

**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,  
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

**Nr. 129**

**Zur systematischen Leistungsbeurteilung  
von Kapitallebensversicherungsverträgen  
unter Performance- und Risikoaspekten**

von  
PETER ALBRECHT

Mannheim 07/2001

# **ZUR SYSTEMATISCHEN LEISTUNGSBEURTEILUNG VON KAPITALLEBENSVERSICHERUNGSVERTRÄGEN UNTER PERFORMANCE- UND RISIKOASPEKTEN**

Von Peter Albrecht

## **Überblick**

- ❑ Mit der in dem vorliegenden Beitrag entwickelten Methodik kann eine Evaluation der Performance von Kapitallebensversicherungsverträgen erfolgen, die alle leistungsrelevanten Komponenten umfaßt und sämtliche Produktkosten berücksichtigt.
- ❑ Ausgehend von der biometrischen Rendite (ohne bzw. mit Erfassung des Stornofalls) können der Einfluß der Übernahme von biometrischen Risiken sowie die Effekte des Rückkaufs auf die Renditehöhe analysiert werden.
- ❑ Die Evaluation des Risiko-/Performanceprofils der biometrischen Rendite erlaubt die Quantifizierung des Einflusses des Kapitalanlagerisikos auf die Gesamtperformance.
- ❑ Die durchgeführte empirische Studie erlaubt weitere Schlußfolgerungen über das spezifische Leistungsprofil des Produktes Kapitallebensversicherung.

Prof. Dr. Peter Albrecht, Lehrstuhl für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Universität Mannheim, 68131 Mannheim, Schloss.

## A. Ziele und methodischer Ansatzpunkt der Untersuchung

Die sachgerechte Bestimmung der Rentabilität von Kapitallebensversicherungsverträgen aus Sicht der Kunden (Versicherungsnehmer) ist seit fast zwei Jahrzehnten anhaltender Gegenstand des Interesses und der - teilweise heftigen - Auseinandersetzung in der deutschen betriebswirtschaftlichen<sup>1</sup>, aber auch der rechtswissenschaftlichen<sup>2</sup> sowie der wirtschaftsjournalistischen<sup>3</sup> Literatur, entsprechende versicherungsmathematische Ansätze können zumindest bis in das Jahr 1960 zurückverfolgt werden<sup>4</sup>.

Die Gründe für die anhaltende Diskussion darüber, was eigentlich die "wahre" Rendite eines Kapitallebensversicherungsvertrages ist, liegt wesentlich in der Komplexität<sup>5</sup> des Leistungsprofils dieses Produktes. Dieses umfaßt typischerweise zwei Hauptkomponenten, die den Charakter der Kapitallebensversicherung als einer Kombination eines Versicherungsvorgangs mit einem Sparvorgang unterstreichen:

- 1) Komponente 1: Biometrisches Leistungsprofil  
Zum biometrischen Leistungsprofil gehören standardmäßig Leistungen im Erlebens- sowie im Todesfall. Je nach Vertragsgestaltung kommen ggf. weitere Leistungen (Invalidität, Dread Disease) hinzu. Auch die Leistungen im Rückkaufsfall (Storno) sollen im weiteren dem biometrischen Leistungsprofil zugeordnet werden.
- 2) Komponente 2: Investment-Leistungsprofil  
Hierzu gehören Leistungen wie die periodische Erwirtschaftung des Rechnungszinses und der Direktgutschrift<sup>6</sup> ebenso wie die jährliche Sicherung (Lock-in) der Höhe des angesammelten Sparkapitals inkl. der bereits gutgeschriebenen Überschußanteile.

Zu diesen Kernleistungen treten noch eine Reihe von zusätzlichen Leistungen<sup>7</sup> hinzu.

Gängige Ansätze zur Ex ante-Leistungsbeurteilung von Versicherungsprodukten aus Kundensicht beruhen typischerweise auf Partialrenditen und geben damit ein nur unvollständiges Bild der wahren Leistungsfähigkeit. Hierzu gehören die Bestimmung der reinen Rendite von Ablaufleistungen<sup>8</sup> ebenso wie die primäre Abstellung auf Rückkaufsleistungen<sup>9</sup>. Aber auch die auf Parthier (1960) und Brommler (1976) zurückgehenden Ansätze<sup>10</sup> zur Bestimmung einer *Gesamtrendite* von Lebensversicherungsprodukten unter vollständiger Berücksichtigung des biometrischen Leistungsprofils (im folgenden daher als *biometrische Renditen* apostrophiert)

greifen zu kurz, indem sie nur auf mittlere Renditen abstellen und damit den Umfang des eingegangenen Investmentrisikos vernachlässigen.

Die Zielsetzung der vorliegenden Untersuchung besteht daher in der Entwicklung eines neuen Ansatzes (Risiko-/Performanceprofil der biometrischen Rendite von Versicherungsprodukten) zur Leistungsbeurteilung von Versicherungsprodukten, der sämtliche Leistungselemente (biometrische Leistungen ebenso wie Investmentleistungen) umfaßt. Eine vollständige Leistungsbeurteilung hat dabei zudem jeweils sämtliche Produktkosten (insbesondere Vertriebs- und Verwaltungskosten) zu erfassen.

Ebenso problematisch für eine systematische Leistungsbeurteilung ist die Betrachtung von Ex post-Renditerealisationen, da diese sehr stark vom realisierten (zufallsabhängigen) Pfad des Lebens- und Stornoprozesses des im einzelnen betrachteten Versicherungsnehmers abhängig sind<sup>11</sup>.

Zentraler Gegenstand unserer Analyse ist daher ein Versicherungsnehmer, der zum Zeitpunkt des Kontraktabschlusses eine systematische Information dahingehend haben möchte, welche mittlere Leistung er aus dem Vertrag erhalten wird. Die Mittelung hat dabei über die möglichen (nur hinsichtlich der Gesetzmäßigkeit, nicht aber hinsichtlich der konkreten Ausprägung bekannten) Pfade des Lebens- und Stornoprozesses des Kunden zu erfolgen, ebenso hinsichtlich der Performance aus dem Investmentprofil des Produktes.

Im folgenden soll noch kurz in einer verbalen Form auf den methodischen Ansatzpunkt eingegangen werden. Durch einen Versicherungsvertrag werden aus Kundensicht zufallsabhängige Auszahlungsströme (Prämien) und Einzahlungsströme (Todesfall-, Ablauf-, Rückkaufsleistungen) ausgelöst. Auf der Leistungsseite bestehen dabei Zufallsabhängigkeiten hinsichtlich des Zeitpunkts sowie hinsichtlich der Höhe<sup>12</sup> der erhaltenen Leistungen. Diese Zufallsabhängigkeit resultiert aus zwei Komponenten, einerseits aus biometrischen Risiken und andererseits aus Investment-Risiken. Hinsichtlich der biometrischen Komponente erfolgt im Rahmen des gewählten Ansatzes dabei nur eine reine Erwartungswertanalyse. Das biometrische Schwankungsrisiko ist u.E. von untergeordneter Bedeutung<sup>13</sup> und wird nicht in die Analyse mit einbezogen. Unter Fixierung der versicherungsmathematischen Rahmenbedingungen (Alter, Geschlecht; Sterbe- und Stornowahrscheinlichkeit) wird daher die mittlere (= wahrscheinlichkeitsgewichtete) Rendite des durch den Vertrag induzierten Zahlungsstromsaldos aus Kunden-

sicht auf der Basis der Konzeption der Internen Zinsfuß-Methode<sup>14</sup> berechnet und als *biometrische Rendite* eines Versicherungsproduktes bezeichnet.

Da die biometrischen Renditen von Versicherungsprodukten - ebenso wie bei Investmentprodukten - unter Inkaufnahme unterschiedlich hoher Investmentrisiken erzielt werden, ist neben der Performanceanalyse noch eine Risikoanalyse der biometrischen Rendite notwendig, um die Leistung von Versicherungsprodukten aus Kundensicht angemessen beurteilen zu können.

Die vorstehend skizzierten Ansätze können grundsätzlich sowohl aus ex ante-Sicht (Basis: prognostizierte Zahlungsströme) als auch aus ex post-Sicht (Basis: realisierte Zahlungsströme) umgesetzt werden. Die im Beitrag dargestellte methodische Umsetzung einer Risiko-/Performanceanalyse ist für den Fall einer ex post-Analyse konzipiert.

Die entwickelte Methodik erlaubt grundsätzlich (methodische Sicht) die Leistungsbeurteilung beliebiger Produkte der Kapitalversicherung (Kapitallebensversicherung, fondsgebundene Lebensversicherung, aktienindexgebundene Lebensversicherung). Im Rahmen der vorliegenden Ausarbeitung liegt die Schwerpunktsetzung dabei bei der Kapitallebensversicherung.

Die Analyse der Zahlungsströme erfolgt im Rahmen der weiteren Untersuchung zunächst auf der Vor-Steuerebene. Steuerliche Effekte verändern aber nur die zu bewertenden Zahlungsströme, sie berühren nicht die Methodik.

