SONDERFORSCHUNGSBEREICH 504

Rationalitätskonzepte,
Entscheidungsverhalten und
ökonomische Modellierung

No. 99-27

Ökonometrische Analyse diskreter dynamischer Entscheidungsprozesse

Winter, Joachim*

December 1997

Financial Support from the Deutsche Forschungsgemeinschaft, SFB 504 at the University of Mannheim, is gratefully acknowledged.

*Sonderforschungsbereich 504, Universität Mannheim, email: winter@rumms.uni-mannheim.de

Universität Mannheim
L 13,15
68131 Mannheim

Ökonometrische Analyse diskreter dynamischer Entscheidungsprozesse*

Joachim K. Winter**
Universität Mannheim

Erste Fassung: Dezember 1997
Aktuelle Fassung: März 1998

Zusammenfassung: Eine Vielzahl ökonomischer Entscheidungen ist diskreter Natur und weist ein intertemporales, sequentielles Element auf. Beispiele sind das Ersatzproblem für dauerhafte Wirtschaftsgüter, die Investitionsentscheidung bei endogenem Marktaustritt, die Wahl des Verrentungszeitpunktes sowie die Migrationsentscheidung. Wegen ihrer sequentiellen Struktur sollte die Analyse dieser Entscheidungen in ein intertemporales Optimierungsmodell eingebettet werden; in diesen Fällen spricht man von diskreten dynamischen Entscheidungsprozessen. Die strukturelle ökonometrische Analyse derartiger Modelle ist anspruchsvoll, weil sie eine Lösung des zugrundeliegenden dynamischen Optimierungsmodells erfordert. In den letzten Jahren wurden dazu eine Reihe von Verfahren entwickelt, die in dieser Arbeit vorgestellt werden sollen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf einem von Rust (1987, 1988) entwickelten Maximum-Likelihood-Verfahren, dem geschachtelten Fixpunkt-Algorithmus. Dieses Verfahren ist vielseitig einsetzbar, aber numerisch aufwendig. Praktische Erfahrungen mit diesem Verfahren werden anhand der genannten vier Anwendungen (Ersatzinvestition, Betriebsschließung, Ruhestandsentscheidung, Migration) illustriert.

Schlagworte: diskrete intertemporale Entscheidungen, dynamische Programmierung, Maximum-Likelihood-Schätzung

JEL-Klassifikation: D91; C25

---

* Die Arbeit an diesem Projekt wurde gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Graduiertenkollegs „Allokation auf Finanz- und Gütermärkten" sowie des Sonderforschungsbereichs 504.

** *Anschrift*: Sonderforschungsbereich 504, Universität Mannheim, D-68131 Mannheim
E-mail: winter@rumms.uni-mannheim.de
Internet: http://www.sfb504.uni-mannheim.de/people/winter

1 Einleitung

Eine Vielzahl ökonomischer Entscheidungen ist diskreter Natur und weist ein intertemporales, sequentielles Element auf. Beispiele sind das Ersatzproblem für dauerhafte Wirtschaftsgüter, die Investitionsentscheidung bei endogenem Marktaustritt, die Wahl des Verrentungszeitpunktes sowie die Migrationsentscheidung. In dieser Arbeit stelle ich Methoden zur strukturellen ökonometrischen Analyse dynamischer, speziell diskreter Entscheidungsprozesse vor. Der Schwerpunkt liegt dabei auf Maximum-Likelihood-Verfahren, die auf einer numerischen Lösung des zugrundeliegenden intertemporalen Optimierungsproblems basieren. Die Anwendung derartiger Verfahren wird anhand der genannten vier Anwendungsbeispiele illustriert.

Die Analyse diskreter Entscheidungen auf der Mikroebene hat in den vergangenen Jahren stark an Bedeutung für die Simulation und Evaluation wirtschaftspolitischer Maßnahmen gewonnen (Wolpin (1996)). Dafür gibt es verschiedene Gründe. Zunächst einmal wurde erkannt, daß ein genaueres Verständnis individuellen Verhaltens erforderlich ist, wenn die Auswirkungen wirtschaftspolitischer Eingriffe simuliert werden sollen. Zum anderen können durch eine Analyse auf der Mikroebene Aggregationsprobleme gelöst werden, die insbesondere dann eine Rolle spielen, wenn sich die Zusammensetzung der Grundgesamtheit in Bezug auf wichtige Merkmale über die Zeit ändert. Ein Beispiel dafür sind die Auswirkungen, die die Veränderung der Altersstruktur im Zuge des demographischen Wandels auf die Systeme der sozialen Sicherung und auf gesamtwirtschaftliche Aggregate wie die Ersparnis hat.

Sollen dynamische Entscheidungen in der angewandten Wirtschaftsforschung untersucht werden, so wird zunächst ein exaktes mathematisches Modell intertemporalen Entscheidungsverhaltens benötigt. In einem zweiten Schritt sind statistisch-ökonometrische Methoden erforderlich, die eine empirische Umsetzung eines Entscheidungsmodells zulassen, die also eine Überprüfung der Vereinbarkeit des Modells mit beobachtetem Verhalten und gegebenfalls dessen Anwendung – beispielweise zur Evaluation und Simulation wirtschaftspolitischer Maßnahmen – ermöglichen. Während die Modellierung intertemporaler Entscheidungen in der ökonomischen Theorie eine lange Tradition hat, wurden leistungsfähige ökonometrische Verfahren erst in den letzten 20 Jahren entwickelt.

Im Rahmen dieses Beitrags wird vom Fall multivariater Entscheidungen ausgegangen. Zu jedem Zeitpunkt hat der Entscheider mehrere Entscheidungen zu treffen; es stehen also mehrere Entscheidungs- oder Kontrollvariablen zur Verfügung. Der univariate Fall mit nur einer Entscheidung ist ein Spezialfall dieses multivariaten Modells. Wie sich später zeigen wird, ist es weiter sinnvoll, intertemporale Entscheidungen nach der Skalierung der Entscheidungsvariablen zu klassifizieren. Die Entscheidungsvariablen können stetig oder diskret sein; zudem ist auch der Fall gemischt diskret-stetiger Entscheidungen möglich. Die Darstellung des theoretischen Modells in dieser Arbeit ist so allgemein gehalten, daß sie alle genannten Fälle abdeckt. In der Diskussion ökonometrischer Schätzverfahren werde ich mich allerdings auf den Fall diskreter und gemischt diskret-stetiger Entscheidungen konzentrieren. Schließlich beschränkt sich dieser Beitrag auf Markoff-Entscheidungsprozesse in diskreter Zeit, die sich in ihrer abstrakten Formulierung aber als hinreichend allgemein erweisen, um viele intertemporale ökonomische Entscheidungen abbilden zu können. Die Differenzierung zwischen diskreter und stetiger Zeit ist im übrigen nicht zu verwechseln mit der Unterscheidung zwischen diskreten, gemischt diskret-stetigen und stetigen Entscheidungsvariablen.[1]

Der Beitrag ist wie folgt gegliedert. Zunächst stelle ich in Abschnitt 2 das mathematische Modell des Markoff-Entscheidungsprozesses vor, bevor ich mich in Abschnitt 3 Methoden zur ökonometrischen Analyse derartiger Modelle zuwende.[2] Einige Anwendungsbeispiele werden in Abschnitt 4 vorgestellt. In Abschnitt 5 diskutiere ich neuere Entwicklungen sowie offene Forschungsfragen und fasse die Ergebnisse dieses Beitrags zusammen.

2 Mathematische Modellierung intertemporaler diskreter Entscheidungen

In diesem Abschnitt wird die mathematische Modellierung intertemporaler Entscheidungen dargestellt. Grundlage ist die neoklassische Theorie intertemporaler Entscheidungen mit einer additiv-separablen Nutzenfunktion und exponentieller Diskontierung; ein solches Verhaltensmodell leiten beispielsweise Fishburn und Rubinstein (1982) axiomatisch her. Das in diesem Abschnitt vorgestellte Optimierungsmodell ist eine Anwendung der Theorie der dynamischen Programmierung bzw. der Markoff-Entscheidungsprozesse auf intertemporale ökonomische Entscheidungen. Diese Theorie geht zurück auf Blackwell (1965) und Furukawa (1972). Der Schwerpunkt liegt in diesem Abschnitt auf dem Fall diskreter Entscheidungsvariablen; die Darstellung orientiert sich an Rust (1996).

2.1 Das intertemporale Entscheidungsproblem

In jeder Periode ($t = 1, \ldots, T; T \leq \infty$) wird die Entscheidungssituation charakterisiert durch einen Vektor von Zustandsvariablen s_t und einen Vektor von Entscheidungs- oder Kontrollvariablen a_t. Die zur Verfügung stehenden Werte der Entscheidungsvariablen werden gegeben durch zustandsabhängige Budgetmengen (Nebenbedingungen) $A_t(s_t)$. Das bei gegebenen Zustands- und Entscheidungsvariablen erreichte Nutzenniveau der laufenden Periode ist gegeben durch die Nutzenfunktion $u_t(s_t, a_t)$. Die Zustandsvariablen

[1] Die in dieser Arbeit vorgestellten empirischen Methoden, die auf einer expliziten Lösung des zugrundeliegenden dynamischen Optimierungsproblems im Rahmen von Markoff-Entscheidungsprozessen beruhen, lassen sich prinzipiell auch auf in stetiger Zeit formulierte Semi-Markoff-Prozesse übertragen; siehe dazu An (1995).

[2] Eine ausführlichere Darstellung der theoretischen Modelle und ökonometrischen Methoden findet sich bei Winter (1998, Kapitel 3).

der nächsten Periode hängen von den Zustandsvariablen sowie den Entscheidungen der laufenden Periode ab. Dieser stochastische Übergangsprozeß wird durch eine Markoff-Übergangsdichte $p_t(\mathrm{d}s_{t+1}|s_t, a_t)$ vollständig beschrieben.[3] Schließlich wird noch angenommen, daß die zu maximierende Gesamtnutzenfunktion $U(s, a)$ eine intertemporal additiv-separable Darstellung besitzt. Der Diskontfaktor $\beta_t(s_t, a_t)$ kann im allgemeinen Fall sowohl von der Zeit als auch von Zuständen und Entscheidungen abhängen; für die Existenz einer Lösung des Optimierungsproblems ist lediglich erforderlich, daß stets $\beta \in [0, 1)$ gilt. (Meist wird vereinfachend angenommen, daß der Diskontfaktor zeitkonstant und zustandsunabhängig ist.) Die folgende Definition des Markoff-Entscheidungsprozesses faßt diese Beschreibung des Entscheidungsproblems zusammen (vgl. Rust (1996), S. 632).

