Institut für
Volkswirtschaftslehre
und Statistik

No. 569-99

Alterssicherung und Wachstum

Berthold U. Wigger

Beiträge zur angewandten Wirtschaftsforschung

Universität Mannheim
A5, 6
D-68131 Mannheim

Alterssicherung und Wachstum

von

Berthold U. Wigger

Universität Mannheim
Fakultät für Volkswirtschaftslehre
A5, D–68131 Mannheim

Tel: 0621-292-5205
Fax: 0621-292-5571
E-mail: wigger@econ.uni-mannheim.de

Februar 1999

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag untersucht die kurz- und langfristigen Effekte der umlagefinanzierten Rentenversicherung auf das Produktivitätswachstum und diskutiert die Möglichkeit einer Pareto-verbessernden Reform. Es wird gezeigt, daß eine Reduktion der dem Umlageverfahren innewohnenden intergenerationellen Transfers nicht Pareto-verbessernd ist. Sie ist es selbst dann nicht, wenn geringere intergenerationelle Transfers das Produktivitätswachstum dauerhaft erhöhen. Eine Pareto-verbessernde Reform ist gleichwohl möglich. Sie besteht darin, die Altersrenten als Sparprämien statt pauschal auszuzahlen.

JEL Klassifikation: H55; O41; D91

1. Einleitung

Die wirtschaftswissenschaftliche Diskussion hat in den vergangenen rund zehn Jahren einige wichtige Resultate zu den normativen Perspektiven einer Reform der umlagefinanzierten staatlichen Alterssicherung hervorgebracht. So wurde gezeigt, daß eine Verringerung der mit dem Umlageverfahren verknüpften intergenerationellen Transfers von den Erwerbstätigen zu den Ruheständlern stets mindestens eine Generation schlechter stellt, es sei denn, die Verringerung der Transfers geht Hand in Hand mit einer Vermeidung allokativer Verzerrungseffekte hinsichtlich des Erwerbsverhaltens.[1]

Jenen Ergebnissen liegt als analytischer Rahmen das neoklassische Wachstumsmodell zugrunde, dessen charakteristisches Merkmal bekanntlich ein sich exogen entfaltender technischer Fortschritt ist. Ausgelöst durch die Beiträge von Romer (1986) und Lucas (1988) hat die wachstumstheoretische Diskussion in den letzten Jahren indes Modelltypen entwickelt, in denen sich das Produktivitätswachstum als das endogene Resultat allokativer Entscheidungen bestimmt. Die Entwicklung der endogenen Wachstumstheorie führte sehr bald zu einer Neubewertung der ökonomischen Bedeutung intergenerationeller Transfers. Insbesondere zeigte sich, daß letztere unter recht allgemeinen Bedingungen negative Effekte auf die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität auslösen.[2] Dieses Ergebnis basiert auf einem zwar recht einfachen, freilich empirisch stützbaren Mechanismus.[3] Intergenerationelle Transfers von den Erwerbstätigen zu den Ruheständlern nehmen ersteren etwas von dem Motiv, private Ersparnisse zu bilden, wodurch sich auf der Makroebene der Kapitalstock verringert. Dies wiederum löst in endogenen Wachstumsmodellen einen negativen Effekt auf das Produktivitätswachstum aus, weil sie letzteres meist an die gesamtwirtschaftliche Investitionstätigkeit knüpfen.

Der vorliegende Beitrag greift die bisherige Diskussion zur Rolle intergenerationeller Transfers für das Wirtschaftswachstum auf und untersucht, welche normativen Schlußfolgerungen sich für eine effizienzorientierte Reform der umlage-

[1] Zu ersterem Ergebnis siehe Breyer (1989), zu letzterem Homburg (1990), Homburg und Richter (1990), Breyer und Straub (1993) sowie Kotlikoff (1996).

[2] Siehe dazu Saint-Paul (1992) sowie Jones und Manuelli (1992).

[3] Zur Empirie siehe beispielsweise Easterly und Rebelo (1993).

finanzierten Rentenversicherung ergeben. Den analytischen Rahmen bildet ein Wachstumsmodell vom Arrow (1962)-Romer (1986)-Typ, das konstante Grenzerträge des Kapitals aufweist und deshalb endogenes Wirtschaftswachstum generiert. Zunächst werden die Produktivitätseffekte, die die Rentenversicherung auslöst, untersucht. Dabei wird jedoch nicht auf das so oft verwendete Konzept des Steady-State-Wachstums zurückgegriffen, es wird nicht einmal vorausgesetzt, daß ein solches überhaupt existiert. Um sinnvolle Wohlfahrtsaussagen treffen zu können, werden vielmehr alle, also auch jene Effekte berücksichtigt, die bereits kurzfristig auftreten. Es wird gezeigt, daß intergenerationelle Transfers in Form einer umlagefinanzierten Rentenversicherung die Arbeitsproduktivität, gegebenenfalls sogar deren Wachstum, dauerhaft verringern. Anschließend wird untersucht, ob die durch eine Reduktion jener Transfers freigesetzten Produktivitätsgewinne die Möglichkeit einer Pareto-verbessernden Reform der Rentenversicherung eröffnen. Es zeigt sich, daß dies selbst dann nicht der Fall ist, wenn die Reduktion der Transfers das Produktivitätswachstum in jeder nachfolgenden Periode erhöht. Eine Möglichkeit, die Rentenversicherung Pareto-verbessernd zu reformieren, bietet sich gleichwohl – freilich in ganz anderer als bisher diskutierter Weise. In der vorliegenden Modellwelt entpuppt es sich als effizienzsteigernd, die Altersrenten nicht pauschal, sondern als Sparprämien auszuzahlen.

2. Das Grundmodell

2.a *Die Individuen*

In der betrachteten Volkswirtschaft leben in jeder Periode zwei einander überlappende Generationen vom Samuelson (1956)-Diamond (1965)-Typ. Jedes Mitglied einer Generation durchlebt eine Erwerbs- und eine Ruhestandsperiode. In der Erwerbsperiode bietet es eine Einheit Arbeit auf dem Arbeitsmarkt an, führt einen Teil des erworbenen Einkommens an einen staatlichen Rentenversicherer ab, konsumiert einen weiteren Teil und bildet mit dem Rest Ersparnisse. In der Ruhestandsperiode bezieht es eine staatliche Altersrente, die es neben seinen Ersparnissen für Konsum verwendet.

Der Lebensnutzen eines in Periode t erwerbstätigen Individuums laute:

$$u_t = u(c_t^y, c_{t+1}^o), \tag{1}$$

worin c_t^y und c_{t+1}^o die Konsummengen in der ersten und zweiten Lebensperiode bezeichnen. Die Nutzenfunktion $u : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}$ sei zweimal stetig differenzierbar und genüge den folgenden Monotonie- und Konkavitätsbedingungen: $u_1 > 0$, $u_{11} < 0$, $u_2 > 0$, $u_{22} < 0$, $u_1(0,\cdot) = \infty$ und $u_2(\cdot,0) = \infty$, mit u_i als der partiellen Ableitung von u nach dem i-ten Argument.

In der Wahl der Konsummengen werde das Individuum durch die folgenden Periodenbudgets eingeschränkt:

$$c_t^y = (1-\tau)\, w_t - s_t, \tag{2a}$$

$$c_{t+1}^o = (1+r_{t+1})\, s_t + \pi_{t+1}. \tag{2b}$$

Darin bezeichnen w_t und s_t den Lohnsatz und die Ersparnis in Periode t, r_{t+1} und π_{t+1} den Marktzinsatz und die staatliche Altersrente in Periode $t+1$ und τ den Beitragssatz, d.h. jenen Prozentsatz des Arbeitseinkommens, den ein erwerbstätiges Individuum an einen staatlichen Rentenversicherer abzuführen hat.

