**Mannheimer Manuskripte zu Versicherungsbetriebslehre,
Finanzmanagement und Risikotheorie**

Nr. 68

ZUR KONZEPTUALISIERUNG VON RISIKO UND CHANCE MIT ANWENDUNGEN IN DEN FINANZ- UND VERSICHERUNGSMÄRKTEN *)

PETER ALBRECHT

*) erschienen in: Hübner, U., E. Helten, P. Albrecht (Hrsg.): Recht und Ökonometrie der Versicherung, Festschrift für Egon Lorenz, Karlsruhe 1994, S. 1 - 22

Mannheim 1994

1.- 07/94 - 60

ZUR KONZEPTUALISIERUNG VON RISIKO UND CHANCE MIT ANWENDUNGEN IN DEN FINANZ- UND VERSICHERUNGSMÄRKTEN

Peter Albrecht

Universität Mannheim

1. Einleitung

Entscheidungen unter Risiko sind ökonomische Wahlakte, bei denen die Konsequenzen von ökonomischen Handlungen indeterminiert sind, jedoch sowohl eine (zumindest auf der modelltheoretischen Ebene) Kenntnis der möglichen Handlungsergebnisse als auch deren Eintrittswahrscheinlichkeiten besteht. Im folgenden sollen die Handlungsergebnisse jeweils (eindimensionale) finanzielle Größen sein, etwa die Ergebnisse eines Finanz-Investments unter Risiko. Wie üblich werden die Handlungsergebnisse durch eine Zufallsvariable X repräsentiert, deren Wahrscheinlichkeitsverteilung (etwa in Form der Angabe der Verteilungsfunktion o.ä.) bekannt ist.

Die zentrale Problemstellung der Entscheidungstheorie unter Risiko besteht nun in der *Bewertung* der betreffenden Zufallsgröße bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilung, wobei diese Bewertung es zusätzlich erlauben soll, *Präferenzvorstellungen* zu explizieren, d.h. eine Auswahl zwischen alternativen Zufallsgrößen bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen durchführen zu können. Formal geschieht die Äußerung solcher Präferenzen durch Angabe eines Präferenzfunktionals Φ, wobei $\Phi(X)$ die Bewertung der Zufallsgröße operationalisiert und die Präferenzrelation zwischen alternativen Zufallsgrößen X bzw. Y auf der Grundlage des Präferenzfunktionals folgendermaßen expliziert wird:

$$X \succeq Y \quad \Leftrightarrow \quad \Phi(X) \geq \Phi(Y)\ . \tag{1}$$

SARIN/WEBER (1993) geben einen Überblick über *Risk-Value-Modelle*, im Rahmen derer die Bewertung (und der Vergleich) zufallsabhängiger Ergebnisse auf der Grundlage eines Präferenzfunktionals der Form

$$\Phi(X) = H[R(X),\ V(X)] \tag{2}$$

geschieht. Dabei mißt das Funktional R das der betreffenden Wahrscheinlichkeitsverteilung innewohnende *Risiko* (Risk) und das Funktional V stellt ein Maß für den *Wert* (Value) der Verteilung dar. Zur besseren Kontrastierung werden wir im folgenden anstelle von Wert i.d.R. den Terminus *Chance* benutzen. Die Funktion H schließlich quantifiziert den *Trade-off* zwischen Risiko und Chance. Als klassisches Standardbeispiel für ein Modell der Form (2) können Erwartungswert-Varianz-Modelle dienen, bei denen Risiko bzw. Wert durch die Varianz bzw. den Erwartungswert der Verteilung gemessen werden, und die (u.a.) den zentralen Ansatz in der *MARKOWITZ*schen Portfolio-Theorie darstellen.

Präferenzmodelle des Typus (2) beruhen auf einer *expliziten* Konzeptualisierung von Risiko und Chance seitens des jeweiligen Entscheidungsträgers. Dies steht im Gegensatz etwa zu Erwartungsnutzenmodellen für Entscheidungen unter Risiko, die auf einer *Gesamtbewertung* der entsprechenden Zufallsgröße bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilung beruhen. So basiert etwa das *BERNOULLI*-Prinzip auf einem Präferenzfunktional der Form (dabei wird die Funktion u(x) als Risikonutzenfunktion bezeichnet)

$$\Phi(X) = E[u(X)] \ . \tag{3}$$

Das *BERNOULLI*-Prinzip beinhaltet eine *simultane* Messung der Risiko- und der Höhenpräferenzen des Entscheidungsträgers.

Natürlich bestehen Verbindungen zwischen den Ansätzen des Typus (2) bzw. (3), so sind Erwartungswert-Varianz-Modelle bekannterweise unter bestimmten Bedingungen an die Risikonutzenfunktion (etwa: quadratische Funktion) bzw. die Verteilung von X (etwa Normalverteilung) konsistent mit dem *BERNOULLI*-Prinzip. Die Frage der Konsistenz zwischen beiden Welten stellt eine wichtige Problemstellung dar, der von *SARIN/WEBER* (1993) nachgegangen wird, jedoch betonen *SARIN/WEBER* auch die *Eigenständigkeit* des Ansatzes (2).

Die Fragestellung einer geeigneten quantitativen Konzeptualisierung von Risiko und Chance stellt eine eigenständige Problemkategorie dar, die unabhängig von der Problemstellung eines adäquaten Auswahlverhaltens bei Entscheidungen unter Risiko analysiert werden kann bzw. ggf. sogar muß. So bedingt die Aufgabe einer adäquaten modelltheoretischen Formulierung empirischen Entscheidungsverhaltens in spezifischen Situationen und Kontexten u.U. eine entsprechende Vorgehensweise. So beruhen etwa gesetzliche Vorschriften zu einer Mindest-Eigenkapitalausstattung von Versicherungsunternehmen (*Solvabilitätsvorschriften*[1)]) im Verhältnis zum getragenen Risikovolumen auf der Vorstellung, daß das Unternehmen (zum Schutze der Interessen der Versicherungsnehmer) ein bestimmtes Mindestmaß an Eigensicherheit bzw. äquivalent dazu (nur) ein bestimmtes Höchstmaß an Eigenrisiko aufweisen darf. Eine modelltheoretische Operationalisierung[2)] einer solchen Vorstellung *erzwingt* u.E. geradezu die Spezifikation einer eigenständigen Risikokonzeption, der Messung von Risiko in einem absoluten Sinne. Erst durch eine solche Vorgehensweise wird (für bestimmte Fragestellungen) eine modelltheoretische Analyse des Entscheidungsverhaltens von Versicherungsunternehmen möglich, die konsistent zu dem (im Rahmen der bestehenden Regulierung) möglichen empirischen Wahlverhalten ist.

Vor diesem Hintergrund soll in dieser Arbeit eine allgemeine eigenständige Konzeptualisierung der Größen Risiko und Chance durchgeführt werden. Dies geschieht in einer allgemeinen strukturellen Weise, wobei sich aus der Literatur bekannte Ansätze als Spezialfälle ergeben. Im Vordergrund steht dabei nicht der rechentechnische Aspekt[3)], sondern das Ziel, eine allgemeine tragfähige Basis zu entwickeln, die eine flexible Behandlung einer Reihe von Fragestellungen zuläßt.

