, d.h. der DGP ist durch das einperiodige Vieralternativen-Independent Probitmodell gekennzeichnet (mit $\dot{\sigma}_{\eta_1} = \dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$ sowie $c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$, die entsprechenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse sind in Tabelle 7.3 in Kapitel 7.1 abgebildet). Damit wird der Anteil der Fehler erster Art ausgewiesen, so daß die Einhaltung der vorgegebenen Signifikanzniveaus untersucht werden kann. Im rechten Teil von Tabelle 9.3 wird dagegen die Gültigkeit einzelner Alternativhypothesen H_1 betrachtet, d.h. konkret weist der DGP kontemporäre Korrelationen gemäß Kapitel 6.2.2 auf (mit $\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5$, $\dot{\sigma}_{\eta_2} = 0.5$ und $c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0.5$, die entsprechenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse sind in Tabelle 7.4 in Kapitel 7.1 abgebildet). Damit kann die Anzahl der Fehler zweiter Art (bzw. die Macht) analysiert werden.

Bei den Anteilen der Fehler erster Art zeigen sich im linken Teil von Tabelle 9.3 über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP mit der Überprüfung von $H_0 : c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$ die besten Anpassungen an die vorgegebenen Signifikanzniveaus. Aber auch beim Testen von $H_0 : c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$ liegen die entsprechenden Anteilswerte unter der Verwendung der Prüfgröße $SNVT_3$ jeweils sehr nahe an den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Die relativen Häufigkeiten der irrtümlichen Ablehnung von Nullhypothesen bzgl. der Korrelationskoeffizienten weisen insgesamt sowohl Resultate oberhalb als auch unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus auf. Dagegen sind die entsprechenden Werte bei

Tabelle 9.3: Anteil der Ablehnung von H_0 (Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell)

		DGP: Independ. Probitmodell (Gültigkeit von H_0)				DGP: Kontemp. Korrelationen (Gültigkeit von H_1)			
		5%		10%		5%		10%	
	H_0	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.015	0.050	0.035	0.080	0.665	0.670	0.775	0.750
$N = 1000$	$\dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$	0.010	0.050	0.030	0.080	0.090	0.235	0.305	0.365
	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$	0.045	0.095	0.060	0.115	0.420	0.475	0.475	0.530
$R = 10$	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$	0.075	0.065	0.090	0.110	0.860	0.860	0.910	0.870
	$c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$	0.045	0.050	0.065	0.090	0.600	0.615	0.635	0.665
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.010	0.040	0.015	0.090	0.540	0.635	0.735	0.745
$N = 1000$	$\dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$	0.010	0.050	0.035	0.080	0.060	0.350	0.235	0.500
	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$	0.055	0.095	0.065	0.130	0.315	0.440	0.365	0.470
$R = 50$	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$	0.060	0.055	0.085	0.095	0.890	0.865	0.935	0.915
	$c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$	0.050	0.060	0.090	0.100	0.545	0.640	0.580	0.665
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.010	0.045	0.020	0.095	0.530	0.630	0.700	0.745
$N = 1000$	$\dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$	0.015	0.040	0.030	0.085	0.045	0.370	0.265	0.475
	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$	0.050	0.095	0.065	0.120	0.275	0.415	0.335	0.490
$R = 200$	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$	0.060	0.055	0.085	0.105	0.870	0.865	0.930	0.920
	$c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$	0.055	0.050	0.080	0.100	0.485	0.600	0.535	0.655
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.020	0.040	0.055	0.080	0.930	0.890	0.965	0.940
$N = 2000$	$\dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$	0.025	0.045	0.065	0.090	0.535	0.625	0.685	0.815
	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$	0.035	0.040	0.050	0.070	0.615	0.625	0.635	0.670
$R = 10$	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$	0.035	0.045	0.100	0.115	0.990	0.975	0.995	0.985
	$c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$	0.020	0.030	0.065	0.070	0.725	0.740	0.765	0.785
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.015	0.025	0.060	0.070	0.920	0.825	0.960	0.915
$N = 2000$	$\dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$	0.025	0.035	0.065	0.075	0.615	0.650	0.790	0.795
	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$	0.035	0.040	0.045	0.075	0.445	0.575	0.515	0.615
$R = 50$	$c\dot{o}rr(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$	0.040	0.050	0.100	0.100	0.990	0.965	0.995	0.970
	$c\dot{o}rr(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$	0.030	0.040	0.080	0.080	0.680	0.710	0.720	0.780

der Überprüfung von $H_0 : \dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$ bzw. $H_0 : \dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$ für alle Kombinationen von N und R sowie bei beiden verwendeten Teststatistiken nie über den theoretischen Werten von 5% bzw. 10%.

Bei den Simulierten Normalverteilungstests bzgl. dieser Varianz-Parameter zeigen sich (gegenüber Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Koeffizienten erklärender Variablen, vgl. Tabelle 9.1 und 9.2) Unterschiede zwischen der Verwendung der Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$. Während der Anteil der irrtümlich abgelehnten Nullhypothesen beim Gebrauch von $SNVT_2$ vor allem für $N = 1000$ deutlich unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus liegt, ergibt sich beim Gebrauch von $SNVT_3$ eine bessere Anpassung. Aber auch bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$ erkennt man unter der Verwendung der einzelnen Teststatistiken für $N = 1000$ hinsichtlich des Anteils der Fehler erster Art unterschiedliche Werte. Offensichtlich liefert hier der Gebrauch von $SNVT_3$ und damit die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in den Simulierten Normalverteilungstest für die Einhaltung der vorgegebenen Signifikanzniveaus etwas robustere Ergebnisse. Dagegen besitzt die Anzahl R der Simulationsreplikationen wiederum keine systematischen Auswirkungen.

Vor allem bei der Analyse der Fehler zweiter Art sind im vorliegenden einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell Unterschiede zwischen den Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Koeffizienten der erklärenden Variablen (vgl. Tabelle 9.2) und den Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter zu erkennen. Im rechten Teil von Tabelle 9.3 zeigen sich über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP wiederholt irrtümlich beibehaltene Nullhypothesen bzgl. der Parameter der kontemporären Korrelationen. Die geringste Anzahl an Fehlern zweiter Art liegt dabei unabhängig von N und R bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$ vor. Auch $H_0 : \dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$ wird sehr häufig über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP korrekt verworfen, vor allem bei großem $N = 2000$. Dagegen zeigen sich generell bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$ und insbesondere bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$ für $N = 1000$ unter der Verwendung von $SNVT_2$ sehr viele Fehler zweiter Art. Zu erkennen ist, daß R erneut keinen systematischen Einfluß besitzt, während der Anstieg von N ausnahmslos eine Erhöhung der Anzahl der korrekt abgelehnten Nullhypothesen bewirkt. Zur Reduktion der Gefahr des Vorliegens von Fehlern zweiter Art ist demnach hier eine Zunahme des Beobachtungsumfangs N wünschenswert.

Im Vergleich zwischen den beiden Versionen Simulierter Normalverteilungstests ist der Anteil der korrekten Ablehnung von $H_0 : \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = 0$ unter der Verwendung von $SNVT_2$ für alle Variationen von N und R größer als unter der Verwendung von $SNVT_3$. Allerdings liegen diese Werte teilweise sehr eng beieinander, durchweg auf hohem Niveau. Dagegen ergeben sich bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{corr}(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = 0$ bzw. $H_0 : \dot{corr}(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0$ und vor allem bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$ beim Gebrauch von $SNVT_2$ vergleichsweise deutlich mehr Fehler zweiter Art. Insbesondere ist dabei die relative Häufigkeit der korrekten Ablehnung von $H_0 : \dot{\sigma}_{\eta_2} = 1$, gerade bei $N = 1000$, äußerst gering und liegt in diesem Fall bei einem vorgegebenen Signifikanzniveau von 5% (für $R = 50$ bzw. $R = 200$) lediglich in der Nähe dieser zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeit. Durch den Gebrauch von $SNVT_3$ kann hier die Anzahl der Fehler zweiter Art gesenkt werden, wenngleich immer noch hohe Werte zu verzeichnen sind. Letztlich zeigt sich, daß auch die Verwendung von $SNVT_3$ bei hohem $N = 2000$ und $R = 50$ wiederholt zu Fehlern zweiter Art bei der statistischen Überprüfung von Hypothesen bzgl. Varianz-Kovarianz-Parametern im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell führt.

9.2 Fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodelle

9.2.1 Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter im Independent Probitmodell

Im Hinblick auf die Analyse von Paneldaten sind zunächst in Tabelle 9.4 auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell die Ergebnisse Simulierter Normalverteilungstests dargestellt. Untersucht wird jeweils zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% und 10% der Anteil der Ablehnung der Nullhypothesen $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ bzw. $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP. Analysiert werden erneut verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen. Die Resultate im oberen Teil der Tabelle beruhen auf dem DGP, der das entsprechende Independent Probitmodell beinhaltet. Die Testergebnisse im unteren Teil der Tabelle basieren dagegen nach Kapitel 6.2.3 auf dem durch kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gekennzeichneten DGP (zu den Parameterwerten vgl. auch Anhang C). Damit werden hier Simulierte Normalverteilungstests in einem fehlspezifizierten MMPM analysiert (zu den jeweiligen SMLM/GHK-Schätzungen vgl. Tabelle 8.7 in Kapitel 8.3). Zur Überprüfung der Nullhypothesen werden zunächst alle Teststatistiken $SNVT_1$, $SNVT_2$ und $SNVT_3$ des Simulierten Normalverteilungstests betrachtet.

Ebenso wie bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell (vgl. Tabelle 9.1) wird diese Nullhypothese gemäß Tabelle 9.4 auch bei der SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell ausnahmslos über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden DGP korrekt verworfen. Somit tritt erneut unabhängig von N und R sowie bei allen verwendeten Prüfgrößen kein Fehler zweiter Art auf (da in den DGP jeweils $\dot{\gamma}_1 = 1$, wird hier die Gültigkeit der Alternativhypothese H_1 betrachtet). Wiederum zeigt sich dieses Testergebnis auch bei der SMLM/GHK-Schätzung im fehlspezifizierten MMPM (d.h.

Tabelle 9.4: Anteil der Ablehnung von H_0 (Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell)

DGP: Independent Probitmodell							
		5%			10%		
	H_0	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.050	0.060	0.060	0.085	0.085	0.090
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.055	0.060	0.055	0.080	0.080	0.090
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 200$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.055	0.055	0.055	0.085	0.085	0.090
$N = 500$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.040	0.040	0.040	0.095	0.105	0.085
$N = 500$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.040	0.040	0.045	0.100	0.095	0.085

DGP: Kontemporäre und intertemporale Korrelationen							
		5%			10%		
	H_0	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_1$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.170	0.230	0.090	0.220	0.280	0.140
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.165	0.225	0.085	0.220	0.295	0.145
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 200$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.170	0.230	0.085	0.220	0.295	0.150
$N = 500$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.140	0.210	0.085	0.185	0.270	0.120
$N = 500$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.140	0.205	0.085	0.195	0.275	0.120

wenn der DGP durch kontemporäre und intertemporale Korrelationen gekennzeichnet ist). Bemerkenswert ist dabei, daß der Koeffizient γ_1 bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell entsprechend dem unteren Teil von Tabelle 8.7 in Kapitel 8.3 (im Gegensatz zur inkorrekten Parameterschätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell, vgl. unteren Teil von Tabelle 8.5 in Kapitel 8.2) stabil unterschätzt wird. Damit erfolgt eine generelle korrekte Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$, obwohl die SMLM/GHK-Schätzwerte näher am getesteten Wert von Null liegen.

Erneut zeigen sich bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ differenzierte Testergebnisse. Entsprechend dem oberen Teil von Tabelle 9.4 liegen die Anteile der Fehler erster Art über die $Nrep = 200$ Replikationen des durch das fünfperiodige Dreialternativen-Independent Probitmodell gekennzeichneten DGP extrem nahe bei den vorgegebenen Signifikanzniveaus (da in den DGP jeweils $\dot{\gamma}_2 = 0$, wird hier die Gültigkeit der Nullhypothese betrachtet). Wiederum ist dieses Ergebnis unabhängig von N bzw. R sowie von den verwendeten Prüfgrößen $SNVT_1$, $SNVT_2$ und $SNVT_3$ zu erkennen. Bemerkenswert ist, daß die Anpassung der relativen Häufigkeiten an die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten im vorliegenden MMPM bei einem kleinen Beobachtungsumfang (d.h. für $N = 250$) noch exakter ist als die (gute) Anpassung bei der korrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell mit moderatem $N = 1000$ (vgl. oberen Teil von Tabelle 9.1).

Wenn der DGP dagegen kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen aufweist, sind die Anteile der irrtümlichen Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ ausnahmslos (teilweise deutlich) höher als die vorgegebenen Signifikanzniveaus. Damit sind durch eine inkorrekte SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell markante Auswirkungen auf die Resultate Simulierter Normalverteilungstests zu erkennen. Dieses Ergebnis zeigt sich, obwohl der Koeffizient γ_2 unabhängig vom zugrunde gelegten DGP durchweg präzise geschätzt wird (vgl. Tabelle 8.7 in Kapitel 8.3). Allerdings sind die Streuungen der SMLM/GHK-Schätzwerte für γ_2 über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP höher, falls der DGP durch kontemporäre und intertemporale Korrelationen und nicht durch das Independent Probitmodell gekennzeichnet ist. Offenbar besitzt diese schwächere Konzentration der Schätzwerte um den Wert Null die erläuterten Auswirkungen auf den betrachteten Simulierten Normalverteilungstest.

Während R erneut keinen systematischen Einfluß auf die Häufigkeit der Fehler erster Art ausübt, sinkt mit wachsendem Beobachtungsumfang N meist die Anzahl der irrtümlichen Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$, allerdings in geringem Ausmaß. Stärkere Auswirkungen besitzt dagegen die Wahl der Prüfgröße des Simulierten Normalverteilungstests. Mit der Verwendung der Teststatistik $SNVT_3$ liegen die Anteile der irrtümlichen Verwerfung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ näher an den vorgegebenen Signifikanzniveaus als mit dem Gebrauch der Prüfgrößen

$SNVT_1$ und vor allem $SNVT_2$. Damit ergibt sich hier auf der Grundlage der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell ein Vorteil durch die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in den Simulierten Normalverteilungstest. Allerdings muß beachtet werden, daß die relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP selbst bei der Benutzung von $SNVT_3$ ausnahmslos oberhalb der vorgegebenen maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten liegen. Damit wirkt sich letztlich die inkorrekte SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell nicht nur auf die geschätzten Koeffizientenwerte (vgl. Kapitel 8.3.2), sondern auch auf die Ergebnisse Simulierter Normalverteilungstests aus.

9.2.2 Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter der erklärenden Variablen

Zur Vermeidung systematischer Verzerrungen bei den geschätzten Parametern sollten kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen in die SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell einbezogen werden. Darauf aufbauend werden im folgenden Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter der erklärenden Variablen untersucht. In Tabelle 9.5 sind wie in Tabelle 9.4 die Anteile der Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ bzw. $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP dargestellt. Nach den Bemerkungen zu Beginn von Kapitel 9.1.2 werden lediglich die Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$ analysiert. Die Testergebnisse im linken Teil der Tabelle basieren auf dem durch das entsprechende Independent Probitmodell gekennzeichneten DGP (die dazu gehörigen SMLM/GHK-Schätzergebnisse finden sich im oberen Teil von Tabelle 7.6 in Kapitel 7.2). Die Testergebnisse im rechten Teil der Tabelle beziehen sich dagegen nach Kapitel 6.2.3 auf den durch kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gekennzeichneten DGP (die entsprechenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse sind im unteren Teil von Tabelle 7.6 in Kapitel 7.2 abgebildet).

Es zeigt sich in Tabelle 9.5, daß $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP und für alle Kombinationen von N und R unter der Verwendung der Prüfgröße $SNVT_2$ ausnahmslos korrekt verworfen wird. Aber auch der Gebrauch von $SNVT_3$ bewirkt bei der Überprüfung dieser Nullhypothese nur sehr selten Fehler zweiter Art (da in den DGP wiederum jeweils $\dot{\gamma}_1 = 1$, wird hier die Gültigkeit der Alternativhypothese H_1 betrachtet). Letztlich ergeben sich also wie bei den Simulierten Normalverteilungstests auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 9.2) nur vereinzelt irrtümliche Beibehaltungen von $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$. Insgesamt scheint dabei die Verwendung der Prüfgröße $SNVT_2$ im Ver-

Tabelle 9.5: Anteil der Ablehnung von H_0 (Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter der erklärenden Variablen im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell)

		DGP: Independent Probitmodell				DGP: Kont. und intertemp. Korr.			
		5%		10%		5%		10%	
	H_0	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	0.995	1.000	1.000	1.000	0.990	1.000	0.990
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.055	0.065	0.080	0.085	0.075	0.050	0.125	0.115
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	0.995	1.000	0.995	1.000	0.990	1.000	0.990
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.055	0.065	0.075	0.085	0.060	0.060	0.115	0.120
$N = 250$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.975	1.000	0.975
$R = 200$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.055	0.060	0.075	0.090	0.055	0.070	0.110	0.110
$N = 500$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	0.995	1.000	0.995	1.000	0.985	1.000	0.985
$R = 10$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.035	0.035	0.095	0.090	0.075	0.060	0.110	0.095
$N = 500$	$\dot{\gamma}_1 = 0$	1.000	0.990	1.000	0.990	1.000	0.980	1.000	0.990
$R = 50$	$\dot{\gamma}_2 = 0$	0.040	0.040	0.090	0.095	0.070	0.065	0.105	0.110

gleich zur Verwendung der Prüfgröße $SNVT_3$ (bei der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White, 1982, einbezogen sind) etwas günstigere Resultate zu liefern.

Aber auch bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ sind hinsichtlich der Anpassung der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus insgesamt relativ robuste Ergebnisse zu erkennen (da in den DGP wiederum jeweils $\dot{\gamma}_2 = 0$, wird hier die Gültigkeit der Nullhypothese betrachtet). Anders als im Rahmen der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. Tabelle 9.2) liegen die Anteile der irrtümlich abgelehnten Nullhypothesen unabhängig vom zugrunde gelegten DGP durchweg sehr nahe bei den vorgegebenen maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Dies ergibt sich damit entsprechend dem rechten Teil von Tabelle 9.5 auch, wenn der DGP kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen aufweist. In diesem Fall wird $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ meist nur etwas häufiger irrtümlich verworfen als bei der SMLM/GHK-Schätzung auf der Grundlage des durch das Independent Probitmodell gekennzeichneten DGP (vgl. linken Teil von Tabelle 9.5). Auch dieses Testergebnis dürfte damit zusammenhängen, daß der Koeffizient γ_2 mit vergleichsweise stärkeren Streuungen geschätzt wird, falls der DGP kontemporäre und intertemporale Korrelationen beinhaltet (vgl. Tabelle 7.6 in Kapitel 7.2). Zu betonen ist, daß hier weder der Beobachtungsumfang N noch die Wahl zwischen den Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$ systematische Auswirkungen besitzen. Darüber hinaus ist wiederum kein Einfluß durch die Anzahl R der Simulationsreplikationen zu erkennen.

9.2.3 Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter

Bei den Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter zeigen sich auch im Rahmen der SMLM/GHK-Schätzung flexibel formulierter fünfperiodiger Dreialternativen-Probitmodelle wesentlich uneinheitlichere Ergebnisse. In Tabelle 9.6 sind zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% und 10% für die verschiedenen Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen über alle $Nrep = 200$ Replikationen der beiden betrachteten DGP die Anteile der Ablehnung von Nullhypothesen bzgl. der Parameter der kontemporären, zeitinvarianten und autoregressiven Verknüpfungen abgebildet. Wiederum werden nach den Bemerkungen zu Beginn von Kapitel 9.1.2 lediglich die Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$ des Simulierten Normalverteilungstests betrachtet.