Ziel des einzelnen Individuums sei es, seinen Lebensnutzen zu maximieren. Dazu wählt es jene Konsummengen in der ersten und zweiten Lebensperiode, die den Periodenbudgets (2a,b) sowie der folgenden Bedingung erster Ordnung genügen:[4]

$$-u_{1,t} + (1+r_{t+1})\, u_{2,t} = 0, \tag{3}$$

mit $u_{i,t}$ als der partiellen Ableitung von u nach dem i-ten Argument an der Stelle (c_t^y, c_{t+1}^o). Gleichung (3) beschreibt einen optimalen Ausgleich zwischen einer zusätzlichen Einheit Konsum in der Erwerbsperiode und einer zusätzlichen Einheit Ersparnis, sprich $1 + r_{t+1}$ zusätzlichen Einheiten Konsum in der Ruhestandsperiode. Unter den getroffenen Annahmen ist Gleichung (3) nicht nur notwendig, sondern auch hinreichend für ein Maximum des Lebensnutzens. Ferner darf auf obige Optimalitätsbedingung der Satz über implizite Funktionen angewendet werden. In der Tat liefert Gleichung (3) eine stetige und partiell differenzierbare Sparfunktion $s : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, deren Argumente das Nettoarbeitseinkommen, das künftige Renteneinkommen sowie der künftige Marktzinssatz sind:

$$s_t = s[(1-\tau)\, w_t, \pi_{t+1}, r_{t+1}]. \tag{4}$$

[4] Aufgrund der Eigenschaften der Nutzenfunktion u sind Randlösungen hinsichtlich des Konsums sowohl in der ersten als auch in der zweiten Lebensperiode ausgeschlossen.

Die partiellen Ableitungen lauten:

$$s_{1,t} = \frac{1}{D_t}\,[u_{11,t} - (1 + r_{t+1})\,u_{12,t}], \tag{5a}$$

$$s_{2,t} = \frac{1}{D_t}\,[u_{12,t} - (1 + r_{t+1})\,u_{22,t}], \tag{5b}$$

$$s_{3,t} = \frac{1}{D_t}\,[s_t\,u_{12,t} - u_{2,t} - (1 + r_{t+1})\,s_t\,u_{22,t}], \tag{5c}$$

worin $D_t = u_{11,t} - 2\,(1 + r_{t+1})\,u_{12,t} + (1 + r_{t+1})^2\,u_{22,t}$ die zweite Ableitung der linken Seite von (3) nach s_t und daher negativ ist. Unter der weiteren Annahme, daß der Konsum in beiden Lebensperioden ein normales Gut darstellt, gilt $s_{1,t} > 0$ und $s_{2,t} < 0$; eine Zunahme des Erwerbseinkommens führt demnach zu höherer und eine Zunahme des Renteneinkommens zu geringerer individueller Ersparnis. Das Vorzeichen der Beziehung zwischen der Ersparnis und dem Marktzinssatz ist dagegen im allgemeinen nicht eindeutig zu bestimmen, weil eine Änderung des Marktzinssatzes sowohl Einkommens- als auch Substitutionseffekte auslöst, die unter der oben getroffenen Normalitätsannahme in verschiedene Richtungen weisen.

2.b *Die Unternehmen*

In jeder Periode t beschäftigen die Unternehmen die Anzahl der Erwerbstätigen N_t und den gesamtwirtschaftlichen Kapitalstock K_t und produzieren auf der Grundlage einer Technologie mit konstanten Skalenerträgen ein homogenes Konsum- und Investitionsgut. Die gesamtwirtschaftliche Produktionsmenge dieses Gutes sei in der Periode t gegeben durch:

$$Y_t = F(K_t, A_t N_t), \tag{6}$$

worin die Produktionsfunktion $F : \mathbb{R}^2_+ \to \mathbb{R}_+$ dem neoklassischen Ertragsgesetz genüge. Der technologische Index A_t mißt die Arbeitsproduktivität in der Periode t und sei für das einzelne Unternehmen konstant. Auf den Faktormärkten herrsche vollständige Konkurrenz, so daß die Produktionsfaktoren mit ihren Grenzprodukten entlohnt werden:

$$r_t = f'(k_t), \tag{7}$$

$$w_t = A_t\,[f(k_t) - k_t\,f'(k_t)], \tag{8}$$

mit $k_t \equiv K_t/A_tN_t$ und $f(k_t) \equiv F(K_t/A_tN_t, 1)$.

Zur Endogenisierung des Produktivitätsindexes A_t wird ein bereits von Arrow (1962) erstmalig formuliertes und später von Romer (1986) zu einer endogenen Wachstumstheorie ausgebautes Konzept herangezogen, demzufolge die kumulierten gesamtwirtschaftlichen Investitionen positive externe Effekte auf die Arbeitsproduktivität auslösen. Dieser Ansatz erlaubt nicht nur eine recht einfache Modellierung des Wachstumsprozesses, er wird auch durch empirische Resultate, etwa jene von Caballero und Lyons (1990), unterstützt.[5] In seiner handhabbarsten Form beinhaltet der Arrow-Romer Ansatz eine lineare Beziehung zwischen der Arbeitsproduktivität und den kumulierten Investitionen pro Erwerbstätigen.[6] Die Arbeitsproduktivität in Periode t lautet dann:

$$A_t = \frac{1}{a}\frac{K_t}{N_t}, \tag{9}$$

worin a einen positiven technologischen Parameter bezeichnet. Wird A_t mit Hilfe von (9) in (7) und (8) ersetzt, erhält man:

$$r_t = r \equiv f'(a), \tag{10}$$

$$w_t = \omega \frac{K_t}{N_t}, \quad \text{mit } \omega \equiv [f(a) - af'(a)]/a. \tag{11}$$

Der Marktzinssatz ist demnach invariant bezüglich der Zeit, und der Lohnsatz entwickelt sich proportional zum Kapitalstock pro Erwerbstätigen. Der Proportionalitätsfaktor ω ist jener Teil der Kapitalrendite, der nicht dem Faktor Kapital zugerechnet wird, sondern auf den Faktor Arbeit entfällt; er entspricht gerade dem positiven externen Ertrag einer zusätzlichen Kapitaleinheit. Aufgrund des positiven externen Effektes, den die kumulierten Investitionen auslösen, fallen Marktzinssatz und soziale Rendite des Kapitals auseinander. Unter Berücksichtigung von (6) und (9) lautet letztere: $dY_t/dK_t = r + \omega$ und gleicht damit in der Tat der

[5] Romer (1989) liefert eine ausführliche Diskussion darüber, auf welchem Wege sich die positiven externen Effekte der kumulierten Investitionen entfalten.

[6] Den Arrow-Romer Ansatz in eine lineare Form zu gießen, hat sich in der wachstumstheoretischen Literatur mittlerweile weitgehend durchgesetzt. Oft wird die Arbeitsproduktivität jedoch nicht zu den kumulierten Investitionen pro Erwerbstätigen, sondern zu den kumulierten gesamten Investitionen in Beziehung gesetzt. Eine etwas unerfreuliche Konsequenz dieser Annahme ist freilich, daß die Bevölkerungsgröße Skaleneffekte auslöst. Die hier getroffene Pro-Erwerbstätigen-Annahme, die beispielsweise auch von King und Ferguson (1993) verwendet wird, vermeidet solche Effekte.

Summe aus dem Marktzinssatz und dem Anteil der Arbeit am Kapitalertrag.

2.c *Die staatliche Rentenversicherung*

Die staatliche Rentenversicherung ist nach dem Umlageverfahren organisiert. Die Erwerbstätigen führen den Anteil τ ihres Arbeitseinkommens als Beitrag an einen staatlichen Rentenversicherer ab, der die Einnahmen in der gleichen Periode als Altersrenten an die Ruheständler ausschüttet. Wird gefordert, daß die Einnahmen und Ausgaben des staatlichen Rentenversicherers in jeder Periode ausgeglichen sind, lautet seine Budgetbeschränkung in Periode t:

$$N_t \, \tau \, w_t = N_{t-1} \, \pi_t,$$

beziehungsweise:

$$\pi_t = (1 + n_{t-1}) \, \tau \, w_t, \tag{12}$$

worin $n_{t-1} \equiv (N_t - N_{t-1})/N_{t-1}$ die exogen gegebene prozentuale Änderung der Erwerbsbevölkerung im Übergang von Periode $t-1$ nach Periode t, also die Wachstumsrate der Erwerbsbevölkerung in Periode $t-1$ bezeichnet.

2.d *Das Konkurrenzgleichgewicht*

Die Gütermärkte der Periode t befinden sich im Gleichgewicht, wenn die aggregierten Ersparnisse dem Kapitalstock der Folgeperiode gleichen, sprich, wenn auf dem Kapitalmarkt Gleichgewicht herrscht:

$$N_t \, s_t = K_{t+1}. \tag{13}$$

Mit dieser Bedingung ist das Modell geschlossen. Die Sparfunktion (4), die Faktorpreisrelationen (10) und (11), die Budgetbeschränkung der staatlichen Rentenversicherung (12) und die Kapitalmarktgleichgewichtsbedingung (13) definieren implizit ein Konkurrenzgleichgewicht mit staatlicher Aktivität in Form einer umlagefinanzierten Rentenversicherung als eine Folge $\{s_t, w_t, r_t, \pi_t, K_t, N_t\}_{t=0}^{\infty}$ von individuellen Ersparnissen, Faktorpreisen, staatlichen Transfers, gesamtwirtschaftlichen Kapitalausstattungen und exogener Entwicklung der Erwerbsbevölkerung. Sie schaffen die Basis für eine Analyse der Wachstums- und Wohlfahrtseffekte, die die umlagefinanzierte staatliche Rentenversicherung im Konkurrenzgleichgewicht entfaltet.

