

**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,  
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

**Nr. 116**

**Value-at-Risk für Versicherungsunternehmen:  
Konzeptionelle Grundlagen und Anwendungen**

Peter Albrecht und Sven Koryciorz

Mannheim 1999

**1.- 09/99 - 70**

# **Value-at-Risk für Versicherungsunternehmen: Konzeptionelle Grundlagen und Anwendungen**

*von Peter Albrecht/Sven Koryciorz*

1. Einführung
2. Risiken und Artspezifika des Versicherungsgeschäftes
3. Risikomessung auf der Basis des VaR-Ansatzes
4. Risikobasierte Kapitalanforderungen
5. Steuerung der Kapitalanlage
6. Steuerung des versicherungstechnischen Bereiches
7. Integrierte Unternehmenssteuerung

## **1. Einführung**

Die theoretischen und praktischen Einsatzgebiete des Value-at-Risk (VaR)-Ansatzes im Risikomanagement der Banken sind mittlerweile mannigfaltig und umfassend. Sie reichen auf der einen Seite von der Risikomessung (Markt-, Kredit- und operative Risiken) über die Risikokontrolle (risikobasierte Eigenkapitalanforderungen, Setzung von Risikolimits) bis hin zur Risikosteuerung<sup>1)</sup>. Auf der anderen Seite betreffen sie Fragen des ertragsorientierten Risikocontrollings (auch risikoadjustierte Performancesssteuerung genannt) auf der Basis einer risikoadjustierten Profitabilitäts- bzw. Ergebnismessung unter Einschluß der Problematik der Risikokapitalallokation. Entsprechende Anwendungen zeichnen sich auch im Versicherungsbereich ab und sollen im folgenden dargestellt werden. In Übereinstimmung mit der Mehrheit der dokumentierten Analysen beschränken wir uns dabei auf den Bereich der Schadenversicherung<sup>2)</sup>. Der Schwerpunkt der Ausführungen liegt dabei auf dem Bereich der Risikomessung, da diese die Grundlage für alle weiteren Anwendungen bildet. Zuvor ist es jedoch notwendig, die strukturellen Unterschiede zwischen Bank- und Versicherungsgeschäften herauszuarbeiten, insbesondere im Hinblick auf die relevanten Risiken.

## **2. Risiken und Artspezifika des Versicherungsgeschäftes**

Hinsichtlich der Auswirkungen der Risiken des Versicherungsgeschäftes (finale Risikodimension) ist primär zu unterscheiden zwischen Performancerisiken, diese betreffen die Erfolgsebene des Versicherungsunternehmens, und Liquiditätsrisiken, diese betreffen dessen Zahlungsebene. Im folgenden konzentrieren wir uns auf die im Versicherungsgeschäft dominanten Performancerisiken. Hierbei können vor allem Überschuldungsrisiken, insbesondere Solvabilitätsrisiken, und Profitabilitätsrisiken unterschieden werden. Im Falle der Überschuldung des Unternehmens (Konkursgrund) reichen die Vermögenswerte nicht mehr aus, die bestehenden Verpflichtungen zu bedecken. Zentral ist hierbei die Gefahr des Verzehrs des vorhandenen Eigenkapitals. Der besonderen Bedeutung dieses Solvabilitätsrisikos entsprechend existiert eine aufsichtsbehördliche Solvabilitätsregulierung, die auf eine

---

1) Vgl. aktuell Dowd (1999).

2) Anwendungen der VaR-Konzeption auf den Bereich der Lebensversicherung behandeln Brender (1999), Corell (1998, Teil III), Depner (1999), Ho (1999), Savelli (1998) sowie Tanaka/Muromachi (1999).

Mindestkapitalausstattung abzielt. Das Profitabilitätsrisiko besteht in der Verfehlung der angestrebten Mindestperformance (absolut, Kapitalrendite), die notwendig ist, sowohl die Verpflichtungen gegenüber den Versicherungsnehmern und die Kosten des Versicherungsunternehmens zu decken als auch einen angemessenen Mindestgewinn (zur Finanzierung von Wachstum und Investitionen sowie zur Erfüllung der Forderungen der Kapitalgeber) zu erzielen. Eine Verfehlung der Mindestperformance führt auf Dauer zum Verlust der Wettbewerbsfähigkeit des Versicherungsunternehmens. Entsprechend dieser primären Komponenten des Performancerisikos sind in Modellen der Unternehmenssteuerung Solvabilitätsrestriktionen und Profitabilitätsrestriktionen zu berücksichtigen.

Die Performance des Versicherungsunternehmens wird primär in zwei Bereichen erwirtschaftet, dem versicherungstechnischen Bereich (Liabilities) und dem Kapitalanlagebereich (Assets). Im versicherungstechnischen Bereich – dem Kerngeschäft des Versicherungsunternehmens – entfalten sich diverse Performancerisiken (allgemein auch als Underwriting-Risiken bezeichnet). Versicherungstechnische Risiken bestehen zum einen darin, daß die kalkulierten (Risiko-)Prämien für das Neugeschäft einer Periode nicht ausreichen, um die hieraus resultierenden Schäden finanzieren zu können. Zum anderen können die für die Verpflichtungen aus dem Geschäft früherer Perioden bereitgestellten Rückstellungen (Schadenrückstellung) nicht ausreichen, diese Verpflichtungen zu decken (Loss Reserve Risk). Zu den versicherungstechnischen Risiken zählt auch die nicht ausreichende Kalkulation des Sicherheitskapitals. Versicherungstechnische Risiken sind von ihrer Natur her somit kalkulatorische Risiken und besitzen aufgrund der Stochastizität des Versicherungsgeschäftes eine arteigene Stellung<sup>3)</sup> von besonderer Relevanz innerhalb der Risiken der Versicherungsunternehmung. Hinsichtlich der Komponenten des versicherungstechnischen Risikos ist es zweckmäßig zu unterscheiden<sup>4)</sup> zwischen dem Zufallsrisiko (in der englischsprachigen Literatur auch als „process risk“ bezeichnet) und dem Irrtumsrisiko („parameter risk“). Das Irrtumsrisiko (üblicherweise weiter unterteilt in Diagnoserisiko und Prognoserisiko) beruht auf der unvollständigen Information über die wahre Zufallsgesetzmäßigkeit der Schadengenerierung des versicherten Bestandes. Selbst bei (fiktiver) Kenntnis der wahren Zufallsgesetzmäßigkeit und damit der Ausschaltung des Irrtumsrisikos besteht aber aufgrund der Zufallsabhängigkeit der Schadenkosten stets die Gefahr, daß die rea-

---

3) Vgl. hierzu allgemein Albrecht (1992), S. 3 ff.

4) Vgl. etwa Albrecht (1992), S. 7 ff.

lisierten Schäden die zu ihrer Deckung kalkulierten Größen (Prämien, Sicherheitskapital, Reserven) übersteigen.

Weitere Risiken des versicherungstechnischen Bereiches bestehen in Bonitätsrisiken (etwa: Ausfall von Rückversicherungsbeziehungen) und Risiken des Versicherungsmarktes (etwa: erzielbare Marktpreise liegen unter den kalkulatorisch notwendigen Preisen).

Im Kapitalanlagebereich sieht sich das Versicherungsunternehmen einer Reihe von Investmentrisiken gegenüber. Hierzu zählen Markt- bzw. Buchwertverluste der Assets sowie darüber hinausgehend die Erzielung eines nicht ausreichenden Einkommens (Zinsen, Dividenden, realisierte Kursgewinne), um bestehende Verzinsungsverpflichtungen (aus den Produkten, im Bereich der Reserven) zu finanzieren. Auch im Kapitalanlagebereich bestehen Bonitätsrisiken im Sinne eines Kontrahentenausfalls.

Wie wir gesehen haben, bestehen im Bereich des Kerngeschäftes des Versicherungsunternehmens, dem versicherungstechnischen Bereich, erhebliche Unterschiede zu den Risiken, die im Bankenfall und hier vor allem<sup>5)</sup> im Bereich der Marktrisiken des Handelsbestandes auf der Basis eines VaR-Ansatzes analysiert werden. Aber auch im Kapitalanlagebereich, der noch am ehesten mit dem Bankenfall vergleichbar ist, bestehen erhebliche strukturelle Unterschiede<sup>6)</sup>, auf die noch kurz eingegangen werden soll. Die traditionellen Anwendungen des VaR-Ansatzes im Bankenfall sind gekennzeichnet durch

- die Abstimmung auf das Marktrisiko,
- die Kurzfristigkeit des Zeithorizontes sowie
- die Abstimmung primär auf den Handelsbestand.

