

# Identifikation von Sparprofilen im Lebenszyklus

von Ralf Rodepeter  
Universität Mannheim<sup>1</sup>

## Abstract

Ein Schlüsselement des Haushaltsverhaltens - das Sparen - ist noch immer nicht befriedigend erklärt. Die Lebenszyklustheorie von Modigliani *et al.* wurde durch Liquiditätsrestriktionen, Mortalitäts-, Gesundheits-, Einkommens-, Zins- und anderen Unsicherheiten erweitert, neuerdings auch durch "Behavioral"-Elemente. Jede dieser Erweiterungen erklärt Teile des Sparverhaltens, die Widersprüche bleiben jedoch bestehen.

Dieses Papier wirft die Frage auf, inwieweit die beobachtbaren Sparprofile mit den konkurrierenden Theorien identifiziert werden können. Es soll von den in Deutschland beobachteten Alterssparprofilen ausgegangen und diese mit den simulierten Profilen verglichen werden, die unter verschiedenen Varianten der erweiterten Lebenszyklushypothese entstanden sind. Es wird gezeigt, daß die Sparprofile *per se* die einzelnen Theorien zum Sparverhalten nicht auseinanderhalten können. Dies bedeutet ebenso, daß die in der Literatur häufig zu findenden Schätzungen von Eulergleichungen nicht identifiziert sind.

---

<sup>1</sup> Ich danke der Deutschen Forschungs Gemeinschaft und der Universität Mannheim für die Vorfinanzierung des Sonderforschungsbereiches 504, ohne dessen Unterstützung diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Mein Dank gilt ganz besonders Prof. Börsch-Supan, auf dessen Arbeiten der 2. Abschnitt über die empirischen Schätzungen der Alterssparprofile beruht.

# Identifikation von Sparprofilen im Lebenszyklus

von Ralf Rodepeter

## 1 Einleitung

Seitdem das umlagefinanzierte Rentensystem wegen der zunehmenden Last durch den Altersstruktureffekt ernsthaft unter Druck geraten ist, ist das Interesse, Sparverhalten und seine Reaktionen auf Wirtschaftspolitik zu verstehen, wieder aufgelebt. Mit der steigenden Gefährdung des öffentlichen Systems taucht die Frage auf, ob private Altersvorsorge helfen kann. Während die Argumente für oder gegen ein kapitalgedecktes System immer heftiger diskutiert werden, ist die konkretere Frage in Vergessenheit geraten, ob die vorhergesagte Kluft zwischen laufenden Beiträgen und laufenden Rentenzahlungen nicht durch die zunehmende private Ersparnis gefüllt werden kann. Dies ist auch eine Frage der Elastizität der Sparrate bezüglich Änderungen im laufenden und zukünftigen Einkommen und bezüglich der jetzigen und zukünftigen Besteuerung von Ersparnissen. Diese Elastizität kann nicht ohne *a priori* Annahmen geschätzt werden.

Kapitel 2 beschreibt kurz die deutschen Sparprofile im Lebenszyklus, wie sie sich aus drei Wellen der Einkommens- und Verbrauchsstichprobe (1978, 1983, 1988) ergeben. Schon diese deskriptive und nicht-parametrische Analyse verlangt *a priori*-Annahmen um Alters-, Kohorten- und Zeiteffekte des Sparens auseinander halten zu können.

Die Sache wird komplizierter, je struktureller die Fragen sind, die gestellt werden, z. B. wenn man wissen möchte wie wirtschaftspolitische Eingriffe auf die Ersparnisbildung wirken - etwa Steuersenkungen oder Änderungen in der Generosität unseres sozialen Netzes. Schätzungen des Effektes einer Politikänderung, wie der Übergang vom aktuellen Umlageverfahren zum partiellen oder vollen Kapitaldeckungsverfahren der Rentenversicherung, benötigen Simulationen, um die Durchführbarkeit und seine Auswirkungen auf die Einkommensverteilung abschätzen zu können. Ein Beispiel ist die viel zitierte Analyse von Auerbach und Kotlikoff (1987) "Dynamic fiscal policy" und einiger Folgepapiere über die Privatisierung der Sozialversicherungen. Diese Studien benötigen eine strukturelle Spezifikation des Sparverhaltens, um der wohlbekannten Lucaskritik (1976) zu entgehen.