3. Produktivitätswachstum

Um die Effekte der staatlichen Alterssicherung auf das Wachstum der Arbeitsproduktivität, sprich des Pro-Kopf-Einkommens untersuchen zu können, wird zunächst aus den Bedingungen des Konkurrenzgleichgewichts eine funktionale Beziehung zwischen dem Beitragssatz zur staatlichen Rentenversicherung und der Wachstumsrate des Lohnsatzes entwickelt. Dazu werden r_{t+1} und π_{t+1} mit Hilfe entsprechender Aufdatierungen von (10) und (12) in (4) ersetzt. Das ergibt:

$$s_t = s[(1-\tau)\,w_t, (1+n_t)(1+g_t)\,\tau\, w_t, r], \tag{14}$$

worin $g_t \equiv (w_{t+1} - w_t)/w_t$ die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität in Periode t bezeichnet. Unter Berücksichtigung von (11) und (13) läßt sich ein zweites Abhängigkeitsverhältnis zwischen der Ersparnis s_t und der Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität g_t ableiten:

$$s_t = \frac{1}{\omega}\,(1+n_t)(1+g_t)\,w_t, \tag{15}$$

so daß man schließlich durch Verknüpfung von (14) und (15) den Ausdruck

$$s[(1-\tau)\,w_t, (1+n_t)(1+g_t)\,\tau\, w_t, r] - \frac{1}{\omega}\,(1+n_t)(1+g_t)\,w_t = 0 \tag{16}$$

gewinnt. Zu Beginn der Periode t ist die Höhe des Lohnsatzes w_t bereits durch Entscheidungen in vorangegangenen Perioden fixiert. Gleichung (16) definiert daher implizit ein Abhängigkeitsverhältnis zwischen der Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität in Periode t, g_t, und dem Beitragssatz τ. Dieses Abhängigkeitsverhältnis hat die folgende Gestalt:

Satz 1. Eine Erhöhung des Beitragssatzes τ in Periode t reduziert die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität g_t.

Beweis: In Periode t liegt w_t fest, so daß man durch implizite Differentiation von (16) entweder

$$\frac{dg_t}{d\tau} = \frac{s_{1,t} - (1+n_t)(1+g_t)\,s_{2,t}}{(1+n_t)\,(\tau\, s_{2,t} - \frac{1}{\omega})} \tag{17}$$

oder

$$\frac{dg_t}{d\tau} = \frac{s_{1,t}}{(1+n_t)\,(\tau\, s_{2,t} - \frac{1}{\omega})}$$

erhält, je nachdem, ob die Erhöhung in Periode $t+1$ beibehalten oder wieder rückgängig gemacht wird. Da $s_{1,t} > 0$ und $s_{2,t} < 0$, folgt die Behauptung. *Q.E.D.*

Diesem Ergebnis liegt ein recht einfacher Mechanismus zugrunde. Die Erhöhung des Beitragssatzes τ reduziert das Nettoarbeitseinkommen in der Erwerbsperiode und erhöht *ceteris paribus* das Renteneinkommen in der Ruhestandsperiode, wenn die Änderung von τ nicht nach einer Periode zurückgenommen wird. Auf beides reagieren die Individuen mit geringeren Ersparnissen. Dies führt auf der Makroebene zu einer Reduktion der Kapitalbildung, die sich via Kopplung an den Produktivitätsindex A_t in einer geringeren Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität g_t niederschlägt.

Satz 1 beschreibt den kurzfristigen Wachstumseffekt einer Erhöhung des Beitragssatzes τ. Welche Wirkung übt indes die staatliche Alterssicherung auf das länger- bzw. langfristige Produktivitätswachstum aus? Um dieser Frage auf den Grund gehen zu können, wird zunächst die Wachstumsrate in einer beliebigen Periode $t+l$, $l \in \mathbb{N}$, betrachtet. Diese läßt sich durch Aufdatierung von Gleichung (16) auf folgende Weise implizit definieren:

$$s[(1-\tau)\,w_{t+l}, (1+n_{t+l})(1+g_{t+l})\,\tau\, w_{t+l}, r] \\ - \frac{1}{\omega}\,(1+n_{t+l})(1+g_{t+l}) = 0.$$

Eine Erhöhung des Beitragssatzes τ in Periode t löst, sofern sie dauerhaft ist, auch in Periode $t+l$ jenen Effekt auf die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität aus, der bereits in Periode t erstmalig auftritt. Freilich ändert dieser Effekt die Höhe der künftigen Lohnsätze und ruft auf diese Weise einen weiteren, indirekten Effekt auf das Wachstum der Arbeitsproduktivität in den nachfolgenden Perioden hervor. Der gesamte Effekt eines dauerhaften Anstiegs des Beitragssatzes τ auf die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität in Periode $t+l$ läßt sich demnach in einen direkten und einen indirekten Effekt zerlegen:

$$\frac{dg_{t+l}}{d\tau} = \frac{\partial g_{t+l}}{\partial \tau} + \frac{\partial g_{t+l}}{\partial w_{t+l}}\,\frac{dw_{t+l}}{d\tau}. \tag{18}$$

Darin ergibt sich der direkte Effekt, $\partial g_{t+l}/\partial\tau$, durch entsprechende Aufdatierung der rechten Seite von Gleichung (17) und ist negativ. Um das Vorzeichen des indirekten Effekts bestimmen zu können, muß zunächst untersucht werden, wie der Lohnsatz in Periode $t+l$ auf eine Änderung des Beitragssatzes in Periode t reagiert. Dieser läßt sich durch Aufmultiplikation des Lohnsatzes w_t mit dem periodischen Wachstum der Arbeitsproduktivität von Periode t bis Periode $t+l-1$ folgendermaßen darstellen:

$$w_{t+l} = \left(\prod_{j=t}^{t+l-1} (1+g_j) \right) w_t .$$

Wie bereits erläutert, läßt der Politikwechsel in Periode t den Lohnsatz w_t unverändert. Durch Differentiation nach τ erhält man daher:

$$\frac{dw_{t+l}}{d\tau} = \left(\sum_{m=t}^{t+l-1} \prod_{j \neq m} (1+g_j) \frac{dg_m}{d\tau} \right) w_t .$$

Der Politikwechsel in Periode t löst demnach kumulative Effekte auf die Höhe des Lohnsatzes in Periode $t+l$ aus. Wird dieser Ausdruck in (18) eingesetzt, so folgt:

$$\frac{dg_{t+l}}{d\tau} = \frac{\partial g_{t+l}}{\partial \tau} + \frac{\partial g_{t+l}}{\partial w_{t+l}} \left(\sum_{m=t}^{t+l-1} \prod_{j \neq m} (1+g_j) \frac{dg_m}{d\tau} \right) w_t ,$$

woraus sich schließlich auf induktivem Wege das folgende Resultat gewinnen läßt: Eine dauerhafte Erhöhung des Beitragssatzes τ in Periode t führt zu einer Reduktion der Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität in jeder nachfolgenden Periode, wenn für alle $l \in \mathbb{N}$ folgende – hinreichende – Bedingung erfüllt ist: $\partial g_{t+l}/\partial w_{t+l} \geq 0$, wenn also in jeder nachfolgenden Periode die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität nichtnegativ vom Lohnsatz abhängt.

Welches Vorzeichen weist indes der Ausdruck $\partial g_{t+l}/\partial w_{t+l}$ auf? Wie das folgende Lemma zeigt, hängt das Vorzeichen dieses Ausdrucks, sprich die Reaktion des Produktivitätswachstums auf eine Änderung des Lohnsatzes unmittelbar vom intertemporalen Konsumprofil der Individuen ab.

Lemma 1. Sei $t \in \mathbb{N}$ beliebig. Dann gilt $\partial g_t/\partial w_t \geq 0$ genau dann, wenn $\varepsilon_{c_t^y, y_t} \equiv (dc_t^y/dy_t)(y_t/c_t^y) \leq 1$, mit $y_t \equiv (1-\tau)\, w_t + \pi_{t+1}/(1+r_{t+1})$.