Im linken Teil von Tabelle 9.6 wird die Gültigkeit der jeweiligen Nullhypothesen H_0 betrachtet, d.h. der DGP ist durch das fünfperiodige Dreialternativen-Independent Probitmodell gekennzeichnet (insbesondere mit $\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$, $\dot{corr}(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = \dot{\rho}_1 = \dot{\rho}_2 = 0$, die entsprechenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse sind in Tabelle 7.7 in Kapitel 7.2 abgebildet). Damit wird der Anteil der Fehler erster Art ausgewiesen, so daß die Einhaltung der vorgegebenen Signifikanzniveaus untersucht werden kann. Zu beachten ist, daß diese Analyse für die Parameter σ_{α_1} und σ_{α_2} der zeitinvarianten stochastischen Effekte mit den betrachteten Nullhypothesen $H_0 : \dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1$ bzw. $H_0 : \dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1$ nicht möglich ist, da im DGP $\dot{\sigma}_{\alpha_1} = \dot{\sigma}_{\alpha_2} = 0$ gilt. Im rechten Teil von Tabelle 9.6 wird die Gültigkeit einzelner Alternativhypothesen H_1 betrachtet, d.h. konkret weist der DGP kontemporäre und intertemporale Verknüpfungen gemäß Kapitel 6.2.3 auf (mit $\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5$, $\dot{corr}(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0.5$, $\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1.5$, $\dot{\sigma}_{\alpha_2} = 0.5$, $\dot{\rho}_1 = 0.8$, $\dot{\rho}_2 = 0.5$, die entsprechenden SMLM/GHK-Schätzergebnisse sind in Tabelle 7.8 in Kapitel 7.2 abgebildet). Damit kann die Anzahl der Fehler zweiter Art (bzw. die Macht) analysiert werden.

Bei den Anteilen der Fehler erster Art sind im linken Teil von Tabelle 9.6 im Vergleich zu den Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Parameter der erklärenden Variablen (vgl. Tabelle 9.5) größere Instabilitäten hinsichtlich der Einhaltung der vorgegebenen Signifikanzniveaus zu erkennen. Die relative Häufigkeit der irrtümlichen Ablehnung von $H_0 : \dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$ liegt unabhängig von N und R durchweg und bei der Verwendung der Teststatistik $SNVT_2$ deutlich unterhalb der zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Die ent-

Tabelle 9.6: Anteil der Ablehnung von H_0 (Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell)

		DGP: Independ. Probitmodell (Gültigkeit von H_0)				DGP: Kont. und intert. Korr. (Gültigkeit von H_1)			
		5%		10%		5%		10%	
	H_0	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$	$SNVT_2$	$SNVT_3$
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.015	0.030	0.035	0.070	0.145	0.190	0.240	0.250
$N = 250$	$c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0$	0.090	0.105	0.130	0.140	0.730	0.715	0.805	0.755
	$\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1$	–	–	–	–	0.685	0.625	0.700	0.665
$R = 10$	$\dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1$	–	–	–	–	0.330	0.445	0.475	0.580
	$\dot{\rho}_1 = 0$	0.050	0.075	0.070	0.140	0.750	0.635	0.800	0.710
	$\dot{\rho}_2 = 0$	0.035	0.095	0.065	0.135	0.260	0.350	0.450	0.465
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.020	0.025	0.040	0.070	0.065	0.225	0.115	0.310
$N = 250$	$c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0$	0.085	0.085	0.100	0.120	0.700	0.750	0.785	0.805
	$\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1$	–	–	–	–	0.425	0.455	0.480	0.525
$R = 50$	$\dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1$	–	–	–	–	0.060	0.440	0.180	0.550
	$\dot{\rho}_1 = 0$	0.055	0.070	0.070	0.115	0.870	0.800	0.910	0.860
	$\dot{\rho}_2 = 0$	0.050	0.095	0.075	0.175	0.470	0.605	0.635	0.665
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.020	0.030	0.040	0.060	0.060	0.265	0.120	0.335
$N = 250$	$c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0$	0.080	0.080	0.105	0.100	0.650	0.755	0.750	0.805
	$\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1$	–	–	–	–	0.320	0.465	0.395	0.520
$R = 200$	$\dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1$	–	–	–	–	0.055	0.460	0.125	0.585
	$\dot{\rho}_1 = 0$	0.040	0.060	0.060	0.115	0.855	0.845	0.885	0.880
	$\dot{\rho}_2 = 0$	0.040	0.105	0.065	0.165	0.505	0.650	0.655	0.680
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.015	0.025	0.065	0.085	0.310	0.235	0.405	0.345
$N = 500$	$c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0$	0.080	0.075	0.135	0.125	0.920	0.845	0.960	0.880
	$\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1$	–	–	–	–	0.800	0.715	0.835	0.755
$R = 10$	$\dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1$	–	–	–	–	0.715	0.705	0.785	0.800
	$\dot{\rho}_1 = 0$	0.035	0.090	0.060	0.105	0.935	0.825	0.945	0.870
	$\dot{\rho}_2 = 0$	0.065	0.090	0.100	0.145	0.640	0.490	0.770	0.595
	$\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1$	0.015	0.025	0.030	0.065	0.145	0.305	0.270	0.400
$N = 500$	$c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0$	0.065	0.070	0.115	0.120	0.835	0.785	0.895	0.835
	$\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1$	–	–	–	–	0.515	0.520	0.545	0.585
$R = 50$	$\dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1$	–	–	–	–	0.330	0.580	0.490	0.680
	$\dot{\rho}_1 = 0$	0.055	0.080	0.075	0.115	0.985	0.930	0.995	0.955
	$\dot{\rho}_2 = 0$	0.065	0.065	0.090	0.135	0.845	0.650	0.915	0.740

sprechenden Werte bei der Überprüfung von $H_0 : c\dot{o}rr(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0$ unterschreiten dagegen nie die theoretischen Werte von 5% bzw. 10%. Bei den Anteilen der irrtümlichen Ablehnung von $H_0 : \dot{\rho}_1 = 0$ bzw. $H_0 : \dot{\rho}_2 = 0$ zeigen sich schließlich sowohl Resultate oberhalb als auch unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Bei der Überprüfung der beiden zuletzt genannten Nullhypothesen ist der Anteil der Fehler erster Art unter der Verwendung von $SNVT_3$ meist deutlich höher als unter der Verwendung von $SNVT_2$. Letztlich läßt sich aber aus den vorliegenden relativen Häufigkeiten bei der Einhaltung der vorgegebenen Signifikanzniveaus kein genereller Vorteil bei der Benutzung einer der beiden Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$ des Simulierten Normalverteilungstests ableiten. Darüber hinaus besitzen hier sowohl N als auch R keine systematischen Auswirkungen auf die Anzahl der Fehler erster Art.

Im Gegensatz dazu bewirkt der Anstieg des Beobachtungsumfangs N (bei gleicher Anzahl R der Simulationsreplikationen) wiederum ausnahmslos einen Rückgang der Anzahl der Fehler zweiter Art (vgl. rechten Teil von Tabelle 9.6). Ebenso wie bei den Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell (vgl. rechten Teil von Tabelle 9.3) zeigen sich jedoch wiederholt über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP irrtümlich beibehaltene Nullhypothesen. Erneut steht dieses Ergebnis konträr zu den Resultaten bei der statistischen Überprüfung von Hypothesen bzgl. der Koeffizienten erklärender Variablen (vgl. Tabelle 9.5). Zu erkennen ist dabei, daß die Anzahl der Fehler zweiter Art bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\rho}_2 = 0$ durchweg höher ist als die entsprechende Anzahl bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\rho}_1 = 0$. Dieses Resultat ist nicht weiter überraschend, da im DGP $\dot{\rho}_1 = 0.8$, aber $\dot{\rho}_2 = 0.5$ gilt.

Darüber hinaus ist mit dem Anstieg von $R = 10$ auf $R = 50$ (bei gleichem N) eine Zunahme der Anzahl der korrekten Ablehnung der beiden zuletzt genannten Nullhypothesen verbunden. Dieses Resultat dürfte damit zusammenhängen, daß die systematischen Verzerrungen bei der SMLM/GHK-Schätzung der Autokorrelationskoeffizienten ρ_1 und ρ_2 mit wachsendem R sinken (vgl. Tabelle 7.8 in Kapitel 7.2). Allerdings ist zu bemerken, daß der Anteil der irrtümlichen Beibehaltung von $H_0 : \dot{\rho}_1 = 0$ unter der Verwendung von $SNVT_2$ zunimmt, falls (für $N = 250$) die Anzahl der Simulationsreplikationen von $R = 50$ auf $R = 200$ steigt. Mit wachsendem R ergibt sich aber auch bei den anderen Versionen Simulierter Normalverteilungstests oft eine Erhöhung der Anzahl der Fehler zweiter Art, vor allem bei der Überprüfung von $H_0 : \dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1$ unter der Verwendung von $SNVT_2$ bei einem Anstieg von $R = 10$ auf $R = 50$. Bei der Wahl zwischen den Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$ läßt sich insgesamt wieder keine systematische Vorteilhaftigkeit einer Version ableiten. Unter der Verwendung beider Teststatistiken sind selbst bei hohem $N = 500$ und $R = 50$ über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP viele Fehler zweiter Art bei der statistischen Überprüfung von Nullhypothesen bzgl. Varianz-Kovarianz-Parametern im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell zu verzeichnen.

9.3 Schlußfolgerungen

Die Monte-Carlo-Studien in diesem Kapitel zeigen, daß Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der Parameter alternativenspezifischer erklärender Variablen auf der Grundlage einer korrekten SMLM/GHK-Schätzung von Mehralternativen-Probitmodellen zumeist robuste Ergebnisse liefern. Dieses Resultat bezieht sich sowohl auf die präzise Anpassung der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus als auch auf die äußerst selten auftretenden Fehler zweiter Art. Lediglich auf der Basis der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell zeigen sich über die $Nrep = 200$ Replikationen des durch kontemporäre und intertemporale Korrelationen gekennzeichneten DGP deutlich geringere relative Häufigkeiten an Fehlern erster Art als durch die maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten zugrunde gelegt. Zu betonen ist, daß bei der Anzahl der irrtümlichen Ablehnung der betrachteten Nullhypothesen bzgl. der Koeffizienten erklärender Variablen weder der Beobachtungsumfang N noch die Anzahl R der Simulationsreplikationen einen systematischen Einfluß besitzen.

Aber auch hinsichtlich der Anzahl der Fehler zweiter Art sind letztlich bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Koeffizienten alternativenspezifischer erklärender Variablen keine Auswirkungen von N und R abzuleiten. Sowohl im einperiodigen Vieralternativen- als auch im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell wird fast ausnahmslos die Nullhypothese $H_0 : \dot{\gamma}_1 = 0$ über die $Nrep = 200$ Replikationen der jeweiligen DGP korrekt abgelehnt. Dieses Ergebnis zeigt sich unabhängig davon, ob eine SMLM/GHK-Schätzung im korrekt spezifizierten Probitmodell stattfindet oder ob eine inkorrekte Parameterschätzung im Independent Probitmodell vorliegt. Allerdings läßt sich aus den vorliegenden Studien nicht ableiten, daß derartige Resultate auf andere Probitmodelle übertragbar sind. Denkbar ist, daß die Testergebnisse stark durch die vorgegebene Parameterkonstellation im DGP, d.h. insbesondere durch $\dot{\gamma}_1 = 1$, beeinflußt werden. Weitere Untersuchungen würden hier in Zukunft für mehr Klarheit sorgen.

Darüber hinaus beziehen sich die beschriebenen Resultate auf Mehralternativen-Probitmodelle mit ausschließlich alternativenspezifischen erklärenden Variablen. In den Studien in Kapitel 7 und 8 wird aber bereits angedeutet, daß die (korrekte) SMLM/GHK-Schätzung der Koeffizienten individuenspezifischer erklärender Variablen im Vergleich zur (korrekten) SMLM/GHK-Schätzung der Koeffizienten alternativenspezifischer erklärender Variablen weniger präzise und instabiler sein kann. Eine offene Frage bleibt damit, ob Simulierte Normalverteilungstests bzgl. Parametern individuenspezifischer erklärender Variablen zu ähnlichen

Ergebnissen gelangen wie Simulierte Normalverteilungstests bzgl. Parametern alternativenspezifischer erklärender Variablen. Im Hinblick auf empirische Anwendungen, die sehr häufig derartige individuenspezifische erklärende Variablen in die Analyse einbeziehen, ist eine systematische Untersuchung auch solcher Simulierter Normalverteilungstests in der Zukunft wünschenswert.

Auf der Grundlage der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell zeigen sich bei den Anteilen der irrtümlichen Ablehnung von $H_0 : \dot{\gamma}_2 = 0$ deutlich höhere Werte als durch das Signifikanzniveau vorgegeben. In diesem Fall stellt sich die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in die Prüfgröße $SNVT_3$ des Simulierten Normalverteilungstests als vorteilhaft heraus. Im Vergleich zum Gebrauch der Teststatistiken $SNVT_1$ und $SNVT_2$ kann dadurch die Anpassung der relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art an die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten deutlich verbessert werden. Dagegen liegen im Rahmen der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell hinsichtlich der verwendeten Prüfgrößen keine derartigen Unterschiede vor.

Zur Vermeidung der Auswirkungen von Modellfehlspezifikationen (vgl. Kapitel 8) sollte in empirischen Arbeiten ohnehin eine SMLM/GHK-Schätzung z.B. im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen- bzw. im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorgenommen werden. Auf der Grundlage dieser Parameterschätzungen zeigen sich aber mit dem Gebrauch von $SNVT_3$ hinsichtlich der Übereinstimmung zwischen den Anteilen an Fehlern erster Art und den vorgegebenen Signifikanzniveaus bei Tests bzgl. der Koeffizienten (alternativenspezifischer) erklärender Variablen keine wesentliche Vorteile. Dagegen ist für die Wahl zwischen den verschiedenen Teststatistiken die Verwendung von $SNVT_1$ wegen der wiederholt auftauchenden numerischen Probleme eindeutig nicht zu empfehlen. Bemerkenswert ist dabei, daß derartige Schwierigkeiten zwar nicht bei der SMLM/GHK-Schätzung im Independent Probitmodell, jedoch auf der Grundlage der (für die empirische Anwendung interessanteren) SMLM/GHK-Schätzung in flexibel formulierten Mehralternativen-Probitmodellen auftreten.

Die vorliegenden Resultate erlauben auch bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. Varianz-Kovarianz-Parametern für die Wahl zwischen den einzelnen Prüfgrößen keine eindeutigen Empfehlungen. Zwar scheint die Verwendung von $SNVT_3$ basierend auf der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell robustere Ergebnisse zu liefern. Allerdings gilt diese Beobachtung hinsichtlich der Abweichung der Anteile an Fehlern erster Art von den vorgegebenen Signifikanzniveaus sowie hinsichtlich der Anzahl der Fehler zweiter Art nicht durchweg für alle formulierten Hypothesen. Vor allem aber ist auf der Grundlage der SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell überhaupt keine systematische Vorteilhaftigkeit des Gebrauchs von $SNVT_3$ gegenüber der Verwendung von $SNVT_2$ zu erkennen.

Ein klares Ergebnis ist dagegen die insgesamt wesentlich instabilere statistische Überprüfung von Hypothesen bzgl. der Parameter der kontemporären und (im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell) intertemporalen Korrelationen im Vergleich zur statistischen Überprüfung von Hypothesen bzgl. der Koeffizienten (alternativenspezifischer) erklärender Variablen. Dieses Resultat deckt sich letztlich mit der vergleichsweise ebenfalls deutlich instabileren SMLM/GHK-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Parameter (bei korrekter Modellspezifikation, vgl. Kapitel 7). So zeigen sich hinsichtlich der Häufigkeiten der Fehler erster Art bei den betrachteten Mehralternativen-Probitmodellen und bei den verwendeten Prüfgrößen sehr uneinheitliche Werte. Zu betonen ist, daß neben der Wahl zwischen den Teststatistiken $SNVT_2$ und $SNVT_3$ auch der Beobachtungsumfang N sowie die Anzahl R der Simulationsreplikationen keine systematischen Auswirkungen auf die Übereinstimmung zwischen den Anteilen der irrtümlich abgelehnten Nullhypothesen und den vorgegebenen Signifikanzniveaus besitzen.

Besonders deutlich wird die Instabilität Simulierter Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter bei der Analyse der Fehler zweiter Art. Bei den untersuchten Mehralternativen-Probitmodellen werden für alle Kombinationen von N und R zum Teil sehr häufig Hypothesen bzgl. der Parameter der kontemporären und intertemporalen Verknüpfungen irrtümlich beibehalten. Diese Ergebnisse stehen im starken Gegensatz zu den Resultaten bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Koeffizienten (alternativenspezifischer) erklärender Variablen. Festzuhalten ist, daß die Anzahl R der Simulationsreplikationen auch bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter keinen systematischen Einfluß auf die Häufigkeit der Fehler zweiter Art ausübt. Lediglich bei Nullhypothesen bzgl. der Autokorrelationskoeffizienten bewirkt eine Erhöhung von R (bei gleichem N) meist (aber auch nicht ausnahmslos) eine Zunahme der Anzahl der korrekten Ablehnung von H_0.

Dagegen besitzt in dieser Hinsicht ein Anstieg von N einen durchweg positiven Effekt. Das heißt, in den betrachteten ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen wird durch eine Zunahme des Beobachtungsumfangs N die Anzahl der Fehler zweiter Art bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. Varianz-Kovarianz-Parametern teilweise deutlich vermindert. Anknüpfend an obige Bemerkungen deutet dieses Ergebnis an, daß der Beobachtungsumfang N bei alternativen Parameterkonstellationen im DGP auch bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. Koeffizienten erklärender Variablen hinsichtlich der Häufigkeit der irrtümlich beibehaltenen Nullhypothesen reduzierende Auswirkungen besitzen könnte.

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich auf die Überprüfung statistischer Hypothesen bzgl. einzelner Parameter im MMPM. Das Testen derartiger Hypothesen wäre (auf der Grundlage von SMLM/GHK-Schätzungen) prinzipiell nicht nur mit dem Simulierten Normalverteilungstest, sondern auch mit dem Simulierten Score- sowie mit dem Simulierten Likelihood-Quotienten-Test möglich. Entsprechend den Ausführungen in Kapitel 5.4 ist aber für diese Analyse der Simulierte Normalverteilungstest als Spezialfall des Simulierten Wald-Tests besser geeignet. Aus diesem Grund ist dieses Testverfahren in der Vergangenheit in empirischen Arbeiten zur statistischen Überprüfung einzelner Koeffizientenwerte auch regelmäßig verwendet worden. Der Gebrauch des Simulierten Score- sowie Likelihood-Quotienten-Tests bietet sich dagegen insbesondere an, falls mehrere Parameter gemeinsam getestet werden sollen. Durch das gleichzeitige Testen mehrerer Varianz-Kovarianz-Parameter können im MMPM einzelne Modellspezifikationen überprüft werden. Anknüpfend daran sowie an die Bemerkungen in Kapitel 8.5 werden im folgenden Kapitel verschiedene Versionen Simulierter Wald-, Score- und Likelihood-Quotienten-Tests zur statistischen Überprüfung spezieller Mehralternativen-Probitmodelle miteinander verglichen.

Kapitel 10

Simuliertes klassisches Testen spezieller Probitmodelle

Die gemeinsame statistische Prüfung mehrerer Parameter eines flexibel formulierten diskreten Entscheidungsmodells ist entsprechend Kapitel 5.3 mit simulierten klassischen Testverfahren möglich. Durch das Testen einzelner Gruppen von Varianz-Kovarianz-Parametern im Rahmen des MMPM können dabei spezielle Probitmodelle statistisch überprüft werden. Anlehnend an die in Kapitel 6.3.2 formulierten Nullhypothesen werden deshalb im folgenden systematisch die Ergebnisse verschiedener Versionen Simulierter Wald-, Score- und Likelihood-Quotienten-Tests auf der Grundlage restringierter und/oder unrestringierter SMLM/GHK-Schätzungen in (korrekt spezifizierten oder fehlspezifizierten) Probitmodellen untersucht. Im Hinblick auf die Analyse von ein- bzw. mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen werden genauso wie im vorhergehenden Kapitel (beispielhaft) Resultate im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell mit solchen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell verglichen. Bei letzterem Probitmodell können im Gegensatz zu ersterem aufgrund der komplexeren Varianz-Kovarianz-Struktur flexibel formulierter mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle verschiedene Formen spezieller Probitmodelle getestet werden. Untersucht wird, ob sich bei einzelnen Testproblemen eine bestimmte Variante der simulierten klassischen Testverfahren als besonders günstig herauskristallisiert. Die vergleichende Betrachtung erfolgt wie in Kapitel 9 sowohl hinsichtlich der Abweichung zwischen den Anteilen der Fehler erster Art und den zugrunde gelegten Signifikanzniveaus als auch hinsichtlich der Anzahl der Fehler zweiter Art. Die Monte-Carlo-Studien orientieren sich dabei an der Vorgehensweise von Lee (1999). Allerdings betrachtet Lee lediglich binäre (mehrperiodige) Probitmodelle. Im Gegensatz dazu werden im folgenden ausgewählte Mehralternativen-Probitmodelle statistisch überprüft. Insbesondere hinsichtlich empirischer Anwendungen werden erneut bei allen Testproblemen der Beobachtungsumfang N und die Anzahl R der Simulationsreplikationen variiert.