Der Fall der Kapitalanlage eines Versicherungsunternehmens ist erheblich anders gelagert. Zunächst bestehen andersartige Dispositionsmotive. Zweck ist hier nicht der Eigenhandel, sondern primär die Kapitalanlage (Investition in Wertpapiere) sowie flankierend hierzu das Risiko-Management des Anlagebestandes. Die Kapi-

---

5) Größere Überschneidungen bestehen teilweise im Bereich der Kreditrisiken und vor allem der operativen Risiken.

6) Vgl. hierzu Albrecht/Bährle/König (1997), S. 93 f.

talanlage ist zudem nicht Selbstzweck<sup>7)</sup>, sondern dient der Erfüllung bzw. der generellen Sicherstellung der Erfüllbarkeit der bestehenden versicherungstechnischen Verpflichtungen. Das Kapitalanlagemanagement eines Versicherungsunternehmens hat daher (explizit oder zumindest implizit) stets die Natur eines Asset/Liability-Managements<sup>8)</sup>. Da die versicherungstechnischen Verpflichtungen prinzipiell von eher langfristiger Natur sind, bestehen damit auch Unterschiede im relevanten Zeithorizont. Bei Versicherungsunternehmen stehen eher mittel- und langfristige Zeithorizonte der Kapitalanlage im Vordergrund, auf jeden Fall nicht sehr kurzfristige Zeithorizonte wie im Bankenfall<sup>9)</sup>. Durch dieses intendiert längerfristige Engagement der Investition in Wertpapiere verliert auch die reine Abstimmung auf das Marktrisiko seine dominante Bedeutung und andere Wertkategorien, z.B. bilanzielle Wertansätze, spielen daneben eine zentrale Rolle. Zusammenfassend bestehen damit gegenüber dem Bankenfall Unterschiede

- in den Dispositionsmotiven,
- in der Fristigkeit des relevanten Zeithorizontes,
- in den relevanten Wertkategorien sowie
- im generellen Rahmen des Asset/Liability-Managements.

Insgesamt zeigt sich, daß der VaR-Ansatz im Versicherungsfall anders zu konzipieren und umzusetzen ist als im Bankenfall. Dies bedeutet gleichzeitig, daß – selbst im Bereich der Kapitalanlagesteuerung – VaR-Systeme, die spezifisch auf den Bankenfall und dessen Bedürfnisse abgestellt sind, nicht notwendigerweise auch für Versicherungsunternehmen geeignet sind. Zumindest bedürfen sie der Modifikation und Ergänzung, um den dargestellten andersartigen Spezifika des Versicherungsfalles gerecht zu werden<sup>10)</sup>.

---

7) Vgl. hierzu Albrecht (1995a), S. 35 ff.

8) Vgl. hierzu etwa Albrecht (1995b).

9) Zu den Problemen und Konsequenzen eines langfristigen Zeithorizontes für die Anwendungen des VaR-Ansatzes in Versicherungsunternehmen vgl. vor allem Panning (1999).

10) Im Bereich der Kapitalanlagesteuerung ist dabei aufgrund des längeren Zeithorizontes und des Asset/Liability-Rahmens u.E. insbesondere die Einbeziehung stochastischer Investmentmodelle aktuarieller Provenienz, vgl. hierzu etwa Albrecht (1995a), S. 173 ff., in die VaR-Konzeption von Interesse, da diese in ihrer Konstruktion stärker auf die genannten Erfordernisse abgestimmt sind.

### 3. Risikomessung auf der Basis des VaR-Ansatzes

Im folgenden diskutieren wir die konzeptionellen Grundlagen der Risikomessung im Versicherungsgeschäft auf der Basis eines VaR-Ansatzes, wobei wir mit einfachen Strukturen im versicherungstechnischen Bereich beginnen und durch sukzessive Berücksichtigung weiterer Faktoren sowie Ausdehnung der Überlegungen auf den Kapitalanlagebereich bzw. schließlich auf das Gesamtunternehmen zunehmend an Komplexität gewinnen. Um den Umfang und die Transparenz der hierzu notwendigen Ausführungen nicht allzu sehr zu gefährden, nehmen wir für die Zwecke der vorliegenden Arbeit eine Reihe von strukturellen Beschränkungen vor. Zum einen konzentrieren wir uns auf die traditionelle quantilbasierte Value-at-Risk-Kennziffer. Diese ist zwar mit einer Reihe von theoretischen und praktischen Problemen verbunden<sup>11)</sup>, die entsprechenden Erweiterungen auf der Basis des Shortfall-Erwartungswertes<sup>12)</sup> (bzw. Lower Partial Moment One) bzw. des bedingten Shortfall-Erwartungswertes<sup>13)</sup> (mean excess) stehen aber u.E. noch in den theoretischen Anfängen. Ferner ignorieren wir bei unseren Ausführungen das Irrtumsrisiko (parameter risk), d.h. gehen von der Annahme aus, daß die zugrundeliegenden Zufallsgesetzmäßigkeiten der in die Berechnung des VaR eingehenden (Zufalls-)Größen bekannt sind. Es soll an dieser Stelle aber explizit darauf hingewiesen werden, daß der Berücksichtigung<sup>14)</sup> des Irrtumsrisikos bei einer krediblen praktischen Umsetzung des VaR-Ansatzes eine sehr wesentliche Bedeutung zukommt. Des weiteren verwenden wir bei allen Beispielen die Normalverteilungshypothese, um die Ergebnisse möglichst transparent zu halten. Weitergehende Er-

---

11) Vgl. etwa Artzner et al. (1998), Guthoff/Pfingsten/Wolf (1998), Johannig (1998a, b) sowie Wirch (1999).

12) Vgl. etwa Albrecht/Bährle/König (1996), S. 14 ff. sowie Guthoff/Pfingsten/Wolf (1998), S. 136 ff.

13) Vgl. etwa Embrechts/Resnick/Samorodnitsky (1999), S. 40.

14) Diese Berücksichtigung kann dabei auf verschiedene Weisen geschehen. Im Rahmen der Regeln des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht wird der zuvor errechnete VaR-Wert pauschal mit einem Faktor größer oder gleich 3 multipliziert. Jorion (1996) diskutiert Ansätze zur Quantifizierung des statistischen Schätzfehlers bei der VaR-Bestimmung und deren Einbindung zur Gewinnung eines verbesserten VaR-Schätzwertes. Schließlich bietet die Extremwerttheorie einen vielversprechenden Ansatz zu einer (partiell) verteilungsfreien Gewinnung eines krediblen VaR-Wertes. Zur Extremwerttheorie allgemein vgl. Embrechts/Klüppelberg/Mikosch (1997), zu ihrer Anwendung im Rahmen der VaR-Schätzung vgl. Bassi/Embrechts/Kafetzaki (1998), Embrechts/Resnick/Samorodnitsky (1999) und Emmer/Klüppelberg/Trüstedt (1998) sowie speziell im Bereich der Versicherungswirtschaft Bühlmann/List (1999), McNeil (1997) und Resnick (1997). Hinsichtlich der Modellierung der Schadenverteilung betonen Braun/Gänger/Schmid (1999), S. 256, daß im Konzept der SwissRe neben historischen Daten auch Bedrohungsszenarien Eingang finden, um nicht nur den effektiven Schadenverlauf zu erfassen, sondern auch Bedrohungen mit sehr geringer Frequenz, aber hoher Schadenlast.

gebnisse in analytischer Form sind in der risikothoretischen Literatur vor allem auf der Basis der Normal Power (NP)-Verteilung zu finden, die es erlaubt, die Schiefe der zugrundeliegenden Verteilung zu berücksichtigen<sup>15)</sup>. Schließlich gehen wir aufgrund der in Abschnitt 2 betonten nicht kurzfristigen Perspektive des Versicherungsgeschäftes stets von Jahres-VaR-Werten aus. Bei der Anwendung des VaR-Konzeptes über kürzerfristige Zeiträume, was vor allem im Bereich der Kapitalanlagesteuerung denkbar ist, sind entsprechende Transformationen der Jahres-VaR-Werte vorzunehmen<sup>16)</sup>.

Wir stellen im folgenden eine allgemeine und flexible Basisdefinition für eine VaR-Konzeption im Versicherungsbereich vor, deren generelle Struktur sich in einheitlicher Weise auf eine Vielzahl von interessierenden Anwendungsbereichen spezialisieren läßt. Dabei gehen wir aus von der (zufallsabhängigen) Höhe  $V$  des möglichen Periodenverlustes<sup>17)</sup> eines bestimmten Geschäftssegmentes bzw. des Gesamtunternehmens. Unter der Vorgabe<sup>18)</sup> einer tolerierbaren (sehr kleinen) einperiodigen Verlust- bzw. Ruinwahrscheinlichkeit  $\varepsilon$ , lautet die technische Bedingung an den Value-at-Risk  $VaR = VaR_\varepsilon$  zum Sicherheitsniveau  $\varepsilon$ :

$$(1a) \quad P(V > VaR_\varepsilon) = \varepsilon.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß der Periodenverlust den Betrag  $VaR_\varepsilon$  überschreitet, entspricht somit gerade der tolerierten (sehr geringen) Verlustwahrscheinlichkeit. Der Betrag  $VaR_\varepsilon$  kann somit als Verlusthöhe interpretiert werden, die nur im Extremfall eines außerordentlich schlechten Geschäftsjahres überschritten wird<sup>19)</sup>.