Beweis: Sei zunächst $\partial g_t/\partial w_t \geq 0$. Implizite Differentiation von (16) liefert:

$$\frac{\partial g_t}{\partial w_t} = -\frac{(1-\tau)\,s_{1,t} + (1+n_t)(1+g_t)\,(\tau\, s_{2,t} - \frac{1}{\omega})}{(1+n_t)\,w_t\,(\tau\, s_{2,t} - \frac{1}{\omega})}, \tag{19}$$

so daß mit $\partial g_t/\partial w_t \geq 0$ und $s_{2,t} < 0$ folgt:

$$(1-\tau)\,s_{1,t} + (1+n_t)(1+g_t)\,(\tau\, s_{2,t} - \tfrac{1}{\omega}) \geq 0.$$

Multiplikation beider Seiten mit w_t ergibt unter Zuhilfenahme von (12) und (15):

$$(1-\tau)\,w_t\,s_{1,t} + \pi_{t+1}\,s_{2,t} - s_t \geq 0.$$

Dies ist unter Berücksichtigung von (2a,b), (5a,b) und (10) äquivalent zu:

$$\frac{1}{D_t}\,[(u_{11,t} - (1+r_{t+1})\,u_{12,t})\,c_t^y + (u_{12,t} - (1+r_{t+1})\,u_{22,t})\,c_{t+1}^o] \geq 0, \tag{20}$$

worin D_t in Abschnitt 2.a definiert wurde. Die optimalen individuellen Konsummengen c_t^y und c_{t+1}^o sind implizit bestimmt durch (3) und die Budgetbeschränkungen (2a,b). Letztere lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

$$c_t^y + \frac{c_{t+1}^o}{1+r_{t+1}} = (1-\tau)\,w_t + \frac{\pi_{t+1}}{1+r_{t+1}} \equiv y_t. \tag{21}$$

Implizite Differentiation von (3) und (21) liefert:

$$\frac{dc_t^y}{dy_t} = -\frac{1}{D_t}\,(1+r_{t+1})\,[u_{12,t} - (1+r_{t+1})\,u_{22,t}],$$

$$\frac{dc_{t+1}^o}{dy_t} = \frac{1}{D_t}\,(1+r_{t+1})\,[u_{11,t} - (1+r_{t+1})\,u_{12,t}].$$

Einsetzen dieser beiden Gleichungen in (20) ergibt:

$$\frac{dc_t^y}{dy_t}c_{t+1}^o - \frac{dc_{t+1}^o}{dy_t}c_t^y \leq 0.$$

Ferner liefert Differentiation von (21) nach y_t:

$$\frac{dc_t^y}{dy_t} + \frac{1}{1+r_{t+1}}\,\frac{dc_{t+1}^o}{dy_t} = 1.$$

Wird dieser Ausdruck in die obige Ungleichung eingesetzt, so folgt nach einigen

Umformungen:

$$\frac{dc_t^y}{dy_t}\frac{y_t}{c_t^y} \equiv \varepsilon_{c_t^y, y_t} \leq 1.$$

Analog läßt sich der Schluß von $\varepsilon_{c_t^y, y_t} \leq 1$ auf $\partial g_t / \partial w_t \geq 0$ beweisen. *Q.E.D.*

Eine Erhöhung des Lohnsatzes führt demnach genau dann nicht zu einer Reduktion des Produktivitätswachstums in der gleichen Periode, wenn der Erwerbstätigenkonsum unelastisch auf eine Erhöhung des Gegenwartswertes des Lebenseinkommens reagiert, wenn also eine einprozentige Zunahme des letzteren eine höchstens einprozentige Zunahme des ersteren bewirkt. Welcher Mechanismus verbirgt sich hinter diesem Resultat? Nun, eine Erhöhung des Lohnsatzes führt *ceteris paribus* zu einem prozentual gleichen Anstieg des Gegenwartswertes des Lebenseinkommens. Würden die Individuen darauf mit einer prozentual stärkeren Zunahme des Konsums in der Erwerbsperiode reagieren, bedeutete dies einen prozentual schwächeren Anstieg der Ersparnisse. Stiegen freilich auf der individuellen Ebene die Ersparnisse prozentual weniger stark als das Lebenseinkommen, dann wüchse auf der Makroebene der Kapitalstock prozentual schwächer als das Volkseinkommen. Aufgrund der Kopplung von Kapitalstock und Arbeitsproduktivität beinhaltete dies wiederum, daß die Zunahme des Kapitalstocks nicht ausreichte, das bisherige Produktivitätswachstum aufrechtzuerhalten.

Dieses Resultat erlaubt nun den folgenden Schluß über die längerfristigen Auswirkungen der umlagefinanzierten Alterssicherung auf das Produktivitätswachstum:

Satz 2. Sei $\varepsilon_{c_{t+l}^y, y_{t+l}} \leq 1$ für alle $l \in \mathbb{N}$. Dann reduziert eine dauerhafte Erhöhung des Beitragssatzes τ in Periode t die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität in jeder nachfolgenden Periode.

Eine dauerhafte Erhöhung des Beitragssatzes τ führt demnach dann zweifelsfrei zu einer Reduktion der Wachstumsrate in jeder nachfolgenden Periode, wenn der Erwerbstätigenkonsum unelastisch auf eine Erhöhung des Gegenwartswertes des Lebenseinkommens reagiert. Für den negativen Zusammenhang zwischen Alterssicherung und Wachstum ist die qualifizierende Anforderung an das individuelle Konsumprofil zwar nur hinreichend. Tatsächlich lassen sich aber Nutzenfunktionen finden, die dazu führen, daß der Pfad der Produktivitätswachstumsraten einer Volkswirtschaft mit staatlicher Rentenversicherung nach Ablauf einer endlichen Zahl von Perioden strikt oberhalb des Pfades einer Volkswirtschaft ohne staatliche Alterssicherung verläuft.[7] Die bisherige wachstumstheoretische Literatur hat den dafür verantwortlichen indirekten Effekt einer Erhöhung des Beitragssatzes τ unbeachtet gelassen, weil sie sich stets auf Spielarten homothetischer Nutzenfunktionen beschränkte.[8] Homothetische Nutzenfunktionen liefern eine Einkommenselastizität des Periodenkonsums in Höhe von Eins, mit der Folge, daß der indirekte Effekt verschwindet. Ob indes der indirekte Effekt in der Tat vernachlässigbar ist oder gar in die gleiche Richtung weist wie der direkte Effekt, kann letztlich nur auf empirischem Wege beantwortet werden.[9]

Zwar verringert sich das Produktivitätswachstum nach der Einführung oder Ausdehnung einer umlagefinanzierten Alterssicherung nicht notwendigerweise in jeder Periode. Auf die Entwicklung des Lohnsatzes übt diese Politik jedoch eindeutig einen hemmenden Einfluß aus. Selbst wenn das Produktivitätswachstum in manchen (gegebenenfalls unendlich vielen) Perioden das ohne den Politikwechsel erzielte Niveau übertrifft, so reicht es doch nicht aus, den anfänglich entstandenen Wachstumsverlust wieder auszugleichen.

Satz 3. Eine dauerhafte Erhöhung des Beitragssatzes τ in Periode t reduziert den Lohnsatz in jeder nachfolgenden Periode.

---

[7] Unterstellt man etwa Stone-Geary-Präferenzen der folgenden Form:

$$u_t = \frac{1}{1-\sigma}\,(c_t^y - \eta)^{1-\sigma} + \rho\,\frac{1}{1-\sigma}\,(c_{t+1}^o - \eta)^{1-\sigma},$$

mit σ, ρ und η als konstanten Parametern, so läßt sich für den Fall einer stationären Bevölkerung ($n_t = 0$ für alle t) das Produktivitätswachstum in Periode $t+l$ folgendermaßen bestimmen:

$$g_{t+l} = \frac{\theta}{(\frac{1}{\omega} + \beta\,\tau)\,w_t\,\prod_{j=t}^{t+l-1}(1+g_j)} + \frac{\alpha\,(1-\tau)}{\frac{1}{\omega} + \beta\,\tau},$$

mit $\alpha \equiv [(\rho(1+r)]^{1/\sigma}/[1+r+[\rho(1+r)]^{1/\sigma}]$, $\beta \equiv 1/[1+r+[\rho(1+r)]^{1/\sigma}]$ und $\theta \equiv -\eta\,\gamma\,[[(\rho(1+r)]^{1/\sigma}-1]/[1+r+[\rho(1+r)]^{1/\sigma}]$. Für strikt positive η-Werte kann man auf numerischem Wege Produktivitätswachstumspfade gewinnen, die das oben beschriebene Profil aufweisen.

[8] Saint-Paul (1992) beispielsweise verwendet eine logarithmische Nutzenfunktion.