## **B. Biometrische Rendite einer Kapitalversicherung**

### **I. Globalstruktur**

Im weiterem gehen wir aus von einem fixierten Tarif, einem fixierten Eintrittsalter  $x$  des Versicherungsnehmers (VN) sowie einer fixierten Laufzeit  $n$  des Vertrages. Das Versicherungsverhältnis löst aus VN-Sicht versicherungsbedingte Beitragszahlungen  $BV_{x+t}$  ( $t = 0, \dots, n-1$ ) sowie versicherungsbedingte Leistungszahlungen  $LV_{x+t}$  ( $t = 1, \dots, n$ ) aus. Die Beitragszahlungen werden als jährlich vorschüssig angenommen, die Leistungszahlungen als jährlich nachschüssig. Sowohl Beitrags- als auch Leistungszahlungen sind zufallsabhängig, beide hängen ab von der Entwicklung des "Lebens- und Stornoprozesses" des VN, d.h. ob der VN das Ende der Vertragslaufzeit erlebt bzw. ob und wann er vorzeitig stirbt bzw. ob und wann er den Vertrag

kündigt.

Für die weitere Analyse sei die Zufallsgesetzmäßigkeit des Lebens- und Stornoprozesses des VN fixiert. Anzusetzen sind planmäßige Sterbe- sowie Stornowahrscheinlichkeiten. Auf der Basis dieser Wahrscheinlichkeiten werden dann die (biometrischen<sup>15</sup>) Erwartungswerte  $E_B(BV_{x+t})$  bzw.  $E_B(LV_{x+t})$  der periodischen Beitrags- bzw. Leistungszahlungen berechnet. Die *biometrische Rendite*  $brv$  einer fixierten Kapitalversicherung entspreche dann dem internen Zinsfuß, berechnet auf der Basis der (biometrisch) erwarteten Zahlungsströme aus Kundensicht. Die zugehörige Bestimmungsgleichung lautet:

$$\sum_{t=0}^{n-1} E_B(BV_{x+t}) (1 + brv)^{-t} = \sum_{t=1}^n E_B(LV_{x+t})(1 + brv)^{-t} . \quad (1)$$

Formal ist die biometrische Rendite derjenige Diskontierungsfaktor, der den Barwert des Zahlungsstroms (Prämienbarwert PBW) der biometrisch erwarteten Prämienzahlungen des VN identisch macht mit dem Barwert der biometrisch erwarteten Leistungen (Leistungsbarwert LBW) an den VN, d.h.

$$PBW_B(brv) = LBW_B(brv) , \quad (2)$$

wobei  $PBW_B(r) := \sum_{t=0}^{n-1} E_B(BV_{x+t}) (1 + r)^{-t}$  den Prämienbarwert

bzw.  $LBW_B(r) := \sum_{t=1}^n E_B(LV_{x+t}) (1 + r)^{-t}$  den Leistungsbarwert bezeichne.

Unter Verwendung der Konvention  $LV_x = 0$  und  $BV_{x+n} = 0$  erhalten wir die zu (1) äquivalente Darstellung

$$\sum_{t=0}^n [E_B(BV_{x+t}) - E_B(LV_{x+t})] (1 + brv)^{-t} = 0 . \quad (3)$$

Formal ergibt sich damit die biometrische Rendite als Nullstelle eines Polynoms n-ten Grades<sup>16</sup>.

Noch einmal zur Interpretation der biometrischen Rendite. Die biometrische Rendite ist zunächst eine (Brutto-)Prämienrendite, d.h. mißt die effektive Verzinsung der infolge des Versicherungsvertrages gezahlten Prämien angesichts der aus dem Vertrag resultierenden Leistungen. Die biometrische Rendite stellt aber *nicht* auf die realisierte Rendite bei einer konkreten Ausprägung des Lebens- und Stornoprozesses eines einzelnen VN ab (Ex post-Sicht; Berechnung von Erlebensfall-, Todesfall- oder Rückkaufsfallrenditen), sondern (Ex ante-Sicht) auf die mittlere Rendite<sup>17</sup>, die ein VN erzielen wird, der am Anfang seines Versicherungsverhältnisses steht und dessen weiterer Lebens- und Stornoprozeß nur seiner Gesetzmäßigkeit nach, nicht aber in Hinblick auf seinen konkreten Verlauf bekannt ist. Eine alternative Interpretation ergibt sich, wenn wir ein homogenes Kollektiv von Versicherungsnehmern betrachten, die einen identischen Versicherungsvertrag abgeschlossen haben. Jeder dieser Versicherungsnehmer weist eine spezifische Entwicklung seines Lebens- und Stornoprozesses auf und kann nach Beendigung des Versicherungsverhältnisses (infolge von Vertragsablauf, vorzeitigem Tod oder Storno) die entsprechende Effektivverzinsung der von ihm gezahlten Prämien bestimmen (Ex post-Rendite). Bilden wir<sup>18</sup> den Durchschnitt dieser Ex post-Renditen über das betrachtete homogene Kollektiv, so wird dieser Durchschnitt mit steigender Kollektivgröße gegen die biometrische Rendite konvergieren. Die erste Interpretation der biometrischen Rendite nimmt eine Ex ante-Sicht ein und ist auf einen einzelnen VN bezogen, die zweite Interpretation nimmt eine Ex post-Sicht ein und ist kollektivbezogen.

Anzumerken ist noch, daß als Spezialfall der bisherigen Überlegungen die biometrische Rendite auch unter Eliminierung des Stornoaspektes berechnet werden kann, indem nur Todes- und Erlebensfalleistungen, aber keine Rückkaufswerte berücksichtigt werden. Die entsprechende Rendite ist für diejenigen VN von primärem Interesse, die sich sicher sind, ihren Vertrag nicht stornieren zu wollen und deren Rendite sich konsequenterweise von der derjenigen VN unterscheiden muß, bei denen eine Vertragsstornierung - aus welchen Gründen auch immer - nicht ausgeschlossen ist.

Die mathematische Detailstruktur der Berechnung der biometrischen Rendite ist in Anhang A dargestellt.

## II. Beispiel: Biometrische Rendite einer Kapitallebensversicherung

Zur beispielhaften Berechnung der biometrischen Rendite einer Kapitallebensversicherung betrachten wir den in *Albrecht/Maurer/Schradin* (1999b) analysierten Fall einer Kapitallebensversicherung wie sie im Jahre 1998 standardmäßig von einer der größten deutschen Maklerfirmen angeboten wurde. Die Beispielrechnung betrifft einen Kapitallebensversicherungsvertrag für einen 30-jährigen männlichen Versicherungsnehmer mit 30-jähriger Laufzeit, die Beitragszahlung erfolgt jährlich vorschüssig, die Überschußbeteiligung beruht auf dem System der verzinslichen Ansammlung und der Annahme, daß sich die für das Jahr 1997 festgesetzten Überschußanteile während der Vertragslaufzeit nicht ändern. Bestimmt wird somit nicht eine historische biometrische Rendite, sondern eine prognostizierte biometrische Rendite. Die Basisdaten des Vertrages sowie die relevanten Ergebnisse sind der nachfolgenden Tabelle 1 zu entnehmen. Als Ausscheideordnung wurden die in der DAV-Mitteilung Nr. 10 enthaltenen Sterbewahrscheinlichkeiten 2. Ordnung<sup>19</sup> sowie die Stornowahrscheinlichkeiten für eine 30-jährige Versicherungsdauer<sup>20</sup> verwendet.