---

15) Vgl. hierzu etwa Albrecht/Zimmermann (1992), Albrecht (1998), S. 239, Bühlmann/List (1999), S. 27 und extensiv Schradin (1998).

16) Vgl. hierzu etwa Beeck/Johanning/Rudolph (1999).

17) Bezeichne  $G$  den betreffenden Periodengewinn, so ist  $V = -G$ .

18) Eine Standardannahme der Versicherungspraxis ist  $\varepsilon = 0,01$ , vgl. Skurnick/Grandisson (1996).

19) Eine Verallgemeinerung dieser Definition besteht darin,  $V$  durch  $V + z_T$  zu ersetzen, wobei  $z_T \geq 0$  eine im Rahmen der Geschäftsaktivitäten zu erzielende Mindest-Ergebnisgröße bedeute. Der damit verbundene Verlustbegriff trägt dem Umstand Rechnung, daß für das Versicherungsunternehmen ein relevanter Verlust nicht notwendigerweise nur in einem negativen Ergebnis besteht, sondern auch in der Möglichkeit, das erforderliche Zielergebnis nicht zu erwirtschaften. Im weiteren Verlauf der Ausführungen beschränken wir uns aber auf den Standardfall  $z_T = 0$ .



Bezeichnet nun  $F_\varepsilon(V) = F_V^{-1}(1 - \varepsilon)$  das  $(1 - \varepsilon)$ -Quantil der Verteilung des Periodenverlustes  $V$ , so gilt äquivalent

$$(1b) \quad \text{VaR}_\varepsilon = F_\varepsilon(V).$$

Folgt  $V$  einer Normalverteilung und bezeichnet  $N_\varepsilon$  das  $(1 - \varepsilon)$ -Quantil der Standardnormalverteilung, so gilt insbesondere<sup>20)</sup>

$$(1c) \quad \text{VaR}_\varepsilon = E(V) + N_\varepsilon \sigma(V).$$

Die kritische Verlusthöhe  $\text{VaR}_\varepsilon$  kann somit allgemein als  $(1 - \varepsilon)$ -Quantil der zugrundeliegenden Verlustverteilung gewonnen werden. Im Spezialfall der Normalverteilung gestaltet sich aufgrund von (1c) die Berechnung besonders einfach, es sind nur jeweils der Erwartungswert sowie die Standardabweichung bzw. Varianz der Verlustvariablen zu bestimmen. Diese Eigenschaft wird in den folgenden Spezialisierungen extensiv ausgenutzt.

Wir beginnen mit einer Analyse des versicherungstechnischen Bereiches und konzentrieren uns dabei auf das Neugeschäft. In der einfachsten strukturellen Variante ist hier der Einperiodenverlust gegeben durch

$$(2) \quad V_{VT} = S - RP,$$

wobei  $S$  den (zufallsabhängigen) aggregierten Periodengesamtschaden des versicherten Kollektives bezeichne und  $RP$  die zugehörige kollektive Risikoprämie<sup>21)</sup>. Aufgrund von  $E(V) = E(S) - RP$  und  $\sigma(V) = \sigma(S)$  ergibt sich im betrachteten Falle als Spezialisierung von (1c)

---

20) Die Spezifikation des so definierten VaR im Normalverteilungsfall macht auch deutlich, daß dieser aufgrund des enthaltenen Erwartungswerttermes nicht als Risikomaß im üblichen Sinne aufgefaßt werden kann. Möchte man den VaR als Risikomaß und nicht als kritische Verlusthöhe konstruieren, so hat man in der Definition (1a)  $V$  durch  $V - E(V)$  zu ersetzen. Auf diese VaR-Variante soll im weiteren nicht mehr eingegangen werden, da die beiden Varianten sehr einfach ineinander übergeführt werden können.

21) Derjenige Anteil der Bruttoprämie, der zur Deckung der Schadenkosten zur Verfügung steht.

$$(3) \quad \text{VaR}_\varepsilon = E(S) + N_\varepsilon \sigma(S) - \text{RP} .$$

Interpretieren wir die VaR-Größe als erforderliches Sicherheitskapital SK, so erhalten wir die folgende fundamentale Beziehung der Versicherungstechnik:

$$(4) \quad \text{SK} + \text{RP} = E(S) + N_\varepsilon \sigma(S) .$$

Zur Wahrung eines Sicherheitsniveaus der Höhe  $\varepsilon$  muß bei gegebener Gesamtschadenverteilung die notwendige<sup>22)</sup> Finanzmasse<sup>23)</sup> zur Deckung von Schäden, bestehend aus Sicherheitskapital und Risikoprämie, eine bestimmte Höhe aufweisen, die allgemein gegeben ist durch das  $(1 - \varepsilon)$ -Quantil  $F_\varepsilon(S)$  der Gesamtschadenverteilung und im Normalverteilungsfall durch die rechte Seite der Beziehung (4). Es wird damit auch ersichtlich, daß die notwendige Finanzmasse höher sein muß als der erwartete Gesamtschaden, um ein hohes Sicherheitsniveau des Unternehmens zu gewährleisten. Ferner wird deutlich, daß erforderliches Sicherheitskapital und erforderliche Risikoprämie in einer substitutiven Beziehung zueinander stehen, nur ihre additive Gesamthöhe ist ausschlaggebend für das bestehende versicherungstechnische Risiko.

Besteht das versicherte Kollektiv aus  $n$  voneinander unabhängigen und identischen Risiken  $X_i$ , wobei  $X_i \sim X$ , so gilt für den kollektiven Gesamtschaden  $S = X_1 + \dots + X_n$ . Aufgrund von  $E(S) = n E(X)$  und  $\sigma(S) = \sqrt{n} \sigma(X)$  folgt daraus die ebenfalls fundamentale Beziehung:

$$(5) \quad \frac{\text{SK} + \text{RP}}{n} = E(X) + \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma(X) N_\varepsilon .$$

Mit steigender Kollektivgröße sinkt im Normalverteilungsfall<sup>24)</sup> die pro versichertem Risiko erforderliche, über den individuellen Erwartungsschaden hinausgehen-

---

22) RP wird in diesem Kontext als kalkulatorische Größe, d.h. mit zu bestimmender, aus Sicht der Risikokalkulation notwendiger Höhe aufgefaßt, wohingegen sie in (3) als vereinnahmte, gegebene Prämie interpretiert wird.

23) In Albrecht (1992) als „Versicherungstechnisches Kapital“ bezeichnet.

24) Wegen der Nicht-Subadditivität von Quantilen gilt dies nicht mehr im generellen Fall, beispielsweise aber noch im Falle einer Normal Power-Verteilung, vgl. etwa Albrecht (1987).

de Finanzmasse streng monoton, im Grenzfall eines unendlich großen Kollektives bis auf null. Der Nutzen der Kollektivbildung schlägt sich in einer relativen Abnahme<sup>25)</sup> der über den Erwartungswert hinaus erforderlichen Finanzmasse nieder. Der Schadenerwartungswert selbst stellt aber die absolut erforderliche Untergrenze für die notwendige Finanzmasse dar, die auch durch Kollektivbildung nicht unterschritten werden kann. Die vorstehend dargestellten Effekte werden in der Versicherungswissenschaft unter dem Stichwort „Ausgleich im Kollektiv“ behandelt, wir verweisen zu diesem Themenkomplex auf die Literatur<sup>26)</sup>.

Die Basisvariante (2) des Verlustes im versicherungstechnischen Bereich kann nun auf vielerlei Arten verfeinert und differenziert werden, einige Varianten sollen nachfolgend skizziert werden.

Zum einen kann der aggregierte Jahresgesamtschaden des versicherten Kollektives additiv aufgebrochen werden in die Jahresgesamtschäden der einzelnen Sparten des Versicherungsgeschäftes,  $S = S_1 + \dots + S_n$ . Jeder (Sparten-)Jahresgesamtschaden kann weiterhin dargestellt werden als Summe der individuellen Gesamtschäden,  $S_i = \sum X_{ij}$ . Jeder individuelle Gesamtschaden  $X_{ij}$  kann wiederum zerlegt werden in die Summe der Schadenhöhen  $Y_{ijk}$  pro Schadenfall, d.h.  $X_{ij} = \sum Y_{ijk}$ . Der notwendige Grad der Disaggregation des kollektiven Gesamtschadens ist abhängig vom Steuerungszweck, so ist z.B. zur detaillierten Erfassung der Wirkung von Rückversicherungsbeziehungen eine äußerst differenzierte Erfassung der Schadenseite notwendig<sup>27)</sup>.