[9] Indes liefert die empirische Literatur keine eindeutigen Resultate hinsichtlich der Reaktion des Erwerbskonsums auf einen Anstieg des Lebenseinkommens, geschweige denn, daß sie eine Aussage über die Höhe der entsprechenden Elastizität träfe. Das liegt insbesondere an den konzeptionellen Problemen, die die Bestimmung des Lebenseinkommens aufwirft. Siehe dazu Deaton (1992, Kap. 3).

Beweis: Mit Hilfe der vollständigen Induktion wird gezeigt, daß $dw_{t+l}/d\tau < 0$ für alle $l \in \mathbb{N}$.

(i) Induktionsanfang: Gemäß Definition gilt $w_{t+1} = (1+g_t)w_t$. Da w_t in Periode t fest ist, folgt $dw_{t+1}/d\tau = w_t\, dg_t/d\tau < 0$ mit Satz 1.

(ii) Induktionsannahme: Es gelte $dw_{t+l}/d\tau < 0$ für ein beliebiges $l \in \mathbb{N}$.

(iii) Induktionsschluß: Gemäß Definition gilt $w_{t+l+1} = (1+g_{t+l})\, w_{t+l}$. Differentiation nach τ liefert:

$$\frac{dw_{t+l+1}}{d\tau} = \frac{dg_{t+l}}{d\tau}\, w_{t+l} + (1+g_{t+l})\, \frac{dw_{t+l}}{d\tau}.$$

Unter Berücksichtigung von (18) folgt:

$$\frac{dw_{t+l+1}}{d\tau} = \frac{\partial g_{t+l}}{\partial \tau}\, w_{t+l} + \left(1 + g_{t+l} + \frac{\partial g_{t+l}}{\partial w_{t+l}}\, w_{t+l}\right) \frac{dw_{t+l}}{d\tau}.$$

Der direkte Effekt einer dauerhaften Erhöhung von τ in Periode t auf das Produktivitätswachstum in Periode $t+l$, $\partial g_{t+l}/\partial\tau$, ist, wie bereits gezeigt, negativ. Man erhält daher:

$$\frac{dw_{t+l+1}}{d\tau} < \left(1 + g_{t+l} + \frac{\partial g_{t+l}}{\partial w_{t+l}}\, w_{t+l}\right) \frac{dw_{t+l}}{d\tau}.$$

Wird darin der Ausdruck $\partial g_{t+l}/\partial w_{t+l}$ durch die entsprechende Aufdatierung von (19) ersetzt, so folgt nach einigen Umformungen:

$$\frac{dw_{t+l+1}}{d\tau} < -\frac{(1-\tau)\, s_{1,t+l}}{(1+n_{t+l})\,(\tau\, s_{2,t+l} - \frac{1}{\omega})}\, \frac{dw_{t+l}}{d\tau}.$$

Da $s_{1,t+l} > 0$, $s_{2,t+l} < 0$ und, gemäß Induktionsannahme, $dw_{t+l}/d\tau < 0$, folgt $dw_{t+l+1}/d\tau < 0$ und damit die Behauptung. *Q.E.D.*

Die Einführung oder Ausdehnung der umlagefinanzierten Alterssicherung führt demnach zu geringeren Lohnsätzen in jeder nachfolgenden Periode; gegebenenfalls wird sogar das Produktivitätswachstum in jeder nachfolgenden Periode reduziert. Ob und welche Schlußfolgerungen sich daraus für die Wohlfahrtseffekte der umlagefinanzierten Alterssicherung ziehen lassen, untersucht der nächste Abschnitt.

4. Wohlfahrt

Vorderhand sei darauf hingewiesen, daß intergenerationelle Transfers von den Erwerbstätigen zu den Ruheständlern, die an eine konventionelle umlagefinanzierte Alterssicherung der in Gleichung (12) definierten Ausprägung geknüpft sind, nicht zu einer Steigerung des Pro-Kopf-Konsums führen. Zwar ist nicht auszuschließen, daß der Wachstumsfaktor größer ist als der Marktzinsfaktor.[10] Gleichwohl ist das Konkurrenzgleichgewicht im Arrow-Romer-Wachstumsmodell stets dynamisch effizient, denn der Wachstumsfaktor ist immer kleiner als der *soziale* Zinsfaktor. Dies läßt sich unschwer zeigen. Man beobachte zunächst, daß die individuelle Ersparnis in keiner Periode das Erwerbseinkommen übertrifft, in jeder Periode t gilt also $s_t \leq w_t$. Mit (15) folgt dann freilich $(1+n_t)(1+g_t) \leq \omega < 1+r+\omega$, worin letzterer Ausdruck der soziale Zinsfaktor ist. Die soziale Rendite des Kapitals ist demnach stets größer als die sogenannte biologische Rendite, sprich stets größer als die Rendite des Umlageverfahrens.

Das Konkurrenzgleichgewicht ist dennoch nicht Pareto-effizient, was natürlich nicht weiter überrascht, schließlich gibt es ja einen nicht auf Märkten vermittelten, *i.e.* einen externen Effekt von der Investitionstätigkeit auf die Arbeitsproduktivität.[11] Der folgende Satz enthält dieses Ineffizienzresultat; er erläutert ferner, auf welchem Wege eine Pareto-Verbesserung zu erzielen ist.

Satz 4. Das durch die Gleichungen (4) und (10) bis (13) definierte Konkurrenzgleichgewicht ist Pareto-ineffizient. Eine Pareto-Verbesserung kann erzielt werden, wenn die Erwerbstätigen mehr sparen.

[10] Bekanntlich liefert diese Bedingung in Wachstumsmodellen neoklassischer Prägung ein Effizienzargument für intergenerationelle Transfers von jung zu alt. Darauf wurde zuerst von Samuelson (1958) hingewiesen, später auch von Diamond (1965) und Aaron (1966) gezeigt. Heute firmiert dieser Fall unter dem Begriff Aaronsches Sozialversicherungsparadox.

[11] Beachte: Eine Allokation kann durchaus dynamisch effizient, nicht aber Pareto-effizient sein. Dynamische Effizienz beinhaltet, daß der Pro-Kopf-Konsum in keiner Periode erhöht werden kann, ohne ihn in mindestens einer anderen Periode zu reduzieren. Pareto-Effizienz bedeutet, daß der Lebensnutzen keiner Generation erhöht werden kann, ohne denjenigen mindestens einer anderen Generation zu reduzieren.

Beweis:[12] In Periode t lautet die volkswirtschaftliche Budgetbeschränkung:

$$N_t\, c_t^y + N_{t-1}\, c_t^o = F(K_t, A_t N_t) + K_t - K_{t+1}.$$

Wird A_t mit Hilfe von (9) ersetzt, so folgt:

$$N_t\, c_t^y + N_{t-1}\, c_t^o = [1 + \tfrac{1}{a}\, f(a)]\, K_t - K_{t+1},$$

worin $f(\cdot)$ in Abschnitt 2.b definiert wurde. Unter Berücksichtigung von (10) und (11) erhält man:

$$N_t\, c_t^y + N_{t-1}\, c_t^o = (1 + r + \omega)\, K_t - K_{t+1}. \tag{22}$$

Aufdatierung dieser Gleichung liefert ferner die volkswirtschaftliche Budgetbeschränkung für Periode $t+1$:

$$N_{t+1}\, c_{t+1}^y + N_t\, c_{t+1}^o = (1 + r + \omega)\, K_{t+1} - K_{t+2}. \tag{23}$$

Nun betrachte man das folgende Experiment: In Periode t, in der der Kapitalstock K_t bereits fixiert ist, werden der Konsum der Erwerbstätigen, c_t^y, und deren Ersparnisse, *i.e.* der Kapitalstock in Periode $t{+}1$, K_{t+1}, variiert, ohne den Konsum der Ruheständler in Periode t, c_t^o, zu verändern. Weiterhin werde der Konsum der in Periode t Erwerbstätigen in Periode $t+1$, wenn diese sich also im Ruhestand befinden, variiert, ohne den Konsum der in Periode $t+1$ Erwerbstätigen sowie deren Ersparnisse, sprich den Kapitalstock in Periode $t+2$, K_{t+2}, zu verändern. Kurz: Das intertemporale Konsumprofil der in Periode t Erwerbstätigen werde unter den Bedingungen variiert, daß erstens der Konsum der Ruheständler in Periode t, zweitens der Konsum der Erwerbstätigen in Periode $t+1$ und drittens der Kapitalstock in Periode $t+2$ auf ihren bisherigen Niveaus verbleiben. Durch Differentiation von (22) und (23) nach c_t^y, c_{t+1}^o und K_{t+1} erhält man dann jene Variationen dieser Größen, die volkswirtschaftlich möglich sind:

$$N_t\, dc_t^y = -dK_{t+1},$$

$$N_t\, dc_{t+1}^o = (1 + r + \omega)\, dK_{t+1}.$$

[12] Der Beweis ist weitgehend King und Ferguson (1993) entlehnt. Da sich diese Autoren aber erstens nicht mit dem Problem der Alterssicherung befassen und zweitens nur eine homothetische, genauer eine isoelastische Nutzenfunktion berücksichtigen, wird obige Behauptung an dieser Stelle vollständig bewiesen.