10.1 Testen des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells

10.1.1 Fehler erster Art

In Tabelle 10.1 sind auf der Grundlage restringierter und/oder unrestringierter SMLM/GHK-Schätzungen die Testergebnisse bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells abgebildet. Die restringierte SMLM/GHK-Schätzung vollzieht sich dabei im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell, wogegen die unrestringierte SMLM/GHK-Schätzung im flexibel formulierten einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell erfolgt (zu den Schätzergebnissen vgl. Kapitel 7.1 und 8.2). Ausgewiesen wird zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5%, 10%, 25% und 50% der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\, \dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\, \dot{\sigma}_{\eta_2} = ln\Big(\frac{1+c\dot{o}rr(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}{1-c\dot{o}rr(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}\Big) = 0 \;\; (j,j' = 1,\ldots,3; j > j')$ (vgl. auch Kapitel 6.3.2) über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Da hier zunächst die Gültigkeit der Nullhypothese analysiert wird, ist der DGP durch das einperiodige Vieralternativen-Independent Probitmodell (unter der Einbeziehung alternativenspezifischer erklärender Variablen, vgl. Kapitel 6.2.2) gekennzeichnet. Betrachtet werden dabei der Gebrauch der Prüfgrößen SST_1, SST_2, SST_3, SWT_1, SWT_2, SWT_3, $SLRT_1$ und $SLRT_2$ der Simulierten Score-, Wald- und Likelihood-Quotienten-Tests (vgl. Kapitel 5.3) sowie verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfang N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen.

Tabelle 10.1 zeigt bei den Anteilen der Fehler erster Art präzise Anpassungen an die vorgegebenen Signifikanzniveaus. Zu berücksichtigten ist dabei, daß viele (der insgesamt moderaten) Instabilitäten auch durch die relativ geringe Anzahl von $Nrep = 200$ Replikationen des DGP beeinflußt werden dürften. Die relativen Häufigkeiten der irrtümlichen Ablehnung von H_0 weisen für alle Variationen von N und R Abweichungen von den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten sowohl nach oben als auch nach unten auf. Zu erkennen ist, daß die Anzahl R der Simulationsreplikationen keine systematischen Auswirkungen auf den Anteil der Fehler erster Art besitzt. Dabei sind mit der Zunahme von R sowohl stärkere als auch schwächere Abweichungen der Anteilswerte von den vorgegebenen Signifikanzniveaus zu verzeichnen. Dieses Resultat steht im Gegensatz zu den Analysen von Lee (1999). Dort ergibt sich (im Rahmen binärer mehrperiodiger Probitmodelle) mit einer Erhöhung von R meist eine präzisere Anpassung des Anteils der Fehler erster Art an die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten.

Auch hinsichtlich des Einflusses des Beobachtungsumfangs N zeigt sich insgesamt ein uneinheitliches Bild. Sehr häufig ist zwar mit einer Zunahme von N (bei gleichem R) eine Senkung der Anzahl an Fehlern erster Art verbunden. Teilweise tritt aber in diesem Fall auch eine Steigerung der entsprechenden Werte auf, z.B. bei einem vorgegebenen Signifikanzniveau

Tabelle 10.1: Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\eta_2} = 0$; $ln\Big(\frac{1+co\dot{r}r(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}{1-co\dot{r}r(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}\Big) = 0$ $(j,j' = 1,\ldots,3; j > j')$ (Statistische Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells, Gültigkeit von H_0)

5%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 1000$ $R = 10$	0.170	0.090	0.075	0.065	0.060	0.085	0.050	0.075
$N = 1000$ $R = 50$	0.140	0.080	0.065	0.040	0.050	0.060	0.045	0.080
$N = 1000$ $R = 200$	0.130	0.090	0.075	0.035	0.040	0.060	0.050	0.080
$N = 2000$ $R = 10$	0.100	0.040	0.030	0.025	0.035	0.030	0.030	0.030
$N = 2000$ $R = 50$	0.070	0.060	0.035	0.030	0.030	0.025	0.040	0.035
10%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 1000$ $R = 10$	0.210	0.125	0.120	0.095	0.105	0.140	0.100	0.120
$N = 1000$ $R = 50$	0.200	0.145	0.125	0.100	0.085	0.105	0.085	0.100
$N = 1000$ $R = 200$	0.185	0.140	0.125	0.085	0.090	0.095	0.080	0.105
$N = 2000$ $R = 10$	0.160	0.110	0.110	0.070	0.075	0.085	0.075	0.085
$N = 2000$ $R = 50$	0.145	0.110	0.100	0.055	0.045	0.085	0.085	0.075
25%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 1000$ $R = 10$	0.310	0.305	0.280	0.245	0.250	0.310	0.250	0.270
$N = 1000$ $R = 50$	0.280	0.265	0.245	0.225	0.210	0.270	0.210	0.230
$N = 1000$ $R = 200$	0.295	0.265	0.235	0.220	0.205	0.265	0.205	0.245
$N = 2000$ $R = 10$	0.310	0.290	0.280	0.205	0.210	0.220	0.260	0.270
$N = 2000$ $R = 50$	0.285	0.270	0.260	0.180	0.180	0.205	0.205	0.210
50%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 1000$ $R = 10$	0.475	0.555	0.540	0.460	0.450	0.505	0.505	0.525
$N = 1000$ $R = 50$	0.470	0.580	0.530	0.435	0.430	0.460	0.475	0.505
$N = 1000$ $R = 200$	0.460	0.590	0.570	0.420	0.425	0.460	0.505	0.535
$N = 2000$ $R = 10$	0.525	0.510	0.500	0.445	0.425	0.460	0.480	0.485
$N = 2000$ $R = 50$	0.555	0.540	0.530	0.460	0.445	0.475	0.485	0.510

von 50% für $R = 50$ bei einer Erhöhung von $N = 1000$ auf $N = 2000$ unter Verwendung der Prüfgrößen SST_1, SWT_1, SWT_2, SWT_3, $SLRT_1$ und $SLRT_2$. Festzuhalten ist dabei, daß sich bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells durch die Zunahme von N nicht generell eine präzisere Anpassung der relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art an die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten ergibt.

Als sehr ungünstig erweist sich in dieser Hinsicht die Verwendung der Prüfgröße SST_1 des Simulierten Score-Tests, bei der die Informationsmatrix entsprechend Kapitel 5.3.2 mit Hilfe der Hessematrix der simulierten Loglikelihoodfunktion (abgeleitet mit den restringierten SMLM/GHK-Schätzwerten) geschätzt wird. Insbesondere bei kleinen vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% bzw. 10% sind die Anteile der irrtümlichen Ablehnung von H_0 gerade bei geringem $N = 1000$ deutlich höher als die zugrunde gelegten theoretischen Werte. Als Hintergrund für diese Ergebnisse lassen sich die bei der Ableitung von SST_1 auftretenden rechnerischen Schwierigkeiten vermuten. Wie schon in Kapitel 9.1.2 bei der Analyse Simulierter Normalverteilungstests beschrieben, ist die Schätzung der Informationsmatrix mit Hilfe der Hessematrix der simulierten Loglikelihoodfunktion numerisch problematisch. Bei der Ableitung der Teststatistik SST_1 folgen daraus über die jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP vereinzelt (für $N = 1000$) negative Realisationen. Demgegenüber ist die Berechnung der Prüfgröße SWT_1 des Simulierten Wald-Tests (bei der auch die Hessematrix der simulierten Loglikelihoodfunktion einbezogen wird, allerdings mit Hilfe der unrestringierten SMLM/GHK-Schätzwerte) deutlich robuster. Die beiden Teststatistiken SST_1 und SWT_1 werden jedoch im folgenden beim Auftreten solcher numerischer Probleme nicht von der vergleichenden Betrachtung ausgeschlossen, da auch mit der Benutzung der Prüfgrößen $SLRT_1$ und vor allem $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests derartige Schwierigkeiten entstehen können (vgl. Kapitel 10.2, 10.3 und 10.4).

Unter der Verwendung der Prüfgrößen SST_2 und SST_3 sowie SWT_1, SWT_2 und SWT_3 zeigen sich bessere Anpassungen der Anteile der Fehler erster Art an die zugrunde gelegten Signifikanzniveaus als beim Gebrauch von SST_1. Allerdings kristallisiert sich dabei keine generelle Vorteilhaftigkeit einer dieser Varianten simulierter klassischer Testverfahren heraus. Mit der Verwendung von SST_2 sind für $N = 1000$ durchweg höhere Anteile der irrtümlichen Ablehnung von H_0 verbunden als durch die maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten vorgegeben. Mit dem Gebrauch von SWT_1 und SWT_2 liegen die relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art teilweise (insbesondere bei großen vorgegebenen Signifikanzniveaus von 25% und 50%, vgl. unteren Teil von Tabelle 10.1) beträchtlich unterhalb der theoretischen Werte. Für $N = 2000$ erhält man sowohl bei der Verwendung von SWT_1 bzw. SWT_2 als auch bei der Verwendung von SWT_3 ausnahmslos Anteilswerte, die kleiner sind als die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten.

Mit dem Gebrauch der einfach formulierten Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests zeigen sich insgesamt für alle Kombinationen von N und R die präzisesten Anpassungen der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus. Bei diesen (stabilen) Ergebnissen ist nochmals die relativ geringe Anzahl von $Nrep = 200$ Replikationen des DGP zu betonen. Lediglich bei einer zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeit von 25% zeigen sich stellenweise bei den relativen Häufigkeiten etwas stärkere Abweichungen von diesem theoretischen Wert. Interessanterweise ergeben sich für die Anteilswerte gerade mit $N = 1000$ und $R = 10$ (d.h. mit dem kleinsten betrachteten Beobachtungsumfang und mit der kleinsten betrachteten Anzahl an Simulationsreplikationen) eine perfekte Anpassung an das jeweils vorgegebene Signifikanzniveau von 5%, 10% und 25% sowie eine nahezu perfekte Anpassung an das vorgegebene Signifikanzniveau von 50%.

Schließlich erweist sich auch die Verwendung der Teststatistik $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests (bei der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White, 1982, einbezogen werden) als außerordentlich robust. Hier liegen die Anteile der irrtümlichen Ablehnung von H_0 ebenfalls durchweg sehr nahe an den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Allerdings ist dabei die Präzision der Resultate nicht höher als bei der Verwendung von $SLRT_1$. In analoger Weise läßt sich durch die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in die Prüfgrößen SST_3 bzw. SWT_3 des Simulierten Score- bzw. Wald-Tests keine systematisch bessere Anpassung der relativen Häufigkeiten an die vorgegebenen Signifikanzniveaus erreichen.

10.1.2 Fehler zweiter Art

Die einfach formulierte Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests erweist sich auch hinsichtlich potentiell auftretender Fehler zweiter Art als äußerst günstig. In Tabelle 10.2 sind wie in Tabelle 10.1 auf der Grundlage der entsprechenden restringierten und/oder unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen die Testergebnisse bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells dargestellt. Ausgewiesen wird damit erneut der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\eta_2} = ln\left(\frac{1+\dot{corr}(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}{1-\dot{corr}(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}\right) = 0$ $(j, j' = 1, \ldots, 3; j > j')$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP, allerdings nur noch zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% und 10% (vgl. Kapitel 6.3.2). Im Gegensatz zur Analyse in Kapitel 10.1.1 wird jetzt die Gültigkeit der Alternativhypothese H_1 betrachtet. Konkret beinhaltet das einperiodige Vieralternativen-Probitmodell im DGP (unter der Einbeziehung alternativenspezifischer erklärender Variablen) gemäß Kapitel 6.2.2 kontemporäre Verknüpfungen.

Entsprechend Tabelle 10.2 wird die betrachtete Nullhypothese unabhängig von N und R unter der Verwendung von $SLRT_1$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP ausnahmslos

Tabelle 10.2: Anteil der Ablehnung von H_0 : $ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\eta_2} = 0$; $ln\Big(\frac{1+c\dot{o}rr(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}{1-c\dot{o}rr(\eta_{ij1},\eta_{ij'1})}\Big) = 0$ $(j,j' = 1,\ldots,3; j > j')$ (Statistische Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells, Gültigkeit von H_1)

5%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 1000$ $R = 10$	0.735	1.000	1.000	0.955	0.945	0.970	1.000	1.000
$N = 1000$ $R = 50$	0.635	1.000	1.000	0.935	0.935	0.965	1.000	0.995
$N = 1000$ $R = 200$	0.625	1.000	1.000	0.935	0.925	0.970	1.000	0.995
$N = 2000$ $R = 10$	0.825	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995
$N = 2000$ $R = 50$	0.725	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 1000$ $R = 10$	0.750	1.000	1.000	0.965	0.955	0.980	1.000	1.000
$N = 1000$ $R = 50$	0.645	1.000	1.000	0.945	0.940	0.980	1.000	0.995
$N = 1000$ $R = 200$	0.625	1.000	1.000	0.940	0.945	0.975	1.000	0.995
$N = 2000$ $R = 10$	0.825	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995
$N = 2000$ $R = 50$	0.730	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

korrekt verworfen. Somit tritt hierbei kein Fehler zweiter Art auf. Dieses Ergebnis gilt ebenso für den Gebrauch der Prüfgrößen SST_2 und SST_3 des Simulierten Score-Tests. Zudem wird die Nullhypothese auch mit der Verwendung von $SLRT_2$ nur extrem selten irrtümlich beibehalten. Etwas häufiger tritt dieser Fall für $N = 1000$ mit dem Gebrauch aller Teststatistiken SWT_1, SWT_2 bzw. SWT_3 des Simulierten Wald-Tests auf, allerdings auf sehr niedrigem Niveau. Bemerkenswert ist dabei, daß mit der Erhöhung von $N = 1000$ auf $N = 2000$ (unabhängig von R) die Fehler zweiter Art über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP vollständig beseitigt werden. Insofern ist hier zur Reduktion der Gefahr des Vorliegens einer irrtümlichen Beibehaltung der Nullhypothese eine Zunahme des Beobachtungsumfangs N wünschenswert.

Dieses Ziel ist dagegen offensichtlich nicht mit der Erhöhung der Anzahl R der Simulationsreplikationen erreichbar. Im Gegenteil bewirkt eine Zunahme von R (mit konstantem N) bei der Verwendung der Prüfgröße SST_1 des Simulierten Score-Tests einen Rückgang der Anzahl der korrekten Ablehnungen von H_0. Dabei wird die (vergleichsweise) hohe Anzahl an

Fehlern zweiter Art über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP hier ausnahmslos durch negative Realisationen von SST_1 verursacht. Damit ergeben sich hinsichtlich der häufig auftretenden Fehler zweiter Art noch stärkere Auswirkungen der numerisch problematischen Ableitung von SST_1 als hinsichtlich der Anpassung der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus (vgl. Tabelle 10.1). Die Verwendung der Prüfgröße SST_1 des Simulierten Score-Tests scheint daher zur statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells nicht geeignet zu sein. Dagegen erweist sich der Gebrauch der Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests für diese Problematik als empfehlenswert.

10.2 Testen des Fehlens zeitinvarianter stochastischer Effekte sowie des fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodells

10.2.1 Fehlen zeitinvarianter stochastischer Effekte

In Tabelle 10.3 sind auf der Grundlage der entsprechenden restringierten und unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell die Testergebnisse bei der statistischen Prüfung, daß keine stochastischen Effekte vorliegen, abgebildet. Die unrestringierte SMLM/GHK-Schätzung vollzieht sich dabei im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell, wogegen die restringierte SMLM/GHK-Schätzung unter Vernachlässigung der zeitinvarianten Verknüpfungen erfolgt. Entsprechend den in Kapitel 6.3.2 diskutierten Problemen bei der Formulierung der adäquaten Prüfgrößen wird ausschließlich die Teststatistik $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests betrachtet. Ausgewiesen wird zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5%, 10%, 25% und 50% (im linken Teil der Tabelle) bzw. 5% und 10% (im rechten Teil der Tabelle) der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_2} = -\infty$ (vgl. Kapitel 6.3.2) über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Im rechten Teil der Tabelle wird die Gültigkeit von H_1 betrachtet. Konkret ist das fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodell in diesem DGP gemäß Kapitel 6.2.3 durch kontemporäre, autoregressive und zeitinvariante Verknüpfungen gekennzeichnet. Im linken Teil der Tabelle wird die Gültigkeit von H_0 betrachtet, d.h. der DGP beinhaltet keine stochastischen Effekte. Betrachtet werden jeweils verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen.

Die Anteile der Fehler erster Art (vgl. linken Teil von Tabelle 10.3) weichen insgesamt sehr stark von den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten ab. Für $R = 50$ sowie $R = 200$ liegen die relativen Häufigkeiten der irrtümlichen Ablehnung von H_0 aus-

Tabelle 10.3: Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_2} = -\infty$ (Statistische Prüfung, daß keinerlei zeitinvariante stochastische Effekte im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, Prüfgröße: $SLRT_1$)

	Gültigkeit von H_0				Gültigkeit von H_1	
	5%	10%	25%	50%	5%	10%
$N = 250$ $R = 10$	0.090	0.140	0.245	0.370	0.365	0.450
$N = 250$ $R = 50$	0.025	0.060	0.140	0.235	0.080	0.150
$N = 250$ $R = 200$	0.020	0.045	0.120	0.205	0.060	0.120
$N = 500$ $R = 10$	0.100	0.165	0.270	0.395	0.570	0.665
$N = 500$ $R = 50$	0.040	0.065	0.105	0.210	0.165	0.280

nahmslos, zum Teil beträchtlich, unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Mit $R = 10$ erkennt man dagegen sowohl Anteilswerte von deutlich oberhalb als auch Anteilswerte von deutlich unterhalb der zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Mit zunehmendem R sinkt dabei durchweg der Anteil der Fehler erster Art. Allerdings ist damit keine generell präzisere Anpassung der relativen Häufigkeiten an die vorgegebenen Signifikanzniveaus verbunden. Festzuhalten ist zudem, daß der Beobachtungsumfang N keine systematischen Auswirkungen auf die Anteile der Fehler erster Art besitzt.

Dagegen bewirkt eine Erhöhung von N einen Rückgang der Anzahl an Fehlern zweiter Art (vgl. rechten Teil von Tabelle 10.3). Allerdings wird die betrachtete Nullhypothese über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP sehr oft irrtümlich beibehalten. Lediglich für $N = 500$ und $R = 10$ sind die Anteile der (irrtümlichen) Beibehaltung von H_0 kleiner als die Anteile der (korrekten) Ablehnung von H_0. Darüber hinaus steigt mit wachsender Anzahl R der Simulationsreplikationen vehement die Anzahl der Fehler zweiter Art. Vor allem für $N = 250$ und $R = 200$, aber auch für $N = 250$ und $R = 50$ liegen die relativen Häufigkeiten der korrekten Ablehnung der Nullhypothese nur wenig oberhalb der vorgegebenen maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten.

Die vorliegenden Ergebnisse bestärken die Ausführungen in Kapitel 6.3.2. Wegen der zugrunde gelegten Struktur im betrachteten MMPM ist die statistische Prüfung, daß keine zeitinvarianten stochastischen Effekte vorliegen, problematisch. Dies wirkt sich sowohl auf die Abweichung zwischen den Anteilen an Fehlern erster Art und den vorgegebenen Signifikanzniveaus als auch auf die Anzahl der Fehler zweiter Art aus. Letztlich zeigen sich die Schwierigkeiten bei der Betrachtung der (nicht gesondert ausgewiesenen) Bestandteile der Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests. Der maximale Funktionswert der simulierten restringierten Loglikelihoodfunktion unterscheidet sich oft nur unwesentlich von demjenigen der simulierten unrestringierten Loglikelihoodfunktion. Insbesondere übersteigt der erstere Wert wiederholt den letzteren Wert, wodurch sich negative Realisationen der Teststatistik $SLRT_1$ ergeben, sowohl (in sehr hoher Anzahl) bei Gültigkeit von H_0 als auch (in geringerem Ausmaß) bei Gültigkeit von H_1.