Da die Übernahme einer identischen Verteilung finanzieller Ergebnisse für unterschiedliche Entscheidungsträger unterschiedliche Konsequenzen haben kann, soll dabei nicht das "Eigenrisiko" der Verteilung operationalisiert werden, sondern das durch die Verteilung induzierte für den jeweiligen Entscheidungsträger *ökonomisch relevante* Risiko (gleiches gilt für das

Chancenpotential). Nach einer eigenständigen Konzeptualisierung von Risiko und Chance in einem absoluten Sinne werden abschließend einige Folgerungen daraus für das Wahlverhalten im Rahmen von Entscheidungen unter Risiko gezogen.

Als Anwendungsbeispiele dienen Fragestellungen aus dem Bereich der versicherungsbetrieblichen Risikotheorie sowie dem Bereich von Finanzinvestments unter Risiko, insbesondere der Portfolio-Theorie. Aus diesen Bereichen in der Literatur bekannte Ansätze ergeben sich als Spezialfälle der aufgezeigten allgemeinen Vorgehensweise.

2. Risiko als Gefahr der Unterschreitung einer Zielgröße

Ausgangspunkt der weiteren Überlegungen ist eine gegebene Zufallsgröße X, deren mögliche Ausprägungen die finanziellen Ergebnisse einer ökonomischen Handlung repräsentieren. Folgende Standard-Anwendungsbeispiele werden im Laufe der Untersuchung verfolgt:

Beispiel 1: Finanzinvestments unter Risiko

Wir betrachten eine einperiodige Anlage in einen Finanztitel (etwa: eine Aktie) oder in ein Portefeuille aus Finanztiteln; der Rückfluß aus dieser Investition am Periodenende ist indeterminiert. Ex ante soll das finanzielle Ergebnis der Investition durch die (zufallsabhängige) Ein-Perioden-Rendite R modelliert werden.

Beispiel 2: Periodenerfolg eines Versicherungsunternehmens

Der Periodenerfolg G eines Versicherungsunternehmens läßt sich in die folgenden Haupteinflußgrößen additiv disaggregieren[4)]

+	Prämienerlöse	π
-	Schadenkosten	S
+	Kapitalanlageerfolg	I
-	Betriebskosten	K
=	Unternehmenserfolg G	

In formaler Schreibweise somit:

$$G = \pi - S + I - K \quad . \tag{4}$$

Es ist unmittelbar ersichtlich, daß zumindest zwei der Hauptdeterminanten des Periodenerfolgs G, nämlich die Schadenkosten S und der Kapitalanlageerfolg

I ex ante (zu Beginn der betrachteten Versicherungsperiode) substantiell indeterminiert sind. Zweckmäßigerweise werden diese Größen in einer modelltheoretischen Analyse somit als zufallsabhängige Größen erfaßt, damit ist auch der Gesamterfolg G des Versicherungsunternehmens eine Zufallsgröße. Ein Modellansatz der Form (4) führt auf ein stochastisches Gesamtmodell[5)] des Versicherungsgeschäfts. Analysiert man nur das Kerngeschäft eines Versicherungsunternehmens, das *Risikogeschäft*, so vernachlässigt man den Kapitalanlageerfolg und die Betriebskosten und arbeitet mit dem *Versicherungstechnischen Erfolg* VTG, formal:

$$VTG = \Pi - S\,. \tag{5}$$

Die isolierte Analyse des Risikogeschäfts ist traditioneller Gegenstand der versicherungsbetrieblichen (sowie der versicherungsmathematischen) Risikotheorie[6)].

Kehren wir nunmehr wieder zum allgemeinen Fall zurück, zu einer gegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung finanzieller Ergebnisse X. Besitzt die Zufallsvariable X eine Dichtefunktion f(x) (wovon wir im weiteren Verlauf der Arbeit der einfacheren Analyse wegen stets ausgehen), so läßt sich die Ausgangssituation etwa wie Abbildung 1 illustrieren.

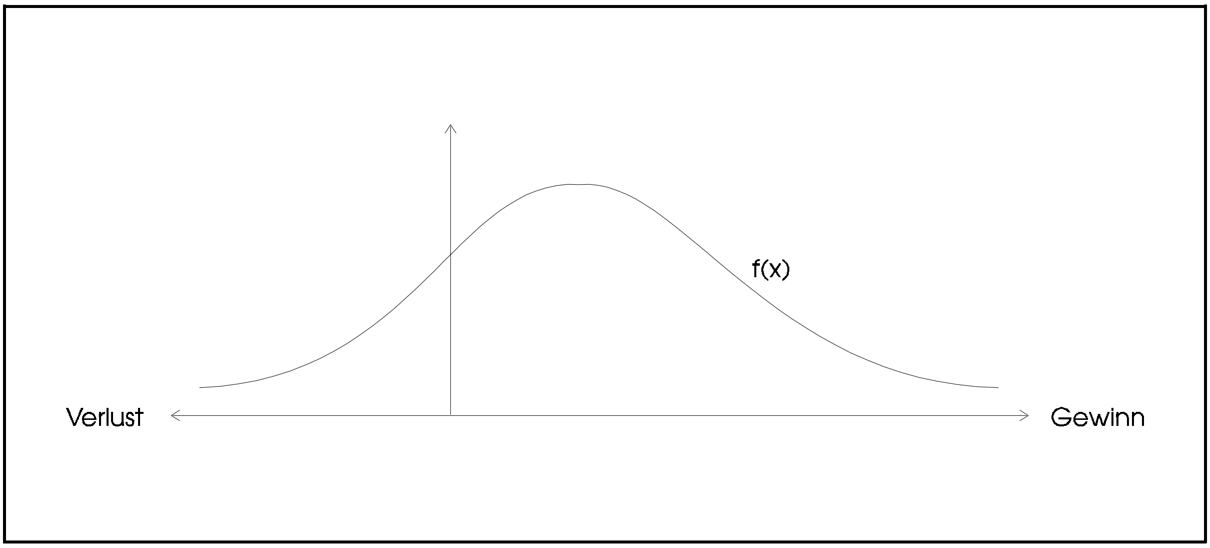


Abb. 1: Repräsentation eines zufallsabhängigen finanziellen Ergebnisses durch die Dichtefunktion

Die durch Abbildung 1 illustrierte Wahrscheinlichkeitsverteilung und aus ihr ggf. abgeleitete Risikomaße weisen keinen Bezug zu dem jeweiligen Entscheidungsträger auf. Es ist aber u.E. wichtig zu erkennen, daß die Übernahme derselben Wahrscheinlichkeitsverteilung für unterschiedliche Entscheidungsträger unterschiedliche Konsequenzen haben und damit unterschiedliche Risiken und Chancen nach sich ziehen kann. Betrachten wir als Beispiel unterschiedliche

Konstruktionen einer fondsgebundenen Lebensversicherung. Bei einer fondsgebundenen Lebensversicherung werden die Sparanteile der Prämie in einen (oder mehrere) Investmentfonds, etwa einen Aktienfonds, investiert und die Auszahlung aus der Lebensversicherung hängt sowohl im Falles eines vorzeitigen Todes des Versicherungsnehmers, aber auch im Falle des Erlebens des Endes der Vertragslaufzeit ab von dem Wert des Fonds zum jeweiligen Zeitpunkt. Die Wertentwicklung des Fonds kann modelltheoretisch durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung wie in Abbildung 1 repräsentiert werden. Diese Wahrscheinlichkeitsverteilung beinhaltet jedoch unterschiedliche Konsequenzen für Versicherungsunternehmen und Versicherungsnehmer, wobei diese zudem noch von der jeweiligen Vertragskonstruktion abhängen. Im Falle einer fondsgebundenen Lebensversicherung ohne Garantie einer Mindestverzinsung etwa betrifft das Risiko einer adversen Wertentwicklung des Fonds nur die Vermögenssituation des Versicherungsnehmers und nicht die des Versicherungsunternehmens. Garantiert das Versicherungsunternehmen aber die Erzielung einer gewissen Mindestrendite, etwa der Höhe r_0 , so führt dies zu andersartigen Konsequenzen für die Vermögenssituationen von Versicherungsnehmer und -unternehmen im Vergleich zu vorstehendem Fall. Ein ökonomisch relevantes Risiko für das Versicherungsunternehmen ergibt sich dabei aber erst, wenn die Renditeentwicklung des Fonds unter die garantierte Mindestverzinsung fallen sollte.