Definition: Markoff-Entscheidungsprozeß
Ein Markoff-Entscheidungsprozeß ist gegeben durch:
einen diskreten Zeitindex $t \in \{0, 1, 2, \ldots, T\}, T \leq \infty$,
eine Folge von Zustandsvariablen und einen Zustandsraum $s_t \in S$,
eine Folge von Entscheidungsvariablen und einen Entscheidungsraum $a_t \in A$,
eine Folge von Nebenbedingungen $A_t(s_t) \subseteq A$,
eine Übergangsdichte $p_t(\mathrm{d}s_{t+1}|s_t, a_t) = \mathrm{Prob}(s_{t+1} \in \mathrm{d}s_{t+1}|s_t, a_t)$,
eine Folge von Periodenzielfunktionen $u_t(s_t, a_t)$,
eine Folge von Diskontfaktoren $\beta_t(s_t, a_t) \in [0, 1)$ sowie
eine additiv-separable Zielfunktion
$U(s, a) = u_0(s_0, a_0) + \sum_{t=1}^{T} \left[\prod_{\tau=1}^{t-1} \beta_\tau(s_\tau, a_\tau)\right] u_t(s_t, a_t)$.

Das intertemporale Optimierungsproblem in der Entscheidungsperiode ($t = 0$) besteht nun darin, bei gegebenen Werten der Zustandsvariablen s_0 den erwarteten, auf die laufende Periode diskontierten Wert der künftigen Nutzenströme durch Wahl einer geeigneten *Entscheidungssequenz* $\alpha = \{\alpha_0, \ldots, \alpha_T\}$ zu maximieren:

$$\max_{\alpha} \; E_\alpha \left\{ \sum_{t=0}^{T} \beta^t u(s_t, \alpha_t) | s_0 \right\} . \tag{1}$$

Dabei bezieht sich der Erwartungsoperator E_α auf den durch die optimale Entscheidungssequenz α induzierten stochastischen Prozeß $\{s_t, a_t\}$. Damit läßt sich das Optimierungsproblem auch schreiben als

$$\max_{\alpha} \int_{s_0} \cdots \int_{s_T} \left[\sum_{t=0}^{T} \beta^t u(s_t, \alpha_t(s_t)) \right] \prod_{t=1}^{T} p(\mathrm{d}s_t | s_{t-1}, \alpha_{t-1}(s_{t-1})) \cdot p_0(\mathrm{d}s_0) \, , \tag{2}$$

wobei p_0 die Verteilung des Anfangszustands s_0 ist.

Das hier vorgestellte Modell läßt sowohl diskrete als auch stetige Kontrollvariablen zu. Im ersten Fall ist der Entscheidungsraum A eine endliche Menge, und es gilt $A(s) \subset A$ für

[3] Die Übergangsdichte $p_t(\mathrm{d}s_{t+1}|s_t, a_t)$ bildet $\mathcal{B}(s)$, die Borel-σ-Algebra aller meßbaren Teilmengen von S, auf das Einheitsintervall ab.

alle $s \in S$. Im Falle von stetigen Kontrollvariablen ist $A(s)$ eine kompakte Teilmenge von $I\!R^{|A|}$ (für alle $s \in S$).

2.2 Lösung des intertemporalen Entscheidungsproblems

Im allgemeinen ist die Lösung des intertemporalen Entscheidungsproblems (2) ein Element des unendlich-dimensionalen Banachraums $B(S)$ aller meßbaren, beschränkten Funktionen $f : S \to I\!R$ unter der Supremum-Norm $||f|| = \sup_{s \in S} |f(s)|$. Im Fall eines endlichen Planungshorizontes ($T < \infty$) kann die Lösung durch Rückwärtsinduktion ermittelt werden; im Falle eines unendlichen Planungshorizontes ($T = \infty$) muß zum Nachweis der Existenz und Eindeutigkeit der Lösung auf Fixpunktargumente und zu deren Bestimmung auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden.

Im Falle eines exogen gegebenen, endlichen Planungshorizontes ergibt sich die Lösung des Optimierungsproblems in der letzen Periode T durch einfache statische Optimierung als

$$\alpha_T(s_T) = \underset{\alpha_T \in A(s_T)}{\arg\max} \left[u(s_T, a_T) \right] . \tag{3}$$

Für die übrigen Perioden $t = 0, \ldots, T-1$ erhält man die Lösungsfunktionen durch Rückwärtsinduktion:

$$\alpha_t(s_t) = \underset{\alpha_t \in A(s_t)}{\arg\max} \left[u(s_t, a_t) + \beta \int V_{t+1}(s_{t+1}) p(\mathrm{d}s_{t+1} | s_t, a_t) \right] , \quad \text{wobei} \tag{4}$$

$$V_t(s_t) = \max_{\alpha_t \in A(s_t)} \left[u(s_t, a_t) + \beta \int V_{t+1}(s_{t+1}) p(\mathrm{d}s_{t+1} | s_t, a_t) \right] . \tag{5}$$

Gleichung (5) ist die Bellman-Gleichung im Fall endlichen Zeithorizonts. Aus der Konstruktion der Lösung $\alpha = (\alpha_0, \ldots, \alpha_T)$ durch Rückwärtsinduktion folgt, daß die Wertfuntion $V_0(s_0)$ in der Planungsperiode ($t = 0$) dem maximalen abgezinsten Wert aller künftigen Periodennutzen entspricht; damit ist α tatsächlich die Lösung des intertemporalen Optimierungsproblems (2) bei endlichem Planungshorizont (siehe dazu auch Rust (1996), S. 634).

Bei unendlichem Planungshorizont existiert keine wohldefinierte letzte Periode, auf die sich eine Rückwärtsinduktion beziehen könnte. Ohne weitere Annahmen würde eine vorwärtsgerichtete Lösung des Problems (2) die wiederholte Berechnung $(T+1)$-dimensionaler Integrale erfordern. Zur Vereinfachung wird deshalb für den Fall eines unendlichen Planungshorizonts angenommen, daß die konstituierenden Elemente des Entscheidungsproblems zeitinvariant sind; man spricht dann von einem stationären Markoff-Entscheidungsprozeß.

Definition: Stationärer Markoff-Entscheidungsprozeß

Ein Markoff-Entscheidungsprozeß ist stationär, falls gilt: Die Übergangsdichte der Zustandsvariablen sowie die Nutzenfunktion sind zeitkonstant, d. h. $p_t(\mathrm{d}s_{t+1}|s_t, a_t) \equiv p(\mathrm{d}s'|s, a), \forall t$ und $u_t(s_t, a_t) \equiv u(s, a), \forall t$. Ferner ist der Diskontfaktor zeitkonstant und unabhängig von Zuständen und Entscheidungen, $\beta_t(s_t, a_t) \equiv \beta, \forall t$.

Intuitiv bedeutet die Stationaritätseigenschaft, daß die Zukunft für den Entscheider – gegeben die Zustandsvariablen der laufenden Periode – zu jedem Zeitpunkt gleich aussieht. Deshalb hängt auch die Lösung des Optimierungsproblems nur von den laufenden Zustandsvariablen ab und ist zeitinvariant. Unter geeigneten Regularitätsbedingungen läßt sich beweisen, daß die Lösung des intertemporalen Optimierungsproblems (2) durch eine zeitinvariante, nur von den laufenden Zustandsvariablen abhängige Funktion $\alpha = (\alpha(s), \alpha(s), \dots)$ gegeben ist (Blackwell (1965)).[4]

Die Lösung α kann ermittelt werden durch Lösung einer Funktionalgleichung $V = \,, (V)$, die wieder als Bellman-Gleichung bezeichnet wird (und die der Bellman-Gleichung (5) des Falls eines endlichen Planungshorizonts entspricht). Dabei ist der lineare Operator $, : B(S) \to B(S)$ gegeben durch

$$, (V)(s) \quad = \quad \max_{\alpha \in A(s)} \left[u(s, a) + \beta \int V(s') p(\mathrm{d}s'|s, a) \right] . \tag{6}$$

Die Lösung α ist ein Fixpunkt der Funktionalgleichung $V = \,, (V)$; Existenz und Eindeutigkeit lassen sich unter Anwendnung eines Kontraktionssatzes der Funktionalanalysis leicht zeigen. Außer in sehr einfachen Fällen ist diese Lösung allerdings nicht analytisch ermittelbar (Rust (1996), S. 636ff. diskutiert derartige Fälle). Es gibt jedoch eine Klasse von stetigen Markoff-Entscheidungsproblemen, für die die Lösung durch Bedingungen erster Ordnung charakterisiert werden kann, die als Euler-Gleichungen bezeichnet werden. In ökonomischen Anwendungen sind solche Fälle mit stetigen Entscheidungsvariablen durchaus typisch, Beispiele sind Spar- oder Investitionsprobleme. Da sich dieser Beitrag auf diskrete Entscheidungen konzentriert, gehe ich auf diese Modellklasse hier nicht weiter ein. Ausführliche Darstellungen finden sich bei Stokey und Lucas (1989, Kapitel 9 und 10) und Winter (1998a). In allen anderen Fällen muß auf numerische (Fixpunkt-)Verfahren zur Bestimmung der Lösung des intertemporalen Entscheidungsproblems zurückgegriffen werden. Derartige Verfahren für stetige Probleme diskutieren Judd (1996) und Rust (1996); numerische Lösungsverfahren für dynamische diskrete Probleme werden im nächsten Abschnitt dargestellt.

[4] Neben der angesprochenen Stationaritätseigenschaft wird noch angenommen, daß Zustandsraum S und Entscheidungsraum A kompakte metrische Räume und daß $s \to A(s)$ stetig sowie $u(s, a)$ stetig in (a, s) sind. Die zusätzliche Annahme, daß $u(s, a)$ beschränkt sei, ist für den Nachweis der Existenz der Lösungsfunktion nicht erforderlich (siehe Bhattacharya und Majumdar (1989)), wird allerdings für die weiter unten dargestellten numerischen Verfahren zu deren Ermittlung benötigt.

2.3 Numerische Lösungsverfahren bei diskreten Entscheidungen

Die numerischen Lösungsverfahren, die in diesem Abschnitt dargestellt werden, sollen letztendlich zur strukturellen ökonometrischen Schätzung von dynamischen diskreten Entscheidungsmodellen verwendet werden. Für die Eignung eines numerischen Algorithmus sind deshalb Geschwindigkeit, Genauigkeit und numerische Stabilität gleichermaßen bedeutend. Unter den zur Verfügung stehenden Verfahren hat sich für die hier interessierende Anwendung deshalb die Klasse der diskreten Approximationsverfahren durchgesetzt, bei denen der (stetige) Zustandsraum durch ein diskretes Gitter approximiert und die Lösung dann durch stückweise lineare Approximation und Gittersuche ermittelt wird.[5] Im Fall des endlichen Planungshorizonts kann die optimale Lösung durch Rückwärtsinduktion bestimmt werden; die Integration in (2) kann dann durch einfache Summation über die Zellen des diskretisierten Zustandraumes geleistet werden. Bei unendlichem Planungshorizont und Stationarität werden dazu hauptsächlich das Verfahren der sukzessiven Approximation bzw. das Newton-Kantorovich-Verfahren angewendet.