10.2.2 Independent Probitmodell

Diese Probleme beeinflussen offensichtlich auch das Testen des fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodells. Ein solches spezielles MMPM ist u.a. dadurch gekennzeichnet, daß keine zeitinvarianten stochastischen Effekte vorliegen. Aus diesem Grund wird zur statistischen Überprüfung dieses Independent Probitmodells wiederum ausschließlich die Prüfgröße $SLRT_1$ betrachtet. Auf der Grundlage der unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell und der restringierten SMLM/GHK-Schätzungen im entsprechenden Independent Probitmodell sind in Tabelle 10.4 die Testergebnisse abgebildet. Ausgewiesen wird für die verschiedenen Kombinationen von N und R zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5%, 10%, 25% und 50% (vgl. linken Teil der Tabelle) bzw. 5% und 10% (vgl. rechten Teil der Tabelle) der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_2} = -\infty\,;\; ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\left(\frac{1+\dot{corr}(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}{1-\dot{corr}(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}\right) = 0$ (vgl. auch Kapitel 6.3.2) über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Im linken Teil der Tabelle wird die Gültigkeit von H_0 betrachtet, d.h. der DGP beinhaltet das fünfperiodige Dreialternativen-Independent Probitmodell. Im rechten Teil der Tabelle wird die Gültigkeit von H_1 betrachtet. Konkret beruht dabei der DGP wiederum auf dem durch kontemporäre, autoregressive und zeitinvariante Verknüpfungen gekennzeichneten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell (vgl. Kapitel 6.2.3).

Der Einfluß der in Kapitel 10.2.1 beschriebenen Schwierigkeiten zeigt sich bei der Analyse der Fehler erster Art (vgl. linken Teil von Tabelle 10.4). Die Anteile der irrtümlichen Ablehnung von H_0 liegen durchweg, zum Teil beträchtlich, unterhalb der zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Zu betonen ist dabei, daß sowohl der Beobachtungsumfang N als auch die Anzahl R der Simulationsreplikationen kaum Auswirkungen auf den Anteil der Fehler erster Art erkennen lassen. Allerdings ist zu beachten, daß sich für alle Variationen von N und R über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP nie negative Realisationen der Prüfgröße $SLRT_1$ ergeben. Insofern ist das simulierte klassische Testen des fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodells im Gegensatz zur statistischen Prüfung, daß keine stochastischen Effekte vorliegen (vgl. Kapitel 10.2.1) numerisch deutlich robuster. Zudem wird die hier betrachtete Nullhypothese (erneut im Gegensatz zur Analyse in Kapitel 10.2.1) bei Gültigkeit von H_1 unabhängig von N und R über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP ausnahmslos korrekt verworfen (vgl. rechten Teil von Tabelle 10.4).

Tabelle 10.4: Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_1} = ln\,\dot{\sigma}_{\alpha_2} = -\infty\,;\; ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = 0\,;\; ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = 0\,;\; ln\left(\frac{1+c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}{1-c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}\right) = 0$ *(Statistische Überprüfung des fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodells, Prüfgröße:* $SLRT_1$*)*

	Gültigkeit von H_0				Gültigkeit von H_1	
	5%	10%	25%	50%	5%	10%
$N = 250\;\; R = \;\;10$	0.030	0.050	0.160	0.370	1.000	1.000
$N = 250\;\; R = \;\;50$	0.030	0.065	0.185	0.330	1.000	1.000
$N = 250\;\; R = 200$	0.020	0.065	0.170	0.330	1.000	1.000
$N = 500\;\; R = \;\;10$	0.025	0.045	0.185	0.345	1.000	1.000
$N = 500\;\; R = \;\;50$	0.025	0.065	0.165	0.350	1.000	1.000

Durch die Analyse des Anteils an Fehlern erster Art scheint dennoch aufgrund des Einflusses der in Kapitel 10.2.1 beschriebenen Schwierigkeiten auch die statistische Überprüfung mehrperiodiger Mehralternativen-Independent Probitmodelle in empirischen Arbeiten problematisch zu sein. Demgegenüber können einperiodige Probitmodelle keine zeitinvarianten stochastischen Effekte beinhalten, so daß beim Testen einperiodiger Mehralternativen-Independent Probitmodelle derartige Schwierigkeiten irrelevant sind (vgl. dazu das Testen des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells in Kapitel 10.1). Nun beeinträchtigt die zugrunde gelegte Struktur des MMPM auch nicht die statistische Prüfung, daß keine kontemporären bzw. daß keine autoregressiven Verknüpfungen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen. Aus diesem Grund werden im folgenden bei diesen Testproblemen wieder alle in Kapitel 5.3 dargestellten Prüfgrößen SST_1, SST_2, SST_3, SWT_1, SWT_2, SWT_3, $SLRT_1$ und $SLRT_2$ der Simulierten Score-, Wald- und Likelihood-Quotienten-Tests in die Untersuchung einbezogen.

10.3 Testen des Fehlens kontemporärer Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell

10.3.1 Fehler erster Art

In Tabelle 10.5 sind auf der Grundlage restringierter und/oder unrestringierter SMLM/GHK-Schätzungen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell die Testergebnisse bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Korrelationen vorliegen, dargestellt. Die unrestringierte SMLM/GHK-Schätzung vollzieht sich dabei wie in Kapitel 10.2 im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell, wogegen die restringierte SMLM/GHK-Schätzung unter Vernachlässigung der kontemporären Verknüpfungen erfolgt. Ausgewiesen wird für verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5%, 10%, 25% und 50% der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\left(\frac{1+\dot{corr}(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}{1-\dot{corr}(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}\right) = 0$ (vgl. Kapitel 6.3.2) über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Da hier zunächst die Gültigkeit von H_0 betrachtet wird, beinhaltet der DGP zwar autoregressive und zeitinvariante Verknüpfungen gemäß Kapitel 6.2.3, aber keine kontemporären Korrelationen.

Insgesamt zeigen sich in Tabelle 10.5 uneinheitliche Ergebnisse. Die ausgewiesenen relativen Häufigkeiten der irrtümlichen Ablehnung der Nullhypothese liegen oft deutlich unter- bzw. oberhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Lediglich bei der Verwendung der Prüfgröße SWT_2 des Simulierten Wald-Tests ergibt sich mit einem Beobachtungsumfang von $N = 250$ und mit der Anzahl von $R = 50$ bzw. $R = 200$ Simulationsreplikationen eine relativ präzise Anpassung der Anteilswerte an die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Allerdings scheint dieses Resultat eher vom Zufall geprägt zu sein, da die Anteile der Fehler erster Art bei den anderen Kombinationen von N und R auch mit dem Gebrauch dieser Teststatistik teilweise massiv von den vorgegebenen theoretischen Werten abweichen (z.B. für $N = 500$ und $R = 10$ bei einem zugrunde gelegten Signifikanzniveau von 50%).

Bei der Betrachtung aller Kombinationen von N und R erscheint erneut die Verwendung der einfach formulierten Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests vergleichsweise stabil. Festzustellen sind hier bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Verknüpfungen vorliegen, für die Anpassung der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus etwas präzisere Resultate als bei der (vor allem durch die Struktur des MMPM ausgelösten) noch instabileren statistischen Prüfung, daß keine stochastischen Effekte vorliegen (vgl. linken Teil von Tabelle 10.3). Aber auch mit dem Gebrauch von $SLRT_1$ ergeben sich bei den relativen Häufigkeiten in Tabelle 10.5 oft spürbare Unterschiede zu den vorgegebenen maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten.

Am ungünstigsten zeigt sich dabei die Verwendung der Prüfgrößen SST_1 und vor allem $SLRT_2$. Hier sind die massivsten Abweichungen zwischen den relativen Häufigkeiten der irrtümlichen Ablehnung von H_0 und den vorgegebenen Signifikanzniveaus zu verzeichnen (insbesondere mit dem Gebrauch der Teststatistik $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests bei einem zugrunde gelegten theoretischen Wert von 50%). Aber auch die Benutzung der Teststatistiken SST_2 und SST_3 des Simulierten Score-Tests erweist sich diesbezüglich als kaum günstiger. Dabei liegen die Anteilswerte mit der Verwendung von SST_3 zumeist unterhalb und mit der Verwendung von SST_2 ausnahmslos oberhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Letztlich ist festzuhalten, daß man mit keiner der betrachteten

Tabelle 10.5: Anteil der Ablehnung von H_0 : $ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = 0$; $ln\left(\frac{1+c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}{1-c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}\right) = 0$ (Statistische Prüfung, daß keinerlei kontemporäre Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, Gültigkeit von H_0)

5%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.105	0.090	0.035	0.095	0.050	0.140	0.085	0.105
$N = 250$ $R = 50$	0.105	0.170	0.050	0.115	0.060	0.185	0.055	0.050
$N = 250$ $R = 200$	0.105	0.175	0.050	0.085	0.040	0.185	0.035	0.070
$N = 500$ $R = 10$	0.150	0.120	0.050	0.080	0.100	0.085	0.085	0.035
$N = 500$ $R = 50$	0.090	0.165	0.020	0.120	0.135	0.125	0.050	0.015
10%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.155	0.115	0.065	0.145	0.125	0.175	0.145	0.120
$N = 250$ $R = 50$	0.145	0.265	0.085	0.140	0.095	0.215	0.115	0.080
$N = 250$ $R = 200$	0.120	0.240	0.075	0.135	0.080	0.245	0.085	0.085
$N = 500$ $R = 10$	0.175	0.180	0.105	0.150	0.180	0.125	0.170	0.090
$N = 500$ $R = 50$	0.110	0.245	0.060	0.150	0.190	0.185	0.110	0.050
25%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.260	0.270	0.140	0.295	0.295	0.300	0.315	0.160
$N = 250$ $R = 50$	0.210	0.415	0.205	0.305	0.210	0.350	0.235	0.130
$N = 250$ $R = 200$	0.195	0.415	0.190	0.295	0.230	0.405	0.235	0.150
$N = 500$ $R = 10$	0.265	0.325	0.180	0.310	0.345	0.285	0.300	0.170
$N = 500$ $R = 50$	0.190	0.405	0.175	0.365	0.360	0.335	0.270	0.115
50%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.410	0.545	0.365	0.510	0.560	0.500	0.515	0.270
$N = 250$ $R = 50$	0.345	0.610	0.420	0.490	0.510	0.565	0.415	0.240
$N = 250$ $R = 200$	0.340	0.620	0.420	0.500	0.470	0.580	0.405	0.225
$N = 500$ $R = 10$	0.505	0.630	0.470	0.540	0.640	0.495	0.565	0.330
$N = 500$ $R = 50$	0.335	0.590	0.430	0.555	0.535	0.565	0.425	0.205

Prüfgrößen für alle Kombinationen von N und R zu annähernd präzisen Übereinstimmungen zwischen den Anteilen der Fehler erster Art und den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten gelangt.

Erneut besitzen sowohl N als auch R keine systematischen Auswirkungen auf die relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art. Lediglich bei der Betrachtung einzelner spezieller Versionen simulierter klassischer Testverfahren sind partielle Effekte zu erkennen. So steigt bei der Verwendung der Prüfgröße SWT_2 des Simulierten Wald-Tests mit einer Erhöhung von N (und gleichem R) durchweg der Anteil der irrtümlichen Ablehnung von H_0. Mit dem Gebrauch von SWT_3 sinken dagegen mit wachsendem N (und gleichem R) zumeist diese Werte, während hier eine Erhöhung von R (bei gleichem N) überwiegend eine Zunahme der relativen Häufigkeit der Fehler erster Art bewirkt. Bei der Verwendung der Teststatistik $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests sinkt dagegen meistens der Anteil der irrtümlichen Ablehnung von H_0, falls R (bei gleichem N) steigt. Allerdings ergibt sich in keinem Fall durch eine Erhöhung des Beobachtungsumfangs N oder der Anzahl R der Simulationsreplikationen eine systematisch präzisere Anpassung der relativen Häufigkeiten an die vorgegebenen Signifikanzniveaus.

Die vorliegenden Testergebnisse sind erneut mit vehementen numerischen Problemen bei der Ableitung der Prüfgrößen verbunden. Wie schon bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells (vgl. Kapitel 10.1) ergeben sich bei der Berechnung der Teststatistik SST_1 des Simulierten Score-Tests wiederholt negative Realisationen. Noch häufiger treten derartige Schwierigkeiten aber bei der Ableitung der Prüfgröße $SLRT_2$ auf. Vor allem damit sind die äußerst unpräzisen Testergebnisse hinsichtlich der Anpassung der Anteile an Fehlern erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus zu erklären. Dementsprechend erweist sich hier die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in die Prüfgröße $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests (im Gegensatz zu den Studien von Lee, 1999) als sehr problematisch. Zu erwähnen ist aber, daß auch bei der Berechnung der Teststatistik $SLRT_1$ (bei deren Verwendung insgesamt noch relativ präzise Resultate vorliegen) negative Realisationen auftauchen, allerdings in viel geringerem Umfang als bei der Berechnung von $SLRT_2$.

Die entstehenden numerischen Probleme sowie die unpräzisen Testergebnisse in Tabelle 10.5 dürften maßgeblich durch die entsprechenden (nicht gesondert ausgewiesenen) instabilen simulierten Schätzungen der Informationsmatrix und durch die uneinheitlichen maximalen Funktionswerte der simulierten (restringierten bzw. unrestringierten) Loglikelihoodfunktion verursacht werden. Diese wesentlichen Komponenten der Prüfgrößen der simulierten klassischen Testverfahren werden aber ihrerseits durch die jeweiligen restringierten bzw. unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen beeinflußt. Bei der Analyse der entsprechenden (nicht gesondert ausgewiesenen) Schätzergebnisse im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell zeigen sich tatsächlich extreme Instabilitäten. Insbesondere die Varianz-Kovarianz-Parameter werden mit sehr starken Streuungen über die jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP geschätzt (zur Problematik der SMLM/GHK-Schätzung von Varianz-Kovarianz-Parametern im MMPM vgl. auch die Studien in Kapitel 7 und 8). Letztlich scheint damit die Stabilität der grundlegenden (restringierten bzw. unrestringierten) SMLM/GHK-Schätzungen auch einen Einfluß auf das simulierte klassische Testen spezieller Mehralternativen-Probitmodelle zu besitzen.

10.3.2 Fehler zweiter Art

Diese massiven numerischen Probleme im Rahmen der betrachteten Testproblematik beeinflussen offensichtlich auch die Anzahl der Fehler zweiter Art. In Tabelle 10.6 sind wie in Tabelle 10.5 auf der Grundlage der entsprechenden restringierten und/oder unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen die Testergebnisse bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Verknüpfungen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, abgebildet. Ausgewiesen wird damit erneut der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\, \dot{\sigma}_{\eta_1} = ln\left(\frac{1+\hat{corr}(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})}{1-\hat{corr}(\eta_{i1t}, \eta_{i2t})}\right) = 0$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP, allerdings jetzt nur noch zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% und 10%. Da hier im Gegensatz zur Analyse in Kapitel 10.3.1 die Gültigkeit der Alternativhypothese H_1 betrachtet wird, ist das fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodell in diesem DGP (gemäß Kapitel 6.2.3) durch kontemporäre, zeitinvariante und autokorrelierte Verknüpfungen gekennzeichnet.

Die stärksten numerischen Schwierigkeiten entstehen im Rahmen der betrachteten Testproblematik erneut bei der Berechnung der beiden Prüfgrößen SST_1 des Simulierten Score-Tests und $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests. Mit der Verwendung dieser beiden Teststatistiken ergibt sich durch wiederholt auftauchende negative Realisationen der größte Anteil an Fehlern zweiter Art. Im Gegensatz dazu ist die Berechnung der sonstigen Prüfgrößen robuster (lediglich bei der Ableitung von $SLRT_1$ treten ganz vereinzelt negative Werte auf). Im Vergleich zwischen diesen verschiedenen Varianten simulierter klassischer Testverfahren zeigt sich in Tabelle 10.6 bei der Verwendung der Prüfgrößen SST_2, SWT_1, SWT_2, SWT_3 und $SLRT_1$ über alle Kombinationen von N und R der vergleichsweise geringste Anteil an Fehlern zweiter Art. Dabei ergibt sich mit dem Gebrauch von SST_2 für $N = 500$ und $R = 50$ insgesamt der kleinste Wert. Dagegen ist die Anzahl der irrtümlichen Beibehaltung der Nullhypothese mit dem Gebrauch von SST_3 ausnahmslos höher. Damit erweist sich erneut die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) (hier in den Simulierten Score-Test) als ungünstig.

Zwar wird (bei der Verwendung von $SLRT_1$) die Nullhypothese, daß keine kontemporären Verknüpfungen vorliegen, gegenüber der Nullhypothese, daß keine stochastischen Effekte vorliegen (vgl. Tabelle 10.3), für alle Kombinationen von N und R deutlich seltener irrtümlich

Tabelle 10.6: Anteil der Ablehnung von H_0 : $ln\,\dot{\sigma}_{\eta_1} = 0$; $ln\left(\frac{1+c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}{1-c\dot{o}rr(\eta_{i1t},\eta_{i2t})}\right) = 0$ (Statistische Prüfung, daß keinerlei kontemporäre Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, Gültigkeit von H_1)

5%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.275	0.495	0.295	0.690	0.650	0.660	0.585	0.210
$N = 250$ $R = 50$	0.160	0.605	0.325	0.710	0.535	0.715	0.570	0.200
$N = 250$ $R = 200$	0.120	0.685	0.395	0.715	0.485	0.760	0.600	0.195
$N = 500$ $R = 10$	0.345	0.760	0.535	0.835	0.875	0.810	0.820	0.410
$N = 500$ $R = 50$	0.285	0.880	0.690	0.775	0.830	0.825	0.830	0.280
10%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.320	0.640	0.395	0.755	0.740	0.730	0.680	0.295
$N = 250$ $R = 50$	0.170	0.710	0.470	0.785	0.695	0.770	0.700	0.240
$N = 250$ $R = 200$	0.130	0.760	0.505	0.785	0.630	0.825	0.670	0.225
$N = 500$ $R = 10$	0.365	0.840	0.630	0.875	0.915	0.850	0.880	0.435
$N = 500$ $R = 50$	0.305	0.930	0.770	0.825	0.875	0.855	0.905	0.315

beibehalten. Allerdings zeigt sich in Tabelle 10.6 teilweise ein hohes Ausmaß an Fehlern zweiter Art. Erneut dürften bei diesen Ergebnissen die Stabilität der (nicht gesondert ausgewiesenen) simulierten Schätzungen der Informationsmatrix (sowohl im Rahmen der restringierten als auch im Rahmen der unrestringierten SMLM/GHK-Schätzung) sowie der abgeleiteten maximalen Funktionswerte der simulierten Loglikelihoodfunktion eine wichtige Rolle spielen. Dabei besitzt die mit Hilfe der unrestringierten SMLM/GHK-Schätzwerte (zu den entsprechenden Schätzergebnissen vgl. unteren Teil von Tabelle 7.6 sowie Tabelle 7.8 in Kapitel 7.2) abgeleitete simulierte Schätzung der Informationsmatrix vor allem einen Einfluß auf das (teilweise moderate) Ausmaß an Fehlern zweiter Art bei der Verwendung aller Prüfgrößen des Simulierten Wald-Tests.

Bei der Analyse der simulierten Schätzung der Informationsmatrix im Rahmen der (fehlspezifizierten) restringierten SMLM/GHK-Schätzung (zu den entsprechenden Schätzergebnissen für $N = 500$ und $R = 50$ vgl. untere Teile von Tabelle 8.8 und 8.9 in Kapitel 8.3) zeigen sich vergleichsweise stärkere Instabilitäten. Damit läßt sich zum Teil auch die höhere Anzahl der

Fehler zweiter Art bei der Verwendung der Prüfgrößen SST_1 und SST_3 des Simulierten Score-Tests erklären (eine Ausnahme bildet allerdings der Gebrauch von SST_2 für hohes N oder hohes R). Dieses Ergebnis ist insbesondere deshalb bemerkenswert, weil unter Anwendung der verschiedenen Teststatistiken des Simulierten Score-Tests bei der statistischen Prüfung, daß keine autoregressiven Verknüpfungen vorliegen (vgl. Kapitel 10.4.2), ausnahmslos eine geringere Anzahl an Fehlern zweiter Art vorliegt.