Quantitative Schätzungen von strukturellen Koeffizienten hängen sehr sensitiv von der Modellspezifikation ab. So variieren die Schätzungen für die Zeitpräferenzrate in starkem Maße danach, ob und wie Erwartungen über die Mortalität, Einkommensrisiken u. Ä. in den Schätzprozeß Eingang finden. Auerbach und Kotlikoff (1987) verwenden in ihrer Analyse der dynamischen Finanzpolitik die deterministische Lebenszyklushypothese, wie sie von Modigliani entwickelt wurde und postulieren kurzerhand den Wert der Zeitdiskontrate. Ein Folgepapier von Nicoletti *et al.* (1989) erweitert das Modigliani-Modell um ein

Erbschaftsmotiv und kalibriert das Modell mit aggregierten Daten, nur um dann eine negative Zeitpräferenzrate zu erhalten. Meier (1997) führt in seiner Dissertation eine leicht abweichenden Version des Vererbungsmotivs ein und erhält eine glaubhaftere Zeitdiskontrate von 3,5%, nachdem er das Modell mit deutschen Daten kalibriert hat. Diese Beispiele zeigen, wie sensitiv die Parameter auf die Spezifikation des jeweils zugrundeliegenden theoretischen Modells reagieren.

Es herrscht wahrlich kein Mangel an Verbesserungsvorschlägen für die reine Lebenszyklushypothese von Modigliani. Kapitel 3 soll die wichtigsten zusammenfassen. Leider gibt es keinen einzelnen Verbesserungsvorschlag, der das Modell "retten" könnte, ohne wieder selbst einen Widerspruch zu den beobachtbaren Fakten zu erzeugen. Die Annahme von liquiditätsrestringierten Individuen hilft bei der Erklärung, warum der Konsum näher an das Einkommen gebunden und Sparen damit glatter erscheint als von der reinen Lebenszyklushypothese vorausgesagt, diese Modellvariante kann aber nicht erklären, warum die Sparraten im Alter noch immer relativ hoch sind. Das Vorsichtsmotiv scheint dieses leicht erklären zu können, verliert aber leider seine Attraktivität, wenn man bedenkt, daß in Ländern mit einem eng gewobenen sozialen Netz (z.B. Deutschland, Italien) die Sparraten auch im Alter höher sind als in solchen Ländern mit unsicherem Einkommen (z.B. England, USA). Das Motiv einer von langer Hand geplanten Vererbung als Erklärung für die beobachtete langsame Abnahme oder gar Zunahme der Sparrate im Alter wird von der Tatsache verworfen, daß die Vermögenshaltung nicht mit der Anzahl der Erben korreliert ist.

In jüngerer Zeit kam von Kahnemann und Tversky (1979), Shefrin und Thaler (1988) der Vorschlag, "behavioristische" Elemente in die Lebenszyklushypothese einzuführen, wie beispielsweise die Notwendigkeit der Selbstkontrolle, Asymmetrien bei der Bewertung von Verlusten und Gewinnen und die Pfadabhängigkeit des Nutzens. Diese Erweiterungen sind durch Laborexperimente und "Armchair"-Beobachtungen belegt und motiviert. Es ist bisher aber noch unklar, ob diese Modelle die beobachteten Sparprofile erklären können, ohne in die gleichen Widersprüche zu geraten wie die oben genannten.

Eine wichtige Frage ist, wie weit die verschiedenen Modelle anhand von empirischen Daten unterschieden werden können. Mit anderen Worten: unter welchen Voraussetzungen ist es möglich, die verschiedenen Theorien voneinander zu unterscheiden, bzw. welche "Experimente" sind nötig, um diese Unterscheidung zu ermöglichen. Hierfür sollen im 4. Kapitel dieses Papiers Lebenssparprofile, resultierend aus den verschiedenen Modellen simuliert werden. Es wird sich herausstellen, daß viele der Modelle nahezu identische Profile ergeben, wenn man die Parameter der Modelle entsprechend anpaßt.

## **2 Empirische Alterssparprofile**

Um die Ersparnis der deutschen Haushalte zu messen, werden zwei Mikro-Datensätze verwendet- die Deutsche Einkommens- und Verbrauchsstichprobe (EVS) und das sozioökonomische Panel (SOEP) sowie aggregierte Daten von der Deutschen Bundesbank.

Die EVS wird alle 5 Jahre durch das statistische Bundesamt erhoben. Das Design dieser Erhebung kann grob mit der U.S. Consumer Expenditure Survey verglichen werden. Die Erhebung beinhaltet eine sehr detaillierte Aufstellung über Einkommen nach Quellen geordnet, Konsum nach Art geordnet, Ersparnisbildung und Vermögensbestände nach Portfolios geordnet. Mitglieder des statistischen Bundesamtes haben ausführliche deskriptive Analysen des Datensatzes erarbeitet (Euler, verschiedene Jahre). Die Wellen von 1978, 1983 und 1988 sind auch der Öffentlichkeit zugänglich, wenn auch für immense Kosten und strikte Datenschutzauflagen. Diese veröffentlichten Wellen sind bezüglich Ersparnisbildung von Haushalten von Börsch-Supan und Stahl (1991), Velling (1991), Lang (1993) und Börsch-Supan (1992, 1994, 1995b) analysiert worden.