Ziel dieser Verfahren ist, einen Fixpunkt der linearen Operatorgleichung $V = \Gamma(V)$ zu finden, also eine Nullstelle des Funktionals $F(V) = 0$, wobei $F = (I - \Gamma)$. Das Verfahren der sukzessiven Approximation wird beschrieben durch

$$V_{i+1} = \Gamma(V_i) = \Gamma^{i+1}(V_0)\,, \tag{7}$$

wobei V_0 ein beliebiger Startwert ist. Die globale Konvergenz dieses Verfahrens folgt direkt aus dem Kontraktionssatz, der auch beim Beweis der Existenz und Eindeutigkeit der Lösung verwendet wird. Eine größere Konvergenzgeschwindigkeit besitzt das Newton-Kantorovich-Verfahren, das allerdings nicht global konvergent ist. Intuitiv kann es verstanden werden als Verallgemeinerung des bekannten Newton-Verfahrens zur Lösung einfacher Nullstellenprobleme (wobei hier allerdings eine ganze Funktion gesucht wird, die eine Funktionalgleichung löst). Formal wird dieses Verfahren beschrieben durch

$$V_{i+1} = V_i - [I - \Gamma'(V_i)]^{-1}(I - \Gamma)(V_i)\,, \tag{8}$$

wobei $\Gamma'(V)$ die in $V \in B(S)$ bewertete Fréchet-Ableitung von Γ ist.[6] Gegeben ein Startwert V_0 in einem Attraktionsbecken von V, konvergiert dieses Verfahren mit quadratischer Rate. Daraus läßt sich ein Polyalgorithmus ableiten, wie ihn Rust (1988) vorgeschlagen hat: Man beginnt mit dem Verfahren der sukzessiven Approximation und geht zum Newton-Kantorovich-Verfahren über, wenn man der Lösung hinreichend nahe gekommen ist. Es gibt im übrigen noch Varianten dieser Verfahren, die sich durch bessere Konvergenzeigenschaften auszeichnen, beispielweise das Verfahren sukzessiver Approximation unter Verwendung der Fehlerschranken von McQueen und Porteus. Derartige Varianten werden

[5] Bertsekas (1976, S. 180ff.) diskutiert die Regularitätsbedingungen, unter denen diskrete Approximationsverfahren anwendbar sind.

[6] Die Fréchet-Ableitung ist ein beschränkter linearer Operator $\Gamma'(V) : B(S) \to B(S)$, und es gilt: $||\Gamma'(V)||_\infty \leq \beta < 1$.

in ökonometrischen Anwendungen, die eine numerische Lösung dynamischer diskreter Optimierungsmodelle erfordern, meist auch eingesetzt, um die Rechenzeit zu verkürzen. Rust (1996) sowie Winter (1998a) stellen solche Erweiterungen vor.[7]

3 Ökonometrische Analyse diskreter Markoff-Entscheidungsprozesse

In diesem Abschnitt werden Strategien zur ökonometrischen Schätzung intertemporaler Entscheidungsprobleme vorgestellt. Alle im folgenden diskutierten Verfahren gehen aus von einem wohldefinierten intertemporalen Entscheidungsproblem, sind also *theoriegeleitet*. Im wesentlichen stehen dabei zwei Vorgehensweisen zur Verfügung, die Schätzung reduzierter Formen und die strukturelle Schätzung. Im ersten Fall werden die optimalen Entscheidungsregeln als reduzierte Formen aufgefaßt und ohne Kenntnis der Lösung des Optimierungsproblems direkt geschätzt; bei einer strukturellen Schätzung wird die Lösung des Optimierungsproblems auf geeignete Weise einbezogen. Strukturelle Schätzungen weisen gewisse methodische Vorteile auf, die unten diskutiert werden. Diesen Vorteilen stehen aber auch praktische Nachteile gegenüber: Zum einen müssen meist sehr restriktive Hilfsannahmen getroffen werden; zum anderen stellen solche Verfahren hohe numerische Anforderungen. In konkreten Anwendungen schränken numerische Probleme die Möglichkeiten der Spezifizierung des zugrundeliegenden Entscheidungsproblems oft erheblich ein. Diese methodischen Fragen werden in Abschnitt 3.1 diskutiert.

Die Darstellung in Abschnitt 3.2 konzentriert sich auf die strukturelle Schätzung diskreter und gemischt diskret-stetiger dynamischer Entscheidungsprobleme. Dazu kommen in erster Linie Maximum-Likelihood-Verfahren in Frage, die auf einer numerischen Lösung des Optimierungsproblems beruhen. Eine Klasse derartiger Schätzverfahren basiert auf dem von Rust (1987, 1988) entwickelten geschachtelten Fixpunktverfahren (*nested fixed-point algorithm*, NFXP), das in Abschnitt 3.3 dargestellt wird. Dabei werden mithilfe einer numerischen Lösung die Parameterwerte des zugrundeliegenden intertemporalen Verhaltensmodells strukturell geschätzt. In Abschnitt 3.4 werden alternative Schätzverfahren kurz dargestellt.

3.1 Theoriegeleitete ökonometrische Analyse intertemporaler Entscheidungen

Zur ökonometrischen Schätzung intertemporaler Entscheidungsprobleme wurden im wesentlichen drei Ansätze entwickelt:

[7] Daneben gibt es noch eine Reihe von Verfahren, die die Struktur spezieller Modell ausnutzen. Fair (1996) stellt numerische Verfahren vor, die zur Lösung makroökonomischer Modelle verwendet werden können.

- Verfahren, die Entscheidungsregeln als reduzierte Formen schätzen
- Verfahren, die Bedingungen erster Ordnung des Optimierungsproblems ausnutzen
- Verfahren, die auf einer numerischen Lösung des Optimierungsproblems beruhen

Die beiden letztgenannten Verfahren ermöglichen eine *strukturelle* Schätzung des ökonomischen Entscheidungsmodells. Sowohl diese strukturellen Verfahren als auch die Schätzung reduzierter Formen, die im Kontext eines ökonomischen Entscheidungsmodells interpretiert wird, stehen in der Tradition theoriegeleiteter empirischer Wirtschaftsforschung. Diese Ansätze haben den Vorteil, daß mithilfe ökonometrisch-statistischer Methoden die Gültigkeit des zugrundliegenden Verhaltensmodells getestet werden kann. Wenn das Modell von den Daten nicht zurückgewiesen wird, lassen sich die Schätzergebnisse zur Simulation alternativer Politikszenarien nutzen. Diese methodische Orientierung angewandter Wirtschaftsforschung geht ansatzweise zurück auf Marschak (1952) und findet ihren Niederschlag vor allem in der Formulierung der bekannten Lucas-Kritik (Lucas (1976)).[8]

Gerade im Zusammenhang mit intertemporalen individuellen Entscheidungen wird diese Forschungsrichtung allerdings häufig kritisiert, weil sie auf oft formal sehr anspruchsvollen und deshalb als „unrealistisch“ empfundenen Entscheidungsmodellen beruhe. Hinzu kommen Befunde aus experimentellen Untersuchungen, nach denen bestimmte Grundannahmen des Standardmodells intertemporaler Nutzenmaximierung wie die exponentielle Diskontierung zukünftiger Nutzenströme systematisch verletzt werden. Schließlich erfordert die ökonometrische Schätzung selbst in der Regel starke, für sich genommen nicht testbare Hilfsannahmen (so zum Beispiel Annahmen über die Verteilung unbeobachtbarer, stochastischer Größen). Auf diese methodischen Probleme gehe ich in Abschnitt 5 ein.

Für die strukturelle Schätzung dynamischer Entscheidungsprozesse stehen die beiden eingangs genannten Ansätze zur Verfügung. Zum einen können Bedingungen erster Ordnung des zugrundeliegenden Optimierungsproblems ausgenutzt werden. Diese Eulergleichungen lassen sich für eine Klasse von Optimierungsmodellen mit stetigen Entscheidungsvariablen ableiten. Sie stellen eine intertemporale Version des traditionellen Grenznutzenkalküls dar. Aus diesen Eulergleichungen können Momentenrestriktionen gewonnen werden, auf denen verallgemeinerte Momentenschätzer (*generalized method of moments*, GMM) beruhen.[9] Eine alternative Vorgehensweise ist eine Maximum-Likelihood-Schätzung, die explizite

[8] Keane und Wolpin (1997) diskutieren in der Einführung zu einem von ihnen herausgegebenen Sonderband des *Journal of Business and Economic Statistics* (Vol. 15, No. 2) die Vorteile einer strukturellen Vorgehensweise in der angewandten mikroökonomischen Forschung. Der von Kapteyn et al. (1995) herausgegebene Sonderband des *Journal of Applied Econometrics* (Vol. 10, Supplement) konzentriert sich ebenfalls auf die strukturelle Analyse intertemporaler Entscheidungsprobleme.

[9] Diese Verfahren gehen auf Hansen (1982) und Hansen und Singleton (1982) zurück; siehe auch Hall (1993) sowie Ogaki (1993).

Lösungsfunktionen der intertemporalen Optimierungsmodelle verwendet. In der Regel können diese Lösungsfunktionen allerdings nicht analytisch bestimmt, sondern müssen numerisch berechnet werden. Für den Fall stetiger Entscheidungsvariablen wurde dieser Ansatz erstmals von Hansen und Sargent (1980) verwendet und von Fair und Taylor (1983) weiterentwickelt. Ein Maximum-Likelihood-Verfahren für diskrete Entscheidungsvariablen wurde von Rust (1987) vorgestellt. Es wird in den nächsten Abschnitten diskutiert.

3.2 Schätzung diskreter dynamischer Entscheidungsmodelle

Rust (1987) entwickelt ein Maximum-Likelihood-Verfahren, das zur ökonometrischen Analyse diskreter intertemporaler Optimierungsprobleme verwendet werden kann. Es beruht auf numerischen Verfahren zur Ermittlung der Lösungsfunktion, wie sie in Abschnitt 2.3 vorgestellt wurden. In diesem Abschnitt diskutiere ich die ökonometrische Spezifikation des Modells; die asymptotischen Eigenschaften des Maximum-Likelihood-Schätzers werden im nächsten Abschnitt abgeleitet.