Ein weiteres wichtiges Resultat in Tabelle 10.6 ist der deutliche Effekt einer Erhöhung des Beobachtungsumfangs N. Mit wachsendem N (und gleichem $R = 10$ bzw. $R = 50$) wird die Anzahl der Fehler zweiter Art bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Verknüpfungen vorliegen, mit allen betrachteten Prüfgrößen der simulierten klassischen Testverfahren, zum Teil massiv, reduziert. Im Gegensatz dazu sind erneut keine systematischen Auswirkungen der Anzahl R der Simulationsreplikationen zu erkennen. Zwar erhöht sich mit wachsendem R (und gleichem N) bei der Verwendung der Prüfgrößen SST_2, SST_3 und SWT_3 durchweg die Anzahl der korrekten Ablehnung der Nullhypothese. Demgegenüber ergibt sich aber mit dem Gebrauch der Teststatistiken SST_1, SWT_2 und $SLRT_2$ bei steigendem R (und gleichem N) ausnahmslos eine Zunahme der Anzahl an Fehlern zweiter Art.

10.4 Testen des Fehlens autoregressiver Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell

10.4.1 Fehler erster Art

In Tabelle 10.7 sind auf der Grundlage restringierter und/oder unrestringierter SMLM/GHK-Schätzungen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell die Testergebnisse bei der statistischen Prüfung, daß keine autoregressiven Korrelationen vorliegen, abgebildet. Die unrestringierte SMLM/GHK-Schätzung vollzieht sich dabei wie in Kapitel 10.2 und 10.3 im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell, wogegen die restringierte SMLM/GHK-Schätzung unter Vernachlässigung der autoregressiven Verknüpfungen erfolgt. Ausgewiesen wird somit für verschiedene Kombinationen des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5%, 10%, 25% und 50% der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = 0$ (vgl. Kapitel 6.3.2) über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Zunächst wird hier die Gültigkeit von H_0 betrachtet, so daß der DGP zwar kontemporäre und zeitinvariante Verknüpfungen gemäß Kapitel 6.2.3, aber keine autoregressiven Korrelationen enthält.

In Tabelle 10.7 zeigen sich bei den relativen Häufigkeiten zumeist deutlich stabilere Anpassungen an die zugrunde gelegten Signifikanzniveaus als bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Verknüpfungen vorliegen (vgl. Tabelle 10.5). Vereinzelt ergeben sich

Tabelle 10.7: Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = 0$ (Statistische Prüfung, daß keinerlei autoregressive Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, Gültigkeit von H_0)

5%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.075	0.060	0.035	0.015	0.025	0.065	0.015	0.065
$N = 250$ $R = 50$	0.080	0.060	0.030	0.035	0.025	0.040	0.035	0.045
$N = 250$ $R = 200$	0.090	0.055	0.020	0.030	0.020	0.055	0.035	0.050
$N = 500$ $R = 10$	0.125	0.055	0.045	0.040	0.035	0.060	0.060	0.050
$N = 500$ $R = 50$	0.075	0.080	0.055	0.045	0.045	0.065	0.070	0.065
10%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.145	0.115	0.080	0.075	0.060	0.095	0.110	0.110
$N = 250$ $R = 50$	0.140	0.110	0.070	0.070	0.060	0.085	0.085	0.090
$N = 250$ $R = 200$	0.130	0.105	0.070	0.065	0.050	0.090	0.065	0.100
$N = 500$ $R = 10$	0.180	0.135	0.115	0.090	0.080	0.110	0.110	0.120
$N = 500$ $R = 50$	0.145	0.130	0.105	0.090	0.065	0.110	0.105	0.110
25%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.310	0.285	0.225	0.240	0.180	0.245	0.280	0.260
$N = 250$ $R = 50$	0.290	0.290	0.255	0.215	0.190	0.240	0.280	0.250
$N = 250$ $R = 200$	0.270	0.260	0.225	0.200	0.160	0.255	0.260	0.230
$N = 500$ $R = 10$	0.340	0.310	0.290	0.245	0.225	0.250	0.290	0.265
$N = 500$ $R = 50$	0.280	0.255	0.230	0.200	0.185	0.220	0.240	0.220
50%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.540	0.540	0.500	0.475	0.455	0.475	0.535	0.480
$N = 250$ $R = 50$	0.520	0.535	0.485	0.465	0.450	0.490	0.500	0.470
$N = 250$ $R = 200$	0.485	0.530	0.470	0.470	0.415	0.470	0.490	0.465
$N = 500$ $R = 10$	0.540	0.535	0.500	0.465	0.480	0.460	0.515	0.470
$N = 500$ $R = 50$	0.515	0.540	0.495	0.475	0.485	0.450	0.525	0.440

bei den Anteilen der Fehler erster Art nur äußerst geringe Unterschiede zu den vorgegebenen maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten, z.B. bei der Verwendung der Prüfgrößen SST_2 (für $N = 250$ und $R = 200$) bzw. SST_3 (für $N = 500$ und $R = 50$) des Simulierten Score-Tests, SWT_3 des Simulierten Wald-Tests (für $N = 250$ und $R = 50$) oder $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests (für $N = 250$ und $R = 200$). Die in diesen Fällen auftretenden (sehr moderaten) Instabilitäten dürften in erster Linie mit der relativ geringen Anzahl von $Nrep = 200$ Replikationen des DGP zusammenhängen.

Insgesamt kristallisiert sich keine Variante der simulierten klassischen Testverfahren heraus, die sich bei den Anteilen der Fehler erster Art als vergleichsweise sehr präzise oder unpräzise hinsichtlich der Einhaltung der vorgegebenen Signifikanzniveaus erweist. Lediglich vereinzelt ergeben sich mit dem Gebrauch der Teststatistik SWT_2 des Simulierten Wald-Tests sowie mit dem Gebrauch der Teststatistik SST_1 des Simulierten Score-Tests (insbesondere für $N = 500$ und $R = 10$) stärkere Abweichungen der relativen Häufigkeiten von den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Hinsichtlich der Anpassung der Anteilswerte an die theoretischen Werte von 5%, 10%, 25% und 50% erweist sich die Verwendung der Prüfgrößen SST_2 und SST_3 sowie SWT_1 und SWT_3 gegenüber dem Gebrauch von SST_1 und SWT_2 als etwas robuster. Dabei liegen die relativen Häufigkeiten bei der Benutzung von SWT_1 und SWT_2 durchweg unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Zu betonen ist, daß hier wiederum die Verwendung der Teststatistik $SLRT_1$, aber auch die Verwendung der Teststatistik $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests zu stabilen Ergebnissen führt. Letztlich ergibt sich bei den Anteilen der Fehler erster Art aus Tabelle 10.7, daß die Präzision der Einhaltung der vorgegebenen Signifikanzniveaus der entsprechenden Präzision bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells ähnelt (vgl. Tabelle 10.1).

Dabei gehen diese relativ stabilen Resultate in Tabelle 10.7 mit selten auftretenden numerischen Problemen einher. Zwar ergeben sich bei der Berechnung von SST_1 und $SLRT_2$ (wie auch ganz vereinzelt bei der Berechnung von $SLRT_1$) erneut negative Realisationen, allerdings in vergleichsweise geringem Umfang über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Damit ist die Ableitung dieser Teststatistiken deutlich robuster als bei der Analyse in Kapitel 10.3.1. Bei der Berechnung der Prüfgröße SST_1 des Simulierten Score-Tests liegt die Anzahl der negativen Werte noch unterhalb der entsprechenden Anzahl beim Testen des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells (vgl. Kapitel 10.1.1). Verursacht werden die stärkere numerische Stabilität sowie die insgesamt relativ präzisen Testergebnisse vermutlich durch die vergleichsweise stabilen (nicht gesondert ausgewiesenen) simulierten Schätzungen der Informationsmatrix und maximalen Funktionswerte der simulierten Loglikelihoodfunktion. Die Berechnung dieser Komponenten ist hier (ausgelöst durch relativ präzise restringierte bzw. unrestringierte SMLM/GHK-Schätzungen, die Schätzergebnisse werden nicht gesondert ausgewiesen) insbesondere robuster als bei den entsprechenden Ableitungen in Kapitel 10.3.1.

Festzuhalten ist, daß erneut sowohl der Beobachtungsumfang N als auch die Anzahl R der Simulationsreplikationen keine systematischen Auswirkungen auf die Häufigkeit der Fehler erster Art besitzen. Zu erkennen sind (im Gegensatz zur statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Verknüpfungen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, vgl. Kapitel 10.3.1) nicht einmal partielle Effekte bei der Betrachtung einzelner Versionen der simulierten klassischen Testverfahren. Wiederholt ist mit einer Erhöhung von N bzw. R sowohl ein Anstieg als auch ein Rückgang des Anteils der irrtümlichen Ablehnung von H_0 verbunden. Insbesondere besitzen N und R keine systematischen Auswirkungen auf die Anpassung der Anteilswerte an die vorgegebenen Signifikanzniveaus. Im Hinblick auf den Einfluß der Erhöhung von R steht dieses Ergebnis wiederum den Studien von Lee (1999) im Rahmen binärer mehrperiodiger Probitmodelle entgegen.

10.4.2 Fehler zweiter Art

In Tabelle 10.8 sind wie in Tabelle 10.7 auf der Grundlage der entsprechenden restringierten und/oder unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen die Testergebnisse bei der statistischen Prüfung, daß keine autoregressiven Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, dargestellt. Ausgewiesen wird damit wiederum der Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = 0$ über alle $Nrep = 200$ Replikationen des DGP, jedoch nur noch zu den vorgegebenen Signifikanzniveaus von 5% und 10%. Im Gegensatz zur Analyse in Kapitel 10.4.1 wird jetzt die Gültigkeit der Alternativhypothese H_1 betrachtet. Konkret ist das fünfperiodige Dreialternativen-Probitmodell (analog zu Kapitel 10.3.2) im DGP durch kontemporäre, zeitinvariante und autoregressive Verknüpfungen gekennzeichnet.

Gemäß Tabelle 10.8 stellt sich erneut die Verwendung der Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests als sehr vorteilhaft heraus. Für alle Kombinationen von N und R liegt dabei im Vergleich zu den anderen betrachteten Teststatistiken die geringste Anzahl an Fehlern zweiter Art vor. An zweiter Stelle folgt hinsichtlich dieser Häufigkeit für beliebige Variationen von N und R der Gebrauch der Prüfgröße SST_2 des Simulierten Score-Tests. Eine etwas höhere Anzahl der irrtümlichen Beibehaltung von H_0 zeigt sich mit der Verwendung der Prüfgrößen SST_1 und SST_3 des Simulierten Score-Tests sowie mit der Verwendung aller Teststatistiken SWT_1, SWT_2 bzw. SWT_3 des Simulierten Wald-Tests. Insbesondere mit dem Gebrauch von SWT_2 ergibt sich für $N = 250$ eine vergleichsweise hohe Anzahl an Fehlern zweiter Art.

Am ungünstigsten erweist sich in dieser Hinsicht aber die Verwendung der Prüfgröße $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests. Lediglich für $N = 500$ und $R = 10$ sind die

Tabelle 10.8: Anteil der Ablehnung von $H_0 : ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_1}{1-\dot{\rho}_1}\right) = ln\left(\frac{1+\dot{\rho}_2}{1-\dot{\rho}_2}\right) = 0$ (Statistische Prüfung, daß keinerlei autoregressive Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, Gültigkeit von H_1)

5%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.650	0.690	0.535	0.565	0.455	0.610	0.775	0.395
$N = 250$ $R = 50$	0.680	0.815	0.665	0.635	0.350	0.750	0.880	0.365
$N = 250$ $R = 200$	0.605	0.825	0.705	0.700	0.310	0.810	0.915	0.350
$N = 500$ $R = 10$	0.885	0.925	0.875	0.820	0.925	0.770	0.945	0.605
$N = 500$ $R = 50$	0.730	0.985	0.975	0.800	0.910	0.905	0.990	0.445
10%								
	SST_1	SST_2	SST_3	SWT_1	SWT_2	SWT_3	$SLRT_1$	$SLRT_2$
$N = 250$ $R = 10$	0.760	0.785	0.690	0.665	0.660	0.660	0.855	0.490
$N = 250$ $R = 50$	0.715	0.885	0.790	0.735	0.540	0.785	0.925	0.390
$N = 250$ $R = 200$	0.640	0.910	0.800	0.785	0.470	0.875	0.945	0.415
$N = 500$ $R = 10$	0.905	0.945	0.940	0.850	0.960	0.855	0.975	0.675
$N = 500$ $R = 50$	0.740	0.995	0.995	0.840	0.975	0.940	0.995	0.490

Anteile der korrekten Ablehnung von H_0 höher als die Anteile der irrtümlichen Beibehaltung von H_0. Erneut erweist sich somit im Gegensatz zu den Studien von Lee (1999) die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in den Simulierten Likelihood-Quotienten-Test als vergleichsweise nachteilig. Die über die $Nrep = 200$ Replikationen des DGP auftauchenden Fehler zweiter Art, vor allem bei der Verwendung von $SLRT_2$, aber auch bei der Verwendung von SST_1, werden wiederum stark durch negative Realisationen der beiden Prüfgrößen beeinflußt.

Festzuhalten ist damit gerade für empirische Untersuchungen, daß sich sowohl hinsichtlich der präzisen Übereinstimmung zwischen den Anteilen an Fehlern erster Art und den vorgegebenen Signifikanzniveaus (vgl. Kapitel 10.4.1) als auch hinsichtlich der geringen Anzahl an Fehlern zweiter Art bei der vorliegenden Testproblematik vor allem die Verwendung von $SLRT_1$ als günstig erweist. Diese Vorteilhaftigkeit der einfach formulierten Prüfgröße des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests gegenüber den anderen betrachteten Teststatistiken deckt sich insbesondere mit den Untersuchungen beim Testen des einperiodigen Vieralternativen-

Independent Probitmodells in Kapitel 10.1. Genauso wie bei der dortigen Analyse stellt sich dagegen der Gebrauch von SST_1 wegen der auftretenden numerischen Schwierigkeiten als weniger geeignet heraus. Aufgrund der noch vehementeren Probleme sollte aber zum Testen spezieller fünfperiodiger Dreialternativen-Probitmodelle (vgl. auch Kapitel 10.3) im Gegensatz zur statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells (vgl. Kapitel 10.1) vor allem die Benutzung der Teststatistik $SLRT_2$ vermieden werden.

Bemerkenswert ist, daß sich gemäß Tabelle 10.8 trotz der wiederholt auftretenden Schwierigkeiten bei der Berechnung von SST_1 und $SLRT_2$ für alle Kombinationen von N und R eine geringere Anzahl an Fehlern zweiter Art ergibt als bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Korrelationen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen (vgl. Tabelle 10.6). Diese Beobachtung gilt nicht nur für die Verwendung von SST_1 und $SLRT_2$, sondern auch für die Verwendung der Prüfgrößen SST_2 bzw. SST_3 des Simulierten Score-Tests sowie für die Verwendung der Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests. Auch bei diesem Ergebnis dürfte insbesondere die (nicht gesondert ausgewiesene) simulierte Schätzung der Informationsmatrix im Rahmen der (fehlspezifizierten) restringierten SMLM/GHK-Schätzung (zu den entsprechenden Schätzergebnissen für $N = 500$ und $R = 50$ vgl. Tabelle 8.8 und 8.9 in Kapitel 8.3) eine wichtige Rolle spielen. Diese durch eine größere Stabilität gekennzeichneten simulierten Schätzungen der Informationsmatrix, aber auch die einheitlicheren maximalen Funktionswerte der simulierten Loglikelihoodfunktion führen offenbar einerseits zu geringeren numerischen Schwierigkeiten bei der Ableitung von SST_1 und $SLRT_2$ und letztlich bei der Verwendung aller Prüfgrößen des Simulierten Score- und Likelihood-Quotienten-Tests auch zu einer höheren Anzahl der korrekten Ablehnung von H_0.

Demgegenüber zeigt sich in Tabelle 10.8 hinsichtlich der Anzahl an Fehlern zweiter Art unter der Verwendung der einzelnen Teststatistiken SWT_1, SWT_2 bzw. SWT_3 des Simulierten Wald-Tests kein systematischer Unterschied zu den entsprechenden Werten in Tabelle 10.6. Nach der vorherigen Diskussion ist dieses Ergebnis aber nicht mehr überraschend. Die Stabilität der grundlegenden unrestringierten SMLM/GHK-Schätzung besitzt anscheinend einen maßgeblichen Einfluß auf die Stabilität der (mit den entsprechenden Schätzwerten abgeleiteten) simulierten Schätzung der Informationsmatrix und damit auch auf die resultierende Anzahl der Fehler zweiter Art bei Simulierten Wald-Tests. Die Ableitung der Prüfgrößen beruht aber letztlich (bei Gültigkeit der Alternativhypothese) sowohl bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Korrelationen vorliegen (vgl. Kapitel 10.3.2), als auch hier bei der statistischen Prüfung, daß keine autoregressiven Korrelationen vorliegen, auf denselben unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen im flexibel formulierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell.

Analog zur Analyse in Kapitel 10.3.2 ist schließlich der massive Einfluß einer Zunahme des Beobachtungsumfangs N zu erkennen. Mit einer Erhöhung von N ist erneut (für gleiche $R = 10$ bzw. $R = 50$) bei allen betrachteten Prüfgrößen ausnahmslos ein Rückgang der Anzahl an Fehlern zweiter Art verbunden. Demgegenüber wirkt sich in dieser Hinsicht ein Anstieg der Anzahl R der Simulationsreplikationen wiederum uneinheitlich aus. Zwar ergibt sich unter der Verwendung der Prüfgrößen SST_2 und SST_3 des Simulierten Score-Tests, SWT_3 des Simulierten Wald-Tests sowie $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests mit wachsendem R (und gleichem N) eine Abnahme der irrtümlichen Beibehaltung der Nullhypothese. Allerdings zeigen sich mit dem Gebrauch der anderen Teststatistiken mit zunehmendem R (und gleichem N) sowohl Rückgänge als auch Steigerungen der Anzahl der Fehler zweiter Art.

10.5 Schlußfolgerungen

Die Monte-Carlo-Studien in diesem Kapitel zeigen, daß das simulierte klassische Testen spezieller Mehralternativen-Probitmodelle Instabilitäten aufweisen kann. Insbesondere im Rahmen des fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodells liegen bei einzelnen Testproblemen starke Abweichungen zwischen den Anteilen der Fehler erster Art und den vorgegebenen Signifikanzniveaus sowie viele Fehler zweiter Art vor. Nochmals sei darauf verwiesen, daß die Anzahl $Nrep$ der Replikationen des DGP jeweils lediglich 200 beträgt. Vermutlich können dadurch viele der sich ergebenden Instabilitäten erklärt werden. Weitere Monte-Carlo-Studien zum simulierten klassischen Testen spezieller Mehralternativen-Probitmodelle mit einer größeren Anzahl $Nrep$ an Replikationen des DGP wären deshalb in Zukunft wünschenswert. Allerdings liegt der Schwerpunkt der Untersuchungen in diesem Kapitel in der vergleichenden Analyse der verschiedenen Testprobleme und der einzelnen Versionen der simulierten klassischen Testverfahren sowie in der Betrachtung des Einflusses des Beobachtungsumfangs N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen. In dieser Hinsicht lassen sich aber auch mit $Nrep = 200$ Replikationen des DGP einige Schlußfolgerungen ziehen.