Im folgenden ist es unser Ziel, das für den jeweiligen Entscheidungsträger für seine spezifische Situation ökonomisch relevante Risikopotential (gleiches gilt für das Chancenpotential) zu erfassen. Abbildung 1 repräsentiert dagegen eher die "*Eigenzufälligkeit*" mit den Komponenten "Eigenrisiko" und "Eigenchance".

Ein intuitiver Risikobegriff, der die Konsequenzen einer adversen finanziellen Entwicklung unter Einbeziehung des jeweiligen Entscheidungsträgers erfaßt, ist derjenige von *Risiko als möglichem Verlust*[7)], d.h. der Gefahr einer adversen finanziellen Entwicklung. Die im Zentrum stehende adverse finanzielle Entwicklung muß sich dabei nicht auf das Erleiden finanzieller Verluste beschränken. Bei dem voranstehenden Beispiel einer fondsgebundenen Lebensversicherung mit einer garantierten Mindestrendite des Sparkapitals von r_0 muß das Versicherungsunternehmen diese Mindestrendite verbindlich erwirtschaften, und das Risiko des Unternehmens besteht hier nicht in der Erzielung negativer Renditen (Verminderung des investierten Kapitals), sondern in der Nicht-Erwirtschaftung der Mindestrendite. HELTEN (1991, S. 129 ff.) kennzeichnet Risiko als Informationsdefizit über die *finale* Bestimmtheit, d.h. über das Erreichen gesteckter Ziele bzw. (im vorliegenden Falle) angestrebter finanzieller Zustände. Aus diesen Gründen soll im weiteren unter dem Risikopotential finanzieller Ergebnisse für den jeweiligen Entscheidungsträger das *Ausmaß der Gefahr der Unterschreitung einer angestrebten finanziellen Zielgröße (target) z* verstanden werden. Als Synonym für diese Charakterisierung soll im folgenden auch der Begriff *Shortfall-Risiko* benutzt werden. Analog würde aus Sicht des Entscheidungsträgers das entsprechende Chancenpotential in dem Ausmaß der Möglichkeit der *Überschreitung* der angestrebten Zielgröße bestehen.

Als ersten Schritt in Richtung Quantifizierung von Risiko bzw. Chance in dem genannten Sinne zerlegen wir die Zufallsvariable X der finanziellen Ergebnisse relativ zu der gegebenen

Zielgröße z auf folgende Weise additiv in drei Teile

$$X = X_+(z) + z - X_-(z) \quad , \tag{6}$$

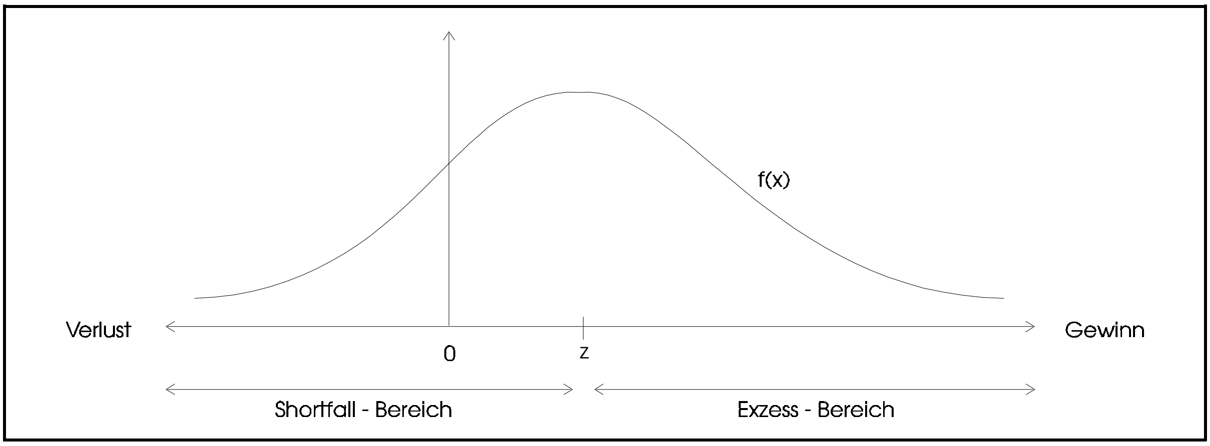
wobei

$$X_-(z) = \max(z - X, 0)$$
$$= \begin{cases} z - x & x \le z \\ 0 & x > z \end{cases} \tag{7a}$$

bzw.

$$X_+(z) = \max(X - z, 0)$$
$$= \begin{cases} 0 & x \le z \\ x - z & x > z \end{cases} \quad . \tag{7b}$$

Dabei beschreibt die Zufallsgröße $X_-(z)$ die Höhe des Fehlbetrages (shortfall) der die finan-



zielle Zielgröße z unterschreitenden Realisationen von X, während $X_+(z)$ die Höhe des Exzesses der die Zielgröße z überschreitenden Realisationen von X erfaßt. Abbildung 2 illustriert diese Vorgehensweise, in dem der gesamte Wertebereich der Zufallsgröße in einen Shortfall-Bereich, der das Risikopotential der finanziellen Ergebnisse relativ zur Zielgröße z graphisch illustriert sowie in einen Exzess-Bereich, der entsprechend das Chancenpotential illustriert, zerlegt wird.

Abb. 2: Shortfall- bzw. Exzeß-Bereich bezüglich der Zielgröße z

Abschließend soll noch auf die Zufallsgesetzmäßigkeit von $X_-(z)$ bzw. $X_+(z)$ eingegangen werden. Unter der Annahme, daß die Zufallsgröße X eine Dichtefunktion f(x) besitzt, ergeben sich die entsprechenden Dichtefunktionen $f_-(x)$ bzw. $f_+(x)$ zu (dabei bezeichne F die Verteilungsfunktion von X):

$$f_-(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - F(z) & x = 0 \\ f(z - x) & x > 0 \end{cases} \quad . \tag{8a}$$

bzw.

$$f_+(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ F(z) & x = 0 \\ f(x - z) & x > 0 \end{cases} \quad . \tag{8b}$$

Offenbar besitzen die Dichten eine Unstetigkeitsstelle im Punkt $x = 0$. $X_-(z)$ besitzt eine in Null *links konzentrierte* Verteilung, die Wahrscheinlichkeitsmasse $P(X_- = 0) = P(X > z) = 1 - F(z)$ ist im Punkt $x = 0$ konzentriert. $X_+(z)$ ist ebenfalls in Null links konzentriert, die entsprechende Wahrscheinlichkeitsmasse ist $P(X_+ = 0) = P(X \leq z) = F(z)$.