Für die Zwecke dieser Arbeit soll die Wirkung der Rückversicherung nur in einfachster struktureller Form und auf den versicherungstechnischen Bereich beschränkt skizziert werden<sup>28)</sup>. Bei Aufteilung der gesamten Risikoprämie gemäß  $RP = RP_{SB} + RP_{RV}$  und entsprechend des kollektiven Gesamtschadens in  $S = S_{SB} + S_{RV}$ , wobei der Index SB den vom Versicherungsunternehmen im Selbstbehalt getragenen Teil und der Index RV den an den Rückversicherer abge-

---

25) Bzw. in absoluten Termen in einer nur degressiven Zunahme.

26) Vgl. etwa Albrecht (1982, 1984, 1987, 1992).

27) Vgl. hierzu etwa Förster/König (1999).

28) Zu detaillierten Ausführungen vgl. vor allem Bühlmann/List (1999), Schradin (1994), S. 316 ff. und allgemein Schradin (1998).

gebenen Teil bezeichne, gilt für den versicherungstechnischen Verlust nach Rückversicherung

$$(6) \quad V_{SB} = S_{SB} - RP_{SB}$$

und entsprechend für den Value-at-Risk nach Rückversicherung

$$(7) \quad \text{VaR}_\varepsilon^{SB} = E(S_{SB}) + N_\varepsilon \sigma(S_{SB}) - RP_{SB}.$$

Die Bedingung  $\text{VaR}_\varepsilon^{SB} < \text{VaR}_\varepsilon$  der Verminderung des Value-at-Risk durch Rückversicherung – bei unverändertem Sicherheitsniveau der Erstversicherers – konkretisiert sich im Normalverteilungsfall daher allgemein zu  $RP_{RV} < E(S_{RV}) + N_\varepsilon [\sigma(S) - \sigma(S_{SB})]$  bzw. unter Benutzung der Notation  $SZ_{RV}$  für den Sicherheitszuschlag in der Rückversicherungsprämie

$$(8) \quad SZ_{RV} < N_\varepsilon [\sigma(S) - \sigma(S_{SB})].$$

Eine Verminderung des Value-at-Risk – bzw. bei entsprechender Interpretation eine Freisetzung von Sicherheitskapital – durch Rückversicherung tritt daher nicht automatisch ein, sondern nur unter bestimmten Konstellationen der vom Rückversicherer geforderten Prämie. Daß diese Konstellationen selbst bei gleichem Sicherheitsniveau von Erst- und Rückversicherer möglich sind, liegt daran, daß der Rückversicherer das an ihn abgegebene Risiko  $S_{RV}$  in ein anderes Risikokollektiv, das „besser ausgeglichen ist“, integrieren kann<sup>29)</sup> und daher weniger anteiliges Sicherheitskapital für  $S_{RV}$  binden muß als der Erstversicherer. Soweit zu unseren elementaren Überlegungen zur Wirkung einer Rückversicherungsnahme.

Bisher haben wir uns auf das Neugeschäft des Versicherungsunternehmens konzentriert. Darüber hinaus sind regelmäßig aus dem bestehenden Geschäft noch Verpflichtungen offen, wofür aus bilanzieller Sicht Rückstellungen gebildet werden (Schadenrückstellungen). Bezeichnet  $l_0$  die am Jahresanfang vorhandene

---

29) Vgl. etwa Braun/Gänger/Schmid (1999), S. 257.

Schadenreserve<sup>30)</sup> und  $L$  die in der Versicherungsperiode für Schäden der vergangenen Perioden erfolgten Schadenzahlungen bzw. Reserveanpassungen<sup>31)</sup>, so gilt für den Verlust aus dem versicherungstechnischen Bereich insgesamt:

$$(9) \quad V_{VT} = S - RP + L - l_0 .$$

Im Falle der Normalverteilung erhalten wir daher die Beziehung:

$$(10) \quad \text{VaR}_\varepsilon + RP + l_0 = E(S) + E(L) + N_\varepsilon \sigma(S + L) .$$

Beziehung (10) dokumentiert, daß selbst bei im Erwartungswert richtiger Reservestellung, d.h.  $l_0 = E(L)$ , aufgrund des Risikos, daß die Schadenabwicklung höher als im Erwartungswert ausfällt ( $L > E(L)$ ), eine VaR-Erhöhung stattfindet. Allerdings fällt diese geringer aus, als wenn der zusätzliche VaR-Betrag für den Schadenreservierungsbereich isoliert berechnet würde, denn aufgrund von  $\sigma(S + L) < \sigma(S) + \sigma(L)$  – außer im Falle einer vollständig positiven Korrelation zwischen  $S$  und  $L$  – bestehen Ausgleichseffekte zwischen dem Jahresgesamtschaden des Neugeschäftes und dem Gesamtschaden aufgrund nicht vollständig abgewickelter Versicherungsfälle aus Vorjahresschäden.

In einer weiteren Stufe der Steigerung der Komplexität unserer Analyse berücksichtigen wir die Tatsache, daß das beim Versicherungsunternehmen anfänglich vorhandene Sicherheitskapital  $SK_0$ , die anfänglich vorhandene Schadenreserve  $l_0$  sowie die vereinnahmte Risikoprämie  $RP$  vom Unternehmen so lange an den Kapitalmärkten investiert werden können, bis sie zur Begleichung von Schäden (partiell) benötigt werden. Die durch den versicherungstechnischen Bereich induzierten Anlageerträge müssen bei vollständiger ökonomischer Betrachtung dem Periodenerfolg des versicherungstechnischen Bereiches zugeschlagen werden. Die einfachste Modellierung dieses Sachverhaltes erfolgt unter der Annahme, daß der betreffende Zinsträger eine volle Periode zur Verfügung steht, d.h.  $S$  und  $R$  erst am Peri-

---

30) Für eine differenzierte Darstellung der Effekte von Schadenrückstellungen im Zusammenhang mit einer VaR-Analyse vgl. Schnieper (1997).

31) Alle Größen sollen nur den Selbstbehalt des Erstversicherers betreffen.

odenende fällig werden. Für die betreffende Verlustgröße gilt dann<sup>32)</sup> unter (zweckmäßigem) Ansatz einer sicheren<sup>33)</sup> Periodenverzinsung  $r$ :

$$(11) \quad V_{VT} = S - RP + L - l_0 - (SK + RP + l_0)r .$$

Im Falle der Normalverteilungshypothese erhalten wir hieraus für die hiermit verbundene VaR-Größe

$$(12) \quad \begin{aligned} & VaR_\varepsilon + SK r + RP(1+r) + l_0(1+r) \\ & = E(S) + E(L) + N_\varepsilon \sigma(S+L) , \end{aligned}$$

was im Vergleich zu (10) sehr anschaulich die Effekte der Verzinsung versicherungstechnischer Kapitalien illustriert. Bei VaR-Analysen hinsichtlich einer Mindestsicherheitskapitalerfordernis ist der VaR als das bei gegebenem Sicherheitsniveau notwendige Sicherheitskapital zu interpretieren, d.h. es gilt  $SK = VaR_\varepsilon$ . In diesem Falle lautet die Bedingung (12) äquivalent

$$(13) \quad \begin{aligned} SK + RP + l_0 &= \frac{1}{1+r} \mathbb{E}(S) + \frac{1}{1+r} \mathbb{E}(L) + N_\varepsilon \sigma \frac{1}{1+r} \sqrt{\mathbb{E}(S+L)^2} \\ &= E \frac{1}{1+r} (S+L) + N_\varepsilon \sigma \frac{1}{1+r} \sqrt{\mathbb{E}(S+L)^2} \end{aligned}$$

so daß man anstelle von  $S$  und  $L$  mit den entsprechenden diskontierten Größen arbeiten kann.

Durch Herunterbrechen des aggregierten Gesamtschadens und der gesamten Schadenrückstellung auf die einzelnen Sparten bzw. einzelnen Verträge gelangt man zu einer verfeinerten VaR-Analyse. Wir wenden uns jedoch nun der Analyse des Kapitalanlagebereiches zu.

32) Alle Größen beziehen sich wiederum auf den Selbstbehalt des Erstversicherers.

33) Sinnvollerweise setzt man hier einen durch die Kapitalanlage des Versicherungsunternehmens langfristig mit großer Sicherheit erzielbaren Zinsfuß an.