| <b>Versicherungsverlauf</b>                |               |                                     |                  |                |                        |
|--|---------------|-------------------------------------|------------------|----------------|------------------------|
| Beitrittsalter:                            |               | 30 Jahre                            |                  | Laufzeit:      | 30 Jahre               |
| Geschlecht:                                |               | Männlich                            |                  | Jahresprämie:  | 2.350 DM (vorschüssig) |
| Überschußsystem:                           |               | Verzinsliche Ansammlung             |                  |                |                        |
| Jahr                                       | Rückkaufswert |                                     | Todesfalleistung |                |                        |
|  | DM            | Partialrendite                      | DM               | Partialrendite |                        |
| 1  | 0             | -100,0                              | 97.973           | 4069,0         |                        |
| 2  | 1.003         | -67,7                               | 97.973           | 497,6          |                        |
| 3  | 2.910         | -38,1                               | 98.033           | 207,8          |                        |
| 4  | 4.958         | -24,1                               | 98.176           | 121,1          |                        |
| 5  | 7.156         | -16,1                               | 98.415           | 81,8           |                        |
| 6  | 9.513         | -11,2                               | 98.760           | 60,0           |                        |
| 7  | 12.160        | -7,6                                | 99.223           | 46,3           |                        |
| 8  | 14.898        | -5,2                                | 99.816           | 37,1           |                        |
| 9  | 17.833        | -3,4                                | 100.553          | 30,5           |                        |
| 10   | 20.981        | -2,1                                | 101.448          | 25,7           |                        |
| 11   | 24.576        | -0,8                                | 102.517          | 21,9           |                        |
| 12   | 28.222        | 0                                   | 103.778          | 19,0           |                        |
| 13   | 32.132        | 0,7                                 | 105.250          | 16,3           |                        |
| 14   | 36.631        | 1,4                                 | 106.951          | 14,7           |                        |
| 15   | 41.158        | 1,9                                 | 108.904          | 13,2           |                        |
| 16   | 46.012        | 2,3                                 | 111.131          | 11,9           |                        |
| 17   | 51.622        | 2,8                                 | 113.658          | 10,8           |                        |
| 18   | 57.242        | 3,1                                 | 116.511          | 9,9            |                        |
| 19   | 63.272        | 3,4                                 | 119.720          | 9,1            |                        |
| 20   | 70.251        | 3,7                                 | 123.317          | 8,5            |                        |
| 21   | 77.234        | 3,9                                 | 127.334          | 8,0            |                        |
| 22   | 95.752        | 5,1                                 | 131.809          | 7,5            |                        |
| 23   | 105.121       | 5,2                                 | 136.780          | 7,1            |                        |
| 24   | 115.282       | 5,3                                 | 142.290          | 6,8            |                        |
| 25   | 126.317       | 5,5                                 | 148.383          | 6,5            |                        |
| 26   | 138.318       | 5,6                                 | 155.108          | 6,3            |                        |
| 27   | 151.394       | 5,7                                 | 162.516          | 6,1            |                        |
| 28   | 165.662       | 5,8                                 | 170.664          | 5,9            |                        |
| 29   | 181.253       | 5,9                                 | 184.724          | 6,0            |                        |
| 30   | 198.910       | 6,05                                | 198.910          | 6,05           |                        |
| Gesamtrenditen des Vertrags nach 30 Jahren |               |                                     |                  |                |                        |
|  |               | Erlebensfallrendite                 | 6,05 %           |                |                        |
|  |               | Biometrische Rendite<br>ohne Storno | 6,24 %           |                |                        |
|  |               | Biometrische Rendite<br>mit Storno  | 5,16 %           |                |                        |

Tabelle 1: Partialrenditen und biometrische Renditen eines Lebensversicherungsvertrages

An systematischen Effekten ist über die grundsätzliche Problematik der Betrachtung von Ex post-Partialrenditen hinaus folgendes zu erkennen. Zunächst ist die biometrische Rendite ohne Ansatz von Stornowahrscheinlichkeiten systematisch höher als die Erlebensfallrendite. Die

Wahl der Erlebensfallrendite als Vergleichsmaßstab benachteiligt somit die Lebensversicherung, zumindest im Falle strikt vertragstreuer Kunden. Die biometrische Rendite unter Berücksichtigung der Rückkaufsoption ist ca. einen Prozentpunkt niedriger. Diese Renditedifferenz quantifiziert den empirischen Preis für die Ausübung der Rückkaufsoption. Die Vornahme eines Abschlages im Rückkaufsfall ist gerade im Falle des Leistungsspektrums der Kapitallebensversicherung spezifisch notwendig<sup>21</sup> und u.E. bleibt in dem betrachteten Beispielfalle die damit einhergehende Reduktion der biometrischen Rendite in einem angemessenen Rahmen. Die Thesen von Adams (1997), der den Abschluß einer Kapitallebensversicherung als Anlegerschädigung apostrophiert und ein Marktversagen konstatiert, sind zumindest aufgrund dieses (allerdings markttypischen) Beispielfalles nicht begründbar.

## **C. Risiko-/Performanceprofil der biometrischen Rendite**

### **I. Vorbemerkungen**

Die Konzeption der biometrischen Rendite ist ein Maßstab für die biometrische Rentabilität eines Lebensversicherungsproduktes. Dabei wird von fixierten Vertragsverhältnissen (Alter bei Vertragsbeginn, Geschlecht, Laufzeit) ausgegangen. Da in Lebensversicherungsprodukten typischerweise eine Investmentkomponente enthalten ist, beinhalten solche Verträge auch ein Investmentrisiko. Grundsätzlich gilt, daß (zumindest bei effizienten Investmentpositionen) systematisch höhere Renditen nur unter Inkaufnahme eines höheren Risikos erzielt werden können bzw. eine Beschränkung des in Kauf genommenen Risikos beschränkt seinerseits die Höhe der erzielbaren Rendite. Insbesondere das Produkt Kapitallebensversicherung enthält, wie bereits aufgeführt, in seinem Investmentprofil starke Investmentgarantien. Dies geht notwendigerweise einher mit einer Beschränkung des seitens des Versicherungsunternehmens tolerierbaren Investmentrisikos - und damit auch mit einer Renditelimitierung. Insofern ist aus Sicht des Kunden von zentraler Bedeutung welche *mittlere* (biometrische) Rentabilität aus einer bestimmten Vertragskonstellation (Tarif) erzielt werden kann und wie hoch das korrespondierende Rentabilitätsrisiko ist.

Die biometrische Rendite aus einer fixierten Vertragskonstellation (Fixierung der biometrischen Verhältnisse) ist eine Größe, deren Wert im Zeitablauf schwanken wird. Für den Kunden mit fixierten biometrischen Verhältnissen äußert sich das Rentabilitätsrisiko daher darin, daß die realisierbare biometrische Rendite abhängig sein wird vom Zeitpunkt des jeweiligen Vertrags-

abschlusses. Konzeptionell kann die biometrische Rendite als Zufallsgröße BRV aufgefaßt werden, die verschiedene mögliche Realisationen  $brv_1, \dots, brv_n$  mit bestimmten Eintrittswahrscheinlichkeiten beinhaltet. Das Risiko-/Performanceprofil der biometrischen Rendite ist dann in einer Ex ante-Perspektive charakterisierbar durch die Rentabilitätsschwankung  $\sigma$  (RBV) und die mittlere biometrische Rendite  $E(RBV)$ .

Damit dieser konzeptionelle Ansatz eine Informationswirkung entfalten kann, müssen die Größen  $\sigma$  (RBV) und  $E(RBV)$  identifiziert werden, entweder im Rahmen einer Ex ante-Auswertung (die Basis bilden dann *prognostizierte* Zahlungsströme auf Beitrags- und Leistungsseite) oder im Rahmen einer Ex post-Auswertung (Basis sind dann *realisierte* Zahlungsströme). Die im weiteren - in Vorbereitung der Fallstudie des Abschnitts D - dargestellte Methodik ist dabei im Hinblick auf eine *ex post-Auswertung* auf der Basis realisierter Zahlungsströme konzipiert. Methodisch erfolgt dabei ein *Back-Testing*. Es wird davon ausgegangen, daß ein x-jähriger Versicherungsnehmer zu einem bestimmten Zeitpunkt in der Vergangenheit seine Produktentscheidung getroffen hat, unter den Gegebenheiten des zu dem damaligen Zeitpunkt unsicheren weiteren Lebens- und Stornoprozesses. Aus *heutiger Sicht* wird dann auf der Basis von realisierten Zahlungsströmen (in Abhängigkeit von den möglichen potentiellen Realisierungen seines Lebens- und Stornoweges) festgestellt, welche *historische biometrische Rendite* sich bei den alternativen Produktentscheidungen tatsächlich ergeben hat. Die solchermaßen festgestellte historische biometrische Rendite ist dann in ihrem zeitlichen Verlauf zu analysieren. Eine alternative Interpretation besteht dahingehend, daß die mittlere historische Rendite eines biometrisch homogenen Kollektivs von Investoren für die jeweilige Produktentscheidung festgestellt wird.

Verzichtet wird dabei im weiteren auf die Durchführung einer risikoadjustierten Performanceanalyse, d.h. das Risiko-/Performanceprofil wird nicht weiter in eine eindimensionale risikobereinigte Kennzahl transformiert. Die Bestimmung einer risikoadjustierten Rendite erfordert üblicherweise<sup>22</sup> zuvor die Festlegung einer risikolosen Benchmarkanlage. Dies ist aus mehreren Gründen problematisch. Zum einen ist unklar, welche Alternativanlage über die betrachteten Zeithorizonte (z.B. 12 Jahre im Falle der Fallstudie in Abschnitt D) als risikolos anzusehen ist. Zudem erweisen sich die Schwankungen der Rendite von Lebensversicherungsverträgen als so gering, daß es - vor allem im Vergleich zu den an den Kapitalmärkten ansonsten verfügbaren Instrumenten - sogar berechtigt wäre, die Kapitallebensversicherung selbst als Proxy für die risikolose Anlage zu wählen. Die risikolose Anlage selbst aber kann nicht mehr weiter risiko-

bereinigt werden.

Als flankierende Kennzahl wird des weiteren der Rendite-Information Ratio  $RIR = E(RBV) / \sigma (RBV)$  bestimmt. Diese Kennzahl ist nicht als risikobereinigte Renditekennziffer anzusehen, sondern als ergänzende Kennzahl, um das Verhältnis der beiden Teil-Kennzahlen  $E(RBV)$  und  $\sigma (RBV)$  zu beziffern.