Wenn Markoff-Entscheidungsprozesse ökonometrisch geschätzt werden sollen, muß zunächst ein methodisches Interpretationsproblem gelöst werden. Die optimale Entscheidungsregel $\alpha(s)$ ist nämlich eine *deterministische* Funktion der Zustandsvariablen, mit deren Hilfe beobachtetes Verhalten folglich perfekt beschrieben werden kann. Dies ist allerdings weder realistisch noch wünschenswert. Deshalb ist es erforderlich, in den Daten beobachteten Abweichungen tatsächlichen Verhaltens von den Vorhersagen des Optimierungsmodells eine sinnvolle Interpretation zu geben. Rust (1994) diskutiert vier Möglichkeiten: Optimierungsfehler auf Seiten der Entscheider, Meßfehler in den Daten, die beobachtetes Verhalten beschreiben, Approximationsfehler bei der Formulierung und Lösung des Optimierungsmodells sowie die Existenz von Zustandsvariablen, die für das tatsächliche Verhalten relevant, aber vom Ökonometriker nicht beobachtbar sind. Eine detaillierte Diskussion der ersten drei Interpretationsmöglichkeiten kann an dieser Stelle nicht erfolgen, dazu sei auf Rust (1994, S. 3100f.) verwiesen. In dem hier vorgestellten strukturellen Schätzansatz wird die vierte Möglichkeit gewählt, es wird also ein dynamisches diskretes Entscheidungsmodell mit unbeobachteten Zustandsvariablen formuliert.

Der in Abschnitt 2 definierte Zustandsvektor s wird nun in zwei Komponenten zerlegt: eine Komponente x, deren Elemente sowohl dem Entscheider bekannt als auch vom Ökonometriker beobachtbar sind, sowie eine Komponente unbeobachtbarer Zustandvariablen ϵ, die dem Entscheider bekannt sind, aber vom Ökonometriker nicht beobachtet werden können. Es gilt also $s = (x, \epsilon)$, und die optimale Entscheidungsregel ist gegeben durch $\alpha(x, \epsilon)$. Wenn die unbeobachtete Komponente hinreichend spezifiziert ist, kann jedes beobachtete Verhalten für gegebene Werte von ϵ als optimale (deterministische) Entscheidung interpretiert werden.

Unter dieser Annahme können die relevanten Parameter mit einem Maximum-Likelihood-Ansatz auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeit

$$P(a|x,\theta) = \int I(a = \alpha(x,\epsilon,\theta))q(\mathrm{d}\epsilon|x)\,, \tag{9}$$

bestimmt werden, wobei $I(\cdot)$ die Indikatorfunktion und $q(\mathrm{d}\epsilon|x)$ die Wahrscheinlichkeit der unbeobachteten Komponenten ϵ, bedingt auf die beobachteten Zustandsvariablen x, ist. Die N Elemente des Parametervektors $\theta \in I\!R^N$ parametrisieren dabei sowohl die Nutzenfunktion $u(\cdot)$ als auch die Übergangsdichte $p(\cdot)$; außerdem ist auch der Diskontfaktor β ein zu schätzender Parameter. Die empirische Spezifizikation des intertemporalen Optimierungsproblems ist also das Tupel $(u(\cdot), p(\cdot), \beta)$, der Parametervektor lautet $\theta = (\theta_u, \theta_p, \beta)$. Wie im statischen Modell diskreter Entscheidungen (McFadden (1981)) werden nun noch zwei weitere Annahmen getroffen, nämlich additive Separabilität und bedingte Unabhängigkeit:

> **Annahme:** Additive Separabilität
> Die Menge der zur Verfügung stehenden Alternativen (der Entscheidungsraum) hängt lediglich von den beobachteten Zustandsvariablen ab, $A(s) = A(x)$. Die unbeobachtete Komponente des Zustandvektors hat mindestens soviele Elemente wie die Menge der zur Verfügung stehenden Alternativen. Die Nutzenfunktion besitzt eine additiv-separable Struktur, das heißt $u(s,a) = u(x,a) + \epsilon(a)$.

> **Annahme:** Bedingte Unabhängigkeit
> Die Übergangsdichte des Markoff-Prozesses $\{x_t, \epsilon_t\}$ kann faktorisiert werden als
> $p(\mathrm{d}x_{t+1}, \mathrm{d}\epsilon_{t+1}|x_t, a_t, \epsilon_t) = q(\mathrm{d}\epsilon_{t+1}|x_{t+1})\pi(\mathrm{d}x_{t+1}|x_t, a_t)$.

Die Annahme bedingter Unabhängigkeit impliziert, daß der Prozeß der unbeobachteten Komponenten $\{\epsilon_t\}$ unabhängig ist von der eigentlichen Dynamik des Modells, die in der Übergangsdichte der beobachteten Zustandsvariablen $\pi(\mathrm{d}x_{t+1}|x_t, a_t)$ erfaßt wird. Insbesondere gilt, daß x_{t+1} eine hinreichende Statistik ist für ϵ_{t+1}, daß $\{\epsilon_t\}$ ein IID-Prozeß ist, der nicht von den laufenden Zustandsvariablen x_t abhängt und daß die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zustandsvariablen der nächsten Periode x_{t+1} nur von den laufenden Zustandsvariablen x_t abhängt, nicht aber von den laufenden unbeobachteten Komponenten ϵ_t.

Unter diesen Annahmen kann nun die in Abschnitt 2 hergeleitete Bellmann-Gleichung für den Fall diskreter Entscheidungen geschrieben werden als

$$V_\theta(x,\epsilon) = \max_{a\in A(x)} \left[v(x,a,\theta) + \epsilon(a)\right]\,, \quad \text{wobei} \tag{10}$$

$$v(x,a,\theta) = u(x,a,\theta_u) + \beta \int V_\theta(x',\epsilon)q(\mathrm{d}\epsilon|x')\pi(\mathrm{d}x'|x,a,\theta_p)\,. \tag{11}$$

Die Struktur dieses Modells entspricht derjenigen des statischen Modells diskreter Entscheidungen, wobei jedoch die statische Nutzenfunktion $u(\cdot)$ durch die dynamische Wertfunktion $v(\cdot)$ ersetzt wird. Auch das weitere Vorgehen ist analog zum statischen Modell. Zunächst kann nun die bedingte Wahrscheinlichkeit (9) geschrieben werden als

$$P(a|x) = \frac{\partial G[\{u(x,a), a \in A(x)\}|x]}{\partial u(x,a)}, \quad \text{wobei} \tag{12}$$

$$G[\{u(x,a), a \in A(x)\}|x] = \int_{I\!R^{|A|}} \max_{a \in A(x)} [u(x,a) + \epsilon(a)] q(\mathrm{d}\epsilon|x) \, . \tag{13}$$

das Analog zur *social surplus function* (McFadden (1981)) des statischen Modells ist.

Um dieses Modell einer Maximum-Likelihood-Schätzung zugänglich zu machen, muß als nächstes eine Annahme über die bedingte Verteilung der unbeobachteten Komponenten getroffen werden. Die Annahme einer multivariaten Extremwertverteilung ist analog zum statischen Logit-Modell:

$$q(\mathrm{d}\epsilon|x) = \prod_{a \in A(x)} \exp\{-\epsilon(a) + \gamma\} \exp[-\exp\{-\epsilon(a) + \gamma\}] \, , \tag{14}$$

Damit erhält man schließlich folgenden Ausdruck für die bedingten Wahrscheinlichkeiten:

$$P(a|x) = \frac{\exp\{v(x,a)\}}{\sum_{\tilde{a} \in A(x)} \exp\{v(x,\tilde{a})\}} \, . \tag{15}$$

Die dabei verwendete Wertfunktion $v(\cdot)$ stellt die eigentliche Verbindung des ökonometrischen Modells mit dem dynamischen diskreten Entscheidungsmodell dar, denn sie ergeben sich als Fixpunkt der dieses Optimierungsmodell beschreibenden Operatorgleichung

$$\Gamma(v)(x,a) = u(x,a) + \beta \int \log\left(\sum_{a' \in A(x')} \exp\{v(x,a')\} \right) \pi(\mathrm{d}x'|x,a) \, . \tag{16}$$

Sind (nicht notwendigerweise balancierte) Paneldaten der Form $\{x_t^i, a_t^i\}$, also Beobachtungen individueller Zustandsvariablen x_t^i und der jeweils getroffenen diskreten Entscheidungen a_t^i für I Individuen, gegeben, so kann der Full-Information-Maximum-Likelihood-Schätzer des Parametervektors θ bestimmt werden. Als Schätzer ergibt sich schließlich:

$$\hat{\theta} = \arg\max_{\theta \in I\!R^N} \; L(\theta) = \prod_{i=1}^{I} \prod_{t=t_0^i}^{t_T^i} P(a_t^i|x_t^i, \theta) \pi(\mathrm{d}x_t^i|x_{t-1}^i, a_{t-1}^i, \theta_p) \, . \tag{17}$$

Damit stehen nun die beiden wesentlichen Teile der Maximum-Likelihood-Schätzung des dynamischen diskreten Entscheidungsmodells zur Verfügung: Das intertemporale Optimierungsmodell selbst und dessen strukturelle ökonometrische Umsetzung, die dem statischen Logit-Modell entspricht und auf das Konzept unbeobachteter Zustandsvariablen zurückgreift. Im nächsten Abschnitt wird beschrieben, wie diese Teile in einem einheitlichen Schätzverfahren verbunden werden können.

3.3 Asymptotische Eigenschaften des geschachtelten Fixpunkt-Algorithmus

Der geschachtelte Fixpunkt-Algorithmus erlaubt es, die Parameter eines intertemporalen Entscheidungsmodells zu schätzen. Die asymptotischen Eigenschaften dieses Schätzverfahrens werden von Rust (1988) hergeleitet; eine erste Anwendung findet sich bei Rust (1987). Abbildung 1 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Algorithmus: In einer inneren Schleife wird für *gegebene* Parameterwerte die Lösung des diskreten Kontrollproblems numerisch bestimmt, während in der äußeren Schleife die Parameterwerte mittels eines Maximum-Likelihood-Verfahrens berechnet werden können. Da die partielle Ableitung der Wertfunktion existiert und eine stetige Funktion von θ ist, kann für die Maximum-Likelihood-Schätzung der äußeren Schleife ein Quasi-Newton-Verfahren verwendet werden. Weil zweite Ableitungen allerdings nicht ohne weiteres bestimmt werden können, wird der BHHH-Algorithmus (Berndt et al. (1974)) verwendet, in dem die Hesse-Matrix lediglich approximiert wird.