Bezeichnet  $w_0$  den Wert des investierten Vermögens zu Periodenbeginn und  $W_1$  den entsprechenden Wert am Periodenende, so gilt für die entsprechende Verlustgröße aus dem Kapitalanlagebereich

$$(14a) \quad V_{KA} = w_0 - W_1$$

bzw. unter Verwendung der zufallsabhängigen Ein-Perioden-Rendite  $R = (W_1 - w_0) / w_0$

$$(14b) \quad V_{KA} = -w_0 R \quad .$$

Für den Value-at-Risk des Kapitalanlagebereiches haben wir damit

$$(15) \quad \begin{aligned} \text{VaR}_\varepsilon &= w_0 - E(W_1) + N_\varepsilon \sigma(W_1) \\ &= w_0 [N_\varepsilon \sigma(R) - E(R)]. \end{aligned}$$

Die VaR-Größe ist dabei als derjenige Periodenverlust aus Kapitalanlagen zu interpretieren, der nur mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\varepsilon$  überschritten wird.

Zu unterscheiden ist dabei, ob die betreffenden Vermögensstände einheitlich zu Marktwerten oder einheitlich zu Buchwerten bewertet werden. Dies überträgt sich auf die Anlagerendite  $R$  und den potentiellen Vermögensverlust  $V$ , der entsprechend einen Marktwertverfall oder aber einen Buchwertverfall widerspiegeln kann.

Eine differenziertere Analyse spaltet – analog der Zerlegung des aggregierten Gesamtschadens in die einzelnen Spartengesamtschäden – die Rendite aus der gesamten Vermögensanlage auf in die Renditen der einzelnen Hauptanlageklassen (Aktien, Renten, Schuldscheindarlehen, Immobilien, etc.). Bezeichnen  $R_1, \dots, R_m$  die betreffenden Ein-Perioden-Renditen (zu Markt- oder Buchwerten) der betrachteten Asset-Klassen sowie  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  ( $0 \leq \alpha_i \leq 1, \sum \alpha_i = 1$ ) die entsprechenden prozentualen Anteile am Anfangsvermögen  $w_0$ , die in die betreffenden Asset-Klassen investiert werden, so gilt  $R = \alpha_1 R_1 + \dots + \alpha_m R_m$ . Eine weitergehende

VaR-Analyse<sup>34)</sup> berücksichtigt gemeinsame Faktoren, die auf die Anlagerenditen wirken sowie die Sensitivitäten der Anlagerenditen in bezug auf diese Faktoren. Da dies weitgehend analog zur traditionellen VaR-Analyse im Bankenfall ist, verzichten wir hier auf eine weitergehende Darstellung.

Die Koppelung zum versicherungstechnischen Bereich besteht nun darin, daß der Zinsträger  $w_0$  für die Vermögensanlage weitgehend aus diesem stammt. Unter Vernachlässigung nicht-versicherungstechnischer Anlagekapitalien<sup>35), 36)</sup> gilt

$$(16) \quad w_0 = SK + RP + I_0 ,$$

somit gerade der Zinsträger bei Bestimmung des versicherungstechnischen Verlustes unter Berücksichtigung von induzierten Investmenterträgen<sup>37)</sup>. Faßt man die in (11) unterstellte Verzinsung alternativ als Zielverzinsung<sup>38)</sup>  $r = r_T$  – etwa zur Finanzierung von Zinsverpflichtungen aus den Versicherungsprodukten oder aus der Diskontierung von Reserven – so ist das Ergebnis aus Kapitalanlagen sinnvollerweise zu modifizieren und lautet nun

$$(17) \quad V_{KA} = w_0 (r_T - R)$$

und damit gilt für die betreffende VaR-Größe:

$$(18) \quad \text{VaR}_\varepsilon = w_0 [r_T + N_\varepsilon \sigma(R) - E(R)] .$$

Diese VaR-Größe spiegelt wider, daß ein relevanter Verlust für das Versicherungsunternehmen nicht erst bei negativer Anlagerendite, sondern bereits dann

---

34) Vgl. etwa Albrecht/Bährle/König (1996), S. 8 f. und Tanaka/Muromachi (1999), S. 211 ff. sowie ansatzweise für den Zinsbereich Bühlmann/List (1999), S. 29 ff.

35) Etwa Pensionsrückstellungen.

36) Zum Sicherheitskapital sind bilanziell nicht gebundene Teile des Eigenkapitals (Grundkapital, Rücklagen) sowie die Schwankungsrückstellung zu zählen.

37) Es ist darauf zu achten, daß dieser Zinsträger wiederum alternativ zu Buch- oder Marktwerten angesetzt werden kann.

38) Dabei gehen wir der Einfachheit halber von einer einheitlichen Zielrendite auf alle Bestandteile des Zinsträgers aus.



eintritt, wenn die versicherungstechnischen Verzinsungserfordernisse nicht erwirtschaftet werden können.

Zur Analyse der Verbundwirkungen von versicherungstechnischem und Kapitalanlagebereich betrachten wir im folgenden ein erstes einfaches integriertes Modell, das die Schadenreserven unberücksichtigt läßt und beide Teilbereiche nur global spezifiziert, d.h. keine Disaggregation in die einzelnen Sparten und Anlageklassen beinhaltet. Die korrespondierende Verlustgröße  $V_G$  ist dann gegeben durch

$$(19) \quad V_G = S - RP - w_0 R .$$

Im Normalverteilungsfall resultiert hieraus ein Gesamt-VaR von

$$(20) \quad \begin{aligned} \text{VaR}_\varepsilon &= E(S) - RP - w_0 E(R) \\ &+ N_\varepsilon \sqrt{\sigma^2(S) - 2w_0 \text{Cov}(S, R) + w_0^2 \sigma^2(R)} . \end{aligned}$$

Durch den Vergleich mit den Beziehungen (3) und (15) gelangen wir zu den folgenden Schlüssen. Zunächst reduziert die Berücksichtigung des Kapitalanlagebereiches im Vergleich zum versicherungstechnischen Bereich den VaR in Höhe des erwarteten Anlageerfolges, allerdings findet auch eine partielle VaR-Erhöhung statt, die auf den aus der Zusammenlegung beider Bereiche resultierenden Streuungszuwachs zurückzuführen ist. Insgesamt gilt – bis auf den Fall einer vollständigen Korrelation –  $\text{VaR}^G < \text{VaR}^{\text{VT}} + \text{VaR}^{\text{KA}}$ , d.h. eine isolierte VaR-Ermittlung beider Bereiche und deren Zusammenführung zu einem Gesamt-VaR würde die risikomindernden Ausgleichseffekte (Diversifikationseffekte) zwischen den beiden Bereichen ignorieren.

Abschließend gehen wir noch kurz auf ein vollständiges Gesamtmodell des Versicherungsunternehmens ein. Unter Einbeziehung der gesamten Betriebskosten  $K$  und nun der Bruttoprämie  $BP$ ,  $n$  Sparten und  $m$  Anlageklassen gilt für den potentiellen Periodengesamtverlust  $V_G$ :

$$V_G = K + \sum_{i=1}^n (S_i - BP_i) + \sum_{i=1}^n (L_i - l_{0i})$$

(21)

$$- w_0 \sum_{j=1}^m \alpha_j R_j .$$

Der zur Verfügung stehende Zinsträger ist hierbei nun<sup>39)</sup>  $w_0 = SK + \sum BP_i - K + \sum l_{0i}$ . Auf eine entsprechende analytische Auswertung der Value-at-Risk-Größe auf der Grundlage von (1b) bzw. (1c) verzichten wir an dieser Stelle und verweisen hierzu auf die Literatur<sup>40)</sup>. Im allgemeinen Fall wird die VaR-Größe aber nur unter Einsatz von Methoden der Monte-Carlo-Simulation gewonnen werden können<sup>41)</sup>. Eine weitere Steigerung des Komplexitätsgrades, auf dessen Vornahme wir an dieser Stelle ebenfalls verzichten, besteht in der Betrachtung internationaler Versicherungsunternehmen und damit der Einbeziehung von Wechselkursrisiken in die Analyse<sup>42)</sup>.

Wir kommen nun zu Anwendungen der vorstehend entwickelten VaR-Konzeption, wobei wir diese Anwendungen aus Gründen der Beschränkung des Umfangs der vorliegenden Arbeit nur skizzieren und im Detail auf die Literatur verweisen werden.

#### 4. Risikobasierte Kapitalanforderungen

Hinsichtlich risikobasierter Kapitalanforderungen auf der Grundlage eines VaR-Ansatzes ist zunächst zu unterscheiden zwischen Systemen der unternehmensexternen, i.d.R. aufsichtsrechtlich vorgeschriebenen und aufsichtsbehördlich überwachten, Anforderungen an eine Mindest-Kapitalausstattung (externe Solvabilitätsregulierung und -kontrolle) auf der einen Seite und Systemen der unternehmensinternen Solvabilitätskontrolle auf der anderen. Im Bankenfall ist hier in Teil-

---

39) Es wurde unterstellt, daß die gesamten Betriebskosten am Periodenanfang fällig werden.