## II. Der Fall der Kapitallebensversicherung

Ausgangspunkt der weiteren Überlegungen ist die gemäß Abschnitt B definierte Konzeption einer biometrischen Rendite  $brv$ . Diese Rendite werde ex post für abgelaufene Versicherungsverhältnisse ermittelt. Wir fixieren dabei den zugrundeliegenden Versicherungstarif, das Eintrittsalter  $x$  des Versicherungsnehmers, die Laufzeit  $n$  des Versicherungsvertrags sowie die Art und Höhe der Beitragszahlungen. Variabel sei alleine die Lage des Vertragszeitraums auf der Zeitachse, d.h. das betrachtete Zeitintervall  $[ s, s + n ]$ .

Mit  $brv(x; n; s)$  sei daher die (historische) biometrische Rendite aus einer Kapitallebensversicherung der Vertragsdauer  $n$  für einen Versicherungsnehmer, der im Zeitpunkt  $t = s$   $x$  Jahre alt ist, bezeichnet. Ausgehend von einem Anfangszeitpunkt  $t = s_0$  variieren wir sukzessive das betrachtete Zeitintervall (der fixierten Länge  $n$ ) und ermitteln die historischen biometrischen Renditen

$$brv(x; n; s_0), brv(x; n; s_0 + 1), \dots, brv(x; n; s_0 + T).$$

Die Veränderung der historischen biometrischen Renditen im Zeitablauf reflektiert alleine die Realisierung des Kapitalanlagerisikos, das über seinen Einfluß auf die Überschußbeteiligung die Leistungsströme des ansonsten fixierten Versicherungsverhältnisses im Todes-, Erlebens- und Rückkaufsfall tangiert.

Auf Basis der solchermaßen ermittelten  $T+1$  Beobachtungen kann nun das Risiko-/Performancprofil der biometrische Rendite quantifiziert werden. Wir berechnen hierzu die Größen

$$\overline{brv}(x; n) = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T brv(x; n; s_0 + t) \quad (4)$$

die mittlere biometrische Rendite eines fixierten Versicherungsverhältnisses in der Beobachtungsperiode sowie

$$\sigma_{brv}(x; n) = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T \left[ brv(x; n; s_0 + t) - \overline{brv}(x; n) \right]^2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

die zugehörige (empirische) Rendite - Standardabweichung als Maß für das durch das Kapitalanlagerisiko bedingte Schwankungsrisiko der biometrischen Rendite des fixierten Versicherungsverhältnisses. Damit ist ein Ansatzpunkt zur Quantifizierung des Risiko-/Performanceprofils gefunden. Dieser soll in der anschließenden Fallstudie illustriert werden.

#### **D. FALLSTUDIE: Risiko-/Performanceprofile in der Kapitallebensversicherung**

Ziel der vorliegenden Fallstudie ist es, auf empirischer Basis eine Evaluation der Gesamtpformance von Kapitallebensversicherungsverträgen vorzunehmen. Grundlage ist dabei die Bestimmung der Rendite über die Vertragslaufzeit (hier: 12 Jahre) der entsprechenden Kontrakte. Verglichen werden hierzu zum einen Erlebensfall- bzw. Ablaufrenditen, zum anderen vor allem aber biometrische Renditen (jeweils ohne und mit Berücksichtigung des Rückkauffalles), um die spezifische Leistung von Versicherungsprodukten, die Übernahme von biometrischen Risiken, systematisch in die Analyse mit einbeziehen zu können. Die Performancebeurteilung berücksichtigt dabei jeweils sämtliche Produktkosten (insbesondere Vertriebs- und Verwaltungskosten).

Als Datenbasis standen Daten über Kapitallebensversicherungsverträge eines fixierten Tarifs eines der größten deutschen Lebensversicherungsunternehmen zur Verfügung. Grundlage waren dabei Versicherungen mit 12-jähriger Laufzeit und laufender jährlicher Beitragszahlungsweise für einen männlichen Versicherungsnehmer mit dem Eintrittsalter 40 Jahre bzw. alternativ 53 Jahre (mit letzterem Fall verbunden ist ein intendiertes Renteneintrittsalter von 65 Jahren) für den Basis-Auswertungszeitraum von 1980 – 1997. Die Einzeldaten umfassen das Spektrum der Erlebensfall-, Todesfall- und Rückkaufsleistungen sowie die Brutto-Prämienzahlungen<sup>23</sup>.

Auswertungsgegenstand waren die realisierten Erlebensfallrenditen, die biometrische Rendite unter Berücksichtigung des Ausscheidegrundes Tod sowie die biometrische Rendite unter Erfassung der Ausscheidegründe Tod und Rückkauf (Storno). Als planmäßige Ausscheidungsordnungen wurden dabei zum einen die Sterbewahrscheinlichkeiten 2. Ordnung bzw. Stornowahrscheinlichkeiten für 12-jährige Verträge gemäß der Deutschen Aktuarvereinigung angesetzt<sup>24 25</sup>.

Die Berechnung der vorstehend genannten Renditen auf rollierender<sup>26</sup> jährlicher Basis erlaubt zum einen den Rückschluß auf die entsprechenden mittleren Renditen und ermöglicht damit eine Leistungsbeurteilung der Verträge aus Sicht eines (repräsentativen) Versicherungsnehmers, insbesondere vor dem Hintergrund der Übernahme biometrischer Risiken seitens des Versicherungsunternehmens und unter Berücksichtigung der Rückkaufsoption auf Seiten des Versicherungsnehmers. Zum anderen wird ein Rückschluß auf das Ausmaß der Variation der betreffenden Leistungen im Zeitablauf möglich (Basis: Spannweite der Renditen<sup>27</sup>, Rendite-Standardabweichung). Dies ist für den Versicherungsnehmer eine wesentliche Zusatzinformation, denn je höher die zeitliche Renditevariation, desto stärker ist die tatsächlich erhaltene Leistungshöhe abhängig von der für ihn konkret relevanten Kontraktperiode (passives<sup>28</sup> Timingrisiko). Je niedriger die Renditevariation, desto gleichmäßiger erhalten die Versicherungsnehmer unterschiedlicher Eintrittsgenerationen die in Aussicht gestellte Leistung.

Als ergänzende Kennzahl wird schließlich der Rendite-Information Ratio (RIR) als Quotient von mittlerer Rendite zu Renditestandardabweichung bestimmt. Der Rendite-Information Ratio kann als Maß für die Effizienz der erbrachten Leistung angesehen werden. Er gibt an, wieviel Rendite im Mittel pro Einheit eingegangenes Risiko erwirtschaftet wird.

Der betrachtete Auswertungszeitraum umfaßt die sieben 12-Jahres-Perioden 1980-1991, 1981-1992, ..., 1985-1996 und 1986-1997. Die beiden folgenden Tabellen enthalten zunächst – getrennt für einen 40-jährigen sowie für einen 53-jährigen männlichen Versicherungsnehmer – die realisierten Erlebensfallrenditen für jede der sieben 12-Jahres-Perioden nebst der Angabe der korrespondierenden summarischen Größen arithmetisches Mittel, Spannweite sowie Standardabweichung sowie Rendite-Information Ratio.

|       |        |       |        |            |         |
|-------|--------|-------|--------|------------|---------|
| 80-91 | 7.0998 | 84-95 | 6.9432 | Spannweite | 0.5970  |
| 81-92 | 7.1146 | 85-96 | 6.7822 | Mittelwert | 6.9322  |
| 82-93 | 7.0731 | 86-97 | 6.5176 | Std.-Abw   | 0.2159  |
| 83-94 | 6.9948 |       |        | RIR        | 32.1094 |

Tabelle 2: Erlebensfallrenditen: 40-jähriger Versicherungsnehmer

|       |        |       |        |            |         |
|-------|--------|-------|--------|------------|---------|
| 80-91 | 6.2504 | 84-95 | 6.3231 | Spannweite | 0.2990  |
| 81-92 | 6.3045 | 85-96 | 6.2470 | Mittelwert | 6.2538  |
| 82-93 | 6.3076 | 86-97 | 6.0241 | Std.-Abw   | 0.1060  |
| 83-94 | 6.3197 |       |        | RIR        | 58.9952 |

Tabelle 3: Erlebensfallrenditen: 53-jähriger Versicherungsnehmer

Zunächst einmal ist für beide Konstellationen festzuhalten, daß die realisierte Rendite im Zeitablauf nur außerordentlich gering variiert, in verstärktem Ausmaß gilt dies für den Fall des 53-jährigen Versicherungsnehmers. Gradmesser hierfür sind die extrem geringe Spannweite von ca. 0.6 bzw. 0.3 Prozentpunkten ebenso wie die extrem geringe Standardabweichung von ca. 0.2 bzw. 0.1 Prozent. Der Versicherungsnehmer kann somit weitgehend unabhängig vom Zeitpunkt des Vertragsabschlusses eine relativ konstante Erlebensfallrendite erzielen. Auch der Rendite-Information Ratio bringt dies auf andere Weise nochmals sehr deutlich zum Ausdruck, die mittlere Rendite beträgt ca. das 32-fache bzw. das 59-fache des eingegangenen Schwankungsrisikos. Die in Albrecht/Maurer/Schradin (1999a, S. 49ff.) festgestellte sehr weitgehende Glättungseigenschaft der Kapitalanlageperformance der Lebensversicherer im Vergleich zu den Schwankungen der Original-Anlageklassen wie Aktien, Renten, etc. überträgt sich somit unmittelbar auf die Produktebene - und dies in einem dabei noch verstärkten Ausmaß<sup>29</sup>.