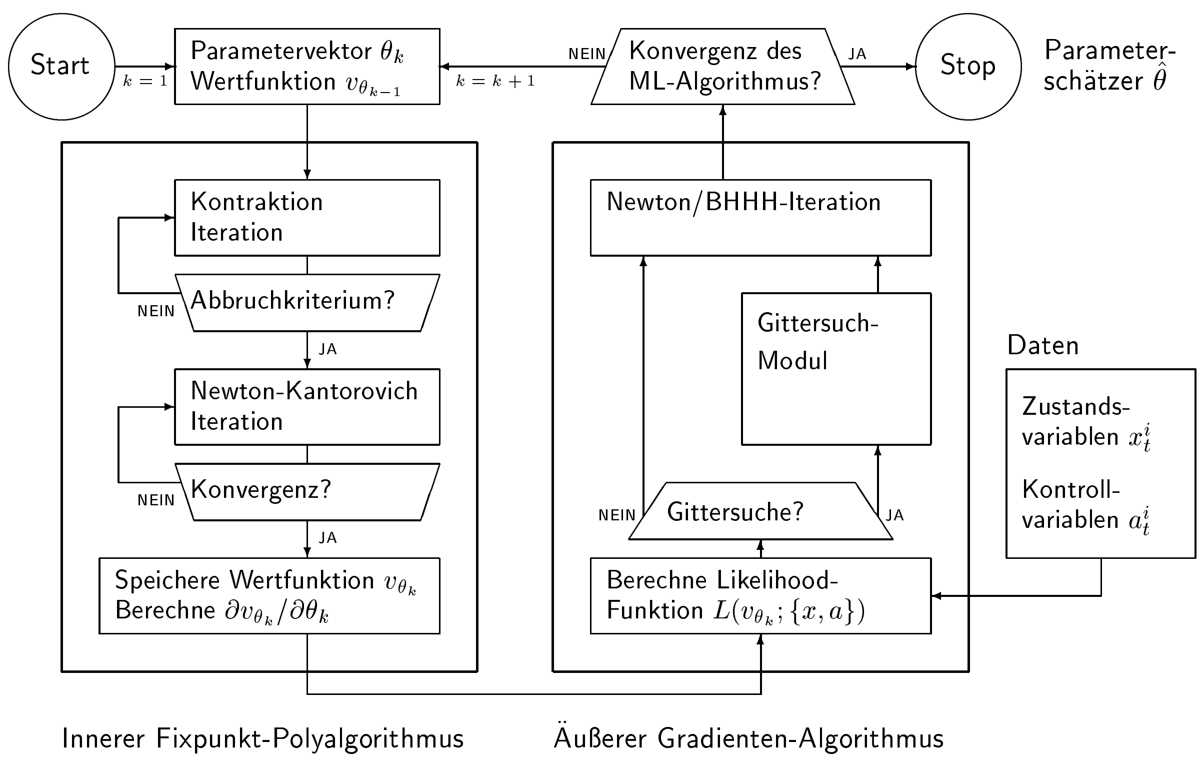

Abbildung 1: Der geschachtelte Fixpunkt-Algorithmus

Unter weiteren Regularitätsannahmen[10] lassen sich die im folgenden Satz zusammengefaßten Eigenschaften des Full-Information-Maximum-Likelihood-Schätzers herleiten, der mithilfe des geschachtelten Fixpunkt-Algorithms berechnet wird (siehe Rust (1988) und Rust (1994), S. 3113).

> **Satz:** Asymptotische Eigenschaften des Parameterschätzers $\hat{\theta}$
> Der durch (17) gegebene Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{\theta}$ weist folgende asymptotische Eigenschaften auf: $\hat{\theta}$ ist eine wohldefinierte Zufallsvariable, die mit Wahrscheinlichkeit 1 gegen den wahren Wert θ^* konvergiert, wenn die Anzahl der Individuen I im Paneldatensatz gegen unendlich geht, und die Verteilung von $\sqrt{I}(\hat{\theta} - \theta^*)$ konvergiert (schwach) gegen $N(0, -H(\theta^*)^{-1})$, wobei $H(\theta^*)$ die Informationsmatrix des Schätzers ist.

In bestimmten Anwendungsfällen ist nicht nur der Parametervektor θ von Interesse, sondern auch die geschätzte Wertfunktion $v_{\hat{\theta}}$, die ein B-wertiges Zufallselement ist, also ein Element des Banachraums $B(S)$. Die asymptotischen Eigenschaften der geschätzten Wertfunktion faßt der nächste Satz (Rust (1988)) zusammen.

> **Satz:** Asymptotische Eigenschaften der geschätzten Wertfunktion $v_{\hat{\theta}}$
> Es sei $\hat{\theta}$ ein asymptotisch normalverteilter, konsistenter Schätzer für θ^*. Dann gilt: $v_{\hat{\theta}}$ ist ein B-wertiges Zufallselement, $v_{\hat{\theta}}$ konvergiert (schwach) gegen v_{θ^*} mit Wahrscheinlichkeit 1, und die Verteilung von $\sqrt{I}(v_{\hat{\theta}} - v_{\theta^*})$ konvergiert gegen ein normalverteiltes Zufallselement von B mit Erwartungswert 0 und Kovarianzoperator $\left[\frac{\partial v_{\theta^*}}{\partial \theta}\left(-H(\theta^*)^{-1}\right)\frac{\partial v_{\theta^*}}{\partial \theta'}\right]$.

Aufgrund der asymptotischen Eigenschaften des Maximum-Likelihood-Schätzers können zum Test von Parameterrestriktionen die bekannten statistischen Testverfahren (Wald-, Likelihood-Ratio- und Lagrange-Multiplier-Test) eingesetzt werden. Prinzipiell kann zum Test der gesamten Modellspezifikation – also von $(u(\cdot), p(\cdot), \beta)$ – ein χ^2-Anpassungstest verwendet werden, obwohl dies gewisse praktische Schwierigkeiten mit sich bringt (Rust (1994), S. 3116ff.).

Schließlich bleibt festzuhalten, daß die Spezifikation eines intertemporalen Modells (Nutzenfunktion, Übergangsdichte und Diskontfaktor) ohne weitere Annahmen nicht identifiziert ist, obwohl zur Herleitung des Modells bereits starke Annahmen getroffen werden müssen (wie die additiv-separable Form der Nutzenfunktion, die zeitkonstante Diskontie-

[10] Eine ökonomisch interessante Regularitätsbedingung betrifft die bedingte Unabhängigkeit sogenannter Makro-Zustandsvariablen. Dazu wird angenommen, daß sich die beobachteten Zustandsvariablen weiter aufspalten lassen in eine „Makro“-Komponente, die für alle Individuen im Datensatz identisch ist, und in eine idiosynkratische Komponente, die über Individuen hinweg variiert. Die Annahme bedingter Unabhängigkeit bedeutet, daß individuelle Entscheidungen a_t^i keinen Einfluß auf den Prozeß der Makro-Zustandsvariablen haben. Siehe dazu Rust (1994), S. 3111.

rung und das Erwartungsnutzenkalkül); siehe dazu auch Rust (1994, S. 3124ff.). Eine identifizierende Annahme ist beispielsweise eine bestimmte funktionale Form der Nutzenfunktion. Jeder Spezifikationstest kann deshalb lediglich gegen die *gemeinsame* Nullhypothese rationaler Erwartungen und korrekter Spezifikation verwendet werden. Die Annahme rationaler Erwartungen selbst ist also prinzipiell weder testbar noch hätte sie empirischen Gehalt.

3.4 Weitere Schätzverfahren

Das im vorangegangenen Abschnitt dargestellte Maximum-Likelihood-Verfahren zur ökonometrischen Schätzung von diskreten dynamischen Entscheidungsprozessen wurde hergeleitet unter bestimmten Separabilitäts- und Unabhängigkeitsannahmen für die Störterme. Oft erscheint es wünschenswert, diese Annahmen abzuschwächen – zum Beispiel, wenn serielle Korrellation in den unbeobachteten Größen zugelassen werden soll. Leider steht für diese Fälle kein allgemeines Schätzmodell zur Verfügung. In der Literatur werden für bestimmte Spezialfälle Schätzverfahren vorgestellt, die allerdings nicht ohne weiteres auf andere Anwendungen übertragbar sind. Auf eine ausführliche Darstellung solcher Verfahren wird an dieser Stelle deshalb verzichtet; Rust (1994) stellt einige dieser Modelle vor.

4 Anwendungsbeispiele

Aus methodischer Sicht ist der entscheidende Vorteil des in Abschnitt 2 dargestellten Markoff-Modells dessen Allgemeinheit, die eine Anwendung auf nahezu alle intertemporalen ökonomischen Entscheidungssituationen erlaubt. Die in Abschnitt 3 diskutierten Methoden wiederum machen diese Modelle einer strukturellen ökonometrischen Schätzung zugänglich. Diesen Vorteilen stehen aber auch Nachteile gegenüber. Die praktische Anwendung diskreter Markoff-Entscheidungsmodelle erfordert zunächst eine gewisse Disziplin bei der Modellformulierung, also bei der Auswahl von Kontroll- und Zustandsvariablen, der Spezifizierung der Zielfunktion und sowie der Modellierung der stochastischen Übergangsprozesse. Hinzu kommen die ebenfalls in Abschnitt 3 beschriebenen numerischen Probleme, die die Freiheit bei der Formulierung des Modells unter Umständen einschränken. Schließlich stellen strukturelle Verfahren recht hohe Anforderungen an die Qualität der verwendeten Daten, weil Kontroll- und vor allem Zustandsvariablen aus den vorhandenen Rohdaten so konstruiert werden müssen, daß sie den im zugrundeliegenden intertemporalen Entscheidungskalkül relevanten ökonomischen Variablen möglichst gut entsprechen. Die Schätzung reduzierter Formen ermöglicht in dieser Hinsicht eine größere – methodisch allerdings nicht unproblematische – Flexibilität.

Wegen dieser praktischen Schwierigkeiten sind Anwendungen der in Abschnitt 3 dargestellten ökonometrischen Methoden zur strukturellen Schätzung von intertemporalen

Optimierungsproblemen noch vergleichsweise selten. Anhand von vier Anwendungsbeispielen, je zwei zum Entscheidungsverhalten von Unternehmen und zu individuellen Entscheidungen, werden in diesem Abschnitt Möglichkeiten der praktischen Anwendung von diskreten Markoff-Entscheidungsmodellen in der empirischen Wirtschaftsforschung illustriert. Die wichtigsten Elemente dieser vier Anwendungsbeispiele werden in Tabelle 1 vergleichend dargestellt. Rust (1994) diskutiert weitere Anwendungsbeispiele.