Die EVS ist ein repräsentativer Querschnitt der westdeutschen Haushalte mit einem durchschnittlichen Jahreseinkommen unter 300.000.-DM. Sie enthält ca. 45.000 Haushalte in jeder Welle. Diese Stichprobengröße bietet eine ausreichende Zellengröße auch für die hohen Altersgruppen, deshalb erlaubt die EVS auch eine separate Analyse von Konsum- und Sparprofilen der Hochbetagten.

Die Daten schließen allerdings die sehr wohlhabenden Haushalte und die Haushalte, die in öffentlichen Einrichtungen leben, aus. Erstere machen mittlerweile etwa 3% der bundesdeutschen Haushalte aus, die ein Jahreseinkommen von mehr als 300.000.-DM haben (vgl. auch Euler, 1985). Aus diesem Grunde kann nicht erwartet werden, daß die Daten mit den aggregierten Bilanzen übereinstimmen, dies gilt im besonderen für die Vermögensdaten. Wegen der eher schiefen Verteilung von Vermögen führt das Fehlen der oberen 3% der Einkommensverteilung zu einer substantiellen Unterschätzung des gesamten Haushaltsvermögens. Aus diesem Grunde ist auch die aggregierte Sparrate, die aus der EVS ermittelt wird, niedriger als die, die von der Bundesbank genannt wird. Aus der EVS ergibt sich für 1983 eine Nettosparrate von 12,0%, während die entsprechende Sparrate von der Bundesbank mit 13,6% angegeben wird.<sup>2</sup>

Das Fehlen der Personen, die in Heimen oder ähnlichen Einrichtungen untergebracht sind, ist nur für die hohen Altersklassen von Bedeutung. Weniger als 4% der Personen über 65 sind in Heimen untergebracht, diese Zahl steigt rapide mit zunehmendem Alter und liegt bei ca. 9,3% für alle Personen über 80 Jahren. Die alten Leute, die in Heimen leben, haben vermutlich ein geringeres Vermögen und keine positive Ersparnis.

---

<sup>2</sup> Die Differenz ergibt sich aus dem Fehlen der 2% reichste Haushalte in der EVS. Die Bundesbankstatistik schließt auch Organisationen ohne Erwerbscharakter ein.

Die EVS ist eine geschichtete Stichprobe (Quotenstichprobe) auf freiwilliger Basis. Das statistische Bundesamt setzt eine Zielgröße für jede Schicht fest, die sich nach Haushaltsgröße, Einkommen und Beschäftigtenstatus definiert. Um diese Zielgröße zu erreichen, werden eine große Anzahl von Haushalten mit verschiedenen Mitteln kontaktiert, beispielsweise werden ehemalige Teilnehmer der EVS oder anderer Erhebungen schriftlich gefragt, ob sie wieder an einer Befragung teilnehmen würden. Das Verhältnis von Teilnehmern zur Zielgröße wird veröffentlicht und betrug für die 1983er Welle mehr als 120%, dieses Verhältnis variiert je nach Schicht zwischen 20 und 150%. Die Antwortraten im Verhältnis zu den Anfragen sind leider nicht erhältlich und werden nur wage mit "klein" angedeutet. Die Akzeptanzraten sind für die geringen Einkommensschichten, Einpersonenhaushalte, Arbeiter und Selbständige am geringsten.