Wie verändern sich diese Ergebnisse nun durch die Berücksichtigung der Möglichkeit, daß der Versicherungsnehmer während der Vertragslaufzeit verstirbt, d.h. durch den Übergang zu einer biometrischen Rendite (zunächst ohne Berücksichtigung der Rückkaufsmöglichkeit)? Die beiden folgenden Tabellen enthalten die Ergebnisse, wiederum getrennt für die beiden Eintrittsalter.

|       |        |       |        |            |         |
|-------|--------|-------|--------|------------|---------|
| 80-91 | 7.2398 | 84-95 | 7.0910 | Spannweite | 0.5891  |
| 81-92 | 7.2570 | 85-96 | 6.9315 | Mittelwert | 7.0783  |
| 82-93 | 7.2178 | 86-97 | 6.6689 | Std.-Abw   | 0.2125  |
| 83-94 | 7.1420 |       |        | RIR        | 33.3123 |

Tabelle 4: Biometrische Renditen ohne Storno: 40-jähriger VN

|       |        |       |        |            |         |
|-------|--------|-------|--------|------------|---------|
| 80-91 | 6.7078 | 84-95 | 6.8135 | Spannweite | 0.2871  |
| 81-92 | 6.7708 | 85-96 | 6.7409 | Mittelwert | 6.7356  |
| 82-93 | 6.7841 | 86-97 | 6.5264 | Std.-Abw   | 0.0993  |
| 83-94 | 6.8058 |       |        | RIR        | 67.8450 |

Tabelle 5: Biometrische Renditen ohne Storno: 53-jähriger VN

Zunächst einmal ist festzustellen, daß die biometrische Rendite (ohne Berücksichtigung von Storno) systematisch, d.h. in jeder einzelnen Konstellation, höher ist als die reine Erlebensfallrendite. Dies zeigt die spezifische Wirkung des Versicherungsvorganges zur Übernahme von biometrischen Risiken. *Zugleich wird deutlich, daß die Wahl der Erlebensfallrendite als Maßstab für die mittlere Rendite im Vergleich zu anderen Anlageformen die Lebensversicherung systematisch benachteiligt, zumindest im Falle strikt vertragstreuer Kunden.*

Die angesprochene systematische Erhöhung<sup>30</sup> ist dabei naturgemäß (aufgrund der damit verbunden höheren Sterbewahrscheinlichkeiten) deutlich höher (ca. 0.5 Prozentpunkte gegenüber ca. 0.15 Prozentpunkten) für den Fall des höheren Eintrittsalters. Das Ausmaß der Renditeglättung überträgt sich zudem nur mit geringfügigen Änderungen von der Erlebensfallrendite auf die biometrische Rendite. Der Rendite-Information Ratio erfährt damit insgesamt eine systematische Erhöhung.

Wenden wir uns damit der Berücksichtigung der Rückkaufsmöglichkeit seitens des Versicherungsnehmers zu, d.h. betrachten die biometrische Rendite inkl. Storno. Die folgenden Tabellen fassen die Ergebnisse zusammen, wiederum getrennt für die beiden Eintrittsalter.

|       |        |       |        |            |         |
|-------|--------|-------|--------|------------|---------|
| 80-91 | 6.8122 | 84-95 | 6.7902 | Spannweite | 0.4707  |
| 81-92 | 6.8580 | 85-96 | 6.6509 | Mittelwert | 6.7377  |
| 82-93 | 6.8486 | 86-97 | 6.3873 | Std.-Abw   | 0.1691  |
| 83-94 | 6.8167 |       |        | RIR        | 39.8329 |

Tabelle 6: Biometrische Renditen inkl. Storno: 40-jähriger VN

|       |        |       |        |            |         |
|-------|--------|-------|--------|------------|---------|
| 80-91 | 6.2407 | 84-95 | 6.5154 | Spannweite | 0.2747  |
| 81-92 | 6.3363 | 85-96 | 6.4668 | Mittelwert | 6.3812  |
| 82-93 | 6.3849 | 86-97 | 6.2604 | Std.-Abw   | 0.1068  |
| 83-94 | 6.4635 |       |        | RIR        | 59.7260 |

Tabelle 7: Biometrische Renditen inkl. Storno: 53-jähriger VN

Zunächst ist festzustellen, daß die biometrische Rendite inkl. Storno systematisch niedriger ist als die biometrische Rendite nur unter Einschluß des Ausscheidegrundes Tod. Die Reduktion beträgt ca. 0.4 Prozentpunkte und quantifiziert den empirischen Preis für die Ausübung der Rückkaufsoption. Die in den betrachteten Beispielfällen damit einhergehende Renditereduktion ist aber mehr als moderat. Im Falle eines 53-jährigen Versicherungsnehmers ist die biometrische Rendite unter Einschluß von Storno sogar sowohl im Mittelwert als auch praktisch in jedem Einzelfall immer noch höher als im Erlebensfall. Es existieren somit Konstellationen, in denen (gegenüber dem Erlebensfall) die mit dem Stornofall im Mittel verbundene Renditereduktion überkompensiert wird durch die Renditesteigerung infolge des Einschlusses des Ausscheidegrundes Tod in die Analyse!

Insgesamt bleibt festzuhalten, daß die durch Abschluß eines Lebensversicherungsvertrages erzielten Renditen, seien es nun Erlebensfallrenditen, biometrische Renditen inkl. Tod oder biometrische Renditen inkl. Tod und Storno, extrem zeitstabil sind, die realisierten Rendite-Information Ratios bewegen sich zudem sämtlich im Bereich von 30 – 70 Einheiten.

## **E. Schlußfolgerungen**

Mit der in dem vorliegenden Beitrag entwickelten Methodik kann eine Evaluation der Performance von Kapitallebensversicherungsverträgen erfolgen, die alle leistungsrelevanten Kompo-

renten umfaßt und sämtliche Kosten (insbesondere Vertriebs- und Verwaltungskosten) berücksichtigt, mithin an der Gesamtperformance (Totalrendite) ansetzt.

Ausgehend von der biometrischen Rendite (ohne bzw. mit Erfassung des Stornofalls) kann der Einfluß der Übernahme von biometrischen Risiken im Rahmen einer Kapitallebensversicherung auf die Renditehöhe studiert werden.

In einem zweiten Schritt - der Evaluation des Risiko-/Performanceprofils der biometrischen Rendite - kann untersucht werden, welchen Einfluß das Kapitalanlagerisiko auf die Gesamtperformance besitzt. Für den Kunden äußert sich das Performancerisiko dabei dahingehend, daß eine in Aussicht gestellte mittlere biometrische Rendite in Abhängigkeit von der konkreten Kontraktperiode (und der in ihr herrschenden Verhältnisse an den Kapitalmärkten) nicht erreicht wird.

Die vorgenommenen empirischen Analysen der Gesamtperformance von Kapitallebensversicherungsverträgen erlauben zudem eine Reihe von Folgerungen, die wir im weiteren nochmals kurz resumieren wollen:

- Die Erlebensfallrendite verdeutlicht die Leistungsfähigkeit von Kapitallebensversicherungsprodukten nur in unzureichendem Maße. Angesichts der spezifischen Eigenschaft von Versicherungsprodukten, der Übernahme von biometrischen Risiken, ist als Leistungskennziffer die biometrische Rendite (vor Storno) zu bevorzugen. Diese liegt systematisch über der Erlebensfallrendite, dies zeigt die spezifische Wirkung des Versicherungsvorganges.
- Die biometrische Rendite unter Einschluß des Rückkaufsfalles liegt systematisch niedriger als die biometrische Rendite nur unter Einschluß des Ausscheidgrundes Tod. Die Reduktion quantifiziert den empirischen Preis für die Ausübung der Rückkaufsoption seitens des Versicherungsnehmers. In den betrachteten Fällen ist die Renditereduktion aber eher moderat. Im Falle eines 53-jährigen Versicherungsnehmers ist die biometrische Rendite inkl. Storno sogar immer noch höher als die Erlebensfallrendite!

- Die durch den Abschluß eines Lebensversicherungsvertrages erzielbaren Renditen, seien es nun Ablaufrenditen, biometrische Renditen inkl. Tod oder biometrische Renditen inkl. Tod und Storno, sind extrem zeitstabil, dies drückt sich in sehr hohen Rendite-Information Ratios aus (empirische Größenordnung: ca. 30 – 70 Einheiten). Das passive Timing-Risiko eines Versicherungsnehmers, die in Aussicht gestellte mittlere Leistung zu verfehlen, ist also sehr gering. Unterschiedliche Eintrittsgenerationen erhalten in sehr gleichmäßiger Höhe die Leistungen aus den Versicherungsverträgen. Die erwirtschaftete mittlere Rendite pro Einheit eingegangenem (Schwankungs)-Risiko ist für Lebensversicherungsprodukte außerordentlich hoch. Durch Abschluß eines Kapitallebensversicherungsvertrages kann sich der Kunde weitgehend<sup>31</sup> von den Risiken des Kapitalmarktes entkoppeln.
  