Tabelle 1: Empirische Anwendungen diskreter dynamischer Entscheidungsprozesse

	Ersatzproblem für dauerhafte Wirtschaftsgüter	Rust (1987)
Entscheidung	Ersatz von Busmotoren	binär
Zustandsvariable	Laufleistung des Busses	
	Investitionen bei endogenem Marktaustritt	Winter (1998a)
Entscheidungen	Investitionshöhe	stetig
	Marktaustritt (Verbleib, Verkauf bzw. Schließung)	binär
Zustandsvariablen	Kapitalstock, Alter des Betriebs, Produktivität	
	Ruhestands- und Arbeitsangebotsentscheidung	Rust / Phelan (1997)
Entscheidungen	Beantragung von Rentenleistungen	binär
	Höhe des Arbeitsangebots (Voll-, Teilzeit, Null)	ordinal
Zustandsvariablen	Gesundheitszustand, Sozialversicherungsanspruch, Arbeitsangebot, Haushaltseinkommen u.a.	
	Wahl von Wohnort und Arbeitsplatz	Winter (1998b)
Entscheidungen	Wohnort (Ost-, Westdeutschland)	binär
	Arbeitsort (Ost-, Westdeutschland)	binär
Zustandsvariablen	Wohn- und Arbeitsregion, regionale Lohnsätze, regionale Arbeitslosenquoten	

4.1 Das Ersatzproblem für dauerhafte Wirtschaftsgüter

Die erste empirische Anwendung des geschachtelten Fixpunkt-Algorithmus geht auf Rust (1987) zurück. Rust modelliert das Ersatzproblem für dauerhafte Wirtschaftsgüter, konkret die Ersatzentscheidung für Busmotoren in der Busflotte der Verkehrsbetriebe von Madison, Wisconsin. Diese Anwendung bietet sich für eine strukturelle Schätzung deshalb an, weil alle relevanten Größen direkt beobachtbar sind – Rust standen detaillierte monatliche Betriebsdaten von 162 Bussen acht verschiedener Typen über einen Zeitraum von über zehn Jahren zur Verfügung.

Rust modelliert die binäre Entscheidung des Werkstattleiters der Verkehrsbetriebe von Madison, während der laufenden Periode (in diesem Fall gemessen in Monaten) einen

Busmotor zu ersetzen oder ihn für (mindestens) eine weitere Periode im jeweiligen Bus zu belassen.[11] Diese Entscheidung ist in den dokumentierten Betriebsgeschichten der Busse direkt beobachtbar. Die zu minimierende Zielfunktion ist der Gegenwartswert der künftigen Betriebskosten. In diese Zielfunktion gehen nicht nur die Kosten eines neuen Motors bzw. die Reparaturkosten eines alten Motors ein, sondern auch diejenigen Kosten, die wegen der durch Austausch oder Ausfall eines Motors verursachten Standzeiten entstehen. Entscheidend für das intertemporale Optimierungsproblem ist also nicht allein die Abwägung zwischen den Kosten eines neuen und den Reparaturkosten eines alten Motors. Auch die im Falle eines ungeplanten Ausfalls höheren Kosten der Standzeit müssen berücksichtigt werden, und mit der Laufleistung eines Motors steigen nicht nur die Reparaturkosten, sondern es nimmt auch die Wahrscheinlichkeit eines ungeplanten Ausfalls zu. Als (einzige) Zustandsvariable, die den Zustand eines Motors beschreibt, wählt Rust deshalb die in Meilen gemessene Laufleistung.

4.2 Investitionen bei endogenem Marktaustritt

Die theoretische Literatur zu Investitionsentscheidungen hat in den vergangenen Jahren vor allem zwei Aspekte betont. Zum einen sind Investionsentscheidungen oft an bestimmte Projekte geknüpft und weisen damit zumindest bei der Verwendung disaggregierter Daten ein ausgeprägt diskretes Element auf. Im Falle von Desinvestitionen muß dabei auch die Möglichkeit des völligen Marktaustritts berücksichtigt werden. Zum anderen führen Irreversibilitäten zu komplizierteren intertemporalen Entscheidungskalkülen als in den traditionellen Investitionsmodellen.

Die empirische Literatur zu beiden Aspekten ist bislang noch vergleichsweise wenig entwickelt. Strukturelle Modelle des Entscheidungsverhaltens des Unternehmens, die neben der Höhe der Investitionsausgaben auch diskrete Entscheidungsvariablen berücksichtigen, bringen allerdings besondere Probleme bei der ökonometrischen Schätzung mit sich; auf diesem Gebiet besteht noch erheblicher Forschungsbedarf. Nur in bestimmten Fällen können aus solchen Modellen Eulergleichungen abgeleitet und GMM-Schätzverfahren angewendet werden, wie sie traditionell in strukturellen Modellen des Investitionsverhaltens verwendet werden. In vielen Fällen existieren Eulergleichungen aber nicht. Ein wichtiges Beispiel ist die Berücksichtigung eines endogenen Marktaustritts (eine binäre Entscheidung, die zu Beginn jeder Periode getroffen werden kann) in einem Investitionsmodell. Das entsprechende gemischt diskret-stetige Modell des Entscheidungsverhaltens von Unternehmen wurde von Ericson und Pakes (1995) und Pakes (1994) analysiert.

[11] Als John Rust an diesem Projekt arbeitete, war er Professor am Department of Economics der University of Wisconsin in Madison. Die Ergebnisse des Projekts diskutierte er intensiv mit Harold Zurcher, dem Werkstattleiter der Verkehrsbetriebe, der ihm den Datensatz zur Verfügung gestellt hatte. Zurchers Name erschien auch im Titel des *Econometrica*-Beitrags (Rust, 1987) und erlangte dadurch unter Ökonometrikern eine gewisse Berühmtheit.

Eine empirsche Anwendung eines solchen Modells findet sich bei Winter (1998a). Der mathematischen Modellierung liegt die Verhaltenshypothese zugrunde, daß Unternehmen den Wert des Unternehmens (definiert als die diskontierte Summe aller zukünftigen cash flows) durch Wahl eines optimalen Investitionspfades maximieren. Dem Unternehmen steht neben den Investitionsausgaben noch eine weitere Entscheidungsvariable zur Verfügung, nämlich die Entscheidung, aus dem Markt auszutreten. Diese Entscheidung kann das Unternehmen zu Beginn jeder Periode neu treffen; hat es den Markt einmal verlassen, kann es (so die vereinfachende Annahme) nicht wieder eintreten. Formal handelt es sich bei dieser Kontrollvariable um eine binäre Variable, denn sie kann nur die Werte „Marktaustritt" oder „Verbleiben im Markt für (mindestens) eine weitere Periode" annehmen. Mit ihr ist eine ebenfalls binäre Zustandsvariable verbunden, die angibt, ob das Unternehmen zum jeweiligen Zeitpunkt noch im Markt aktiv ist. Dabei ist der inaktive Zustand absorbierend, da Wiedereintritt ausgeschlossen wurde. Die Lösung des skizzierten Entscheidungsproblems des Unternehmens führt zu einem gemischt diskret-stetigen Markoff-Prozeß in den beiden Kontrollvariablen. Um das geschachtelte Fixpunkt-Verfahren anwenden zu können, wird für die empirische Untersuchung die stetige Kontrollvariable (Investitionsausgaben) diskretisiert. Es entsteht dadurch ein Modell mit ausschließlich diskreten Kontrollvariablen, das mit einer Standard-Version des NFXP-Algorithmus geschätzt werden kann.

Winter (1998a) nutzt dieses Modell, um die Auswirkungen finanzieller Restriktionen auf das Investitionsverhalten von Unternehmen zu untersuchen. Die finanzielle Lage des Unternehmens, die Finanzierungsrestriktionen widerspiegelt, kann dabei durch eine weitere Zustandsvariable (neben dem Kapitalstock des Unternehmens) berücksichtigt werden. Diese Variable kann interpretiert werden als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Unternehmen sich einer bindenden Finanzrestriktion gegenübersieht. Ein solches Modell wird dann anhand von sehr detaillierten U.S.-Betriebsstättendaten für eine Gruppe von 40 Unternehmen geschätzt. Wie in der älteren empirischen Literatur zeigt sich, daß finanzielle Restriktionen die Investitionstätigkeit des Unternehmens reduzieren. Zudem konnte erstmals gezeigt werden, daß finanzielle Restriktionen auch die Wahrscheinlichkeit eines Marktaustritts (also der Schließung oder Veräußerung eines Betriebs) erhöhen. Neu ist außerdem, daß sich die genannten Effekte indirekt, das heißt von der finanziellen Restriktion auf Unternehmensebene auf die Investitionsentscheidung auf Betriebsebene, ergeben.

Die empirische Untersuchung schließt mit einer auf den strukturellen Schätzergebnissen beruhenden Simulation der Wachstumsprozesse aller in der ersten Beobachtungsperiode aktiven Betriebe unter der alternativen Politikannahme, daß es in keiner Periode Finanzierungsrestriktionen gebe. Derartige Bedingungen sind in der Realität zwar kaum vorstellbar, und die Simulation klammert alle damit verbundenen Gleichgewichtseffekte aus. Die Simulation kann aber den grundsätzlichen Vorteil von strukturellen Ansätzen zeigen: Es lassen sich nicht nur die qualitativen Auswirkungen von Politikveränderungen abschätzen, sondern individuelle Anpassungspfade (also der gesamte Prozeß der Zustands- und Entscheidungsvariablen der Betriebe) simulieren. Im konkreten Fall würde sich ohne Finanzierungsrestriktionen die Zahl der Betriebsschließungen deutlich reduzieren, und auf Betriebsebene würde insgesamt mehr investiert. Damit ergibt sich im Modell ohne Finanzierungsrestriktionen eine Verteilung mit insgesamt größeren Betrieben. Außerdem ist die Varianz der Größenverteilung der überlebenden Betriebe geringer, weil während des Wachstumsprozesses bestimmte externe Schocks, nämlich die in manchen Perioden bindenden Finanzierungsrestriktionen, wegfallen.