40) Vgl. vor allem Albrecht (1990), Albrecht/Zimmermann (1992), Bühlmann/List (1999), Maurer (1999) sowie Schradin (1994, 1998).

41) Vgl. Förster/König (1999).

42) Vgl. hierzu vor allem Schradin (1998).

bereichen eine Konvergenz dieser beiden Welten zu beobachten. International tätige Banken haben gemäß der Regelungen des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht die Möglichkeit, die notwendige Mindest-Eigenkapitalunterlegung für Marktrisiken der Bank auf der Basis (aufsichtsbehördlich kontrollierter) interner VaR-Risikomanagementmodelle zu bestimmen. In diesem Kontext weist die VaR-Konzeption somit eine Doppelnatur auf, zum einen als internes Risikokontroll- und Steuerungsinstrument, zum anderen als Ausgangspunkt für die exogene Regulierung der Eigenkapitalausstattung.

Die europäischen Solvabilitätsrichtlinien für Versicherungsunternehmen haben zumindest für den Bereich der Schadenversicherung ihre Wurzeln in einer VaR-Konzeption. Sie gehen zurück<sup>43)</sup> auf die Studie von Campagne (1961), der ein explizites, wenn auch einfach strukturiertes, risikothoretisches Modell für den versicherungstechnischen Erfolg zugrundeliegt, das auf der Basis einer vorgegebenen Ruinwahrscheinlichkeit ausgewertet wird. Man sieht an diesem Beispiel, daß die dem VaR-Ansatz zugrundeliegende quantilbasierte Analysetechnik historisch gesehen zuerst im Versicherungsbereich im Rahmen der versicherungsmathematischen Risikotheorie entwickelt worden ist<sup>44)</sup>. Das Campagne-Modell und entsprechend die bestehende Solvabilitätsregulierung<sup>45)</sup> ist primär an dem Gesamtriskovolumen aus dem versicherungstechnischen Bereich ausgerichtet. Es fehlt die Berücksichtigung der Risikostruktur (etwa: Spartenmix) ebenso wie des Schadenreserverisikos und des Kapitalanlagerisikos, insbesondere der Risiken des Einsatzes von Derivaten<sup>46)</sup>. Des weiteren werden die Effekte einer Rückversicherungsnahe nur rudimentär und approximativ erfaßt.

Sehr viel differenzierter sind die in den Vereinigten Staaten mittlerweile eingeführten Risk Based Capital (RBC)-Anforderungen<sup>47)</sup>. Die hier berücksichtigten Risikokategorien sind im Bereich der Schadenversicherung das Kapitalanlagerisiko (Asset Risk), das Forderungsrisiko (Credit Risk), das versicherungstechnische Risiko (Underwriting Risk), zerfallend in Tarifierungsrisiko und Reservierungsrisiko

---

43) Vgl. hierzu auch Kastelijn/Remmerswaal (1986), S. 32 ff.

44) Dies betonen auch Albrecht/Bährle/König (1997), S. 87 f. sowie Panjer (1999).

45) Vgl. hierzu etwa Schierenbeck/Hölscher (1998), S. 239 ff.

46) In Deutschland wird die Kontrolle der Kapitalanlagetätigkeit und des Einsatzes von derivativen Instrumenten ebenfalls aufsichtsrechtlich und aufsichtsbehördlich kontrolliert, jedoch grundsätzlich unabhängig von der bestehenden Solvabilitätsregulierung.

47) Vgl. hierzu etwa Schradin/Telschow (1995) sowie Schradin (1997).

sowie schließlich das Risiko aus nicht bilanzwirksamen Geschäften (Off-Balance Sheet-Risk). Es ist jedoch festzuhalten, daß der RBC-Ansatz auf einem einheitlichen, standardisierten unternehmensexternen Pauschalmodell beruht und nicht auf unternehmensinternen Risikomodellen fußt.

Über die Beachtung unternehmensexterner Solvabilitätsanforderungen hinaus besteht für Versicherungsunternehmen in immer stärkerem Maße die Erfordernis<sup>48)</sup> einer unternehmensinternen Bestimmung und Kontrolle des aufgrund der durchgeführten Geschäftstätigkeiten notwendigen Risikokapitals. Zur Formulierung dieses Ansatzes können wir direkt an den Überlegungen des dritten Abschnittes anknüpfen und formulieren als formale Bedingung für das betriebsnotwendige Risikokapital, das wir mit RAC (Risk Adjusted Capital; ebenfalls gebräuchlich sind die Bezeichnungen RBC = Risk Based Capital und CaR = Capital-at-Risk) bezeichnen<sup>49)</sup> ( $0 < \alpha \leq 1$ ):

$$(22) \quad \alpha \text{RAC}_\varepsilon \geq \text{VaR}_\varepsilon.$$

Eine Wahl<sup>50)</sup> von  $\alpha < 1$  kann dabei dahingehend interpretiert werden, daß die Unternehmensleitung bereit ist, im Extremfall eines außerordentlich schlechten Geschäftsjahres ein Kapital in Höhe von  $\alpha \text{RAC}$  auszuschöpfen und mit einem Kapital in Höhe von  $(1 - \alpha) \text{RAC}$  die Geschäfte unverändert weiterzuführen<sup>51)</sup>.

In Abhängigkeit vom Auswertungszweck kann entsprechend der Analysen in Abschnitt 3 die Bestimmung des RAC in unterschiedlich differenzierter Weise für das gesamte Versicherungsunternehmen bzw. für die beiden Hauptbereiche versicherungstechnischer Bereich und Kapitalanlagebereich getrennt erfolgen.

---

48) Vgl. hierzu auch Braun/Gänger/Schmid (1999), Corell (1998) sowie Förster/König (1999).

49) Zu dieser verallgemeinerten Definition von RAC (der Standardfall ist  $\alpha = 1$ ) vgl. Schnieper (1997), S. 63.

50) Eine aus der Versicherungspraxis bekannte Wahl besteht in  $\alpha = 0,5$ .

51) Vgl. hierzu Braun/Gänger/Schmid (1999), S. 256.

## 5. Steuerung der Kapitalanlage

Eine erste Anwendung des VaR-Ansatzes im Rahmen der Steuerung der Kapitalanlage von Versicherungsunternehmen besteht in der Kontrolle des Verlust-<sup>52)</sup> bzw. Abschreibungspotentials aus der Kapitalanlagefähigkeit. Der Value-at-Risk dient dabei als Maß für den maximalen Wertverlust zu einem vorgegebenen Konfidenzniveau. Bei der Kontrolle des VaR muß man dabei einen Marktwertverfall von einem Buchwertverfall unterscheiden. Die Kontrolle eines Marktwertverfalles setzt voraus, daß das Versicherungsunternehmen die Möglichkeit gegeben sieht, Kapitalanlagepositionen zu Marktwerten liquidieren zu müssen. Da dies kaum für den gesamten Kapitalanlagebestand der Fall sein wird, rücken damit neben dem Gesamt-Value-at-Risk die Value-at-Risk-Beträge der einzelnen Klassen oder anderer Kapitalanlagepositionen in den Vordergrund, d.h. die kollektiven Ausgleichseffekte, die sich in (15) widerspiegeln, verlieren an Bedeutung. Die Kontrolle eines Buchwertverfalls entspricht der Kontrolle des Abschreibungspotentials. Auch hier steht eher der VaR (auf Buchwertbasis) einzelner Kapitalanlagepositionen im Vordergrund, denn zum einen existieren Asset-Klassen, die nicht abschreibungsbedürftig sind (Schuldscheindarlehen), zum anderen sind die Abschreibungsbedarfe pro Position i.d.R. getrennt zu bilanzieren (Ausnahme: Positionen in Investmentfonds).

Hinsichtlich der Kontrolle des Verlust- und des Abschreibungspotentials empfiehlt es sich zudem, die Value-at-Risk-Überlegungen um Stress-Tests zu ergänzen, d.h. um die Konsequenzen von Worst-Case-Szenarien (z.B. Einbruch der Aktienkurse um 20%, Veränderung des langfristigen Kapitalmarktzins um  $\pm 2\%$ , etc.) auf das Verlust- bzw. das Abschreibungspotential. Dies trägt der Erkenntnis Rechnung, daß die Value-at-Risk-Berechnung auf durchschnittlichen Wertveränderungen (auf statistischer Basis) beruht und damit die Konsequenzen von krisenhaften Entwicklungen auf den Kapitalmärkten nicht ausreichend erfaßt.

Stress-Tests besitzen gerade hinsichtlich des Einsatzes derivativer Finanzinstrumente auch im Rahmen von Sensitivitätsanalysen für interne Berichtszwecke (z.B. Aufsichtsrat) eine wichtige Bedeutung. Eine Erweiterung des Stress-Testing auf die simultane Risikokontrolle der Aktiv- sowie der Passivseite ist der sogenannte

---

52) Als Verlust kann dabei auch die Unterschreitung einer notwendigen Mindestrendite  $r_T$  aus dem Kapitalanlagebereich verstanden werden, vgl. die Beziehungen (17) bzw. (18).