So wird die Beobachtung, daß bei der Ableitung einzelner Prüfgrößen simulierter klassischer Testverfahren numerische Probleme entstehen können, nicht durch die Anzahl $Nrep$ der Replikationen des DGP berührt. Dabei erweist sich die Teststatistik SST_1 des Simulierten Score-Tests als ungünstig. Bei den betrachteten Testproblemen ergeben sich über die jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP wiederholt negative Realisationen dieser Prüfgröße, sogar bei der sonst relativ stabilen statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent-Probitmodells. Offensichtlich ist die Schätzung der Informationsmatrix mit Hilfe der Hessematrix der simulierten Loglikelihoodfunktion, die als wesentlicher Bestandteil in SST_1 eingeht, problematisch. Wie in Kapitel 9.1.2 erläutert, dürften solche Schwierigkeiten mit der numerischen Ableitung der Gradienten der simulierten Loglikelihoodfunktion zusammenhängen (vgl. auch Kapitel 6.1). Bemerkenswert ist, daß die Berechnung der Prüfgröße SWT_1 des Simulierten Wald-Tests, bei der auch die Hessematrix der simulierten Loglikelihoodfunktion einbezogen wird, vergleichsweise (trotz ganz vereinzelt auftauchender negativer Werte) deutlich robuster ist. Anscheinend wirkt sich die Verwendung unrestringierter SMLM/GHK-Schätzwerte im Rahmen von SWT_1 gegenüber der Verwendung restringierter SMLM/GHK-Schätzwerte im Rahmen von SST_1 numerisch stabilisierend aus.

Genauso problematisch wie die Berechnung von SST_1 ist die Ableitung der Prüfgröße $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests. Zwar liegen bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells über die jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP keine negativen Realisationen von $SLRT_2$ vor. Demgegenüber ergeben sich die rechnerischen Schwierigkeiten aber sehr zahlreich beim Testen spezieller fünfperiodiger Dreialternativen-Probitmodelle und insbesondere bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Korrelationen in diesem MMPM vorliegen. Damit erweist sich die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in den Simulierten Likelihood-Quotienten-Test als äußerst nachteilig. Dieses Ergebnis bei der Verwendung der Prüfgröße $SLRT_2$ widerspricht den Resultaten von Lee (1999) beim Testen spezieller binärer mehrperiodiger Probitmodelle.

Da die numerischen Probleme bei der Ableitung von SST_1 und $SLRT_2$ einen vehement ungünstigen Einfluß auf die Anzahl der Fehler zweiter Art sowie auf die Anpassung des Anteils der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus besitzen, ist der Gebrauch dieser beiden Prüfgrößen zur statistischen Überprüfung spezieller (insbesondere mehrperiodiger) Mehralternativen-Probitmodelle in empirischen Arbeiten entsprechend den vorliegenden Resultaten nicht empfehlenswert. Hinsichtlich der Verwendung von $SLRT_2$ ist darüber hinaus zu berücksichtigen, daß der Aufwand für die Implementierung sehr umfangreich ist. Bei der Wahl zwischen den Prüfgrößen SST_2 und SST_3 des Simulierten Score-Tests sowie SWT_1, SWT_2 und SWT_3 des Simulierten Wald-Tests läßt sich keine generelle Vorteilhaftigkeit einer bestimmten Teststatistik erkennen. Zu betonen ist, daß sich (erneut entgegen den Analysen von Lee, 1999) die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) auch in den Simulierten Score- bzw. Wald-Test nicht generell als überlegen erweist. Dieses Ergebnis könnte letztlich damit zusammenhängen, daß die Prüfgrößen SST_3, SWT_3 und $SLRT_2$ die Hessematrix der simulierten Loglikelihoodfunktion als Bestandteil enthalten. Aufgrund der numerischen Ableitung der Gradienten sind hierbei aber wieder Instabilitäten denkbar.

Am robustesten über alle betrachteten Testprobleme ist die Verwendung der einfach formulierten Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests. Insbesondere bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells sind äußerst geringe Abweichungen zwischen den relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art und den vorgegebenen Signifikanzniveaus zu erkennen. Darüber hinaus ergeben sich unabhängig von N und R über alle jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP keine Fehler zweiter Art. Aber auch bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären bzw. daß keine autoregressiven Verknüpfungen im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen, sind (trotz ganz vereinzelt auftretender numerischer Probleme) vergleichsweise günstige Testergebnisse zu verzeichnen. In zukünftigen Studien wäre zu untersuchen, ob die Vorteilhaftigkeit dieser sehr einfach zu implementierenden Teststatistik auch bei der statistischen Überprüfung anderer spezieller mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle bestehen bleibt. Entsprechend den vorliegenden Ergebnissen scheint aber der Gebrauch von $SLRT_1$ in empirischen Arbeiten für das gemeinsame Testen mehrerer Varianz-Kovarianz-Parameter im MMPM sehr günstig zu sein. Der praktische Nachteil der Anwendung dieses simulierten klassischen Testverfahrens besteht darin, daß sowohl restringierte als auch unrestringierte SMLM/GHK-Schätzungen vorgenommen werden müssen.

Allerdings eignet sich die Verwendung von $SLRT_1$ nicht zur statistischen Prüfung, daß keine zeitinvarianten stochastischen Effekte im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell vorliegen. Bei dieser Testproblematik zeigen sich sehr starke Unterschiede zwischen den Anteilen der Fehler erster Art und den zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten sowie äußerst viele Fehler zweiter Art über die jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP. Jedoch begründet sich dieses Ergebnis nicht durch den Gebrauch der Prüfgröße $SLRT_1$, sondern durch die Struktur des betrachteten MMPM (vgl. auch Kapitel 6.3.2). Deshalb ist die statistische Überprüfung derartiger spezieller Probitmodelle generell problematisch. Darüber hinaus wirkt sich die vorliegende Modellstruktur auch ungünstig auf die statistische Überprüfung mehrperiodiger Mehralternativen-Independent Probitmodelle aus, da diese insbesondere durch das Fehlen stochastischer Effekte gekennzeichnet sind. Demgegenüber stellt sich diese Problematik nicht beim Testen einperiodiger Mehralternativen-Independent Probitmodelle.

Zu beachten ist bei der statistischen Überprüfung des fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodells, daß sich für beliebige N und R und über alle $Nrep = 200$ Replikationen der jeweiligen DGP keine Fehler zweiter Art ergeben. Eine ähnliche Sachlage zeigt sich im übrigen auch im einperiodigen Vieralternativen-Fall. Beim Testen des entsprechenden Independent Probitmodells sind meist sehr wenige und bei der Verwendung der Prüfgrößen SST_2, SST_3 und $SLRT_1$ überhaupt keine Fehler zweiter Art zu verzeichnen. Allerdings stellt sich dabei die Frage, ob diese Resultate nicht maßgeblich durch die zugrunde gelegten Parameterwerte im DGP beeinflußt werden. Falls die Koeffizientenwerte der kontemporären bzw. intertemporalen Verknüpfungen näher an den entsprechenden Werten der jeweiligen Independent Probitmodelle liegen, wäre (z.B. im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell wie bei der statistischen Prüfung, daß keine stochastischen Effekte vorliegen) eine große Anzahl an Fehlern zweiter Art denkbar. Zur Klärung dieser Fragestellung sind in Zukunft weitere Monte-Carlo-Studien, insbesondere auch im Rahmen alternativer ein- bzw. mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle, wünschenswert.

Für die Anpassung der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus sowie für die Anzahl irrtümlich beibehaltener Nullhypothesen, vor allem aber auch für die Häufigkeit auftretender numerischer Probleme spielt offensichtlich die Präzision der zugrunde gelegten SMLM/GHK-Schätzungen eine maßgebliche Rolle. Für diese Argumentation spricht insbesondere die vergleichende Betrachtung der Anzahl an Fehlern zweiter Art beim Testen spezieller fünfperiodiger Dreialternativen-Probitmodelle. So wird die Nullhypothese, daß keine autoregressiven Korrelationen vorliegen, unter der Verwendung aller Prüfgrößen des Simulierten Score- und Likelihood-Quotienten-Tests auf der Grundlage der entsprechend präziseren SMLM/GHK-Schätzungen ausnahmslos häufiger korrekt verworfen als die Nullhypothese, daß keine kontemporären Korrelationen vorliegen. Dagegen zeigen sich mit dem Gebrauch der einzelnen Teststatistiken des Simulierten Wald-Tests, die bei beiden Testproblemen jeweils auf denselben unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen beruhen, keine systematischen Unterschiede.

Anknüpfend an die vergleichsweise stabilen SMLM/GHK-Schätzungen im einperiodigen Vieralternativen-Probitmodell ergeben sich bei der statistischen Überprüfung des entsprechenden Independent Probitmodells auch präzise Anpassungen der Anteile der Fehler erster Art an die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Interessant für die angestellte Überlegung ist aber im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell insbesondere der Vergleich zwischen der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Verknüpfungen vorliegen und der statistischen Prüfung, daß keine autoregressiven Verknüpfungen vorliegen. Bei letzterer Testproblematik erscheinen hinsichtlich der Übereinstimmung zwischen den relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art und den vorgegeben Signifikanzniveaus ähnlich präzise Ergebnisse wie beim Testen des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells. Dagegen sind bei ersterer Testproblematik viel stärkere Abweichungen zu erkennen. Vor allem aber ergeben sich in diesem Fall vehemente numerische Probleme bei der Berechnung der Prüfgrößen SST_1 und $SLRT_2$.

Nun ist der DGP bei der statistischen Prüfung, daß keine kontemporären Verknüpfungen vorliegen, unter der Nullhypothese durch autoregressive und zeitinvariante Verknüpfungen gekennzeichnet. Damit müssen sowohl im restringierten als auch im unrestringierten fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell die entsprechenden Varianz-Kovarianz-Parameter gemeinsam geschätzt werden. Aus Kapitel 7 und 8 ist aber bekannt, daß die Identifikation der geschätzten Koeffizienten beider intertemporaler Korrelationen schwierig ist. Analog zeigen sich im Rahmen des hier betrachteten Testproblems sehr unpräzise und instabile SMLM/GHK-Schätzungen. Im Gegensatz dazu beinhaltet der DGP bei der statistischen Prüfung, daß keine autoregressiven Korrelationen vorliegen, bei Gültigkeit der Nullhypothese lediglich kontemporäre und zeitinvariante Verknüpfungen. Die restringierte und unrestringierte SMLM/GHK-Schätzung auf der Grundlage dieses DGP erweist sich dabei als viel stabiler und ist hinsichtlich der Präzision mit den entsprechenden SMLM/GHK-Schätzungen bei der statistischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells vergleichbar. Letztlich scheint damit die Stabilität der grundlegenden SMLM/GHK-Schätzungen nicht nur Auswirkungen auf Simulierte Normalverteilungstests bzgl. der einzelnen Koeffizienten (vgl. Kapitel 9), sondern auch auf das gemeinsame Testen mehrerer Varianz-Kovarianz-Parameter im MMPM zu besitzen.

Genauso wie bei Simulierten Normalverteilungstests (vgl. Kapitel 9) lassen sich jedoch bei den in diesem Kapitel betrachteten Tests mit der Erhöhung von N und/oder R keine präziseren Übereinstimmungen zwischen den Anteilen der Fehler erster Art und den vorgegebenen Signifikanzniveaus erzielen. Hinsichtlich der Auswirkungen einer Zunahme von R stehen diese Ergebnisse erneut den Analysen von Lee (1999) in binären mehrperiodigen Probitmodellen entgegen. Damit sind offensichtlich die betrachteten Beobachtungsumfänge N sowie Anzahlen R an Simulationsreplikationen (ähnlich wie für die stabile und präzise SMLM/GHK-Schätzung von Varianz-Kovarianz-Parametern, vgl. Kapitel 7) für die präzise Anpassung der relativen Häufigkeiten an die zugrunde gelegten maximalen Irrtumswahrscheinlichkeiten nicht ausreichend. Allerdings stellt sich die Frage, ob die uneinheitlichen Ergebnisse hinsichtlich der Anteile an Fehlern erster Art vor allem durch die geringen N und R oder durch die lediglich $Nrep = 200$ Replikationen des DGP verursacht werden. Weitere Untersuchungen mit höheren N bzw. R und/oder $Nrep$ können hier für mehr Klarheit sorgen. Zu beachten ist, daß bei derartigen Studien insbesondere für die grundlegenden SMLM/GHK-Schätzungen vehement die Rechenzeiten ansteigen (vgl. dazu auch Kapitel 6.1).

Die Anzahl R der Simulationsreplikationen besitzt auch keinen systematischen Effekt auf die Anzahl der Fehler zweiter Art. Häufig ist mit einer Zunahme von R bei den betrachteten Testproblemen sogar eine Erhöhung der irrtümlichen Beibehaltung der Nullhypothese verbunden. Demgegenüber wirkt sich eine Steigerung des Beobachtungsumfangs N fast ausnahmslos reduzierend auf die Häufigkeit der Fehler zweiter Art aus. Dieses Resultat steht im Einklang mit den entsprechenden Ergebnissen bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. Varianz-Kovarianz-Parametern (vgl. Kapitel 9). Lediglich bei der statistischen Überprüfung der jeweils betrachteten Independent Probitmodelle ergeben sich teilweise schon bei kleinem N über alle jeweils $Nrep = 200$ Replikationen des DGP keinerlei irrtümlich beibehaltene Nullhypothesen. Allerdings stellt sich die Frage, inwieweit bei alternativen vorgegebenen Parameterkonstellationen im DGP auch hier eine Erhöhung von N senkende Effekte auf die

Anzahl der Fehler zweiter Art besitzen könnte. Auch hinsichtlich dieser Fragestellung sind in Zukunft weitere Studien wünschenswert.

208

Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse

Die klassische Parameterschätzung im MMPM ist bei einer größeren Anzahl an Alternativen und Perioden ohne restriktive Verteilungsannahmen hinsichtlich der stochastischen Nutzenkomponenten wegen auftauchender Mehrfachintegrale nicht möglich (vgl. Kapitel 1 und 2). Die Einbeziehung von Simulationsmethoden (vgl. Kapitel 3) in die klassischen Schätzverfahren gewährleistet dagegen den Umgang selbst mit äußerst komplex strukturierten Probitmodellen. Bei der Wahl zwischen verschiedenen simulierten klassischen Schätzmethoden (vgl. Kapitel 4) stellt sich die SMLM unter der Einbeziehung des GHK-Simulators gerade hinsichtlich der praktischen Eignung als vorteilhaft heraus. Insbesondere ist dieses Simulationsschätzverfahren seit kurzem in einigen Programmpaketen (z.B. LIMDEP oder GAUSSX) implementiert, so daß die Eintrittsbarrieren für die empirische Anwendung vehement reduziert sind. Damit ist zu erwarten, daß gerade von dieser Schätzmethodik in Zukunft vermehrt Gebrauch gemacht wird. Die Monte-Carlo-Studien in Kapitel 7 und 8 geben potentiellen Anwendern praktische Hinweise für den Umgang mit der SMLM/GHK in ein- und mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen. Überblicksartig werden im folgenden die wesentlichen Resultate zusammengefaßt.

Bei der SMLM/GHK-Schätzung in korrekt spezifizierten Probitmodellen ergibt sich entsprechend Kapitel 7:

- Die Parameter alternativenspezifischer erklärender Variablen von Mehralternativen-Probitmodellen werden mit der SMLM/GHK stabil und im Durchschnitt unverzerrt geschätzt. Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Anzahl J bzw. T der Alternativen bzw. Perioden sowie unabhängig vom Beobachtungsumfang N und der Anzahl R der Simulationsreplikationen.

- Im Gegensatz dazu werden die Varianz-Kovarianz-Parameter von Mehralternativen-Probitmodellen mit der SMLM/GHK deutlich instabiler und mit größeren Verzerrungen geschätzt. Das Ausmaß der Verzerrungen steigt mit wachsendem J und T, d.h mit einer Reduktion der Größe der individuellen Auswahlwahrscheinlichkeiten.

- Insbesondere die Identifikation der geschätzten Parameter verschiedener intertemporaler Verknüpfungen ist (mit den betrachteten Größen von N und R) in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen schwierig.

- Die Autokorrelationskoeffizienten mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle werden mit der SMLM/GHK zum Teil massiv unterschätzt. Eine Zunahme der Anzahl R der Simulationsreplikationen kann diese Verzerrungen deutlich vermindern.

- Falls im DGP mehrperiodiger Mehralternativen-Probitmodelle keine zeitinvarianten stochastischen Effekte vorliegen, ergeben sich bei der SMLM/GHK-Schätzung der dazu gehörigen Parameter systematische Verzerrungen. Da dieses Ergebnis durch die zugrunde gelegte Struktur des MMPM verursacht wird, besitzt eine Zunahme von N und/oder R nur geringe Auswirkungen.

Bei der SMLM/GHK-Schätzung in fehlspezifizierten Probitmodellen ergibt sich entsprechend Kapitel 8:

- Gegenüber einer inkorrekten Verteilungsannahme der stochastischen Nutzenkomponenten und einer irrtümlich unberücksichtigten Heteroskedastie im Probitmodell bewirkt die fehlerhafte Vernachlässigung kontemporärer Verknüpfungen bei der SMLM/GHK-Schätzung im einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodell die stärksten Verzerrungen.

- Bei der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung in einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodellen ergeben sich bei den Parametern individuenspezifischer erklärender Variablen stärkere Verzerrungen als bei den Parametern alternativenspezifischer erklärender Variablen.

- Die wesentlichen systematischen Auswirkungen einer inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung in Mehralternativen-Independent Probitmodellen werden weder vom Beobachtungsumfang N noch von der Anzahl R der Simulationsreplikationen beeinflußt. Dagegen steigt das Ausmaß der Verzerrungen mit der Zunahme der Anzahl J der Alternativen und der Anzahl T der Perioden.

- Unabhängig von J, T, N und R ergeben sich bei der fehlspezifizierten SMLM/GHK-Schätzung der Parameter alternativenspezifischer erklärender Variablen eines Mehralternativen-Probitmodells, die im DGP den Wert Null besitzen, keine systematischen Verzerrungen. Dieses Ergebnis gilt im allgemeinen nicht für die Koeffizienten individuenspezifischer erklärender Variablen.

- Mit der (korrekten) Einbeziehung nur einzelner intertemporaler und/oder kontemporärer Verknüpfungen in die Parameterschätzung können die Auswirkungen der inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung in mehrperiodigen Mehralternativen-Independent Probitmodellen eingedämmt werden.

- Viele strukturelle Auswirkungen der SMLM/GHK-Schätzung in fehlspezifizierten mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen sind unabhängig von J und T. So werden bei den kontemporären Verknüpfungen die Varianz-Parameter über- und die Korrelationskoeffizienten unterschätzt, falls irrtümlich zeitinvariante stochastische Effekte vernachlässigt werden.

- Falls eine (der beiden betrachteten) intertemporalen Verknüpfungen irrtümlich nicht bei der SMLM/GHK-Schätzung in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen einbezogen wird, führt dies zu einer massiven und stabilen Überschätzung der Koeffizienten der jeweils anderen intertemporalen Verknüpfung. Auch dieses Ergebnis gilt unabhängig von der Anzahl J der Alternativen und der Anzahl T der Perioden.

Häufig besteht bei empirischen Anwendungen ein Interesse in der statistischen Überprüfung bestimmter Hypothesen im Rahmen eines MMPM. Auf der Grundlage von SMLM/GHK-Schätzwerten stellen simulierte klassische Testverfahren für diese Problematik die adäquaten Methoden dar (vgl. Kapitel 5). Aus den Monte-Carlo-Studien in Kapitel 9 und 10 erhalten potentielle Anwender praktische Hinweise für den Umgang mit derartigen Tests (unter der Einbeziehung des GHK-Simulators) in Mehralternativen-Probitmodellen. Vor allem werden dabei zur statistischen Überprüfung einzelner Modellparameter die Ergebnisse verschiedener Versionen des Simulierten Normalverteilungstests (vgl. Kapitel 9) sowie zur statistischen Überprüfung ausgewählter Probitmodelle die Ergebnisse verschiedener Versionen der Simulierten Wald-, Score- und Likelihood-Quotienten-Tests (vgl. Kapitel 10) gegenüber gestellt. Überblicksartig werden im folgenden die wesentlichen Resultate zusammengefaßt.

Bei den Simulierten Normalverteilungstests in Probitmodellen ergibt sich entsprechend Kapitel 9:

- Die Bestimmung der Prüfgröße $SNVT_1$ des Simulierten Normalverteilungstests im MMPM führt wiederholt zu beträchtlichen numerischen Problemen.

- Im Vergleich zwischen den beiden Prüfgrößen $SNVT_2$ und $SNVT_3$ des Simulierten Normalverteilungstests ist häufig (auf der Grundlage einer korrekt spezifizierten SMLM/ GHK-Schätzung in Mehralternativen-Probitmodellen) keine systematische Vorteilhaftigkeit der Verwendung einer Teststatistik hinsichtlich der Anpassung der relativen Häufigkeiten der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus sowie hinsichtlich der Anzahl der Fehler zweiter Art abzuleiten.