4.3 Ruhestands- und Arbeitsangebotsentscheidung

Der intertemporale Charakter der Ruhestandsentscheidung zeigt sich in sogenannten Optionswertmodellen. Die Grundidee dieser Modelle ist, daß Individuen über einen gewissen Zeitraum hinweg (typischerweise mehrere Jahre) den Zeitpunkt ihrer Verrentung frei wählen können. So ermöglicht das deutsche Rentenversicherungssystem unter gewissen Voraussetzungen einen Vorruhestand ab dem 55. Lebensjahr; andererseits muß die Verrentung spätestens im Alter von 65 Jahren erfolgen. Je späterer der Verrentungszeitpunkt innerhalb dieses Zeitraums, desto höher sind die Rentenansprüche typischerweise. Allerdings kann die Ausgestaltung des jeweiligen Rentenversicherungssytems durchaus dazu führen, daß die Ansprüche nicht monoton mit dem Verrentungszeitpunkt steigen.

In einem einfachen Optionswertmodell wird deshalb angenommen, daß die Individuen zu jedem Entscheidungszeitpunkt den Gegenwartswert ihrer künftigen Rentenansprüche bei sofortiger Verrentung mit den Gegenwartswerten einer Verrentung zu allen möglichen späteren Zeitpunkten vergleichen. Für eine sofortige Verrentung entscheidet man sich dann, wenn diese Entscheidung den höchsten Gegenwartswert besitzt; ansonsten schiebt man die Entscheidung um (mindestens) ein Jahr auf, weil dies einen positiven Optionswert besitzt. Diese heuristische Formulierung des intertemporalen Entscheidungsverhalten läßt sich natürlich auch explizit im Rahmen eines diskreten Markoff-Entscheidungsmodells untersuchen. Entscheidend ist, daß dabei nicht monetäre Gegenwartswerte verglichen werden, sondern diskontierte Nutzenströme, die unter Annahme einer geeigneten funktionalen Form der Nutzenfunktion bestimmt werden können. In dieser Formulierung kann man dann auch Risikoaversion und Diskontfaktor als schätzbare Parameter der Nutzenfunktion berücksichtigen. Rust (1994, S. 3134ff.) stellt diese alternativen empirischen Vorgehensweisen vergleichend vor.

Im der einfachen Version des strukturellen Modells, das von Rust (1989) vorgestellt wurde, gibt es nur eine binäre Entscheidungsvariable – Verrentung sofort oder später. In einem allgemeineren Modell des Ruhestandsverhaltens sind aber auch andere Entscheidungen relevant. So bieten viele Rentenversicherungssysteme die Möglichkeit einer Teilzeitarbeit bei verringerten Rentenansprüchen. In diesem Fall muß ein Individuum gleichzeitig über Verrentung und die Höhe des Arbeitsangebots entscheiden. Auf diese Entscheidung hat die jeweilige Ausgestaltung von Einkommensfreigrenzen einen großen Einfluß. Rust und Phelan (1997) schätzen ein Modell der gemeinsamen Verrentungs- und Arbeitsangebotsentscheidung mithilfe des geschachtelten Fixpunkt-Algorithmus anhand von U.S.-Daten und verwenden die Schätzergebnisse, um verschiedene Politikänderungen, die die Ausgestaltung der Rentenversicherungssystems betreffen, zu simulieren. Auch hier zeigt sich der Vorteil einer strukturellen Schätzung: Nur sie erlaubt eine im Sinne der Lucas-Kritik valide Simulation individueller Entscheidungen bei sich ändernder Politik.

4.4 Wahl von Wohnort und Arbeitsplatz

Nach der deutschen Vereinigung wurde wegen der herrschenden Lohnunterschiede zwischen Ost- und Westdeutschland sowie wegen der rasch ansteigenden Arbeitslosigkeit allgemein mit starken Wanderungsbewegungen gerechnet. Nach einem sehr frühen Höhepunkt im Jahre 1989 ebbte die Ost-West-Migration aber rasch ab, und sie war dem Ausmaß nach schon 1993 den Wanderungsbewegungen innerhalb Westdeutschlands vergleichbar. Diese Befunde können allein durch die Erwartung rasch sinkender Lohndifferentiale nicht erklärt werden. Vielmehr legt die ökonomische Theorie der Entscheidung unter Unsicherheit nahe, daß auch im Fall der Ost-West-Migration der Optionswert des Wartens eine Rolle gespielt haben mag, der entsteht, wenn Investitionsentscheidungen mit (teilweise) irreversiblen Fixkosten verbunden sind. Dies wird durch die Ergebnisse der strukturellen Schätzung eines dynamischen diskreten Optimierungsmodells der Migrationsentscheidung mit Individualdaten des Arbeitsmarktmonitors Ost für die Jahre 1990–94 bestätigt (siehe Winter (1998b)).

Das intertemporale Optimierungsmodell selbst geht auf Winter (1997) zurück und ist dort sehr allgemein formuliert. Die Individuen treffen in jeder Periode t zwei diskrete Entscheidungen für die nächste Periode $t+1$, zum einen über die Region l, in der sie wohnen, zum anderen über die Region w, in der sie arbeiten. Die Anzahl der Regionen R ist dabei beliebig; es gilt $a = (l, w) \in A = \mathcal{R} \times \mathcal{R}$, wobei $\mathcal{R} = \{1, \ldots, R\}$.[12] Es ergeben sich folgende Fälle:

$$\begin{array}{lcl} l_{t+1} = l_t \wedge w_{t+1} = w_t & : & \text{Wohnen in der Arbeitsregion} \\ l_{t+1} \neq l_t \wedge w_{t+1} \neq w_t & : & \text{Migration (Umzug)} \\ l_{t+1} = l_t \wedge w_{t+1} \neq w_t & : & \text{Pendeln} \\ l_{t+1} \neq l_t \wedge w_{t+1} = w_t & : & \text{Pendeln} \end{array}$$

Es ist klar, daß sich diese Alternativen durch ihre Umzugs- bzw. Wegekosten unterscheiden, die im Rahmen des intertemporalen Optimierungskalküls jeweils mit den erwarteten Einkommen in den einzelnen Regionen verglichen werden müssen. Zusätzlich kann in diesem Modell noch eine dritte diskrete Entscheidung berücksichtigt werden, nämlich eine Arbeitsangebotsentscheidung. Darauf wurde angesichts der Anwendung auf Ostdeutschland verzichtet, weil dort das Phänomen unfreiwilliger Arbeitslosigkeit wesentlich wich-

[12] Bei der Anwendung auf innerdeutsche Migration ließ der verwendete Datensatz allerdings nur die Berücksichtigung zweier Regionen, nämlich Ost- und Westdeutschland, zu.

tiger erscheint als die Partizipationsentscheidung und freiwillige Arbeitslosigkeit.[13] Die Möglichkeit unfreiwilliger Arbeitslosigkeit wird im Modell ebenfalls berücksichtigt, weil die Individuen bei ihrer Erwartungsbildung über regional spezifische Einkommen die Wahrscheinlichkeit der Arbeitslosigkeit (die für die Population approximiert wird durch die Arbeitslosenquote) berücksichtigen. Die Einkommenserwartungen selbst sind im vorliegenden Modell auf das jeweilige Humankapital (also im wesentlichen die Schulbildung) bedingte Erwartungswerte. Die zugrundeliegenden Verteilungen werden dabei so parametrisiert, daß zwei Anpassungsprozesse unterschieden werden können: Zum einen bilden die Individuen Erwartungen über die Geschwindigkeit der Anpassung des Lohnniveaus, zum anderen über die Geschwindigkeit der Anpassung der Lohnspreizung (also des Abstands zwischen den Löhnen für unterschiedliche Qualifikationsniveaus).

5 Zusammenfassung und Ausblick

Diskrete dynamische Entscheidungsprozesse sind ein flexibles mathematisches Werkzeug, mit Hilfe dessen sich viele intertemporale ökonomische Entscheidungen modellieren lassen. Die in diesem Beitrag dargestellten numerischen und ökonometrischen Verfahren erlauben es, derartige Modelle auch in der empirischen Wirtschaftsforschung unter Verwendung von Mikrodaten einzusetzen. Eine strukturelle ökonometrische Schätzung ist zwar numerisch anspruchsvoll, nur sie erlaubt aber die valide Simulation der Auswirkungen von Politikänderungen auf individuelles Verhalten und damit auch die zuverlässige Abschätzung gesamtwirtschaftlicher Effekte.

Der praktische Wert des zugrundeliegenden normativen Modells der intertemporalen nutzenmaximierenden Entscheidung ist jedoch umstritten. So wird oft gesagt, daß das den individuellen Entscheidern unterstellte Maß an vorausschauender Rationalität völlig unrealistisch sei. Es sei an dieser Stelle beispielsweise auf experimentelle Untersuchungen individuellen Entscheidungsverhaltens hingewiesen, die ergeben haben, daß die Annahmen der neoklassischen Theorie intertemporaler Entscheidungen in verschiedener Hinsicht verletzt werden (ähnlich wie im Falle statischer Entscheidungen systematische Verletzungen der Erwartungsnutzentheorie dokumentiert wurden). So scheinen Individuen über einen kürzeren Zeithorizont stärker zu diskontieren als über einen langen, was eher für eine hyperbolische als für eine exponentielle Diskontierung spricht; siehe dazu auch Camerer (1995), S. 649ff. Derartige Befunde haben aber bislang noch nicht zu einer neuen, konsistenten Theorie intertemporaler Entscheidungen geführt, die in einem empirisch ausgerichteten Ansatz wie dem hier vorgestellten verwendet werden könnte; dies ist jedoch eine

[13] Montgomery (1991) untersucht mithilfe eines ähnlich gelagerten strukturellen Modells Migrationsentscheidungen innerhalb von Malaysia und berücksichtigt dabei auch eine Arbeitsangebotsentscheidung, was angesichts der Anwendung auf ein Entwicklungsland angemessener erscheint.

wichtige Forschungsrichtung auf dem Gebiet der intertemporalen Entscheidungen unter Unsicherheit.

Abschließend bleibt festzuhalten, daß die hier dargestellten intertemporalen Optimierungsmodelle nur dann Glaubwürdigkeit besitzen, wenn sie sich in einer empirischen Anwendung als konsistent mit beobachteten ökonomischen Entscheidungen erweisen. Dies kann mit geeigneten Spezifikationstests und Simulationen auf Basis des geschätzten Modells überprüft werden. Grundsätzlich sind derart komplexe Optimierungsmodelle nur dann erfolgreich, wenn das zugrundeliegende ökonomische Problem ein explizites intertemporales Entscheidungskalkül erfordert, das mithilfe weniger, in den zur Verfügung stehenden Datensätzen verläßlich gemessenen Variablen beschrieben werden kann. Eine kritiklose Anwendung des hier vorgestellten Ansatzes auf beliebige Entscheidungssituationen wird hingegen in der Regel nicht erfolgreich sein.

Literatur

An, M. Y. (1995): Econometric analysis of sequential discrete choice models. Working Paper No. 95-55, Department of Economics, Duke University.