- Die in Albrecht/Maurer/Schradin (1999a) festgestellte positive Transformationsleistung der Kapitalanlage der Lebensversicherer im Sinne einer (deutlichen) Erhöhung der risikoadjustierten Rendite im Vergleich zu den Original-Investmentklassen (Aktien, Renten, Immobilien) überträgt sich auf die Produktebene, d.h. bleibt auch nach Berücksichtigung von Vertriebs- und Verwaltungskosten erhalten.

Wie in Albrecht/Maurer/Schradin (1999a) festgehalten, weisen Kapitallebensversicherungsprodukte ein sehr komplexes Leistungsprofil auf, das aus den beiden Hauptkomponenten biometrisches Leistungsprofil und Investment-Leistungsprofil besteht. Das biometrische Leistungsprofil beinhaltet insbesondere die Garantie von Leistungen im Todesfall. Das Investment-Leistungsprofil beinhaltet die Garantie der jährlichen Erwirtschaftung einer Mindestverzinsung (Rechnungszins) sowie den stabilen und gleichmäßigen Aufbau der Überschußbeteiligung. Die vorliegende Untersuchung der Gesamtpformance bringt darüber hinaus das Leistungselement der sehr stabilen zeitlichen Entwicklung der Gesamtleistungen aus Lebensversicherungsverträgen (bei gleichzeitig hoher mittlerer Rendite) sehr deutlich zu Tage.

## ANHANG A: Detailstruktur der Berechnung der biometrischen Rendite

Das Spektrum der Versicherungsleistungen  $LV_{x+t}$  ( $t = 1, \dots, n$ ) zerfällt in drei Teilspektren:

- das Spektrum<sup>32</sup> der Erlebensfalleistungen  $EV_{x+t}$  ( $t = 1, \dots, n$ )
- das Spektrum der Todesfalleistungen  $TV_{x+t}$  ( $t = 1, \dots, n$ )

sowie

- das Spektrum der Rückkaufsleistungen  $RV_{x+t}$  ( $t = 1, \dots, n$ ),

deren Werte jeweils mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten angenommen werden. Jedes dieser Spektren kann man weiter aufgliedern, so setzt sich z.B. die Erlebensfalleistung zusammen aus der vereinbarten Versicherungssumme, dem angesammelten Überschußguthaben<sup>33</sup> sowie der Schlußüberschußbeteiligung bei Erleben. Analog kann man die Todesfall- und Rückkaufs-falleistungen aufgliedern. Diese weitere Aufgliederung ist aber nur aus Sicht des Versicherungsunternehmens (LVU) insoweit interessant als es durch Steuerung der Teilleistungen die Rentabilität des Vertrages beeinflussen kann. Aus VN-Sicht sind nur die potentiellen Gesamtleistungen zu jedem Zeitpunkt von Interesse. Daher soll eine weitere Aufgliederung im folgenden unterbleiben.

Zu spezifizieren sind des weiteren die relevanten biometrischen Ausscheidewahrscheinlichkeiten. Wir beginnen mit dem bereits angesprochenen Fall, daß zunächst das Stornorisiko ausgeklammert wird.

Es bezeichnen dann  $p_x = l_{x+1}/l_x$  bzw.  $q_x = 1-p_x$  die einjährige Überlebens- bzw. Sterbewahrscheinlichkeit eines  $x$ -Jährigen,  ${}_k p_x = l_{x+k}/l_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot \dots \cdot p_{x+k-1}$  die entsprechende  $k$ -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit und schließlich  ${}_k|q_x = {}_k p_x \cdot q_{x+k}$  die um  $k$  Jahre aufgeschobene Sterbewahrscheinlichkeit. Die Erlebensfalleistungen  $EV_{x+t}$  werden dann mit Wahrscheinlichkeit  ${}_t p_x$  ( $t = 1, \dots, n$ ) fällig - im Standardfall nur  $EV_{x+n}$  mit Wahrscheinlichkeit  ${}_n p_x$ . Die Todesfalleistungen  $TV_{x+t}$  werden jeweils mit Wahrscheinlichkeit  ${}_{t-1}|q_x$  ( $t = 1, \dots, n$ ) fällig. Der entsprechende biometrische Leistungsbarwert unter Verwendung des Diskontierungszinssatzes  $brv$  ist dann gegeben durch

$$LBW_B(brv) = \sum_{t=1}^n TV_{x+t} {}_{t-1}|q_x (1+brv)^{-t} + \sum_{t=1}^n EV_{x+t} {}_t p_x (1+brv)^{-t} . \quad (6)$$

Der VN leistet Beitragszahlungen  $BV_{x+t}$  solange er lebt - im Standardfall in konstanter Höhe der Tarifbruttoprämie  $B_x$  -, d.h. mit korrespondierender Wahrscheinlichkeit  ${}_t p_x$ . Der biometrische Prämienbarwert unter Verwendung des Diskontierungszinssatzes  $brv$  ist daher gegeben durch ( ${}_0 p_x := 1$ )

$$PBW_B(brv) = \sum_{t=0}^{n-1} BV_{x+t} {}_t p_x (1+brv)^{-t} . \quad (7)$$

Aus der Beziehung (6) wird nochmals deutlich, daß nur der Erwartungswert hinsichtlich der biometrischen Komponente, d.h.  $E_B(\cdot)$  gebildet wird. Da die Leistungs-Teilspektren  $TV_{x+t}$  bzw.  $EV_{x+t}$  insbesondere von der Entwicklung der Überschußbeteiligung und damit von der am Kapitalmarkt erwirtschafteten Rendite abhängig sind, können die betreffenden Größen aus ex ante-Sicht als Zufallsgrößen aufgefaßt werden.

Kommen wir nun zum Fall der Berücksichtigung des Spektrums der Rückkaufsleistungen. Dabei unterstellen wir die Situation, daß die Ausscheidewahrscheinlichkeiten *simultan* aus der Beobachtung eines einheitlichen Versicherungsbestandes gewonnen werden<sup>34</sup>.

Bezeichnen  $q_x$  wiederum die einjährige Sterbewahrscheinlichkeit eines  $x$ -Jährigen und entsprechend  $s_x$  dessen einjährige Stornowahrscheinlichkeit, so ergibt sich die einjährige Bestandsverbleibwahrscheinlichkeit eines  $x$ -Jährigen zu  $\bar{p}_x = 1 - q_x - s_x$ , analog gilt

$$\bar{p}_{x+k} = 1 - q_{x+k} - s_{x+k} . \quad \text{Damit folgt für die } n\text{-jährige Bestandsverbleibwahrscheinlich-}$$

keit eines  $x$ -Jährigen  ${}_n \bar{p}_x = \prod_{t=1}^n \bar{p}_{x+t-1} = \prod_{t=1}^n (1 - q_{x+t-1} - s_{x+t-1})$ . Die aufgeschobene

Sterbewahrscheinlichkeit ergibt sich in diesem Kontext zu  ${}_k | q_x = \bar{p}_x q_{x+k}$ . Analog

definieren wir die *aufgeschobene Stornowahrscheinlichkeit*  ${}_k | s_x$ , diese ergibt sich zu

$${}_k | s_x = \bar{p}_x s_{x+k} .$$

Der biometrische Leistungsbarwert unter Berücksichtigung des Rückkaufsfalles ergibt sich nach diesen Vorüberlegungen zu

$$\begin{aligned} LBW_B(brv) &= \sum_{t=1}^n TV_{x+t \ t-1|} q_x (1+brv)^{-t} \\ &+ \sum_{t=1}^n EV_{x+t} \bar{p}_x (1+brv)^{-t} \\ &+ \sum_{t=1}^n RV_{x+t \ t-1|} s_x (1+brv)^{-t} . \end{aligned} \quad (8)$$

Der Prämienbarwert unter Berücksichtigung des Rückkaufsfalles ergibt sich analog zu

$$PBW_B(brv) = \sum_{t=0}^{n-1} BV_{x+t} \bar{p}_x (1+brv)^{-t} . \quad (9)$$

Als Schlußbemerkung soll noch festgehalten werden, daß die vorstehende Analyse nicht auf die Verhältnisse einer Kapitallebensversicherung beschränkt ist. Jede Versicherung auf den Todes- und Erlebensfall, z.B. eine fondsgebundene Lebensversicherung oder eine aktienindexgebundene Lebensversicherung mit garantierter Mindestverzinsung, ist kompatibel mit der dargestellten Struktur. Dies gilt auch für den Fall einer reinen Risikolebensversicherung kombiniert mit einem separaten Sparvorgang/Fondsinvestment.