Resilience-Test, ein spezieller Mismatching-Test, der in Großbritannien zum State-of-the-Art des Asset/Liability-Managements gehört.

Eine zweite zentrale Anwendung des VaR-Ansatzes im Bereich der Kapitalanlagesteuerung besteht in der Portfolio-Optimierung unter Berücksichtigung der Nebenbedingung eines maximalen VaR-Wertes. Wir verweisen hierzu auf die Literatur<sup>53)</sup>.

## 6. Steuerung des versicherungstechnischen Bereiches

Neben den bereits in den Abschnitten 3 und 4 angerissenen Anwendungen des VaR-Konzeptes zur Bestimmung eines ausreichenden Sicherheitskapitals und ausreichender Reserven<sup>54)</sup> existieren eine Reihe weiterer wichtiger Anwendungen des VaR-Ansatzes auf versicherungstechnische Fragestellungen. So diskutiert etwa Savelli (1998) Fragen der Rückversicherungsoptimierung unter der Zielfunktion der Minimierung des Value-at-Risk für den Erstversicherer. Neben Fragen der reinen Risikoquantifizierung und -steuerung treten zudem Fragen der risikoadjustierten Performancemessung und -steuerung. Dies geschieht auf der Basis von Performancemaßen des RORAC (Return on Risk Adjusted Capital)-Typus, d.h. das Ergebnis aus einer Geschäftstätigkeit wird dadurch risikoadjustiert, indem man es zu einer Maßgröße für das risikoadjustierte Kapital – vergleiche hierzu unsere Ausführungen in Abschnitt 4 – in Bezug setzt, formal

$$(23) \quad \text{RORAC} = \frac{\text{Ergebnis}}{\text{RAC}} .$$

Eine solchermaßen konstruierte Performancekennziffer ermöglicht insbesondere den konsistenten Vergleich von unterschiedlichen Geschäftsaktivitäten mit differierendem Risiko. Da das Risiko einer Geschäftsaktivität – hier etwa einer einzelnen Sparte – auf der Basis einer VaR-Konzeption stets nur im Verbund mit den übrigen Geschäftsaktivitäten beurteilt werden kann, führt dies zu der Problematik einer risikobasierten Kapitalallokation. Die Segment-RORAC-Größen auf der Ba-

---

53) Vgl. hierzu vor allem Yamashita (1999).

54) Zu einer Anwendung im Bereich der Kraftfahrzeugversicherung vgl. in diesem Zusammenhang Elizondo/Rodriguez/Budar (1998).

sis des dem Segment allokierten Anteils des gesamten Risikokapitals bilden dann den Ausgangspunkt für eine segmentspezifische risikoadjustierte Performance-Steuerung. Neben einer RORAC-Optimierung kommt dabei auch eine RORAC-Satisfizierungsregel in Frage, d.h. man fordert eine (risikoadjustierte) Mindestrendite<sup>55)</sup> für das Gesamtunternehmen bzw. einheitlich für die einzelnen Segmente<sup>56)</sup>. Hinsichtlich einer detaillierten Diskussion der vorstehend angerissenen Problemkreise für den versicherungstechnischen Bereich, d.h. unter Ausblendung der Risiken und der Risikoverbundwirkung des Kapitalanlagebereiches, verweisen wir<sup>57)</sup> an dieser Stelle auf Albrecht (1998).

## 7. Integrierte Unternehmenssteuerung

Eine integrierte Unternehmenssteuerung auf der Basis einer VaR-Konzeption ist dadurch gekennzeichnet, daß insbesondere die Risiken des versicherungstechnischen Bereiches und des Kapitalanlagebereiches sowie ggf. aus weiteren Bereichen, z.B. dem Währungsbereich oder dem Rückversicherungsbereich, jeweils simultan berücksichtigt werden. Die Fragestellungen und Ansätze bleiben dabei im wesentlichen unverändert, der Unterschied zu den hierzu in den vorstehenden Abschnitten gemachten Ausführungen besteht primär im simultanen Ansatz. Auch an dieser Stelle verweisen wir für weitergehende Analysen auf die Literatur<sup>58)</sup>.

---

55) Eine solche Vorgabe einer risikoadjustierten Mindestrendite ermöglicht insbesondere die Einbeziehung von Renditeerwartungen der Eigenkapitalgeber in die Performansteuerung.

56) Zu den Konsequenzen einer solchen Vorgehensweise für eine RORAC-basierte Prämienkalkulation von Versicherungsunternehmen vgl. Albrecht (1998), S. 240 ff.

57) Auch Nealon/Yit (1999) diskutieren Fragen der Risikokapitalallokation im versicherungstechnischen Bereich.

58) Eine Reihe der genannten Fragestellungen unter einem simultanen Asset/Liability-Ansatz behandeln insbesondere Bühlmann/List (1999). Sie zeigen z.B. die werterhöhenden Effekte (value proposition) einer Rückversicherungsnahme auf, indem sie eine Portfolio-Optimierung unter der Bedingung eines nach Rückversicherung nicht erhöhten Capital at Risk (Risikokapitalrestriktion) durchführen und eine Verbesserung der durch Rückversicherung erreichbaren Rendite/Risikopositionen nachweisen. Weitere von Bühlmann/List (1999) behandelte Fragestellungen betreffen die risikobasierte Kapitalallokation, die risikoadjustierte Performansteuerung, die Risikoprämienkalkulation auf RAC-Basis sowie die Konstruktion neuer werterhöhender Rückversicherungsprodukte.

Konzeptionelle Analysen einer RORAC-Optimierung auf der Basis eines integrierten Gesamtmodells behandeln für den Bereich der Lebensversicherung Tanaka/Muromachi (1999) sowie für den Bereich der Schadenversicherung Schradin (1998). Corell (1998) diskutiert entsprechende Fragestellungen aus der Sicht eines Value Based Management unter der Perspektive der Versicherungspraxis.

## Literaturverzeichnis

Albrecht, P. (Albrecht, 1982): Gesetze der großen Zahlen und Ausgleich im Kollektiv – Bemerkungen zu Grundlagen der Versicherungsproduktion, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 71. Jg., 1982, S. 501 – 538.

Albrecht, P. (Albrecht, 1984): Welche Faktoren beeinflussen den Ausgleich im Kollektiv?, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 73. Jg., 1984, S. 181 – 201.

Albrecht, P. (Albrecht, 1987): Ausgleich im Kollektiv und Verlustwahrscheinlichkeit, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 76. Jg., 1987, S. 95 – 117.

Albrecht, P. (Albrecht, 1990): Combining Actuarial and Financial Risk: A Stochastic Corporate Model and its Consequences for Premium Calculation, in: Proceedings of the 1<sup>st</sup> AFIR International Colloquium, Paris 1990. Vol. 4, S. 127 – 141.

Albrecht, P. (Albrecht, 1992): Zur Risikotransformationstheorie der Versicherung: Grundlagen und ökonomische Konsequenzen, Karlsruhe 1992.

Albrecht, P. (Albrecht, 1995a): Ansätze eines finanzwirtschaftlichen Portefeuille-Managements und ihre Bedeutung für Kapitalanlage- und Risikopolitik von Versicherungsunternehmen, Karlsruhe 1995.

Albrecht, P. (Albrecht, 1995b): Asset/Liability-Management: Status Quo und zukünftige Herausforderungen, in: Zeitschrift für Versicherungswesen, Heft 9/1995, S. 226 – 231.

Albrecht, P. (Albrecht, 1998): Risikoadjustierte Performancesteuerung in der Schadenversicherung, in: Oehler, A. (Hrsg.): Credit Risk und Value-at-Risk-Alternativen, Stuttgart 1998, S. 229 - 257.

Albrecht, P./Bährle, H.W.F./König, A. (Albrecht/Bährle/König, 1996): Value-at-Risk: A Risk Theoretical Perspective with Focus on Applications in Insurance, in:



Albrecht, P. (Hrsg.): Actuarial Approach for Financial Risk, Vol. I, Karlsruhe 1996, S. 3 – 24.

Albrecht, P./Bährle, H.W.F./König, A. (Albrecht/Bährle/König, 1997): Value-at-Risk: Eine risikothoretische Analyse der konzeptionellen Grundlagen mit Folgerungen für die Risikokontrolle der Kapitalanlage von Versicherungsunternehmen, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 86. Jg., 1997, S. 81 – 101.

Albrecht, P./Zimmermann, J. (Albrecht/Zimmermann, 1992): Risikothoretische Analyse des Versicherungsgeschäfts auf der Grundlage eines Stochastischen Gesamtmodells, in: Transactions of the 24<sup>th</sup> International Congress of Actuaries, Vol. 3, Montreal 1992, S. 27 – 41.