Wird dK_{t+1} eliminiert, so folgt:

$$dc^o_{t+1} = -(1 + r + \omega)\, dc^y_t. \tag{24}$$

Die beschriebene Variation des Konsumprofils eines in t Erwerbstätigen führt zu folgender Änderung seines Lebensnutzens:

$$du_t = u_{1,t}\, dc^y_t + u_{2,t}\, dc^o_{t+1}.$$

Wird darin dc^o_{t+1} mit Hilfe von (24) ersetzt, so erhält man unter Berücksichtigung von (3) und (10):

$$du_t = -\omega\, u_{2,t}\, dc^y_t.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite ist positiv, wenn die Erwerbstätigen in Periode t mehr sparen ($dc^y_t < 0$). Da die Mehrersparnis nicht zu Lasten des Konsums der Ruheständler in Periode t und der Erwerbstätigen in Periode $t+1$ geht und auch den Kapitalstock in Periode $t+2$ auf seinem bisherigen Niveau beläßt, führt sie zu einem Anstieg des Lebensnutzens der Erwerbstätigen in Periode t, ohne irgendeine andere Generation schlechter zu stellen. *Q.E.D.*

Ein intuitives Verständnis für dieses Resultat ist leicht zu gewinnen. Im Konkurrenzgleichgewicht sind die Erwerbstätigen bereit, eine zusätzliche Einheit Konsum herzugeben, wenn sie dafür $1 + r$ zusätzliche Einheiten im Ruhestand erhalten. Wird freilich diese zusätzliche Einheit dem Kapitalstock hinzugefügt, lassen sich damit $1 + r + \omega$ zusätzliche Einheiten Konsum in Periode $t + 1$ produzieren. Offenbar ist es dann möglich, mehr zu produzieren, als man produzieren muß, um die in Periode t Erwerbstätigen für den geleisteten Konsumverzicht zu kompensieren. Folglich kann auf diesem Wege eine Pareto-Verbesserung herbeigeführt werden.

Nun ist es natürlich verlockend, von diesem Resultat auf die Möglichkeit einer Pareto-verbessernden Reduktion oder gar Abschaffung der umlagefinanzierten Rentenversicherung zu schließen. Immerhin führt sowohl eine Senkung des Beitragssatzes als auch der Altersrenten zu höheren Ersparnissen und löst damit positive Effekte auf die Arbeitsproduktivität aus, bewirkt gegebenenfalls sogar dauerhaft höhere Produktivitätswachstumsraten. Diese Schlußfolgerung erweist sich indes als vorschnell, wie die nachfolgenden Überlegungen zeigen.

Man betrachte eine Senkung des Beitragssatzes τ in Periode t.[13] Diese Politik führt im ersten Schritt zu höheren Nettoerwerbseinkommen. Die Rente in Periode $t+1$, π_{t+1}, kann daher im nächsten Schritt verringert werden, ohne die Erwerbstätigen der Periode t schlechter zu stellen als vor dem Politikwechsel. Eine nutzenneutrale Variation von τ und π_{t+1} impliziert unter Berücksichtigung von (1) und (2a,b):

$$du_t = -u_{1,t}\, w_t\, d\tau + u_{2,t}\, d\pi_{t+1} = 0,$$

so daß unter Zuhilfenahme von (3) und (10) folgt:

$$d\pi_{t+1} = (1+r)\, w_t\, d\tau. \tag{25}$$

Die Rente kann in Periode $t+1$ also gerade um die aufgezinste Beitragsersparnis reduziert werden, ohne die Erwerbstätigen der Periode t schlechter zu stellen. Wie ändert sich indes die Ersparnis s_t, wenn der Beitragssatz um $d\tau$ und die Rente um $d\pi_{t+1}$ gesenkt werden? Nun, Differentiation von (4) liefert:

$$ds_t = -s_{1,t}\, w_t\, d\tau + s_{2,t}\, d\pi_{t+1},$$

so daß unter Berücksichtigung von (5a,b) und (25) folgt:

$$ds_t = -w_t\, d\tau. \tag{26}$$

Die Ersparnis steigt demnach gerade um jenen Betrag, um den die Rentenbeiträge sinken. Die Ruheständler in Periode t sollen natürlich ebenfalls nicht schlechter gestellt werden als vor dem Politikwechsel. Ihnen ist also nach wie vor die Rente π_t zu zahlen. Der Staat muß deshalb Kredite aufnehmen, die unter Berücksichtigung von (12) bestimmt sind durch:

$$d_t = -w_t\, d\tau, \tag{27}$$

worin d_t das staatliche Defizit pro Erwerbstätigen in Periode t bezeichnet. Der Staat geht das Defizit ein, indem er Staatsanleihen auf dem Kapitalmarkt anbietet.

[13] Ob die dadurch bewirkte Reduktion der intergenerationellen Transfers an einen Übergang zu einem staatlichen Kapitaldeckungsverfahren gekoppelt werden sollte, braucht hier nicht weiter erörtert zu werden, da in der vorliegenden Modellwelt zwischen einem Kapitaldeckungsverfahren und privater Ersparnisbildung kein konzeptioneller Unterschied besteht.

Gleichgewicht auf dem Kapitalmarkt erfordert dann:

$$N_t\, ds_t = dK_{t+1} + N_t\, d_t.$$

Werden s_t und d_t mit Hilfe von (26) und (27) ersetzt, so erhält man:

$$dK_{t+1} = 0.$$

Die skizzierte Politik der Beitragssenkung läßt demnach den Kapitalstock in der Folgeperiode, K_{t+1}, unverändert. Zwar sparen die Erwerbstätigen in Periode t mehr, die zusätzliche Ersparnis entfällt aber vollständig auf Staatsanleihen. Konsequenterweise löst die Politik in Periode t keine Produktivitätseffekte aus.

Welche Wirkung entfaltet der Politikwechsel indes in Periode $t+1$? Immerhin beinhaltet er, daß in dieser Periode nicht nur ein geringerer Beitragssatz zu zahlen ist, sondern auch, daß niedrigere Renten ausgezahlt werden. Daneben freilich müssen die in Periode t eingegangenen Schulden bedient werden. Das staatliche Budget lautet daher in Periode $t+1$:

$$(1 + n_{t+1})(w_{t+1}\, d\tau + d_{t+1}) - (1 + r)\, d_t = d\pi_{t+1}.$$

Ersetzt man darin $d\pi_{t+1}$ und d_t mit Hilfe von (25) und (27), so erhält man den folgenden Ausdruck für das Defizit in Periode $t+1$:

$$d_{t+1} = -w_{t+1}\, d\tau.$$

Wie in Periode t, so müssen auch in Periode $t+1$ Staatsanleihen in Höhe der Beitragsersparnis ausgegeben werden. Analog zur obigen Vorgehensweise ergibt sich wiederum, daß die Mehrersparnis vollständig auf neu emittierte Staatsanleihen entfällt, sprich, daß $ds_{t+1} = d_{t+1}$ und dementsprechend $dK_{t+2} = 0$ gilt. Der Politikwechsel löst daher auch in Periode $t+1$ keine realen Effekte, insbesondere keine Produktivitätseffekte aus. Deshalb kann auch die in Periode $t+1$ erwerbstätige Generation durch eine Beitragssenkung nicht besser gestellt werden. Auf induktivem Wege gewinnt man nun unschwer das folgende Resultat:

Satz 5. Eine Senkung des Beitragssatzes τ führt keine Pareto-Verbesserung herbei.

Die Senkung des Beitragssatzes ist nicht Pareto-verbessernd, weil die Mehrersparnis, die sie bewirkt, vollständig von den emittierten Staatsanleihen absorbiert wird. Letztere wiederum sind notwendig, um die zum Zeitpunkt der Beitragssenkung bereits bestehenden Ansprüche an die staatliche Rentenversicherung zu begleichen. Die Senkung des Beitragssatzes eignet sich daher nicht, etwas zur Lösung des beschriebenen Ineffizienzproblems zu geringer Ersparnisse im Sinne zu geringer Kapitalbildung beizutragen.