3. Zur Quantifizierung des Risikopotentials

Im Sinne der gewählten Risikokonzeptualisierung beinhaltet $X_-(z)$ alle relevanten Informationen über das Risikopotential von X. Eine (eindimensionale) *Maßgröße* für das Risiko erhält man jedoch erst durch eine *Bewertung* von $X_-(z)$. In Analogie zur Vorgehensweise der statistischen Entscheidungstheorie[8)] (Risiko = erwarteter Verlust) führen wir dazu eine Verlust- bzw. Kostenfunktion L (loss function, cost function) ein, die eine Bewertung der mit verschiedenen Unterschreitungshöhen verbundenen Konsequenzen für den Entscheidungsträger beinhaltet. Damit sind wir in der Lage, das mit X relativ zur Zielgröße z für den Entscheidungsträger verbundene Risiko R(X) im Sinne eines Shortfall-Risikos zu definieren durch (zur Vereinfachung der Notation unterdrücken wir die Zielgröße z):

Unter Berücksichtigung von (8a) erhalten wir in rechentechnischer Hinsicht

$$R(X) = E[L(X_-)] . \tag{9}$$

$$\begin{aligned} R(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} L(x)\, f_-(x)\, dx \\ &= \int_0^{\infty} L(x)\, f(z-x)\, dx = \int_{-\infty}^{z} L(x-z)\, f(x)\, dx \end{aligned} \tag{10}$$

Damit steht ein allgemeiner struktureller Rahmen zur Messung des Risikopotentials zufallsabhängiger finanzieller Ergebnisse zur Verfügung, spezifische Maße für das Risikopotential ergeben sich in Abhängigkeit von der durch den Entscheidungsträger durchzuführenden Wahl der Verlustfunktion L. Wir betrachten dazu im folgenden eine Reihe von Beispielen.

Eine erste allgemeine Klasse von Verlustfunktionen bilden die Potenzfunktionen $L(x) = x^n$, offenbar gilt in diesem Falle $R(X) = \int_{-\infty}^{z} (x-z)^n f(x)\, dx$, rechentechnisch führt ein solcher Ansatz somit auf das Problem der Bestimmung *partieller Momente*[9)] der Zufallsgröße X.

Wählt man n = 0, d.h. $L(x) \equiv 1$, so bedeutet dies, daß sämtliche mögliche Unterschreitungen der finanziellen Zielgröße z gleich bewertet werden, etwa ein Unterschreiten von z um DM 1.000,- ebenso wie eine Verfehlung um 1 Million DM. Bei entsprechender Auswertung von (10) erhalten wir demgemäß

$$SW_z(X) := E(X_-^0) = P(X \le z) , \tag{11}$$

d.h. die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Realisierung von X die Zielgröße z nicht überschreitet (Shortfall-Wahrscheinlichkeit SW_z), die mögliche Höhe der Unterschreitungen spielt dabei keine Rolle.

Wählt man n = 1, d.h. L(x) = x, so bedeutet dies, daß die möglichen Unterschreitungen von z proportional zu ihrer Höhe gewichtet werden und wir erhalten aus (10)

$$SE_z(X) := E(X_-) = \int_{-\infty}^{z} (z-x)\, f(x)\, dx \tag{12}$$

Der Ausdruck (12) entspricht dem *Shortfall-Erwartungswert* SE_z, einem Maß für den mittleren Betrag der Unterschreitung der finanziellen Zielgröße z.

Wählt man schließlich $L(x) = x^2$ (quadratische Verlustfunktion), so werden größere

Unterschreitungen von z entsprechend höher (im Verhältnis der Quadrate der Abweichungen) bewertet als geringere Unterschreitungen. In diesem Falle erhalten wir

$$SSV_z(X) := E(X_-^2) = \int_{-\infty}^{z} (z - x)^2 \, f(x) \, dx \tag{13}$$

Der Ausdruck (13) entspricht der *Shortfall-Semivarianz* SSV_z , einem Maß für die mittlere quadratische Streuung der betragsmäßigen Unterschreitungen der finanziellen Zielgröße z.

Alternativ zu Potenzfunktionen kann man auch andere Funktionen wie Exponential- oder logarithmische Funktionen ansetzen. Die Wahl $L(x) = e^x$ etwa impliziert, daß hohe Unterschreitungen der Zielgröße besonders hoch gewichtet werden. Intuitiv kann man dies so deuten, daß der Entscheidungsträger eine Furcht vor Katastrophenrisiken aufweist. Eine Maßzahl für das mit X verbundene *Katastrophenrisiko* KR_z wäre somit

$$KR_z(X) := E(e^{X_-}) = \int_{-\infty}^{z} e^{z-x} \, f(x) \, dx \,. \tag{14}$$

Besitzt die Verlustfunktion L(x) eine Taylorentwicklung (Potenzreihendarstellung) der Form

$L(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L^{(n)}(0)}{n!} x^n$ so läßt sich die Berechnung des Risikopotentials zurückführen auf den Fall der Potenzfunktionen $L(x) = x^n$ durch[10)]

$$E[L(X_-)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L^n(0)}{n!} E(X_-^n) \quad . \tag{15}$$

Wenden wir uns nun in der Literatur bestehenden Anwendungsbeispielen im Bereich der Finanz- und Versicherungsmärkte zu, die Spezialfälle der vorstehenden Überlegungen darstellen.

Im Bereich der Portfolio-Theorie hat das Risikomaß der Shortfall-Wahrscheinlichkeit (11) für die Rendite R einer Anlage in einen Finanztitel bzw. ein Portefeuille von Finanztiteln in den letzten Jahren eine erhebliche Beachtung als Alternative zum Risikomaß Varianz bzw. Standardabweichung erfahren. Dabei hat die zu erreichende finanzielle Zielgröße z in diesem Zusammenhang die Bedeutung einer zu erreichenden Mindest-Rendite r_0. Wie schon in Abschnitt 2 in einem allgemeinen Kontext erläutert, stellen Varianz bzw. Standardabweichung eher ein Maß für die Volatilität des Finanztitels per se dar, wohingegen die Shortfall-Wahrscheinlichkeit (in einfacher Weise) auf das für den jeweiligen Entscheidungsträger relevante Risiko abstellt. Auch die Risikomaße Shortfall-Erwartungswert und Shortfall-Semivarianz haben aktuell Eingang in die portfoliotheoretische Literatur erfahren.

Typischerweise werden die Risikomaße des Typus (11) - (13) in Verbindung mit anderen Maßen benutzt, z.B. um eine Portfolio-Optimierung durchzuführen. Auf solche Problemstellungen kommen wir noch zurück, deswegen sei an dieser Stelle nur auf den Teil der Literatur hingewiesen, bei dem die Diskussion der entsprechenden Risikomaße mit im Vordergrund steht[11)].

Wenden wir uns nun Anwendungen in den Versicherungsmärkten zu und greifen dabei zurück auf die Situation des Beispiels 2, der Analyse des versicherungstechnischen bzw. des gesamten Periodenerfolgs des Versicherungsunternehmens. Wir beginnen mit einer Diskussion möglicher finanzieller Zielgrößen z, deren Unterschreitung durch den realisierten (versicherungstechnischen) Erfolg das Risikopotential des Unternehmens widerspiegelt.

Wählt man $z = 0$ und betrachtet den Versicherungstechnischen Erfolg (5), so würde das Versicherungsunternehmen das Risikopotential darin sehen, daß die Prämienerlöse π einer Periode nicht ausreichen, den realisierten kollektiven Gesamtschaden S zu decken. Betrachtet man den gesamten Periodenerfolg gemäß (4), so würde bei Wahl $z = 0$ das Risiko in einem negativen Periodenerfolg an sich gesehen werden.