## **ANHANG B: Ausscheideordnungen**

### **I. Sterbewahrscheinlichkeiten**

Als Sterbewahrscheinlichkeiten für einen männlichen 40- bzw. 53-jährigen Versicherungsnehmer wurden die Sterbewahrscheinlichkeiten 2. Ordnung gemäß der DAV-Mitteilung über Stornoabzüge in der Lebensversicherung verwendet<sup>35</sup>. Bezeichne  $q(x)$  die Sterbewahrschein-

lichkeit eines x-jährigen Versicherungsnehmers, so gilt im einzelnen:

1) Versicherungsnehmer: männlich, 40 Jahre

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| $q(40) = 0,001480$ | $q(46) = 0.002592$ |
| $q(41) = 0,001622$ | $q(47) = 0.002865$ |
| $q(42) = 0.001775$ | $q(48) = 0.003167$ |
| $q(43) = 0.001944$ | $q(49) = 0.003491$ |
| $q(44) = 0.002135$ | $q(50) = 0.003842$ |
| $q(45) = 0.002351$ | $q(51) = 0.004228$ |

2) Versicherungsnehmer: männlich, 53 Jahre

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| $q(53) = 0,005167$ | $q(59) = 0.010385$ |
| $q(54) = 0,005765$ | $q(60) = 0.011611$ |
| $q(55) = 0.006472$ | $q(61) = 0.012924$ |
| $q(56) = 0.007287$ | $q(62) = 0.014303$ |
| $q(57) = 0.008214$ | $q(63) = 0.015723$ |
| $q(68) = 0.009252$ | $q(64) = 0.017171$ |

## 2. Stornowahrscheinlichkeiten

Als Stornowahrscheinlichkeiten wurden die (altersunabhängigen) Stornowahrscheinlichkeiten für 12-jährige Vertragslaufzeiten gemäß der DAV-Mitteilung über Stornoabzüge in der Lebensversicherung verwendet<sup>36</sup>. Bezeichne  $s_t = s(t, 12)$  die Stornowahrscheinlichkeit eines 12-jährigen Versicherungsvertrages im t-ten Versicherungsjahr ( $t = 1, \dots, 12$ ), so gilt im einzelnen:

|                  |                     |
|------------------|---------------------|
| $s_1 = 0.018847$ | $s_7 = 0.030163$    |
| $s_2 = 0.039794$ | $s_8 = 0.026627$    |
| $s_3 = 0.039008$ | $s_9 = 0.022629$    |
| $s_4 = 0.037642$ | $s_{10} = 0.018193$ |
| $s_5 = 0.035702$ | $s_{11} = 0.013324$ |
| $s_6 = 0.033200$ | $s_{12} = 0.008022$ |

## ANMERKUNGEN

1. Vgl. etwa Farny (1983), Finsinger (1983), Tröblicher (1983), Blaesius (1988), Stark (1997) sowie Brunsbach/Lang(1998).
2. Vgl. etwa Adams (1997, 1999), Schneider (1997) sowie Albrecht/Maurer/Schradin (1999b).

3. Vgl. etwa Map-Report (2000).
4. Vgl. Parthier (1960).
5. Vgl. hierzu einführend Albrecht/Mauer/Schradin (1999a, S. 7 ff.)
6. Die Summe aus Rechnungszins und Direktgutschrift beträgt seit 1984 unverändert 5%, vgl. etwa Schierenbeck/Hölscher (1998, S. 734). Damit muß das Lebensversicherungsunternehmen jedes Jahr zumindest eine Kapitalanlagerendite in Höhe von 5% darstellen und dem Kundenguthaben zuweisen.
7. Z. B. diverse Finanzoptionen, vgl. hierzu Gerdes (1997). Eine Übersicht über das Leistungsspektrum von Versicherungsprodukten enthält DAV (1997, Anlage 7).
8. Die Renditebestimmung basiert dabei im Falle der Kapitallebensversicherung typischerweise auf der (allerdings nur näherungsweise möglichen) Aufspaltung in eine Risikolebensversicherung und einen Sparvorgang. Diese Methode wurde unseres Wissens erstmals von Levy/Kahane (1970) vorgeschlagen und in der deutschen betriebswirtschaftlichen Literatur erstmals von Finsinger (1983, S. 160 ff.) aufgegriffen. Eine aktuelle empirische, d.h. auf tatsächlichen Leistungsdaten, beruhende Anwendung beinhaltet Map Report (2000). Zum methodischen Ansatz vgl. man auch DAV (1997, Anlage 8). Die vorgenommene Aufspaltung des Gesamtvertrages ist problematisch, da die mit dem Vertrag verbundene Überschußbeteiligung aus der Gesamtprämie des Vertrages finanziert wird und sich nicht nur auf den Erlebensfall erstreckt, sondern auch auf den Todes- und Rückkaufsfall. Das Produkt Kapitallebensversicherung besteht aus einem genuinen integrierten Versicherungs- und Investmentprofil, das durch den separaten Einkauf von Versicherungs- und Investmentleistungen nicht exakt duplizierbar ist, vgl. hierzu Albrecht/Maurer/Schradin (1999a, s. 11/12).
9. Vgl. etwa Adams (1997).
10. In der deutschen betriebswirtschaftlichen Literatur wurden diese versicherungsmathematischen Ansätze erstmals aufgegriffen von Blaesius (1988).
11. So resultieren im Falle eines frühzeitigen Todes Renditen in Höhe von mehreren hundert bzw. tausend Prozent. Im Fall eines frühzeitigen Stornos des Kunden resultieren dagegen z.T. stark negative Renditen. Man vgl. hierzu auch Tabelle 1 im Haupttext.
12. Garantiert ist die Auszahlung der Versicherungssumme, für die zusätzliche Überschußbeteiligung gilt dies dagegen nicht, wenn für diese in der Vergangenheit auch sehr stabile Entwicklungen zu beobachten sind.
13. Diese untergeordnete Bedeutung besteht sowohl im Hinblick auf das Ausmaß des biometrischen Schwankungsrisikos als auch hinsichtlich des Interesses seitens des Versicherungskunden. U.E. wäre es für den Versicherungskunden eher verwirrend, Schwankungen um die kalkulierte mittlere Leistung aufgrund spezieller Realisationen seiner biometrischen Zufallsgesetzmäßigkeit beurteilen zu müssen.
14. Die Methodik des internen Zinsfußes ist in der Literatur bereits mehrfach Ausgangspunkt für eine Analyse der Rentabilität bzw. der Überschußkraft in der Lebensversicherung unter verschiedenen Aspekten und unter differierenden Untersuchungszwecken gewesen, vgl. Parthier (1960), Brommler (1976), Gessner (1978), Blaesius (1988), Adams (1997) sowie Albrecht/Maurer/Schradin (1999b). Aktuell ist die Methodik des internen Zinsfußes auch eingesetzt worden, um die Entwicklung der Rentabilität in der gesetzlichen Rentenversicherung einer kritischen Analyse zu unterziehen, vgl. Eitenmüller (1996) sowie Schnabel (1998).
15. Durch den Terminus biometrischer Erwartungswert und die Verwendung der Symbolik  $E_B(\cdot)$  soll ausgedrückt werden, daß nur der Erwartungswert hinsichtlich der ersten der beiden Risikoquellen biometrisches Risiko und Investmentrisiko bestimmt wird. Hinsichtlich des Investmentrisikos findet keine

entsprechende Erwartungswertbildung statt, da das Investmentrisiko explizit analysiert werden soll - unter Fixierung des "mittleren" biometrischen Risikos.

16. Dies führt zu den üblichen Problemen der potentiellen Mehrdeutigkeit des internen Zinsfußes sowie der Sensitivität der Lösung in bezug auf eine Variation der Koeffizienten.
17. Die dargestellte Interpretation dient primär einer intuitiven Beschreibung der Sachlage. Wie etwa aus Beziehung (3) ersichtlich, ist die betreffende mittlere Rendite präzise die Rendite des mittleren Zahlungsstromsaldos und nicht etwa die (wahrscheinlichkeitsgewichtete) Mittelung der Renditen der einzelnen möglichen Zahlungsstromrealisationen.
18. Auch diese Beschreibung dient primär einer allgemein zugänglichen Charakterisierung. Präzise werden die realisierten Zahlungsströme (Prämien und Versicherungsleistungen) über das betreffende Kollektiv gemittelt und es ist dann die Rendite des mittleren Zahlungsstromsaldos zu bestimmen.
19. Vgl. DAV (1997, Anlage 2, Seite 3).
20. Vgl. DAV (1997, Anlage 2, Seite 8).
21. Vgl. hierzu im Detail Albrecht/Maurer/Schradin (1999a, S. 61f.).
22. Dies gilt sowohl für die Variante der traditionellem Sharpe-Ratio vgl. etwa Sharpe (1994) als auch für den aktuellen Ansatz von Modigliani/Modigliani (1997).
23. Durch Ansatz der Brutto-Prämienzahlungen ist gewährleistet, daß sämtliche vertragsrelevante Kosten des Versicherungsunternehmens, insbesondere Vertriebs- und Verwaltungskosten, bei der Analyse Berücksichtigung finden.
24. Zu den Ausscheideordnungen im Detail vgl. Anhang B.
25. Alternativ wurden die Berechnungen auch mit unternehmensspezifischen Sterbe- und Stornowahrscheinlichkeiten durchgeführt, ohne daß es dabei zu wesentlichen Änderungen kam.
26. Die Verwendung rollierender Renditen, d.h. auf der Basis überlappender Zeitperioden - im Gegensatz zu unabhängigen Renditen auf der Basis nichtüberlappender Zeitperioden - ist zunächst eine Frage der Datenverfügbarkeit. Darüber hinaus gibt es aber auch Anhaltspunkte, daß im Falle autokorrelierter theoretischer Renditen - und dies ist im Falle der Kapitallebensversicherung aufgrund der eingesetzten Mechanismen seitens des Versicherungsunternehmens zur Glättung der Kapitalanlagerendite bzw. der den Verträgen gutgeschriebenen Rendite eine sinnvolle Annahme - die Verwendung rollierender einperiodischer Renditen die adäquate Vorgehensweise für Schätzzwecke ist, vgl. hierzu Geyer (1998).
27. Die Rendite-Spannweite ist gegeben durch den Abstand der jeweils größten und kleinsten Renditerealisationen.
28. Der Terminus passives Timingrisiko wurde gewählt, da der Versicherungsnehmer nicht in der Lage ist, dieses Timing aktiv zu gestalten, es wird allein beeinflusst durch die Lage seiner Altersposition auf der Zeitachse.
29. Albrecht/Maurer/Schradin (1999a, S. 49) ermitteln für den Zeitraum von 1980 - 1997 eine empirische Standardabweichung in Höhe von 0.43 für den Durchschnitt der 30 größten deutschen Lebensversicherungsunternehmen. Durch die Ergebnisse im Haupttext erfährt damit auch die These von Albrecht/Maurer/Schradin (1999a, S. 60 f.), daß beim Übergang von der Kapitalanlageebene auf die Produktebene weitere Glättungseffekte zu erwarten sind, eine empirische Bestätigung.