Vielversprechender als eine Politik der Beitragssenkung ist eine Maßnahme, die bei der Signalwirkung des Marktzinssatzes ansetzt. Schließlich beinhaltet ja das an den externen Effekt geknüpfte Ineffizienzproblem, daß der Marktzinssatz den Individuen kein ausreichendes Signal über die gesellschaftlichen Erträge der Kapitalbildung liefert. Hier vermag eine entsprechend reformierte umlagefinanzierte Rentenversicherung eine vorteilhafte Rolle zu spielen, wie der nächste Abschnitt demonstriert.

5. Reform der Rentenversicherung

Die Diskussion in den beiden vorangegangenen Abschnitten hat gezeigt, daß staatliche intergenerationelle Transfers von den Erwerbstätigen zu den Ruheständlern zwar negative Produktivitätseffekte auslösen, daß eine Reduktion dieser Transfers gleichwohl keine Pareto-Verbesserung herbeiführt. Eine Reform der umlagefinanzierten Alterssicherung, die in der Tat Pareto-verbessernd ist, bietet sich indes in ganz anderer Weise. Weil der Marktzinssatz den Erwerbstätigen nur ein unzureichendes Signal über die gesellschaftlichen Erträge der Kapitalbildung liefert, sollte den Erwerbstätigen ein über den zu erzielenden Marktzinssatz hinausreichendes Motiv gegeben werden, Ersparnisse zu bilden. Es wird sich zeigen, daß die umlagefinanzierte Rentenversicherung genau dies erreicht, wenn sie ihre Beitragseinnahmen nicht in Form von Pauschalrenten, sondern als Sparprämien auszahlt.

Angenommen der Staat kündigt zu Beginn der Periode t an, daß er ab Periode $t+1$ einen Teil der Einnahmen der Rentenversicherung dazu nutzen wird, eine Prämie auf Ersparnisse zu zahlen. Dann lautet seine Budgetbeschränkung in Periode $t+1$:

$$\pi_{t+1} + \gamma\, s_t = (1+n_t)(1+g_t)\,\tau\, w_t,$$

beziehungsweise unter Zuhilfenahme von (15):

$$\pi_{t+1} = \frac{1}{\omega}\,(1+n_t)(1+g_t)\,(\tau\,\omega - \gamma)\,w_t, \tag{28}$$

worin γ die Prämie pro gesparter Einheit darstellt. Die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität läßt sich unter Berücksichtigung von (4) und (15) in der folgenden Weise implizit definieren:

$$s[(1-\tau)\,w_t, \tfrac{1}{\omega}\,(1+n_t)(1+g_t)\;(\tau\,\omega-\gamma)\,w_t, r+\gamma] \\ - \frac{1}{\omega}\,(1+n_t)(1+g_t)\,w_t = 0,$$

worin nun $r+\gamma$ der effektive Zinssatz ist, den die Individuen mit ihren Ersparnissen erzielen. Bekanntlich ist der Lohnsatz w_t in Periode t bereits vorbestimmt, so daß man durch implizite Differentiation und anschließende Berücksichtigung von (5b,c) und (15) den folgenden Ausdruck gewinnt:

$$\frac{dg_t}{d\gamma} = \frac{u_{2,t}\,s_t}{D_t\,(1+n_t)\,w_t\,\frac{1}{\omega}[s_{2,t}(\tau\,\omega-\gamma)-1]}.$$

Da D_t und $s_{2,t}$ negativ sind (vgl. Abschnitt 2.a), erhält man $dg/d\gamma > 0$ für alle $\gamma \leq \tau\,\omega$. Ein hohes Produktivitätswachstum läßt sich also erreichen, indem man die gesamten Beitragseinnahmen als Sparprämien auszahlt ($\gamma = \tau\,\omega$).[14]

Ebenso wie die im dritten Abschnitt untersuchte Änderung des Beitragssatzes löst auch die Sparprämienpolitik in späteren Perioden neben dem direkten Effekt auf das Produktivitätswachstum einen an die Änderung des Lohnsatzes geknüpften indirekten Effekt aus, der wiederum je nach Konsumprofil der Individuen in die gleiche Richtung weisen kann wie der direkte Effekt oder aber in eine entgegengesetzte. Freilich gilt auch für die Politik der Sparförderung, daß sie die Entwicklung des Lohnsatzes in eindeutiger Weise beeinflußt: Für alle $\gamma \leq \tau\,\omega$ führt die Sparprämie in jeder Periode nach ihrer Einführung zu höheren Lohnsätzen. Der Beweis dieser Aussage gleicht jenem von Satz 3, weshalb darauf an dieser Stelle verzichtet werden kann.

Welche Wohlfahrtseffekte löst nun die Sparprämienpolitik aus? Zur Beant-

[14] Auch für $\gamma = \tau\,\omega$ führt zumindest eine kleine weitere Erhöhung der Sparprämie zu einem fortgesetzten Anstieg der Wachstumsrate. Um das Budgetgleichgewicht in der Rentenkasse aufrecht zu erhalten, erfordert dies aber negative Pauschalrenten. Mit letzteren läßt sich indes keine Pareto-Verbesserung erzielen, wie im weiteren Verlauf der Diskussion deutlich wird.

wortung dieser Frage wird die indirekte Nutzenfunktion eines in Periode t Erwerbstätigen betrachtet. Diese läßt sich unter Berücksichtigung von (28) als Funktion der Sparprämie darstellen:

$$v_t(\gamma) = u[(1-\tau)\,w_t - s_t, (1+r+\gamma)\,s_t + \tfrac{1}{\omega}\,(1+n_t)(1+g_t)\,(\tau\,\omega-\gamma)\,w_t].$$

Differentiation liefert unter Zuhilfenahme des Envelope-Theorems und Gleichung (15):

$$v_t'(\gamma) = u_{2,t}\,\frac{1}{\omega}\,(1+n_t)\,(\tau\,\omega-\gamma)\,\frac{dg_t}{d\gamma}.$$

Wegen $dg_t/d\gamma > 0$ für alle $\gamma \leq \tau\,\omega$ führt offenbar eine Politik, die die gesamten Einnahmen der Rentenkasse als Sparprämien auszahlt ($\gamma = \tau\,\omega$), zu einem maximalen Anstieg des Lebensnutzen der in Periode t Erwerbstätigen. Da diese Politik ferner zu einem Anstieg der Lohnsätze in allen nachfolgenden Perioden führt, stellt sie auch alle künftigen Generationen besser. Aber auch die Ruheständler in Periode t werden nicht schlechter gestellt, sie erhalten nämlich nach wie vor die Rente π_t. Man gewinnt deshalb das folgende Resultat:

Satz 6. Eine Pareto-Verbesserung wird erzielt, wenn die Einnahmen der Rentenversicherung in Form einer Sparprämie an die Ruheständler ausgezahlt werden.

Es sollten in der Tat die gesamten Einnahmen der Rentenkasse als Sparprämien ausgezahlt werden, da für alle $\gamma < \tau\,\omega$ sowohl $dg_t/d\gamma > 0$ als auch $v_t'(\gamma) > 0$ gilt, sprich sowohl die Produktivität der künftigen Erwerbstätigen als auch der Lebensnutzen der heutigen Erwerbstätigen zunimmt. Zwar führt auch für $\gamma = \tau\,\omega$ ein weiterer Anstieg der Sparprämie zu fortgesetzten Produktivitätssteigerungen, der Lebensnutzen der heutigen Erwerbstätigen nimmt aber wieder ab. Das Pareto-Kriterium liefert daher keine normative Grundlage für eine weitere Erhöhung der Sparprämie.

Obiges Ergebnis wirft natürlich die Frage nach der konzeptionellen Rolle intergenerationeller Transfers auf. Zwar hat sich gezeigt, daß in einer Welt, in der die Kapitalbildung externe Effekte auf die Arbeitsproduktivität auslöst, ein bestehendes Umlageverfahren so modifiziert werden kann, daß es zu einer Pareto-Verbesserung kommt. Sind aber intergenerationelle Transfers grundsätzlich für eine Pareto-Verbesserung erforderlich, oder läßt sich diese auch erzielen, ohne zwischen den Generationen umzuverteilen? Die Beantwortung dieser Frage wird gleichzeitig den Hintergrund der Bedingung $\gamma \leq \tau\,\omega$ erhellen. Letztere bedeutet schließlich, daß die Sparprämie allein durch intergenerationelle Transfers und nicht etwa durch Pauschalsteuern im Ruhestand finanziert wird.