Eine alternative gebräuchliche Wahl stellt $z = -SK_0$ dar, wobei SK_0 das beim Versicherungsunternehmen am Periodenanfang vorhandene *Sicherheitskapital* darstellt, das zur Deckung finanzieller Verluste herangezogen werden kann[12)]. Das Risiko würde vom Versicherungsunternehmen in diesem Falle darin gesehen werden, daß die versicherungstechnischen bzw. Gesamtverluste das vorhandene Sicherheitskapital aufzehren. Aber auch eine Wahl $z > 0$ ist denkbar, wenn für das Versicherungsunternehmen aus dem Risikogeschäft bzw. dem Gesamtgeschäft ein positiver Erfolgsbeitrag notwendig ist. Aber auch die Erreichung eines Mindest-Sicherheitskapitalbestandes am Ende der Periode als Steuergröße kann im Rahmen dieser allgemeinen Konzeption dargestellt werden. Diese Beispiele unterstreichen nochmals die Flexibilität und Generalität des entwickelten Ansatzes.

Konzentrieren wir uns im folgenden auf die Analyse des Versicherungstechnischen Erfolgs VTG gemäß (5). Das mit adversen Entwicklungen dieser Größe verbundene Risiko für das Versicherungsunternehmen wird in der betreffenden Literatur als *Versicherungstechnisches (Gesamt-)Risiko* bezeichnet. Des weiteren werde im folgenden nur der Fall $z = 0$ weiterverfolgt. Im Falle einer Wahl der Verlustfunktion des Typus $L(x) \equiv 1$ erhalten wir aus (11)

$$VW_0(S) := P(VTG < 0) = P(S > \pi) \quad . \tag{16}$$

Das versicherungstechnische Risiko ist in diesem Falle durch die *Verlustwahrscheinlichkeit* (in der Literatur auch als Ruinwahrscheinlichkeit bezeichnet), einem in der versicherungsbetrieblichen und versicherungsmathematischen Risikotheorie traditionellen Maß zur Erfassung und Steuerung des Risikos[13)]. Für den Fall der Verwendung der Verlustwahrscheinlichkeit im Rahmen der Analyse des gesamten Periodenerfolgs vgl. *ALBRECHT* (1987, S. 323 ff.) bzw. *ALBRECHT/ZIMMERMANN* (1992).

Im Falle des Ansatzes einer Verlustfunktion des Typus L(x) = x erhalten wir aus (10)

$$VE_{\theta}(S) := \int_{\pi}^{\infty} (s - \pi)\, f(s)\, ds \quad . \tag{17}$$

Das Versicherungstechnische Risiko ist in diesem Falle durch den *Verlust-Erwartungswert* (erwartete Verlusthöhe) gegeben, einem Maß, das in *SCHRADIN* (1993, S. 54 f.) und *ALBRECHT* (1993 d) als Risikomaß vorgeschlagen wird. Eine Verwendung alternativer Verlustfunktionen ist uns aus der versicherungswissenschaftlichen Literatur bisher nicht bekannt.

4. Kontrolle des Risikopotentials

Neben einer adäquaten Konzeptualisierung des Risikopotentials ist vor allem dessen Kontrolle bzw. Steuerung als zentraler Aufgabe der Risikopolitik von Relevanz. Als *Kontrollkriterium* bietet sich dabei die Beschränkung des übernommenen Risikopotentials auf ein toleriertes Maß an, formal:

$$E[L_{-}(X)] \leq C \; . \tag{18}$$

Die Wahl der Kontrollgröße ist dabei in Abhängigkeit von der Festlegung der Verlustfunktion L vorzunehmen. Im Falle der Messung des Risikopotentials durch die Shortfall-Wahrscheinlichkeit $SW_z(X)$ gemäß (11) läuft dies auf eine Beschränkung der Shortfall-Wahrscheinlichkeit der Form

$$P(X \leq z) \leq \varepsilon \tag{19}$$

hinaus. Dabei ist ε eine seitens des Entscheidungsträgers vorzugebende (kleine) Wahrscheinlichkeit, die das Ausmaß des nicht zu überschreitenden Risikopotentials im Sinne einer tolerierten Shortfall-Wahrscheinlichkeit spezifiziert.

Im Zusammenhang mit den in Abschnitt 3 angesprochenen Anwendungen im Rahmen von Finanzinvestments werden Kontrollkriterien des Typus (19) in der Literatur eingesetzt, um die Erreichung von vorgegebenen Mindest-Renditen im Rahmen von einer oder mehreren Perioden mit hoher Konfidenz zu sichern. Die Verwendung von Restriktionen des Typus (19) geschieht entweder isoliert oder im Rahmen eines Optimierungsprozesses, etwa einer Portfolio-Optimierung unter Shortfall-Nebenbedingungen. Ungleichungen des Typus (19) stellen Wahrscheinlichkeits-Restriktionen (chance constraints) dar. Methodisch führt ein solcher Ansatz somit in das Gebiet des *Chance-Constrained Programming*, i.d.R. kann jedoch (19) folgenderweise in eine äquivalente deterministische Ungleichung transformiert und damit die Anwendung von deterministischen Optimierungsmethoden gesichert werden. Bezeichne F_ε das ε-Quantil[14)] der Verteilung von X, so ist (19) äquivalent zu

$$F_\varepsilon \geq z \ . \qquad \textbf{(20)}$$

Für die genannten Anwendungen sei auf die Literatur verwiesen[15)].

Im Rahmen der in Abschnitt 3 dargestellten versicherungsspezifischen Anwendungen beinhaltet das Kontrollkriterium (19) eine Beschränkung der Verlustwahrscheinlichkeit, einem traditionellen Ansatz zur Risikosteuerung von Versicherungsunternehmen[16)].

Im Falle der Wahl der Shortfall-Erwartung $SE_z(X)$ als Maß für das Risikopotential erscheint etwa die folgende Konkretisierung von (18) geeignet ($0 < c < 1$):

$$SE_z\,(X) \leq c\,E(X) \quad . \qquad \textbf{(21)}$$

Dieses Kontrollkriterium beinhaltet die Forderung, daß die Shortfall-Erwartung einen bestimmten Prozentsatz c des gesamten erwarteten Ergebnisses nicht übersteigt. Im versicherungsspezifischen Kontext wird ein Kontrollkriterium der Form (21) von *ALBRECHT* (1993 d) vorgeschlagen, eine Variante wird in *SCHRADIN* (1993, S. 56 f.) behandelt. Weitere Anwendungen sind uns nicht bekannt, ebensowenig für alternative Spezifikationen der Verlustfunktion L.

5. Zur Quantifizierung des Chancenpotentials

In vollständiger Analogie zur Entwicklung einer allgemeinen Konzeptualisierung des Risikopotentials einer Wahrscheinlichkeitsverteilung finanzieller Ergebnisse im Sinne eines Shortfall-Risikos in Abschnitt 3 kann das entsprechende Chancenpotential im Sinne einer Exzeß-Chance konzeptualisiert werden. Wir führen dazu eine Gewinnfunktion G(x) ein, die eine Bewertung der mit den verschiedenen möglichen Überschreitungshöhen verbundenen Konsequenzen für den Entscheidungsträger erlaubt und definieren (zur Vereinfachung wiederum die Zielgröße z in der Notation unterdrückend)

$$V(X) = E[G(X_+)] \ . \qquad \textbf{(22)}$$

Wie im Falle der Konzeptualisierung des Risikopotentials durch die analoge Definition (9) ist durch (22) ein allgemeiner struktureller Rahmen zur Messung des Chancenpotentials zufallsabhängiger finanzieller Ergebnisse bereitgestellt, spezifische Maße für das Chancenpotential ergeben sich in Abhängigkeit von der durch den Entscheidungsträger durchzuführenden Wahl der Gewinnfunktion G.