Berndt, E. R., B. H. Hall, R. E. Hall, und J. A. Hausman (1974): Estimation and inference in nonlinear structural models. *Annals of Economic and Social Measurement*, 3, 653–665.

Bertsekas, D. P. (1976): *Dynamic Programming and Stochastic Control.* New York, San Francisco and London: Academic Press.

Bhattacharya, R. N. und M. Majumdar (1989): Controlled semi-Markov models: The discounted case. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 21, 365–381.

Blackwell, D. (1965): Discounted dynamic programming. *Annals of Mathematical Statistics*, 36, 226–235.

Camerer, C. (1995): Individual decision making. In J. H. Kagel und A. E. Roth (Eds.), *Handbook of Experimental Economics*, 587–703. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Ericson, R. und A. Pakes (1995): Markov-perfect industry dynamics: A framework for empirical work. *Review of Economic Studies*, 62(1), 53–82.

Fair, R. C. (1996): Computational methods for macroeconomic models. In H. M. Amman, D. A. Kendrick, und J. Rust (Eds.), *Handbook of Computational Economics*, Volume 1, 143 –169. Amsterdam: Elsevier.

Fair, R. C. und J. B. Taylor (1983): Solution and maximum likelihood estimation of dynamic nonlinear rational expectations models. *Econometrica*, 51, 1269–1286.

Fishburn, P. C. und A. Rubinstein (1982): Time preference. *International Economic Review*, 23(3), 677–694.

Furukawa, N. (1972): Markovian decision processes with compact action spaces. *Annals of Mathematical Statistics*, 43(5), 1612–1622.

Hall, A. (1993): Some aspects of generalized method of moments estimation. In G. S. Maddala, C. R. Rao, und H. D. Vinod (Eds.), *Handbook of Statistics*, Volume 11, 393–417. Amsterdam: Elsevier.

Hansen, L. P. (1982): Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica*, 50(4), 1029–1054.

Hansen, L. P. und T. J. Sargent (1980): Formulating and estimating dynamic linear rational expectations models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2(1), 7–46.

Hansen, L. P. und K. J. Singleton (1982): Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectation models. *Econometrica*, 50(5), 1269–1286.

Judd, K. L. (1996): Approximation, pertubation, and projection methods in economic analysis. In H. M. Amman, D. A. Kendrick, und J. Rust (Eds.), *Handbook of Computational Economics*, Volume 1, 509–585. Amsterdam: Elsevier.

Kapteyn, A., N. Kiefer, und J. Rust (1995): Introduction: The microeconometrics of dynamic decision making. *Journal of Applied Econometrics*, 10, S1–S7.

Keane, M. P. und K. I. Wolpin (1997): Introduction to the *JBES* special issue on structural estimation in applied microeconomics. *Journal of Business and Economics Statistics*, 15(2), 111–114.

Lucas, R. E. (1976): Econometric policy evaluation: A critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 1, 19–46.

Marschak, J. (1952): Economic measurements for policy and prediction. In W. C. Hood und T. C. Koopmans (Eds.), *Studies in Econometric Method*, 1–26. New York: Wiley.

McFadden, D. F. (1981): Econometric models of probabilistic choice. In C. F. Manski und D. F. McFadden (Eds.), *Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*, 198–272. Cambridge, MA: MIT Press.

Montgomery, M. R. (1991): Migration and job search in Malaysia. Unveröffentlichtes Manuskript, SUNY at Stony Brook.

Ogaki, M. (1993): Generalized Method of Moments: Econometric applications. In G. S. Maddala, C. R. Rao, und H. D. Vinod (Eds.), *Handbook of Statistics*, Volume 11, 455–488. Amsterdam: Elsevier.

Pakes, A. (1994): Dynamic structural models, problems and prospects: Mixed continuous discrete controls and market interactions. In C. A. Sims (Ed.), *Advances in Econometrics: Sixth World Congress*, Volume 2, 171–274. Cambridge, England: Cambridge University Press.

Rust, J. (1987): Optimal replacement of GMC bus engines: An empirical model of Harold Zurcher. *Econometrica*, 55(5), 999–1033.

Rust, J. (1988): Maximum likelihood estimation of discrete control processes. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 26(5), 1006–1024.

Rust, J. (1989): A dynamic programming model of retirement behavior. In D. A. Wise (Ed.), *The Economics of Aging*, 359–398. Chicago, IL, and London: University of Chicago Press.

Rust, J. (1994): Structural estimation of Markov decision processes. In R. F. Engle und D. L. McFadden (Eds.), *Handbook of Econometrics*, Volume 4, 3081–3143. Amsterdam: Elsevier (North-Holland).

Rust, J. (1996): Numerical dynamic programming in economics. In H. M. Amman, D. A. Kendrick, und J. Rust (Eds.), *Handbook of Computational Economics*, Volume 1, 619–729. Amsterdam: Elsevier.

Rust, J. und C. Phelan (1997): How Social Security and Medicare affect retirement behavior in a world of incomplete markets. *Econometrica*, 65(4), 781–831.

Stokey, N. L. und R. E. Lucas (1989): *Recursive Methods in Economic Dynamics.* Cambridge, MA, and London: Harvard University Press.

Winter, J. (1998a): *Investment and Exit Decisions at the Plant Level: A Dynamic Programming Approach.* Heidelberg: Physica-Verlag.

Winter, J. K. (1997): Migration and commuting decisions under uncertainty: A simulation study for post-unification Germany. Unveröffentlichtes Manuskript, Sonderforschungsbereich 504, Universität Mannheim.

Winter, J. K. (1998b): Migration vs. commuting in post-unification Germany: A dynamic discrete-choice approach. Unveröffentlichtes Manuskript, Sonderforschungsbereich 504, Universität Mannheim.

Wolpin, K. I. (1996): Public-policy uses of discrete-choice dynamic programming models. *American Economic Review, Papers & Proceedings*, 86(2), 427–432.

Nr.	Author	Title
01-52	Martin Hellwig Klaus M. Schmidt	Discrete-Time Approximations of the Holmström-Milgrom Brownian-Motion Model of Intertemporal Incentive Provision
01-51	Martin Hellwig	The Role of Boundary Solutions in Principal-Agent Problems with Effort Costs Depending on Mean Returns
01-50	Siegfried K. Berninghaus	Evolution of conventions - some theoretical and experimental aspects
01-49	Dezsö Szalay	Procurement with an Endogenous Type Distribution
01-48	Martin Weber Heiko Zuchel	How Do Prior Outcomes Affect Risky Choice? Further Evidence on the House-Money Effect and Escalation of Commitment
01-47	Nikolaus Beck Alfred Kieser	The Complexity of Rule Systems, Experience, and Organizational Learning
01-46	Martin Schulz Nikolaus Beck	Organizational Rules and Rule Histories
01-45	Nikolaus Beck Peter Walgenbach	Formalization and ISO 9000 - Changes in the German Machine Building Industry
01-44	Anna Maffioletti Ulrich Schmidt	The Effect of Elicitation Methods on Ambiguity Aversion: An Experimental Investigation
01-43	Anna Maffioletti Michele Santoni	Do Trade Union Leaders Violate Subjective Expected Utility?Some Insights from Experimental Data
01-42	Axel Börsch-Supan	Incentive Effects of Social Security Under an Uncertain Disability Option
01-41	Carmela Di Mauro Anna Maffioletti	Reaction to Uncertainty and Market Mechanism:Experimental Evidence
01-40	Marcel Normann Thomas Langer	Altersvorsorge, Konsumwunsch und mangelnde Selbstdisziplin: Zur Relevanz deskriptiver Theorien für die Gestaltung von Altersvorsorgeprodukten

Nr.	Author	Title
01-39	Heiko Zuchel	What Drives the Disposition Effect?
01-38	Karl-Martin Ehrhart	European Central Bank Operations: Experimental Investigation of the Fixed Rate Tender
01-37	Karl-Martin Ehrhart	European Central Bank Operations: Experimental Investigation of Variable Rate Tenders
01-36	Karl-Martin Ehrhart	A Well-known Rationing Game
01-35	Peter Albrecht Raimond Maurer	Self-Annuitization, Ruin Risk in Retirement and Asset Allocation: The Annuity Benchmark
01-34	Daniel Houser Joachim Winter	Time preference and decision rules in a price search experiment
01-33	Christian Ewerhart	Iterated Weak Dominance in Strictly Competitive Games of Perfect Information
01-32	Christian Ewerhart	THE K-DIMENSIONAL FIXED POINT THEOREM OF PROVABILITY LOGIC
01-31	Christian Ewerhart	A Decision-Theoretic Characterization of Iterated Weak Dominance
01-30	Christian Ewerhart	Heterogeneous Awareness and the Possibility of Agreement
01-29	Christian Ewerhart	An Example for a Game Involving Unawareness: The Tragedy of Romeo and Juliet
01-28	Christian Ewerhart	Backward Induction and the Game-Theoretic Analysis of Chess
01-27	Eric Igou Herbert Bless	About the Importance of Arguments, or: Order Effects and Conversational Rules
01-26	Heiko Zuchel Martin Weber	The Disposition Effect and Momentum
01-25	Volker Stocké	An Empirical Test of the Contingency Model for the Explanation of Heuristic-Based Framing-Effects

Nr.	Author	Title
01-24	Volker Stocké	The Influence of Frequency Scales on the Response Behavior. A Theoretical Model and its Empirical Examination
01-23	Volker Stocké	An Empirical Examination of Different Interpretations of the Prospect Theoryś Framing-Hypothesis
01-22	Volker Stocké	Socially Desirable Response Behavior as Rational Choice: The Case of Attitudes Towards Foreigners
01-21	Phillipe Jehiel Benny Moldovanu	License Auctions and Market Structure
01-20	Phillipe Jehiel Benny Moldovanu	The European UMTS/IMT-2000 License Auctions
01-19	Arieh Gavious Benny Moldovanu Aner Sela	Bid Costs and Endogenous Bid Caps
01-18	Benny Moldovanu Karsten Fieseler Thomas Kittsteiner	Partnerships, Lemons and Efficient Trade
01-17	Raimond Maurer Martin Pitzer Steffen Sebastian	Construction of a Transaction Based Real Estate Index for the Paris Housing Market
01-16	Martin Hellwig	The Impact of the Number of Participants on the Provision of a Public Good
01-15	Thomas Kittsteiner	Partnerships and Double Auctions with Interdependent Valuations
01-14	Axel Börsch-Supan Agar Brugiavini	Savings: The Policy Debate in Europe
01-13	Thomas Langer	Fallstudie zum rationalen Entscheiden: Contingent Valuation und der Fall der Exxon Valdez