30. Im Beispiel des Abschnitts B.II wurde für den Fall eines 30-jährigen Versicherungsnehmers mit 30-jähriger Vertragslaufzeit eine entsprechende Renditesteigerung von ca. 0.2 Prozentpunkten festgestellt.
31. Diese Entkoppelung kann selbstverständlich nicht in vollständiger und absoluter Weise erfolgen. Niedrige Kapitalmarktzinsen und eine adverse Aktienperformance müssen irgendwann zu einer Absenkung der Überschußbeteiligung führen, wie aktuell erste Fälle zeigen. Die relativen Risiko-/Performanceprofile im Vergleich zu Alternativenanlagen, wie etwa Aktien oder Festverzinsliche Titel, sollten allerdings den weitgehenden Entkoppelungseffekt nach wie vor aufweisen.
32. In der Standardvariante gilt  $EV_{x+t} = 0$  für  $t = 1, \dots, n-1$ . Dies gilt nicht mehr bei Tarifen mit vorgezogenen partiellen Leistungszahlungen.
33. Bei Annahme der Variante einer verzinslichen Ansammlung der zugeteilten Überschüsse.
34. Wir gehen also nicht von der Situation der sog. partiellen Ausscheidewahrscheinlichkeiten, vgl. hierzu etwa Wolfsdorf (1997, S. 308 ff.), aus.
35. Vgl. Deutsche Aktuarvereinigung (1995, Anlage 2, Seite 3).
36. Vgl. Deutsche Aktuarvereinigung (1995, Anlage 2, S. 4).

## L I T E R A T U R

- Adams, M. (1997): Die Kapitallebensversicherung als Anlegerschädigung, ZIP - Zeitschrift für Wirtschaftsrecht 18, S. 1857 - 1869.
- Adams, M. (1999): Nochmals: Die Kapitallebensversicherung als Anlegerschädigung!, ZIP - Zeitschrift für Wirtschaftsrecht 20, S. 1386 - 1388.
- Albrecht, P., R. Maurer, H.R. Schradin (1999a): Die Kapitalanlageperformance der Lebensversicherer im Vergleich zur Fondsanlage unter Rendite- und Risikoaspekten, Karlsruhe.
- Albrecht, P., R. Maurer, H.R. Schradin (1999b): Die Kapitallebensversicherung als Anlegerschädigung?, Anmerkungen zu einem Beitrag von M. Adams unter aktuariellen und ökonomischen Gesichtspunkten, ZIP - Zeitschrift für Wirtschaftsrecht 20, S. 1381 - 1386.
- Blaesius, S. (1988): Zur Rentabilität von Lebensversicherungen, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 58, S. 708 - 723.
- Brommler, K.-H. (1976): Rentabilität von Lebensversicherungen und Anwendungen, Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, Heft 4, Karlsruhe.
- Brunsbach, S., O. Lang (1998): Steuervorteile und die Rendite des Lebensversicherungssparens, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 217, S. 185 - 213.
- Bußmann, J. (1988): Das Management von Zinsänderungsrisiken, Frankfurt/Main.

- Deutsche Aktuarvereinigung (1995): Stornoabzüge in der Lebensversicherung, DAV-Mitteilung Nr. 5, Köln.
- Deutsche Aktuarvereinigung (1997): Rating von Lebensversicherungsunternehmen, DAV-Mitteilung Nr. 10, Köln.
- Eitenmüller, S. (1996): Die Rentabilität der gesetzlichen Rentenversicherung - Kapitalmarkt-analoge Renditeberechnungen für die nahe und die ferne Zukunft, Deutsche Rentenversicherung 12/96, S. 784 - 798.
- Farny, D. (1983): Zur Rentabilität langfristiger gemischter Lebensversicherungen (Stand 1983), Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft 72, S. 363 - 380.
- Finsinger, J. (1983): Versicherungsmärkte, Frankfurt - New York.
- Gerdes, W. (1997): Bewertung von Finanzoptionen in Lebensversicherungsprodukten, Der Aktuar 3/97, S. 117 - 124.
- Gessner, P. (1978): Überschlußkraft und Gewinnbeteiligung in der Lebensversicherung, Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, Heft 7, Karlsruhe.
- Geyer, A.L.J. (1998): Berechnung und Eigenschaften von mehrperiodigen Renditen, Finanzmarkt und Portfolio Management 12, s. 441 - 451.
- Levy, H., Y. Kahane (1970): Profitability of saving through insurance companies, Journal of Risk and Insurance 37, S. 233 - 240.
- Map-Report (2000): Investmentfonds sind besser als Lebensversicherungen?, map-report Nr. 421, Artlenburg/Elbe.
- Modigliani, F., L. Modigliani (1997): Risk-Adjusted Performance, Journal of Portfolio Management, Winter 1997, S. 45 - 54.
- Parthier, H. (1960): Betrachtungen über die Rentabilität von Lebensversicherungen, Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik V, S. 7 - 35.
- Schierenbeck, H., R. Hölscher (1998): Bancassurance, 4. Aufl., Stuttgart.
- Schnabel, R. (1998): Interne Renditen in der gesetzlichen Rentenversicherung, in: Schnabel, R., B. Raffelhüschen, M. Miegel Hrsg.): Renditen der gesetzlichen Rentenversicherung im Vergleich zu alternativen Anlageformen, Deutsches Institut für Altersvorsorge, Frankfurt/Main, S. 15 - 35 und S. 62 - 66.
- Schneider, R. (1997): Versicherungen - wie hoch ist die Rendite?, Betriebs-Berater, Heft 51/52 v. 18.12.1997, S. 2649 - 2652.
- Sharpe, G. (1997): The Sharpe-Ratio, Journal of Portfolio Management, Fall 1994, S. 49 - 58.

Stark, G. (1997): Zur Bewertung von Kapitallebensversicherungen, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 49, S. 685 - 711.

Tröbliger, A. (1983): Der Leistungsvergleich in der Lebensversicherung, Zeitschrift für Versicherungswesen 34, S. 658 - 666.

Wolfsdorf, K. (1997): Versicherungsmathematik, Teil 1: Personenversicherung, 2. Aufl., Stuttgart.

## **ZUSAMMENFASSUNG**

In dem vorliegenden Beitrag wird eine Methodik entwickelt, die eine Evaluation der Performance des Produktes Kapitallebensversicherung erlaubt, die sämtliche leistungsrelevanten Komponenten (Ablaufleistungen, biometrische Risiken, Stornofall, Kapitalanlagerisiko) umfaßt und sämtliche Produktkosten (insbesondere Vertriebs- und Verwaltungskosten) berücksichtigt. Eine empirische Studie illustriert die Anwendung der Methodik und erlaubt insbesondere Aussagen über die mittlere Höhe der Gesamtpformance und das Ausmaß der Schwankungen der Gesamtpformance im Zeitablauf (passives Timing Risiko) sowie deren Verhältnis (Rendite-Information Ratio).

## **SUMMARY**

The present contribution develops a methodology allowing to evaluate the performance of the product with profits endowment assurance thereby considering all relevant quantities influencing performance (maturity benefits, biometrical risks, lapses, investment risk) as well as all product costs (especially selling and management expenses). An empirical study is illustrating the methodology and especially allows conclusions about the mean total performance and the standard deviation of total performance (passive timing risk) as well as their relative proportion (return information ratio).