Eine entsprechende Konzeptualisierung des Chancenpotentials ist uns aus der Literatur nicht bekannt. In der Literatur wird durchgängig der Erwartungswert E(X) der möglichen finanziellen Ergebnisse als Maß V(X) für den Wert (Value) von X benutzt. Dies ist zumindest in bezug auf die Vorgabe einer zu erreichenden finanziellen Zielgröße z insoweit inkonsistent, als dann auch mögliche Unterschreitungen der Zielgröße in die Messung des Wertes mit eingehen. Für den Erwartungswert spricht vor allem dessen einfache rechnerische Handhabung (z.B. Linearität), dies kann jedoch für die Frage nach einer adäquaten Konzeptualisierung des Chancenpotentials bzw. Wertes einer Zufallsgröße X nicht im Vordergrund stehen. Insoweit eröffnet sich auf der Grundlage des Ansatzes (22) ein fruchtbares Feld für die weitere Forschung. Besitzt X eine Dichtefunktion f(x), so ergibt sich mittels (8 b) die folgende rechentechnische Darstellung von (22):

$$\begin{aligned} X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} G(x)\; f_+(x)\; dx \\ &= \int_0^{\infty} G(x)\; f(x-z)\; dx = \int_z^{\infty} G(x-z)\; f(x)\; dx \end{aligned} \qquad \textbf{(23)}$$

Im Falle von Gewinnfunktion des Typus $G(x) = x^n$ führt die Auswertung von (23) wiederum auf das Problem der Bestimmung partieller Momente der Zufallsgröße X. Ein u. E. interessantes Maß für das Chancenpotential von X basiert etwa auf der Wahl $L(x) = x$, dies führt zur *Exzeß-Erwartung* XZE_z der Form

$$XZE_z(X) := E[X_+] = \int_z^{\infty} (x-z)\; f(x)\; dx \qquad \textbf{(24)}$$

als Maß für das Chancenpotential.

6. Konsequenzen für das Entscheidungsverhalten unter Risiko

Die Konsequenzen der in den Abschnitten 3 und 5 vorgenommenen allgemeinen Konzeptualisierung von Risiko R(X) sowie Chance V(X) für das Entscheidungsverhalten unter Risiko lassen sich zunächst im Rahmen von Risk-Value-Modellen des Typus (2) analysieren, d.h. auf der Basis einer Präferenzfunktion der Gestalt

$$\Phi(X) = H[E[L(X_-)],\; E[G(X_+)]] \;. \qquad \textbf{(25)}$$

Da in der Literatur, wie in Abschnitt 5 dargelegt, unseres Wissens noch keine entsprechende

Konzeptualisierung des Chancenpotentials eingesetzt worden ist, betrachten wir alternativ noch Risk-Value-Modelle der Form

$$\Phi(X) = H[E[L(X_-)], E(X)] , \tag{26}$$

die auf der Benutzung des Erwartungswertes als Maß für das Chancenpotential basieren.

Die Funktion H in (25) bzw. (26) quantifiziert dabei den vom Entscheidungsträger durchzuführenden Trade-off zwischen Risiko und Chance zur Gewinnung einer Gesamtbewertung. Ist die Funktion H(x,y) vollständig spezifiziert, so führt eine Maximierung von (25) bzw. (26) über der Menge der zulässigen finanziellen Ergebnisse X bzw. zulässigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Bestimmung der optimalen Alternative:

$$\Phi(X) \rightarrow \max ! . \tag{27}$$

Ein interessanter einfach strukturierter Spezialfall erscheint uns die Spezifikation H(x,y) = y - x zu sein, die im Rahmen der Bewertung (25) zu dem Präferenzfunktional

$$\Phi(X) = V(X) - R(X) = E[G(X_+) - L(X_-)] \tag{28}$$

bzw. im Rahmen von (26) zu

$$\Phi(X) = E[X - L(X_-)] \tag{29}$$

führt. Die Gesamtbewertung basiert in diesen Fällen auf dem (euklidischen) Abstand zwischen Chance und Risiko der Verteilung. Je größer dieser Abstand, je größer die Differenz zwischen Chancen- und Risikopotential, desto höher die Präferenz des Entscheidungsträgers für die jeweilige Handlungsalternative. Alternative funktionale Spezifikationen von H(x,y) können natürlich ebenfalls von Interesse sein.

Bleibt die Funktion H(x,y) unspezifiziert, so ist zumindest die Untersuchung von Dominanzeigenschaften und die Bestimmung des "effizientes Randes" der innerhalb einer bestimmten Menge von Wahrscheinlichkeitsverteilungen nicht dominierten Verteilungen möglich. Die Funktion H(x,y) sollte dabei die Eigenschaft haben, daß sie monoton fallend in x und monoton steigend in y ist, damit eine Risikopotential-Chancenpotential-Domi-nanzeigenschaft in der üblichen, auch intuitiv plausiblen, Art und Weise gewährleistet ist. *FISHBURN* (1977) untersucht in diesem Rahmen Risk-Value-Modelle des Typus (26), wobei das Risikomaß durch eine Verlustfunktion des Typus $L(x) = x^n$ festgelegt wird, insbesondere auch in Hinblick auf eine Konsistenz mit dem *BERNOULLI*-Prinzip (3). Besonderes Interesse in der portfoliotheoretischen Literatur hat dabei der Fall n = 2 gefunden, der als Erwartungswert Shortfall-Semivarianz-Modell bezeichnet werden kann. *HOGAN/WARREN* (1972) untersuchen die Berechnung des effizienten Randes im Rahmen dieses Modelles. Weitere Arbeiten beschäftigen sich mit der Ableitung eines Kapitalmarktmodelles mit CAPM-Struktur auf dieser Basis, ebenso wie für den Fall n = 1[17)18)]. Daneben hat auch der Fall n = 0, d.h. Erwartungswert/Shortfallwahrscheinlichkeits-Modelle in der entscheidungstheoretischen Literatur Beachtung gefunden[19)].

Die Maximierung eines Ansatzes der Form (28) bzw. (29) gewährleistet nicht notwendigerweise, daß die optimale Alternative ein bestimmtes vorgegebenes Maß an Risikopotential nicht überschreitet. Dies ist problematisch etwa in den Fällen, z.B. den in Abschnitt 1 angesprochenen Solvabilitätsvorschriften für Versicherungsunternehmen, in denen der Entscheidungsträger strikt gezwungen ist, bei seiner Auswahlentscheidung ein vorgegebenes Ausmaß an Risiko nicht zu überschreiten und somit einen Trade-off zwischen Chancenpotential und Risikopotential nicht beliebig durchführen kann. In solchen Fällen erscheint es deshalb sinnvoll[20)] als Alternativen zu (25) bzw. (26) Entscheidungsmodelle der folgenden Form zu betrachten:

$$\begin{aligned} &E[G(X_+)] \rightarrow \max ! \\ &\text{unter der Bedingung} \\ &E[L(X_-)] \leq C \end{aligned} \qquad \textbf{(30)}$$

bzw.

$$\begin{aligned} &E(X) \rightarrow \max ! \\ &\text{unter der Bedingung} \\ &E[L(X_-)] \leq C. \end{aligned} \qquad \textbf{(31)}$$

Unter Beachtung einer Nebenbedingung des Typus (18) für die Risikokontrolle wird somit das Chancenpotential maximiert.