- Die Anteile der Fehler erster Art liegen bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Parameter alternativenspezifischer erklärender Variablen auf der Grundlage einer korrekt spezifizierten SMLM/GHK-Schätzung in Mehralternativen-Probitmodellen entweder sehr nahe bei oder aber unterhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Weder der Beobachtungsumfang N noch die Anzahl R der Simulationsreplikationen besitzen hierbei einen systematischen Einfluß.

- Die Anteile der Fehler erster Art liegen bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Parameter alternativenspezifischer erklärender Variablen auf der Grundlage einer inkorrekten SMLM/GHK-Schätzung im fünfperiodigen Dreialternativen-Independent Probitmodell stabil oberhalb der vorgegebenen Signifikanzniveaus. Die Verwendung der Prüfgröße $SNVT_3$ (bei der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White, 1982, einbezogen werden) liefert hierbei vergleichsweise günstigere Ergebnisse.

- Bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter von Mehralternativen-Probitmodellen besteht (z.B. hinsichtlich der verschiedenen verwendeten Prüfgrößen) eine wesentlich größere Instabilität als bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Koeffizienten der alternativenspezifischen erklärenden Variablen.

- Durch die Zunahme des Beobachtungsumfangs N wird die Anzahl der Fehler zweiter Art bei Simulierten Normalverteilungstests bzgl. der Varianz-Kovarianz-Parameter von Mehralternativen-Probitmodellen reduziert.

Beim simulierten klassischen Testen spezieller Probitmodelle ergibt sich entsprechend Kapitel 10:

- Die Bestimmung der Prüfgrößen SST_1 des Simulierten Score-Tests und $SLRT_2$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests im MMPM führt wiederholt zu beträchtlichen numerischen Problemen.

- Die Einbeziehung der Ideen der Quasi-Maximum-Likelihood-Theorie nach White (1982) in die simulierten klassischen Testverfahren erweist sich bei den betrachteten Testproblemen sowohl für die Anzahl der Fehler zweiter Art als auch für die Anpassung des Anteils der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus nicht generell als vorteilhaft. Die einfach formulierte Prüfgröße $SLRT_1$ des Simulierten Likelihood-Quotienten-Tests liefert in dieser Hinsicht insgesamt die günstigsten Ergebnisse.

- Wegen der zugrunde gelegten Struktur des MMPM ist die statistische Prüfung, daß keine stochastischen Effekte in mehrperiodigen Mehralternativen-Probitmodellen vorliegen, problematisch. Die aus der Modellierung resultierenden Schwierigkeiten wirken sich auch ungünstig auf das Testen mehrperiodiger Mehralternativen-Independent Probitmodelle aus.

- Im fünfperiodigen Dreialternativen-Probitmodell ist das simulierte klassische Testen, daß keine autoregressiven Verknüpfungen vorliegen, gegenüber dem simulierten klassischen Testen, daß keine kontemporären Verknüpfungen vorliegen, insbesondere hinsichtlich der Übereinstimmung der Anteile der Fehler erster Art mit den vorgegebenen Signifikanzniveaus präziser. Die Stabilität der Resultate bei ersterer Testproblematik ist dabei der entsprechenden Stabilität bei der simulierten klassischen Überprüfung des einperiodigen Vieralternativen-Independent Probitmodells vergleichbar.

- Auftauchende numerische Probleme bei der Bestimmung einzelner Prüfgrößen, Abweichungen zwischen den Anteilen der Fehler erster Art und den vorgegebenen Signifikanzniveaus sowie die Häufigkeit von Fehlern zweiter Art werden bei den betrachteten Testproblemen sehr stark durch die Präzision der grundlegenden restringierten und/oder unrestringierten SMLM/GHK-Schätzungen beeinflußt.

- Weder der Beobachtungsumfang N noch die Anzahl R der Simulationsreplikationen besitzen beim simulierten klassischen Testen der ausgewählten Mehralternativen-Probitmodelle einen systematischen Effekt auf die Anpassung der Anteile der Fehler erster Art an die vorgegebenen Signifikanzniveaus.

- Falls irrtümlich beibehaltene Nullhypothesen bei den untersuchten Testproblemen überhaupt vorliegen, wirkt sich die Zunahme des Beobachtungsumfangs N reduzierend auf die Anzahl der Fehler zweiter Art aus.

Anhang A

Einige Verteilungen

Extremwertverteilung

Eine mit den Parametern a und $b > 0$ (vom Typ 1) extremwert- bzw. Gumbel-verteilte Zufallsvariable U besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Johnson/Kotz, 1970a, S. 272 ff):

$$f(u) = \frac{1}{b} e^{-\frac{u-a}{b}} e^{-e^{-\frac{u-a}{b}}} \qquad -\infty < u < \infty$$

Die Verteilungsfunktion von U lautet:

$$F(u) = e^{-e^{-\frac{u-a}{b}}} \qquad -\infty < u < \infty$$

Es gilt:

$$erw\, U = a + b\gamma, \text{ wobei } \gamma = 0,577216 \text{ (Euler-Konstante)}$$
$$var\, U = \frac{b^2\pi^2}{6}$$

Mit $a = 0$ und $b = 1$ ist U standardextremwertverteilt. Die Dichtefunktion von U lautet dann:

$$f(u) = e^{-u} e^{-e^{-u}} \qquad -\infty < u < \infty$$

Die Verteilungsfunktion von U lautet dann:

$$F(u) = e^{-e^{-u}} \qquad -\infty < u < \infty$$

Logistische Verteilung

Eine mit den Parametern a und $b > 0$ logistischverteilte Zufallsvariable U besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Johnson/Kotz, 1970b, S. 1 ff):

$$f(u) = \frac{1}{b} \frac{e^{-\frac{u-a}{b}}}{\left(1 + e^{-\frac{u-a}{b}}\right)^2} \qquad -\infty < u < \infty$$

Die Verteilungsfunktion von U lautet:

$$F(u) = \frac{1}{1+e^{-\frac{u-a}{b}}} \qquad -\infty < u < \infty$$

Es gilt:

$$erw\,U = a$$

$$var\,U = \frac{b^2\pi^2}{3}$$

Mit $a = 0$ und $b = 1$ ist U standardlogistischverteilt. Die Dichtefunktion von U lautet dann:

$$f(u) = \frac{e^{-u}}{(1+e^{-u})^2} \qquad -\infty < u < \infty$$

Die Verteilungsfunktion von U lautet dann:

$$F(u) = \frac{1}{1+e^{-u}} \qquad -\infty < u < \infty$$

Ein in standardisierter Form logistischverteilter Zufallsvektor $U = (U_1, \ldots, U_H)'$ besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Johnson/Kotz, 1972, S. 291 ff):

$$f(u) = f(u_1, \ldots, u_H) = H! \frac{e^{-\sum\limits_{h=1}^{H} u_h}}{\left(1+\sum\limits_{h=1}^{H} e^{-u_h}\right)^{H+1}} \qquad u \in \mathbf{R}^H$$

Die Verteilungsfunktion des Zufallsvektors U lautet:

$$F(u) = F(u_1, \ldots, u_H) = \frac{1}{1+\sum\limits_{h=1}^{H} e^{-u_h}} \qquad u \in \mathbf{R}^H$$

Dabei ist jede einzelne Zufallsvariable $U_1, \ldots, U_H$ aus U (eindimensional) standardlogistischverteilt.

Mehrdimensionale Normalverteilung

Ein mit μ und Σ normalverteilter Zufallsvektor $U = (U_1, \ldots, U_H)'$ besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Tong, 1990, S. 26 ff):

$$f(u) = f(u_1, \ldots, u_H) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^H det\Sigma}} e^{-\frac{1}{2}(u-\mu)'\Sigma^{-1}(u-\mu)} \qquad u \in \mathbf{R}^H$$

Die Verteilungsfunktion des Zufallsvektors U lautet:

$$F(u_0) = F(u_{10}, \ldots, u_{H0}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^H det\Sigma}} \int\limits_{-\infty}^{u_{10}} \cdots \int\limits_{-\infty}^{u_{H0}} e^{-\frac{1}{2}(u-\mu)'\Sigma^{-1}(u-\mu)} du_1 \cdots du_H$$

$$u_0 \in \mathbf{R}^H$$

Kurzschreibweise: $U \sim NV(\mu; \Sigma)$
Es gilt:

$erw\, U = \mu:$ Erwartungsvektor von U

$varcov\, U = \Sigma:$ Varianz-Kovarianz-Matrix von U

Falls $U \sim NV(\mu; \Sigma)$ und $Y = A \cdot U + b$, wobei A eine nichtsinguläre Matrix und b ein reeller Vektor sind, gilt:

$Y \sim NV(A\mu + b; A\Sigma A')$

$g(y) = f\left[A^{-1}(y-b)\right] det(A^{-1}):$ Gemeinsame Dichtefunktion von $Y = (Y_1, \ldots, Y_H)'$

Multinomialverteilung

Ein mit den Parametern $n, \theta_1, \ldots, \theta_H$ $(n \in \mathbf{N}; \theta_1, \ldots, \theta_H > 0; \sum_{h=1}^{H} \theta_h = 1)$ multinomialverteilter Zufallsvektor $U = (U_1, \ldots, U_H)'$ besitzt die Massefunktion (vgl. z.B. Ronning, 1991, S. 215 f):

$$f(u) = f(u_1, \ldots, u_H) = \begin{cases} n! \prod\limits_{h=1}^{H} \frac{1}{u_h!} {\theta_h}^{u_h} & u_1, \ldots, u_H = 0, 1, \ldots, n; \sum\limits_{h=1}^{H} u_h = n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Es gilt:

$erw\, U_h = n\theta_h$ $(h = 1, \ldots, H)$

$var\, U_h = n\theta_h(1-\theta_h)$ $(h = 1, \ldots, H)$

$cov(U_h, U_{h'}) = -n\theta_h\theta_{h'}$ $(h, h' = 1, \ldots, H; h \neq h')$

Rechteckverteilung

Eine im Intervall $[a; b]$ (mit $a < b$) rechteckverteilte Zufallsvariable U besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Gouriéroux/Monfort, 1995b, S. 453):

$$f(u) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < u < b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Es gilt:

$$erw\,U = \frac{a+b}{2}$$

$$var\,U = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Gestutzte Verteilung

Ausgehend von einer stetigen Zufallsvariablen U mit der Dichtefunktion $f(u)$ und der Verteilungsfunktion $F(u)$ besitzt eine im Intervall $[a;b]$ (mit $a < b$) gestutzte Zufallsvariable U^{gest} die Dichtefunktion (vgl. z.B. Mood u.a., 1974, S. 124):

$$f'(u) = \frac{f(u)\mathbf{1}(a < u < b)}{F(b) - F(a)} \qquad -\infty < u < \infty$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{1}(\cdot)$ die Indikatorfunktion.

Gammaverteilung

Eine mit den Parametern a, b und c gammaverteilte Zufallsvariable U besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Johnson/Kotz, 1970a, S. 166 ff):

$$f(u) = \frac{(u-c)^{a-1}e^{-\frac{u-c}{b}}}{b^a\Gamma(a)} \qquad u > c; a, b > 0$$

Dabei bezeichnet $\Gamma(a)$ die Gammafunktion, wobei:

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty u^{a-1}e^{-u}du \qquad a > 0$$

Meist wird der Fall $c = 0$ betrachtet. Die Dichtefunktion von U lautet dann:

$$f(u) = \frac{u^{a-1}e^{-\frac{u}{b}}}{b^a\Gamma(a)} \qquad u > 0; a, b > 0$$

Hier gilt:

$$erw\,U = ab$$

$$var\,U = ab^2$$

Mit $b = 1$ und $c = 0$ ist U standardgammaverteilt. Die Dichtefunktion von U lautet dann:

$$f(u) = \frac{u^{a-1}e^{-u}}{\Gamma(a)} \qquad u > 0; a > 0$$

Mit $a = \frac{m}{2}$, $b = 2\sigma^2$ und $c = 0$ ist U zentral χ^2-verteilt mit m Freiheitsgraden.

Zentrale χ^2-Verteilung

Eine mit m Freiheitsgraden zentral χ^2-verteilte Zufallsvariable U besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Fisz, 1973, S. 398 ff):

$$f(u) = \frac{u^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{u}{2\sigma^2}}}{(2\sigma^2)^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \qquad u > 0$$

Eine mit m Freiheitsgraden zentral χ^2-verteilte Zufallsvariable läßt sich auch ausgehend von normalverteilten Zufallsvariablen ableiten. Falls $U_1, U_2, \ldots, U_m$ unabhängig $(0; \sigma^2)$-normalverteilt sind, dann ist $U = \sum_{i=1}^{m} U_i^2$ zentral χ^2-verteilt mit m Freiheitsgraden.
Es gilt:

$$erw\, U = m\sigma^2$$

$$var\, U = 2m\sigma^4$$

Meist wird der Fall $\sigma = 1$ betrachtet. Damit besitzt U die Dichtefunktion:

$$f(u) = \frac{u^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{u}{2}}}{2^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \qquad u > 0$$

Kurzschreibweise: $U \sim \chi^2_m$
Hier gilt:

$$erw\, U = m$$

$$var\, U = 2m$$

Nichtzentrale χ^2-Verteilung

Eine mit m Freiheitsgraden nichtzentrale χ^2-verteilte Zufallsvariable U besitzt die Dichtefunktion (vgl. z.B. Johnson/Kotz, 1970b, S. 130 ff):

$$f(u) = e^{-\frac{1}{2}(u+\lambda)} \frac{u^{\frac{m}{2}-1}}{2^{\frac{m}{2}}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{u^i \lambda^i}{i! 2^{2i}} \frac{1}{\Gamma\left(i + \frac{m}{2}\right)} \qquad u > 0$$

Dabei bezeichnet man λ als Nichtzentralitätsparameter.
Für $\lambda = 0$ ist $U \sim \chi^2_m$.

Auch eine nichtzentral χ^2-verteilte Zufallsvariable läßt sich ausgehend von normalverteilten Zufallsvariablen ableiten. Falls die U_i $(i = 1, \ldots, m)$ unabhängig $(\mu_i; 1)$-normalverteilt sind, dann ist $U = \sum_{i=1}^{m} U_i^2$ nichtzentral χ^2-verteilt mit m Freiheitsgraden und Nichtzentralitätsparameter $\lambda = \sum_{i=1}^{m} \mu_i^2$.

Kurzschreibweise: $U \sim \chi^2_m(\lambda)$
Es gilt:

$$erw\, U = m + \lambda$$

$$var\, U = 2(m + 2\lambda)$$

Weitere Eigenschaften der nichtzentralen χ^2-Verteilung (vgl. Davidson/MacKinnon, 1993, S. 808 f):

- Falls $U \sim \chi^2_m(\lambda)$ und $c > 0$, dann ist $P(U > c)$ eine wachsende Funktion in m und λ.
- Falls $U \sim \chi^2_m$, $c_{m,\alpha} > 0$ und $0 < \alpha < 1$ mit $P(U > c_{m,\alpha}) = \alpha$ sowie $Y \sim \chi^2_m(\lambda)$, dann ist $P(Y > c_{m,\alpha})$ eine sinkende Funktion in m.

Anhang B

Asymptotische Eigenschaften

Stochastische Konvergenz/(Schwache) Konsistenz

Eine Folge $\{U_N\}$ von Zufallsvariablen konvergiert stochastisch gegen eine Zufallsvariable (oder Konstante) a, wenn gilt:

$$\lim_{N\to\infty} P\left(|U_N - a| > \xi\right) = 0 \qquad \forall\, \xi > 0$$

Die Definition kann auf eine Folge $\{U_N\}$ von Zufallsvektoren ausgedehnt werden, wenn man obiges $|U_N - a|$ durch die Euklidsche Norm substituiert:

$$\|U_N - a\| = \sqrt{(U_N - a)'\,(U_N - a)}$$

Die Erweiterung der Definition auf eine Folge von Zufallsmatrizen erfolgt durch die Betrachtung der Komponenten einer Matrix als Vektor.
Kurzschreibweise: $U_N \xrightarrow{p} a$
Konvergiert eine Schätzfunktion $\hat{\theta}$ stochastisch gegen den wahren (i.d.R. unbekannten) Wert $\dot{\theta}$ des Parameters bzw. Parametervektors θ, so liegt (schwache) Konsistenz vor.

Asymptotische Normalverteilung

Die asymptotische Normalverteilung beruht auf dem Konzept der Verteilungskonvergenz. Eine Folge von Zufallsvariablen (Zufallsvektoren) $U_1, U_2, \ldots$ mit den (gemeinsamen) Verteilungsfunktionen $F_1(u), F_2(u), \ldots$ ist verteilungskonvergent mit der (gemeinsamen) Grenzverteilungsfunktion $F(u)$ von U, wenn gilt:

$$\lim_{N\to\infty} F_N(u) = F(u) \qquad \text{für alle Stetigkeitsstellen } u \text{ von F(u)}$$

Kurzschreibweise: $U_N \xrightarrow{d} U$
Statt der Zufallsvariablen (bzw. des Zufallsvektors) U wird häufig lediglich die Form der

Grenzverteilung angegeben. So liegt bei einer konsistenten Schätzfunktion $\hat{\theta}$ eine asymptotische Normalverteilung vor, wenn für eine wachsende Funktion $v(N)$ gilt:

$$v(N)(\hat{\theta} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV(0; V)$$

Meist wird $v(N) = \sqrt{N}$ betrachtet. Dann ergibt sich bei einer asymptotischen Normalverteilung:

$$\sqrt{N}(\hat{\theta} - \dot{\theta}) \xrightarrow{d} NV(0; V)$$

Asymptotische Effizienz

Konsistente Schätzfunktionen $\hat{\theta}$, bei denen eine asymptotische Normalverteilung gegeben ist, können mittels der jeweiligen asymptotischen Varianz-Kovarianz-Matrix V von $\sqrt{N}(\hat{\theta} - \dot{\theta})$ miteinander verglichen werden. Dabei wird ein konsistenter Schätzer $\hat{\theta}^*$ als asymptotisch effizient im Vergleich zu einer Reihe anderer konsistenter Schätzer bezeichnet, wenn die asymptotische Varianz-Kovarianz-Matrix V^* von $\sqrt{N}(\hat{\theta}^* - \dot{\theta})$ für beliebige Parameterwerte am kleinsten ist. Dies bedeutet im Hinblick auf Matrizen, daß $V^* - V_{sonst}$ negativ (semi-) definit ist. Damit gilt für asymptotisch effiziente Schätzfunktionen $\hat{\theta}^*$ bei einer beliebigen Konstanten $c > 0$ (für alle N, die groß genug sind):

$$P\left(\left|\hat{\theta}^* - \dot{\theta}\right| \leq \frac{c}{\sqrt{N}}\right) > P\left(\left|\hat{\theta}_{sonst} - \dot{\theta}\right| \leq \frac{c}{\sqrt{N}}\right)$$

Anhang C

Parameterwerte verschiedener DGP

Diskretes einperiodiges Vieralternativen-Entscheidungsmodell (mit individuenspezifischen erklärenden Variablen)
$\dot{\beta}_{11} = -1 \quad \dot{\beta}_{12} = 1 \quad \dot{\beta}_{13} = 0$ $\dot{\beta}_{21} = 1 \quad \dot{\beta}_{22} = 0 \quad \dot{\beta}_{23} = 1$ $\dot{\beta}_{31} = -1 \quad \dot{\beta}_{32} = 1 \quad \dot{\beta}_{33} = 0$
Flexibel formuliertes einperiodiges Vieralternativen-Probitmodell (mit alternativenspezifischen erklärenden Variablen)
$\dot{\gamma}_1 = 1 \quad \dot{\gamma}_2 = 0$ $\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\eta_2} = 0.5$ $co\dot{r}r(\eta_{i11}, \eta_{i21}) = co\dot{r}r(\eta_{i11}, \eta_{i31}) = co\dot{r}r(\eta_{i21}, \eta_{i31}) = 0.5$
Flexibel formuliertes fünfperiodiges Dreialternativen-Probitmodell
$\dot{\gamma}_1 = 1 \quad \dot{\gamma}_2 = 0$ $\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5 \quad co\dot{r}r(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = 0.5$ $\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\alpha_2} = 0.5$ $\dot{\rho}_1 = 0.8 \quad \dot{\rho}_2 = 0.5$
Flexibel formuliertes achtperiodiges Vieralternativen-Probitmodell
$\dot{\gamma}_1 = 1 \quad \dot{\gamma}_2 = 1$ $\dot{\sigma}_{\eta_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\eta_2} = 0.5$ $co\dot{r}r(\eta_{i1t}, \eta_{i2t}) = co\dot{r}r(\eta_{i1t}, \eta_{i3t}) = co\dot{r}r(\eta_{i2t}, \eta_{i3t}) = 0.5$ $\dot{\sigma}_{\alpha_1} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\alpha_2} = 1.5 \quad \dot{\sigma}_{\alpha_3} = 0.5$ $\dot{\rho}_1 = 0.8 \quad \dot{\rho}_2 = 0.8 \quad \dot{\rho}_3 = 0.5$

Literaturverzeichnis

Amemiya T.(1985): Advanced Econometrics, Cambridge.