Artzner, P./Delbaen, F./Eber, J.-M. /Heath, D. (Artzner et al., 1998): Thinking Coherently, in: RISK, Vol. 10, No. 11, 1998, S. 68 – 71.

Bassi, F./Embrechts, P./Kafetzaki, M. (Bassi/Embrechts/Kafetzaki, 1998): Risk Management and Quantile Estimation, in: Adler, R./Feldman, R./Tagger, M.S. (Hrsg.): A Practical Guide to Heavy Tails: Statistical Techniques and Applications, Boston 1998, S. 111 – 130.

Beeck, H./Johanning, L./Rudolph, B. (Beeck/Johanning/Rudolph, 1999): Value-at-Risk-Limitstrukturen zur Steuerung und Begrenzung von Marktrisiken im Aktienbereich, in: OR Spektrum, 21. Jg., 1999, S. 259 – 286.

Braun, F./Gänger, M.-L./Schmid, P. (Braun/Gänger/Schmid, 1999): Risikomanagement in Versicherungsgesellschaften, in: Saitz, B./Braun, F. (Hrsg.): Das Kontroll- und Transparenzgesetz, Wiesbaden 1999, S. 231 – 261.

Brender, A. (Brender, 1999): Cash-Flow Valuation and Value at Risk, in: North American Actuarial Journal, Vol. 3, 1999, S. 26 – 29.

Bühlmann, N./List, H.-F. (Bühlmann/List, 1999): Economic Rationale für Reinsurance Stochastic Models, in: Joint Day Proceedings of the 30<sup>th</sup> International ASTIN Colloquium and the 9<sup>th</sup> International AFIR Colloquium, Tokyo 1999, S. 1 – 77.

Campagne, C. (Campagne, 1961): Standard minimum de solvabilité, applicable aux entreprises d'assurances, in: Report of the OECE, 1961.

Corell, F. (Corell, 1998): Value Based Management, Teile I – III, in: Der Aktuar, 4. Jg., 1998, S. 27 – 34, S. 66 – 78 und S. 103 – 114.

Depner, E. (Depner, 1999): Value at Risk bei Versicherungen, in: Versicherungswirtschaft, Heft 3/1999, S. 165 – 169.

Dowd, K. (Dowd, 1999): A Value-at-Risk Approach to Risk-Return Analysis, in: Journal of Portfolio Management, Summer 1999, S. 60 – 67.

Elizondo, A./Rodriguez, L.E./Budar, C.P. (Elizondo/Rodriguez/Budar, 1998): Statistical Analysis of the Automobile Insurance Using Value-at-Risk Techniques, Transactions of the 26<sup>th</sup> International Congress of Actuaries, Birmingham 1998, Vol. 4, S. 335 – 360.

Embrechts, P./Klüppelberg, C./Mikosch, T. (Embrechts/Klüppelberg/Mikosch, 1997): Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Berlin 1997.

Embrechts, P./Resnick, S.I./Samorodnitsky, G. (Embrechts/Resnick/Samorodnitsky, 1999): Extreme Value Theory as a Risk Management Tool, North American Actuarial Journal, Vol. 3, 1999, S. 30 – 41.

Emmer, S./Klüppelberg, C./Trüstedt, M. (Emmer/Klüppelberg/Trüstedt, 1998): VaR – ein Maß für das extreme Risiko, in: Solutions, 2. Jg., Ausg. 1, 1998, risklab germany, Unterföhring, S. 53 – 63.

Förster, S./König, A. (Förster/König, 1999): Ricasso: Risiko, Kapitalmanagement und Rückversicherung, in: Fachreihe der Bayerischen Rückversicherung, Ausgabe 25, München 1999.

Guthoff, A./Pfungsten, A./Wolf, J. (Guthoff/Pfungsten/Wolf, 1998): Der Einfluß einer Begrenzung des Value-at-Risk oder des Lower Partial Moment One auf die Risikoübernahme, in: Oehler, A. (Hrsg.): Credit Risk und Value-at-Risk Alternativen, Stuttgart 1998, S. 111 – 153.

Ho, T.S.Y. (Ho, 1999): A VaR Model of an Investment Cycle: Attributing Returns and Performance, in: North American Actuarial Journal, Vol. 3, 1999, S. 57 – 65.

Johanning, L. (Johanning, 1998a): Value-at-Risk zur Marktrisikosteuerung und Eigenkapitalallokation, Bad Soden/Ts. 1998.

Johanning, L. (Johanning, 1998b): Zur Eignung des Value-at-Risk als bankaufsichtliches Risikomass, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 12. Jg., 1998, S. 283 – 303.

Jorion, Ph. (Jorion, 1996): Risk<sup>2</sup>: Measuring the Risk in Value at Risk, in: Financial Analysts Journal, November/December 1996, S. 47 – 56.

Kastelijn, W.M./Remmerswaal, J.C.M. (Kastelijn/Remmerswaal, 1986): Solvency, in: Survey of Actuarial Studies, No. 3, Nationale Nederlanden, Rotterdam 1986.

Maurer, R. (Maurer, 1999): Integrierte Erfolgssteuerung in der Schadenversicherung auf der Basis von Risiko-Wert-Modellen, Habilitationsschrift, Universität Mannheim.

McNeil, A.J. (McNeil, 1997): Estimating the Tails of the Loss Severity Distribution using Extreme Value Theory, in: ASTIN Bulletin, Vol. 27, 1997, S. 117 – 137.

Nealon, P./Yit, B. (Nealon/Yit, 1999): A Financial Approach for Determining Capital Adequacy and Allocating Capital for Insurance Companies, in: Joint Day Proceedings of the 30<sup>th</sup> International ASTIN Colloquium and the 9<sup>th</sup> International AFIR Colloquium, Tokyo 1999, S. 167 – 181.

Panjer, H.H. (Panjer, 1999): Overview: An Actuary's Perspective on Developments in Risk Measurement, in: North American Actuarial Journal, Vol. 3, 1999, S. 9 – 10.

Panning, W.H. (Panning, 1999): The Strategic Uses of Value at Risk: Long-Term Capital Management for Property/Casualty Insurers, in: North American Actuarial Journal, Vol. 3, 1999, S. 84 – 105.

Resnick, S.I. (Resnick, 1997): Discussion of the Danish Data on Large Fire Insurance Losses, in: ASTIN Bulletin, Vol. 27, 1997, S. 139 – 151.

Savelli, N. (Savelli, 1998): A Capital at Risk Approach for Life Reassurance Strategies on a Risk-Premium Basis, Transactions of the 26<sup>th</sup> International Congress of Actuaries, Birmingham 1998, Vol. 4, S. 385 – 406.

Schierenbeck, H./Hölscher, R. (Schierenbeck/Hölscher, 1998): Bankassurance, 4. Aufl., Stuttgart 1998.

Schnieper, R. (Schnieper, 1997): Capital Allocation and Solvency Testing, in: SCOR Notes, International Prize in Actuarial Science: Solvency and Capital Allocation, Paris 1997.

Schradin, H.R. (Schradin, 1994): Erfolgsorientiertes Versicherungsmanagement, Karlsruhe 1994.

Schradin, H.R. (Schradin, 1997): Solvenzaufsicht in den Vereinigten Staaten von Amerika. Zur Konzeption des Risk Based Capital, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 86. Jg., 1997, S. 269 – 294.

Schradin, H.R. (Schradin, 1998): Finanzielle Steuerung der Rückversicherung, Karlsruhe 1998.

Schradin, H.R./Telschow, I. (Schradin/Telschow, 1995): Solvabilitätskontrolle in der Schadenversicherung – eine betriebswirtschaftliche Analyse der Risk Based Capital (RBC)-Anforderungen in den Vereinigten Staaten, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 84. Jg., 1995, S. 363 – 406.

Skurnick, D./Grandisson, M. (Skurnick/Grandisson, 1996): Multi-Line Risk Measurement, in: Proceedings of the 27<sup>th</sup> ASTIN Colloquium, Copenhagen 1998, S. 292 – 309.

Tanaka, S./Muromachi Y. (Tanaka/Muromachi, 1999): A New Method for Evaluating and Managing the Complex Risks Embedded in the Life Insurer's Balance Sheet: Basic Ideas and Preliminary Results, in: Joint Day Proceedings of the 30<sup>th</sup>

International ASTIN Colloquium and 9<sup>th</sup> International AFIR Colloquium, Tokyo 1999, S. 195 – 226.

Wirch, J.L. (Wirch, 1999): Raising Value at Risk, North American Actuarial Journal, Vol. 3, 1999, S. 106 – 115.

Yamashita, M. (Yamashita, 1999): VaR Control, as a Source of Profit, in: Proceedings of the 9<sup>th</sup> International AFIR Colloquium, Tokyo 1999, S. 419 – 431.