Zunächst ist klar, daß ein solches Entscheidungsverhalten gegen das *BERNOULLI*-Prinzip verstößt, da sowohl das Stetigkeits- als auch das Substitutionsaxiom verletzt sind. Trotzdem haben solche Ansätze eine eigenständige Berechtigung, vgl. für Spezialfälle *CHIPMAN* (1971) und *ARZAC/BAWA* (1977).

Im Falle des Entscheidungsmodells (31) hat der Spezialfall (19) des Kontrollkriteriums (18), d.h. die Kontrolle der Shortfall-Wahrscheinlichkeit, verstärkt Beachtung gefunden. (31) stellt in diesem Falle (eine Version) des *Safety-first Prinzips* dar und hat insbesondere Anwendungen in der Portfolio-Theorie[21)] wie auch der versicherungswissenschaftlichen Risikotheorie erfahren[22)].

Schließlich ist noch eine weitere Variation denkbar und wird in Spezialfällen in der Literatur behandelt. Ausgangspunkt ist ein allgemeines Risk-Value-Modell der Form (2), die Funktion H(x,y) bleibt unspezifiziert (genügt aber den bereits angesprochenen Dominanzeigenschaften) und wird unter Beachtung eines Risikokontrollkriteriums des Typus (18) maximiert. Formal bedeutet dies

$$\begin{aligned} &H[R(X), V(X)] \rightarrow \max! \\ &\text{unter der Bedingung} \\ &E[L(X_-)] \leq C \quad . \end{aligned} \tag{32}$$

Voraussetzung für eine solche Vorgehensweise ist die Möglichkeit, den effizienten Rand, der durch das Präferenzfunktional induziert wird, berechnen zu können. Die uns bekannten Anwendungen betreffen alle den Spezialfall

$$\begin{aligned} &H[Var(X), E(X)] \rightarrow \max! \\ &\text{unter der Bedingung} \\ &P(X \leq z) \leq \varepsilon \quad , \end{aligned} \tag{33}$$

d.h. eine Verbindung des Erwartungswert-Varianz-Modells mit der Kontrolle der Shortfall-Wahrscheinlichkeit. Hierzu existieren im Rahmen der Portfolio-Theorie eine Reihe von Arbeiten, wobei entsprechende empirische Anwendungen sich vor allem mit dem Problem der *Asset Allocation*, d.h. der Aufteilung gegebener Mittel auf einzelne Anlageklassen unter Beachtung portfoliotheoretischer Prinzipien, beschäftigen.[23)]

7. Schlußbemerkungen

In der vorliegenden Arbeit wurde auf der Grundlage eines intuitiven Risikobegriffs von "Risiko als Ausmaß der Gefahr der Unterschreitung einer angestrebten Zielgröße" eine allgemeine strukturelle Quantifizierung des *Risikopotentials* einer Wahrscheinlichkeitsvertei-lung im Sinne eines wirtschaftlichen Risikos (Verlustgefahr) für die jeweilige ökonomische Einheit vorgenommen. Im Sinne des Ansatzes der statistischen Entscheidungstheorie konnte allgemein Risiko als erwarteter Verlust quantitativ konzeptualisiert werden. Als Spezialfälle ergeben sich bekannte Risikomaße im Rahmen des Shortfall-Ansatzes. In analoger Vorgehensweise konnte das *Chancenpotential* einer Verteilung finanzieller Ergebnisse quantitativ konzeptualisiert werden.

Darüber hinaus wurden die Problematik der Risikokontrolle behandelt und abschließend verschiedene Folgerungen für auf der Konzeptualisierung von Risikopotential und Chancenpotential basierende Entscheidungsmodelle unter Risiko gezogen. Als Anwendungsbeispiele dienten dabei jeweils Fragen der Renditesteuerung bei der Anlage in Finanztitel bzw.

Erfolgssteuerung von Versicherungsunternehmen. Eine Reihe von Ergebnissen in der Literatur für diese beiden Problemkreise erwiesen sich als Spezialfälle der in der Arbeit diskutierten Ansätze, die eine generelle Struktur besitzen und somit eine allgemeine Basis für die Behandlung einer Reihe von Problemstellungen bieten.

1) Zur institutionellen Seite der Solvabilitätsvorschriften vgl. SCHIERENBECK/HÖLSCHER (1992, S. 205 ff.).

2) Zur modelltheoretischen Operationalisierung der Solvabilitätsregulierung vgl. ALBRECHT/ZIMMERMANN (1992), Schradin (1993, S. 196 ff.).

3) Zu analytischen Ergebnissen in wichtigen Spezialfällen vgl. ALBRECHT (1993a, 1993c).

4) Vgl. etwa ALBRECHT (1987, S. 322), ALBRECHT/ZIMMERMANN (1992)

5) Vgl. allgemein dazu ALBRECHT/ZIMMERMANN (1992).

6) Vgl. allgemein etwa BÜHLMANN (1970), HELTEN (1975), ALBRECHT (1992).

7) Zu axiomatischen Fundierung eines entsprechenden Risikobegriffs vgl. FISHHBURN (1984).

8) Vgl. etwa BERGER (1985, S. 8 ff.).

9) Vgl. dazu allgemein WINKLER u.a. (1972). Zu analytischen Ergebnissen für n = 1,2 vgl. ALBRECHT (1993c)

10) Dazu ist natürlich die Endlichkeit der Erwartungswerte $E(X_-^n)$ vorauszusetzen.

11) Vgl. etwa PRICE et al. (1982), LEIBOWITZ/HENRIKSSON (1989), SORTINO/VAN DER MEER (1991), HARLOW (1991), ALBRECHT (1993 a, 1993 c).

12) Die Summe aus Prämienerlösen und anfänglichem Sicherheitskapital wird auch als *Versicherungstechnisches Kapital* bezeichnet, das als eigenständige Steuergröße aufgefaßt werden kann, vgl. dazu ALBRECHT (1992, S. 40 ff.).

13) Vgl. etwa ALBRECHT (1992, S. 16 ff.), BÜHLMANN (1970, S. 133 ff.).

14) Dieses ist bei Vorliegen einer Dichtefunktion eindeutig bestimmt durch die Forderung $P(X \leq F_\varepsilon) = \varepsilon$.

15) Vgl. etwa LEIBOWITZ/HENRIKSSON (1989), LEIBOWITZ/KOGELMANN (1991 b), ALBRECHT (1993 a).

16) Vgl. BÜHLMANN (1970, S. 133 ff.), ALBRECHT/ZIMMERMANN (1992).

17) Vgl. HOGAN/WARREN (1974), BAWA/LINDENBERG (1977), PRICE et al. (1982), LEE/RAO (1988), HARLOW/RAO (1989).

18) WEBER (1990) leitet ein entsprechendes Kapitalmarktmodell mit CAPM-Struktur auf der Basis eines Risikomaßes auf der Grundlage einer exponentiellen Verlustfunktion ab.