Die Funktion intergenerationeller Transfers läßt sich recht einfach klären, indem man annimmt, es existiere gar kein intergenerationelles Transfersystem, und der Staat erhebe zur Finanzierung der Sparprämie in Periode $t+1$ von jedem Ruheständler eine Pauschalsteuer θ_{t+1}. Seine Budgetbeschränkung lautet dann in Periode $t+1$:

$$\gamma\, s_t = \theta_{t+1},$$

beziehungsweise unter Berücksichtigung von (15):

$$\theta_{t+1} = \frac{1}{\omega}\,(1+n_t)(1+g_t)\,\gamma\, w_t. \tag{29}$$

Weiterhin ist die indirekte Nutzenfunktion eines in Periode t Erwerbstätigen gegeben durch:

$$v_t(\gamma) = u[w_t - s_t, (1+r+\gamma)\, s_t - \theta_{t+1}],$$

so daß eine marginale Erhöhung der Sparprämie zu folgender Änderung des Lebensnutzens führt:

$$-u_{2,t}\,\left(s_t - \frac{d\theta_{t+1}}{d\gamma}\right),$$

wobei abermals das Envelope-Theorem angewendet wurde. Einen Ausdruck für $d\theta_{t+1}/d\gamma$ erhält man durch Differentiation von (29). Ersetzt man ferner s_t mit Hilfe von (15), so folgt:

$$v_t'(\gamma) = -u_{2,t}\,\frac{1}{\omega}\,(1+n_t)\,\gamma\, w_t\,\frac{dg_t}{d\gamma}.$$

Offenbar reduziert die Sparprämie den Lebensnutzen der in Periode t Erwerbstätigen, wenn sie einen positiven Wachstumseffekt auslöst, sie führt also keine Pareto-Verbesserung herbei. Ökonomisch läßt sich dieser Zusammenhang folgendermaßen erklären: Die zusätzliche Ersparnis, die die Sparprämie hervorruft, löst auf direktem Wege bei den Individuen nur einen Nutzeneffekt zweiter Ordnung aus, da die Individuen ihre Ersparnis bereits individuell optimal gewählt hatten. Die

Mehrersparnis führt indes zu zusätzlichen Steuern, die ihrerseits einen negativen Nutzeneffekt erster Ordnung auslösen. Diesem negativen Effekt steht aber keine Kompensation gegenüber, da die Individuen als Ruheständler nicht an den Produktivitätsgewinnen beteiligt werden, die ihre Mehrersparnis bewirkt. Kompensiert werden könnten sie nur von der nachrückenden erwerbstätigen Generation, auf die die gesamten Produktivitätsgewinne als höhere Arbeitseinkommen entfallen. Für eine Kompensation wären aber intergenerationelle Transfers von den Erwerbstätigen zu den Ruheständlern notwendig, die annahmegemäß ausgeschlossen sind.

Es gibt noch eine zweite Möglichkeit, die Sparprämie ohne intergenerationelle Transfers zu finanzieren, und zwar jene, in der die Erwerbstätigen Steuern zahlen, die am Kapitalmarkt angelegt und in der Folgeperiode als Sparprämie wieder ausgezahlt werden. Auf gleiche Weise wie oben läßt sich freilich zeigen, daß auch diese gewissermaßen kapitalgedeckte Form der Sparprämienfinanzierung nicht Pareto-verbessernd ist, weil wiederum jene Generation, die die Sparprämie finanziert, nicht an den Produktivitätsgewinnen beteiligt wird. Intergenerationelle Tansfers sind daher unabdingbar für eine Pareto-verbessernde Sparprämienpolitik. Existieren diese bereits in Form einer umlagefinanzierten Rentenversicherung, so läßt sich jene auf die beschriebene Weise in den Dienst erhöhter allokativer Effizienz stellen. Beachtet werden sollte indes, daß sich durch eine an das Umlageverfahren gekoppelte Sparprämienpolitik nur eine Teilinternalisierung des externen Effekts erzielen läßt. Eine volle Internalisierung wird erst erreicht, wenn $\gamma = \omega$ gilt, wenn also die Sparprämie dem gesamten externen Ertrag des Kapitals gleicht.

6. Schlußbemerkungen

Angesichts der durch den demographischen Wandel ausgelösten Veränderung der Altersstruktur, die das zahlenmäßige Verhältnis der Beitragszahler zu den Leistungsempfängern in der staatlichen Rentenversicherung in ungünstiger Weise verschoben hat und in Zukunft weiter verschieben wird, bleibt die Frage nach einer Neugestaltung der staatlichen Altersvorsorge hochaktuell. Der vorliegende Beitrag hat sich mit diesem Thema in einem endogenen Wachstumsmodell befaßt. Es wurde gezeigt, daß eine Reduktion der dem Umlageverfahren innewohnenden Transfers von den Erwerbstätigen zu den Ruheständlern, sei die Reduktion nun gekoppelt an einen Übergang zu einem staatlichen Kapitaldeckungsverfahren oder an eine Ausdehnung der privaten Altersvorsorge, keine Pareto-Verbesserung hervorruft. Dies ist selbst dann nicht der Fall, wenn die Verringerung der Transfers das Produktivitätswachstum nachhaltig erhöht. Eine Pareto-Verbesserung kann freilich erzielt werden, wenn die staatliche Rentenversicherung zu einer Politik der aktiven Sparförderung übergeht. Auf diese Weise kommt es zu einer Teilinternalisierung des für die endogene Wachstumstheorie so charakteristischen externen Effektes der Investitionstätigkeit auf die Arbeitsproduktivität. In der Tat muß die Sparförderungspolitik von jung zu alt umverteilen, um Pareto-verbessernd zu sein. Nur so können jene Generationen, die durch eine erhöhte Spartätigkeit dafür sorgen, daß die Arbeitsproduktivität künftiger Generationen steigt, ausreichend kompensiert werden.

Literaturverzeichnis

Aaron, H.J. (1966): "The Social Insurance Paradox"; *Canadian Journal of Economics and Political Science*, 32, 371- 376.

Arrow, K.J. (1962): "The Economic Implications of Learning by Doing"; *Review of Economic Studies*, 29, 155-173.

Breyer, F. (1989): "On the Intergenerational Pareto Efficiency of Pay-as-you-go Financed Pension Systems"; *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 145, 643-658.

Breyer, F. und Straub, M. (1993): "Welfare Effects of Unfunded Pension Systems when Labor Supply is Endogenous"; *Journal of Public Economics*, 50, 77-91.

Caballero, R. und Lyons, R. (1990): "Internal versus External Economies in European Industry"; *European Economic Review*, 34, 805-826.

Deaton, A. (1992): *Understanding Consumption*; Oxford: Clarendon Press.

Diamond, P. (1965): "National Debt in a Neoclassical Growth Model"; *American Economic Review*, 55, 1126-1150.

Easterly, W. und Rebelo, S. (1993): "Fiscal Policy and Economic Growth"; *Journal of Monetary Economics*, 32, 417-458.

Homburg, S. (1990): "The Efficiency of Unfunded Pension Systems"; *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 146, 640-647.

Homburg, S. und Richter, W.F. (1990): "Eine effizienzorientierte Reform der GRV"; in: Felderer, B. (Hrsg.): *Bevölkerung und Wirtschaft*; Berlin: Duncker und Humblot.

Jones, L.E. und Manuelli, R.E. (1992): "Finite Lifetimes and Growth"; *Journal of Economic Theory*, 58, 171-197.

King, I. und Ferguson, D. (1993): "Dynamic Inefficiency, Endogenous Growth, and Ponzi Games"; *Journal of Monetary Economics*, 32, 79-104.

Kotlikoff, L.J. (1996): "Privatization of Social Security: How is Works and Why it Matters"; in: Poterba, J.B. (Hrsg.): *Tax Policy and the Economy*; Vol. 10, Cambridge (Mass.): MIT Press.

Lucas, R.E. (1988): "On the Mechanics of Economic Development"; *Journal of*

Monetary Economics, 22, 3-42.

Romer, P.M. (1986): "Increasing Returns and Long-Run Growth"; *Journal of Political Economy*, 94, 1002- 1037.

Romer, P.M. (1989): "Capital Accumulation in the Theory of Long-Run Growth"; in: Barro, R. (Hrsg.): *Business Cycle Theory*; Cambridge (Mass.): Harvard University Press.

Saint-Paul, G. (1992): "Fiscal Policy in an Endogenous Growth Model"; *Quarterly Journal of Economics*, 106, 1243- 1259.

Samuelson, P.A. (1958): "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with and without the Social Contrivance of Money"; *Journal of Political Economy*, 66, 467-482.