Asea P.K./Turnovsky S.J. (1998): Capital Income Taxation and Risk-Taking in a Small Open Economy. *Journal of Public Economics*, 68, S. 55-90.

Avery R.B./Hansen L.P./Hotz V.J. (1983): Multiperiod Probit Models and Orthogonality Condition Estimation. *International Economic Review*, Vol. 24., No.1, S.21-35.

Bera A.K./Jarque C.M./Lee L.-F. (1984): Testing the Normality Assumption in Limited Dependent Variable Models. *International Economic Review*, Vol. 25, No. 3, S. 563-578.

Bertschek I./Lechner M. (1998): Convenient Estimators for the Panel Probit Model. *Journal of Econometrics*, 87, S. 329-371.

Börsch-Supan A. (1986): Household Formation, Housing Prices, and Public Policy Impacts. *Journal of Public Economics*, Vol. 30, S. 145-164.

Börsch-Supan A. (1987): Econometric Analysis of Discrete Choice. With Applications on the Demand for Housing in the U.S. and West-Germany, Berlin u.a.

Börsch-Supan A. (1992): Der Wohnungskonsum älterer Mitbürger: Wie lange selbständig? Wie oft in Mehrpersonenhaushalten? In: *Hujer R. u.a. (Hrsg.): Herausforderungen an den Wohlfahrtsstaat im strukturellen Wandel, Frankfurt/New York*, S. 143-172.

Börsch-Supan A. (1994): Simulationsmethoden für die Analyse qualitativer Daten. *Allgemeines Statistisches Archiv*, 78, S. 20-39.

Börsch-Supan A./Hajivassiliou V.A. (1993): Smooth Unbiased Multivariate Probability Simulators for Maximum Likelihood Estimation of Limited Dependent Variable Models. *Journal of Econometrics*, 58, S. 347-368.

Börsch-Supan A./Pfeiffer F. (1992): Determinanten der Selbständigkeit in der Bundesrepublik Deutschland. In: *Hujer R. u.a. (Hrsg.): Herausforderungen an den Wohlfahrtsstaat im strukturellen Wandel, Frankfurt/New York*, S. 257-287.

Börsch-Supan A./Pitkin J. (1988): On Discrete Choice Models of Housing Demand. *Journal of Urban Economics*, 24, S. 153-172.

Börsch-Supan A./Pollakowski H.O. (1990): Estimating Housing Consumption Adjustments from Panel Data. *Journal of Urban Economics*, 27, S. 131-150.

Börsch-Supan A./Hajivassiliou V.A./Kotlikoff L.J./ Morris J.N. (1992): Health, Children, and Elderly Living Arrangements. A Multiperiod-Multinomial Probit Model with Unobserved Heterogeneity and Autocorrelated Errors. In: *Wise D.A. (ed.): Topics in the Economics of Aging, Chicago*, S. 79-104.

Bolduc D. (1992): Generalized Autoregressive Errors in the Multinomial Probit Model. *Transportation Research B*, Vol. 26B, No. 2, S. 155-170.

Bolduc D. (1994): A Practical Technique to Estimate Multinomial Probit Models in Transportation: Computational Details and an Application to a Disaggregate Mode Choice Problem. *Série des Documents de Travail du CREST No. 9421, Institut National de la Statistique et des Etudes Economique.*

Bolduc D./Fortin B./Gordon S. (1997): Multinomial Probit Estimation of Spatially Interdependent Choices: An Empirical Comparison of Two New Techniques. *International Regional Science Review*, 20, 1+2, S. 77-101.

Bolduc D./Lacroix G./Muller C. (1996): The Choice of Medical Providers in Rural Bénin: A Comparison of Discrete Choice Models. *Journal of Health Economics*, 15, S. 477-498.

Bommert K. (1999): Das multinomiale Probitmodell. Identifikation und Monte-Carlo-Simulationsmethoden zur Schätzung multinomialer Probitmodelle, Lohmar, Köln.

Breitung J./Lechner M. (1999): Alternative GMM Methods for Nonlinear Panel Data Models. In: *Matyas L. (ed.): Generalized Method of Moments Estimation, Cambridge University Press*, S. 248-274.

Breslaw J.A. (1994): Evaluation of Multivariate Normal Probability Integrals Using a low Variance Simulator. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. LXXVI, No. 4, S. 673-682.

Brownstone D./Train K. (1999): Forecasting New Product Penetration with Flexible Substitution Patterns. *Journal of Econometrics*, 89, S. 109-129.

Bunch D.S. (1991): Estimability in the Multinomial Probit Model. *Transportation Research B*, Vol. 25B, No. 1, S. 1-12.

Butler J.S./Moffitt R. (1982): A Computationally Efficient Quadrature Procedure for the One-Factor Multinomial Probit Model. *Econometrica*, Vol. 50, No. 3, S. 761-764.

Cramer J.S. (1986): Econometric Applications of Maximum Likelihood Methods, Cambridge.

Chamberlain G. (1980): Analysis of Covariance with Qualitative Data. *Review of Economic Studies*, XLVII, S. 225-238.

Chamberlain G. (1984): Panel Data. In: *Griliches Z./Intriligator M.D. (eds.): Handbook of Econometrics, Vol II* S. 1247-1318.

Chintagunta P.K. (1992): Estimating a Multinomial Probit Model of Brand Choice Using the Method of Simulated Moments. *Marketing Science*, Vol. 11, S. 386-407.

Chintagunta P.K./Honore B.E. (1996): Investigating the Effects of Marketing Variables and Unobserved Heterogeneity in a Multinomial Probit Model. *International Journal of Research in Marketing*, 13, S. 1-15.

Dansie B.R. (1985): Parameter Estimability in the Multinomial Probit Model. *Transportation Research B*, Vol. 19B, No. 6, S. 526-528.

Davidson R./MacKinnon J.G. (1984): Convenient Specification Tests for Logit and Probit Models. *Journal of Econometrics*, 25, S. 241-262.

Davidson R./MacKinnon J.G. (1993): Estimation and Inference in Econometrics, New York.

Duncan A./Weeks M. (1997): Non-Nested Models of Labour Supply with Discrete Choices. *The University of York, Discussion Paper in Economics, No. 97/20.*

Elrod T./Keane M. (1995): A Factor-Analytic Probit Model for Representing the Market Structure in Panel Data. *Journal of Marketing Research*, Vol. XXXII, S. 1-16.

Engle R.F. (1984): Wald, Likelihood Ratio, and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics. In: *Griliches Z./Intriligator M.D. (eds.): Handbook of Econometrics, Vol II*, S. 775-826.

Fisz M. (1973): Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik, Berlin.

Fomby T.B./Hill R.C./Johnson S.R. (1984): Advanced Econometric Methods, New York u.a.

Geweke J./Keane M./Runkle D. (1994): Alternative Computational Approaches to Inference in the Multinomial Probit Model. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. LXXVI, No. 4, S. 609-632.

Geweke J./Keane M./Runkle D. (1997): Statistical Inference in the Multinomial Multiperiod Probit Model. *Journal of Econometrics*, 80, S. 125-165.

Godfrey L.G. (1988): Misspecification Tests in Econometrics. The Lagrange Multiplier Principle and Other Approaches, Cambridge.

Gouriéroux C./Monfort A. (1991): Simulation Based Inference in Models with Heterogeneity. *Annales d'économie et de statistique*, No. 20/21, S. 69-107.

Gouriéroux C./Monfort A. (1993): Simulation-Based Inference. A Survey with Special Reference to Panel Data Models. *Journal of Econometrics*, 59, S. 5-33.

Gouriéroux C./Monfort A. (1995a): Statistics and Econometric Models, Vol. 1. General Concepts, Estimation, Prediction, and Algorithms, Cambridge.

Gouriéroux C./Monfort A. (1995b): Statistics and Econometric Models, Vol. 2. Testing, Confidence Regions, Model Selection, and Asymptotic Theory, Cambridge.

Gouriéroux C./Monfort A. (1996): Simulation-Based Econometric Methods, Oxford.

Greene W.H. (1997): Econometric Analysis, 3rd Edition, New Jersey.

Guilkey D.K./Murphy J.L. (1993): Estimation and Testing in the Random Effects Probit Model. *Journal of Econometrics*, 59, S. 301-317.

Hajivassiliou V.A. (1993): Simulation Estimation Methods for Limited Dependent Variable Models. In: *Maddala G. S. u.a. (eds.): Handbook of Statistics, Vol. 11, Econometrics*, S. 519-543.

Hajivassiliou V.A. (1994): A Simulation Estimation Analysis of the External Debt Crisis of Developing Countries. *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 9, S. 109-131.

Hajivassiliou V.A. (2000): Some Practical Issues in Maximum Simulated Likelihood. In: *Mariano R. u.a.: Simulation-Based Inference in Econometrics: Methods and Applications, Cambridge*, S. 71-99.

Hajivassiliou V.A./McFadden D. (1998): The Method of Simulated Scores for the Estimation of LDV Models. *Econometrica*, Vol. 66, No. 4, S. 863-896.

Hajivassiliou V.A./Ruud P. (1994): Classical Estimation Methods for LDV Models Using Simulation. In: *Engle R.F./McFadden D. (eds.): Handbook of Econometrics, Vol IV*, S. 2383-2441.

Hajivassiliou V.A./McFadden D./Ruud P. (1996): Simulation of Multivariate Normal Rectangle Probabilities and their Derivations. Theoretical and Computational Results. *Journal of Econometrics*, 72, S. 85-134.

Hansen L.P. (1982): Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators. *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, S. 1029-1054.

Hausman J.A./Wise D.A. (1978): A Conditional Probit Model for Qualitative Choice: Discrete Decisions Recognizing Interdependence and Heterogeneous Preferences. *Econometrica*, Vol. 46, No. 2, S. 403-426.

Heckman J.J. (1981): Statistical Models for Discrete Panel Data. In: *Manski C.F./McFadden D. (eds.): Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications, Cambridge/London*, S. 114-178.

Horowitz J.L. (1993a): Semiparametric and Nonparametric Estimation of Quantal Response Models. In: *Maddala G.S. u.a. (eds.): Handbook of Statistics, Vol. 11, Econometrics*, S. 45-72.

Horowitz J.L. (1993b): Semiparametric Estimation of a Work-Trip Mode Choice Model. *Journal of Econometrics*, 58, S. 49-70.

Hyslop D.R. (1999): State Dependence, Serial Correlation and Heterogeneity in Intertemporal Labor Force Participation of Married Women. *Econometrica*, Vol. 67, No. 6, S. 1255-1294.

Inkmann J. (2000): Misspecified Heteroscedasticity in the Panel Probit Model: A Small Sample Comparison of GMM and SML Estimators. *Journal of Econometrics*, 97, S. 227-259.

Johnson N.L./Kotz S. (1970a): Continuous Univariate Distributions-1, Boston.

Johnson N.L./Kotz S. (1970b): Continuous Univariate Distributions-2, Boston.

Johnson N.L./Kotz S. (1972): Distributions in Statistics: Continuous Multivariate Distributions, New York u.a.

Kaltenborn U. (1997): Die Anwendung simulativer Schätzverfahren für Discrete-Choice-Modelle am Beispiel von Daten des Sozioökonomischen Panels. *Dissertation, Fachbereich Wirtschaftswissenschaft der Freien Universität Berlin.*

Keane M. (1992): A Note on Identification in the Multinomial Probit Model. *Journal of Business+Economic Statistics*, Vol. 10, No. 2, S. 193-200.

Keane M. (1993): Simulation Estimation for Panel Data Models with Limited Dependent Variables. In: *Maddala G.S. u.a. (eds.): Handbook of Statistics, Vol. 11, Econometrics*, S. 545-571.

Keane M. (1994): A Computationally Practical Simulation Estimator for Panel Data. *Econometrica*, Vol. 62, No. 1, S. 95-116.

König H./Lechner M. (1994): Some Recent Developments in Microeconometrics-A Survey. *Swiss Journal of Economics and Statistics*, Vol. 130, 3, S. 299-331.

Lechner M. (1995): Some Specification Tests for Probit Models Estimated on Panel Data. *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 13, No. 4, S. 475-488.

Lechner M./Breitung J. (1996): Some GMM Estimation Methods and Specification Tests for Nonlinear Models. In: *Matyas L./Sevestre P. (eds.): The Econometrics of Panel Data. A Handbook of the Theory with Applications, 2nd rev. ed., Dordrecht/Boston/London*, S. 583-612.

Lee L.-F. (1992): On Efficiency of Methods of Simulated Moments and Maximum Simulated Likelihood Estimation of Discrete Response Models. *Econometric Theory*, 8, S. 518-552.

Lee L.-F. (1995): Asymptotic Bias in Simulated Maximum Likelihood Estimation of Discrete Choice Models. *Econometric Theory*, 11, S. 437-483.

Lee L.-F. (1997a): Simulated Maximum Likelihood Estimation of Dynamic Discrete Choice Statistical Models. Some Monte Carlo Results. *Journal of Econometrics*, 82, S. 1-35.

Lee L.-F. (1997b): Some Common Structures of Simulated Specification Tests in Multinormal Discrete and Limited Dependent Variables Models. *Working Paper No. 97-4, The Hong Kong University of Science and Technology, Department of Economics.*

Lee L.-F. (1999): Statistical Inference with Simulated Likelihood Functions. *Econometric Theory*, 15, S. 337-360.

Lee L.-F. (2000): A Numerically Stable Quadrature Procedure for the One-Factor Random-Component Discrete Choice Model. *Journal of Econometrics*, 95, S. 117-129.

Lerman S.R./Manski C.F. (1981): On the Use of Simulated Frequencies to Approximate Choice Probabilities. In: *Manski C.F./McFadden D. (eds.): Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications, Cambridge/London*, S. 305-319.

Maddala G.S. (1983): Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics, Cambridge.

Maddala G.S. (1995): Specification Tests in Limited Dependent Variable Models. In: *Maddala G.S. u.a. (eds.): Advances in Econometrics and Quantitative Economics, Cambridge/Oxford*, S. 1-49.

Maier G./Weiss P. (1990): Modelle diskreter Entscheidungen. Theorie und Anwendung in den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften, Wien/New York.

McCulloch R.E./Rossi P.E. (1994): An Exact Likelihood Analysis of the Multinomial Probit Model. *Journal of Econometrics*, 64, S. 207-240.

McCulloch R.E./Rossi P.E. (2000): Bayesian Analysis of the Multinomial Probit Model. In: *Mariano R. u.a.: Simulation-Based Inference in Econometrics: Methods and Applications, Cambridge*, S. 158-175.

McFadden D. (1973): Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior. In: *Zarembka P. (ed.): Frontiers in Econometrics, New York*, S. 105-142.

McFadden, D. (1978): Modelling the Choice of Residential Location. In: *Karlqvist A. u.a. (eds.): Spatial Interaction Theory and Planning Models, Amsterdam: North-Holland*, S. 75-96.

McFadden D. (1984): Econometric Analysis of Qualitative Response Models. In: *Griliches Z./Intriligator M.D. (eds.): Handbook of Econometrics, Vol. II*, S. 1395-1457.

McFadden D. (1989): A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models without Numerical Integration. *Econometrica*, Vol. 57, No. 5, S. 995-1026.

McFadden D./Train K. (2000): Mixed MNL Models for Discrete Response. Erscheint in: *Journal of Applied Econometrics.*

Mood A.M./Graybill F.A./Boes D.C. (1974): Introduction to the Theory of Statistics, 3rd Edition, New York u.a.

Mühleisen M. (1994): Human Capital Decay and Persistence. A Simulation Approach to German Unemployment, Frankfurt am Main.

Mühleisen M./Zimmermann K.F. (1994): New Patterns of Labour Mobility. A Panel Analysis of Job Changes and Unemployment. *European Economic Review*, 38, S. 793-801.

Murthi B.P.S./Srinivasan K. (1998): Performance of the Integrated Random Coefficients Covariance Probit Model: Implications for Brand Choice. *International Journal of Research in Marketing*, 15, S. 137-156.

Newey W.K. (1990): Efficient Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Models. *Econometrica*, Vol. 58, No. 4, S. 809-837.

Newey W.K. (1993): Efficient Estimation of Models with Conditional Moment Restrictions. In: *Maddala G.S. u.a. (eds.): Handbook of Statistics, Vol. 11, Econometrics*, S. 419-454.

Newey W.K./McFadden D. (1994): Large Sample Estimation and Hypothesis Testing. In: *Engle R.F./McFadden D. (eds.): Handbook of Econometrics, Vol. IV*, S. 2111-2245.

Odeh R.E./Evans J.O. (1974): The Percentage Points of the Normal Distribution. *Applied Statistics*, Vol. 23, No. 1, S. 96-97.

Ogaki M. (1993): Generalized Method of Moments: Econometric Applications. In: *Maddala G.S. u.a. (eds.): Handbook of Statistics, Vol. 11, Econometrics*, S. 455-488.

Pesaran M.H./Pesaran B. (1993): A Simulation Approach to the Problem of Computing Cox's Statistic for Testing Nonnested Models. *Journal of Econometrics*, 57, S. 377-392.

Revelt D./Train K. (1998): Mixed Logit with Repeated Choices: Households' Choices of Appliance Efficiency Level. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. LXXX, No. 4, S. 647-657.

Ronning G. (1991): Mikroökonometrie, Berlin u.a.

Ruud P.A. (2000): An Introduction to Classical Econometric Theory, Oxford University Press, New York.

Stern S. (1992): A Method for Smoothing Simulated Moments of Discrete Probabilities in Multinomial Probit Models. *Econometrica*, Vol. 60, No. 4, S. 943-952.

Stern S. (1997): Simulation-Based Estimation. *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXV, S. 2006-2039.

Stern S. (2000): Simulation-Based Inference in Econometrics: Motivation and Methods. In: *Mariano R. u.a.: Simulation-Based Inference in Econometrics: Methods and Applications, Cambridge*, S. 9-37.

Theil H. (1971): Principles of Econometrics, New York u.a.

Tong Y.L. (1990): The Multivariate Normal Distribution, New York u.a.

Vijverberg W.P.M. (1997): Monte Carlo Evaluation of Multivariate Normal Probabilities. *Journal of Econometrics*, 76, S. 281-307.

Weeks M. (1995): Circumventing the Curse of Dimensionality in Applied Work Using Computer Intensive Methods. *The Economic Journal*, 105, S. 520-530.

Weeks M. (1997): The Multinomial Probit Model Revisited: A Discussion of Parameter Estimability, Identification and Specification Testing. *Journal of Economic Surveys*, Vol. 11, No. 3, S. 297-320.

Weeks M. (2000): Testing Binomial and Multinomial Choice Models Using Cox's Non-Nested Test. In: *Mariano R. u.a.: Simulation-Based Inference in Econometrics: Methods and Applications, Cambridge*, S. 132-157.

White H. (1982): Maximum Likelihood Estimation of Misspecified Models. *Econometrica*, Vol. 50, No. 1, S. 1-25.

Wilde J. (1999): Gemischte simultane Modelle für Querschnittsdaten. Frankfurt am Main.

Yatchew A./Griliches Z. (1985): Specification Error in Probit Models. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. LXVII, No. 1, S. 134-139.

Zelen M./Severo N.C. (1970): Probability Functions. In: *Abramowitz M./Stegun I.A. (eds.): Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55, Ninth Printing*, S. 925-995.

Zhang W./Lee L.-F. (1998): Simulation Estimation of Dynamic Discrete Choice Panel Models with Accelerated Importance Samplers. *Working Paper No. 98-1, The Hong Kong University of Science and Technology, Department of Economics.*