19) SCHNEEWEIß (1967, S. 58 ff.) spricht von einem (μ, P_0)-Prinzip.

20) Vgl. etwa die Diskussion in ALBRECHT (1993 b).

21) Vgl. etwa ARZAC (1974), ARZAC/BAWA (1977), BAWA (1978), RITCHKEN/SALKIN (1983).

22) Vgl. etwa MCCABE/WITT (1980), ALBRECHT/ZIMMERMANN (1992), SCHRADIN (1993, S. 67 ff.), ALBRECHT (1993c).

23) Vgl. LEIBOWITZ et al. (1989, 1990, 1991a, 1991b, 1992a, 1992b).

LITERATURVERZEICHNIS

ALBRECHT, P. (1987): Die Versicherungsproduktion - eine Kuppelproduktion bei Risiko, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 57, S. 316 - 328.

ALBRECHT, P. (1992): Zur Risikotransformationstheorie der Versicherung: Grundlagen und ökonomische Konsequenzen.

ALBRECHT, P. (1993a): Normal and lognormal shortfall risk, Proceedings 3. Internationales AFIR-Colloquium, Band 2, Rom, S. 417 - 430.

ALBRECHT, P. (1993b): Gewinn und Sicherheit als Ziele der Versicherungsunternehmung: BERNOULLI-Prinzip vs. Safety first-Prinzip, Arbeitspapier, Mannheim.

ALBRECHT, P. (1993c): Shortfall returns and shortfall risk, Beitrag zum 4. Internationalen AFIR-Colloquium, Orlando/USA 1994, Arbeitspapier, Mannheim.

ALBRECHT, P. (1993d): Dimensionen des versicherungstechnischen Risikos, Arbeitspapier, Mannheim.

ALBRECHT, P., J. ZIMMERMANN (1992): Risikotheoretische Analyse des Versicherungsgeschäfts auf der Grundlage eines stochastischen Gesamtmodells, Transactions of the 24th International Congress of Actuaries, Montreal.

ARZAC, E. R. (1974): Utility analysis of chance-constrained portfolio selection, Journal of Financial and Quantitative Analysis 9, S. 993 - 1007.

ARZAC, E.R., V.S. BAWA (1977): Portfolio choice and equilibrium in capital markets with safety-first investors, Journal of Financial Economcs 4, S. 277 - 288.

BAWA, V.S. (1978): Safety first, stochastic dominance, and optimal portfolio choice, Journal of Financial and Quantitative Analysis 13, S. 255 - 271.

BAWA, V.S., E.B. LINDENBERG (1977): Capital market equilibrium in a mean-lower partial moment framework, Journal of Financial Economics, S. 189 - 200.

BERGER, J.O. (1985): Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, 2. Aufl., New York u.a.

BÜHLMANN, H. (1970): Mathematical Methods in Risk Theory, Berlin u.a.

CHIPMAN, J.S. (1971): Non-Archimedian behavior under risk, in: CHIPMAN, J.S., HURWICZ, J., RICHTER, M.R., H.S. SONNENSCHEIN (Hrsg.): Preferences, utility and demand, New York, S. 289 - 318.

FISHBURN, P.C. (1977): Mean risk analysis with risk associated with below target returns, American Economic Review 67, S. 116 - 126.

FISHBURN, P.C. (1984): Foundations of risk measurement I: Risk as a probable loss, Management Science 30, S. 396 - 406.

HARLOW, W.V. (1991): Asset allocation in a downside-risk framework, Financial Analysts' Journal, September/October 1991, S. 28 - 40.

HARLOW, W.V., R.K.S. RAO (1989): Asset pricing in a generalized mean-lower partial moment framework: Theory and evidence, Journal of Financial and Quantitative Analysis 24, S. 285 - 311.

HELTEN, E. (1975): Risikotheorie - Grundlage der Risikopolitik von Versicherungs-unternehmen?, Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft 64, S. 75 - 92.

HELTEN, E. (1991): Die Erfassung und Messung des Risikos, in: GROSSE, W., H.-L. MÜLLER-LUTZ, R. SCHMIDT (Hrsg.): Versicherungsenzyklopädie, Band 2, 4. Aufl., Wiesbaden, S. 125 - 197.

HOGAN, W.W., J.M. WARREN (1972): Computation of the efficient boundary in the E-S portfolio selection model, Journal of Financial and Quantitative Analysis 7, S. 1881 -1897.

HOGAN, W.W., J.M. WARREN (1974): Toward the development of an equilibrium capital-market model based on semivariance, Journal of Financial and Quantitative Analysis 9, S. 1 - 11.

LEE, W.Y., R.K.S. RAO (1988): Mean lower partial moment valuation and lognormally distributed returns, Management Science 34, S. 446 - 453.

LEIBOWITZ, M.L., R.D. HENRIKSSON (1989): Portfolio optimization with shortfall constraints: A confidence-limit approach to managing downside risk, Financial Analysts' Journal, March/-April 1989, S. 34 - 41.

LEIBOWITZ, M.L., S. KOGELMAN (1991 a): Return enhancement from "foreign" assets: A new approach to the risk/return trade off, Journal of Portfolio Management, Summer 1991, S. 5 - 13.

LEIBOWITZ, M.L., S. KOGELMAN (1991 b): Asset allocation under shortfall constraints, Journal of Portfolio Management, Winter 1991, S. 18 - 23.

LEIBOWITZ, M.L., S. KOGELMAN, L.N. BADER (1992 a): Risk-adjusted surplus: A new measure of pension fund risk, Journal of Investing, Fall 1992, S. 7 - 14.

LEIBOWITZ, M.L., S. KOGELMAN, L.N. BADER (1992 b): Asset performance and surplus control - A dual-shortfall approach, in: ARNOTT, R.D., F.J. FABOZZI (Hrsg.): Active Asset Allocation, Chicago, S. 169 - 199.

LEIBOWITZ, M.L., T.C. LANGETIEG (1990): Shortfall risks and the asset allocation decision, in: FABOZZI, F.J. (Hrsg.): Managing Institutional Assets, New York, S. 35 - 63.

MCCABE, G.M., R.C. WITT (1980): Insurance pricing and regulation under uncertainty: A chance constraint approach, Journal of Risk and Insurance 47, S. 607 - 635.

PRICE, K., B. PRICE, T.J. NANTELL (1982): Variance and lower partial moment measures of systematic risk: Some analytical and empirical results, Journal of Finance 37, S. 843 - 855.

RITCHKEN, P.H., H.M. SALKIN (1983): Safety first selection techniques for option spreads, Journal of Portfolio Management, Spring 1983, S. 61 - 67.

SARIN, R.K., M. WEBER (1993): Risk-value models, European Journal of Operational Research 70, S. 135 - 149.

SCHIERENBECK, H., R. HÖLSCHER (1992): Bank Assurance, 2. Aufl., Stuttgart.

SCHNEEWEIß, H. (1967): Entscheidungskriterien bei Risiko, Berlin u.a.

SCHRADIN, H.R. (1993): Erfolgsorientiertes Versicherungsmanagement, Dissertationsschrift, Mannheim.

SORTINO, F.A., R. VAN DER MEER (1991): Downside risk, Journal of Portfolio Management, Summer 1991, S. 27 - 31.

WEBER, M. (1990): Risikoentscheidungskalküle in der Finanzierungstheorie, Stuttgart.

WINKLER, R.L., G.M. ROODMAN, R.B. BRITNEY (1972): The determination of partial moments, Management Science 19, S. 290 - 295.