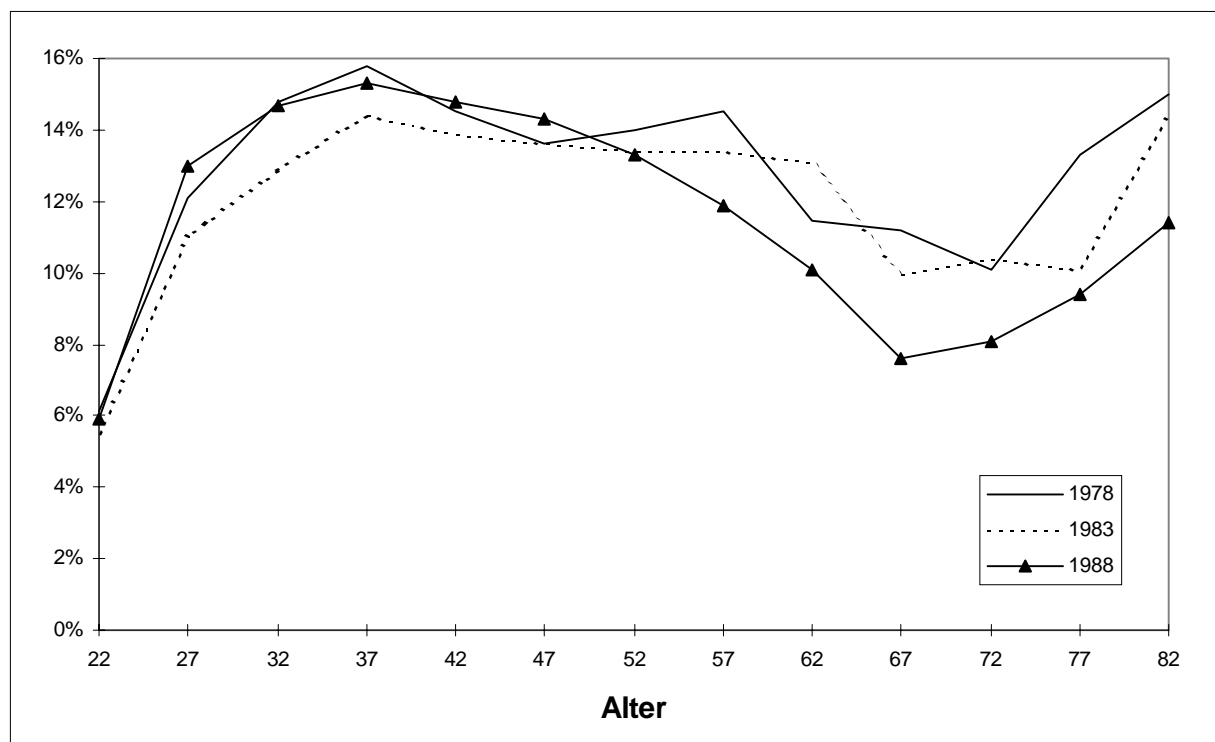
Im folgenden werden die Basisdaten - Einkommen und Ersparnis - benutzt, die exakter gemessen werden als das Vermögen, da sie aus wöchentlichen Aufzeichnungen der Haushalte aggregiert sind und mit den Jahresangaben wie Gehaltsauszüge gegengeprüft werden. Die meisten Einkommensstypen passen exakt zu aggregiert gemessenen Daten, wenn man berücksichtigt, daß das Sample nur die ersten 98% der Einkommensverteilung enthält. Die Nettoersparnis wird gemessen als die Summe der Ankäufe minus der Verkäufe von Vermögensgegenständen. Änderungen von Finanzaktiva, die in der EVS angegeben sind, sind sowohl Einzahlungen in, wie Abhebungen von verschiedenen Sparkonten, Käufe und Verkäufe von Wertpapieren und Bonds, Ein- und Auszahlungen auf Bausparkonten und Einzahlungen in Lebensversicherungen und Pensionskassen, abzüglich Ausschüttungen daraus. Neue Kredite werden von der Nettoersparnis abgezogen und Kreditrückzahlungen dazu addiert. Nicht erfaßt sind Änderung im Bestand von Bargeld und Barschecks. Änderungen im Realvermögen, die in der EVS erfaßt werden, sind Käufe und Verkäufe von Grundstücken und Beteiligungen, nicht erfaßt sind Bestandsänderungen bei langlebigen Konsumgütern, ebenso wie nicht-realisierte Kapitalgewinne unerfaßt bleiben. Um die Sparraten zu erhalten, wird die Nettoersparnis durch das verfügbare Einkommen, bestehend aus Arbeits- und Kapitaleinkommen plus Transfereinkommen minus Steuern und Beiträge zu den Sozialversicherungen, dividiert.

Die Haushalte in den drei Erhebungen verknüpft von 1978, 1983 und 1988 sind nicht zwingend dieselben und können nicht miteinander "gematched" werden. Es ist demnach unmöglich, ein echtes Panel von Individuen zu erstellen, auch wenn dieses besonders wünschenswert wäre, um Alters- und Kohortenprofile zu unterscheiden. Durch Aggregation in Altersklassen wurde daher ein Panel aus synthetischen Kohorten konstruiert und damit ein repräsentativer Haushalt mit einem beispielsweise 60jährigen Haushaltsvorstand im Jahre 1978 mit einem Haushalt der selben Alterskategorie 5 Jahre später verglichen. Die Stichprobengröße hilft bei der Erstellung synthetischer Kohorten, denn die aggregierten

Einheiten können genügend eng definiert werden, um Homogenität sicherzustellen, ohne zu viel Präzision zu verlieren.

Abbildung 1 beschreibt die altersspezifischen Sparraten für die jeweiligen Beobachtungsjahre. Die drei Profile sind weitgehend gleich in den Beobachtungsjahren, nur das 1988 Profil zeigt signifikant geringere Sparraten für die älteren Haushalte. Die Sparraten wachsen stark um das 37te Lebensjahr an, bleiben weitgehend konstant bis zum Renteneintritt und sinken in den ersten 10 Jahren danach. Im hohen Alter steigen die Sparraten dann wieder stark an, in der 1983er Welle hat die älteste Kategorie gar die höchste Sparrate von allen.

**Abbildung 1:** Alterssparprofile im Querschnitt



Quelle: Börsch-Supan (1994)

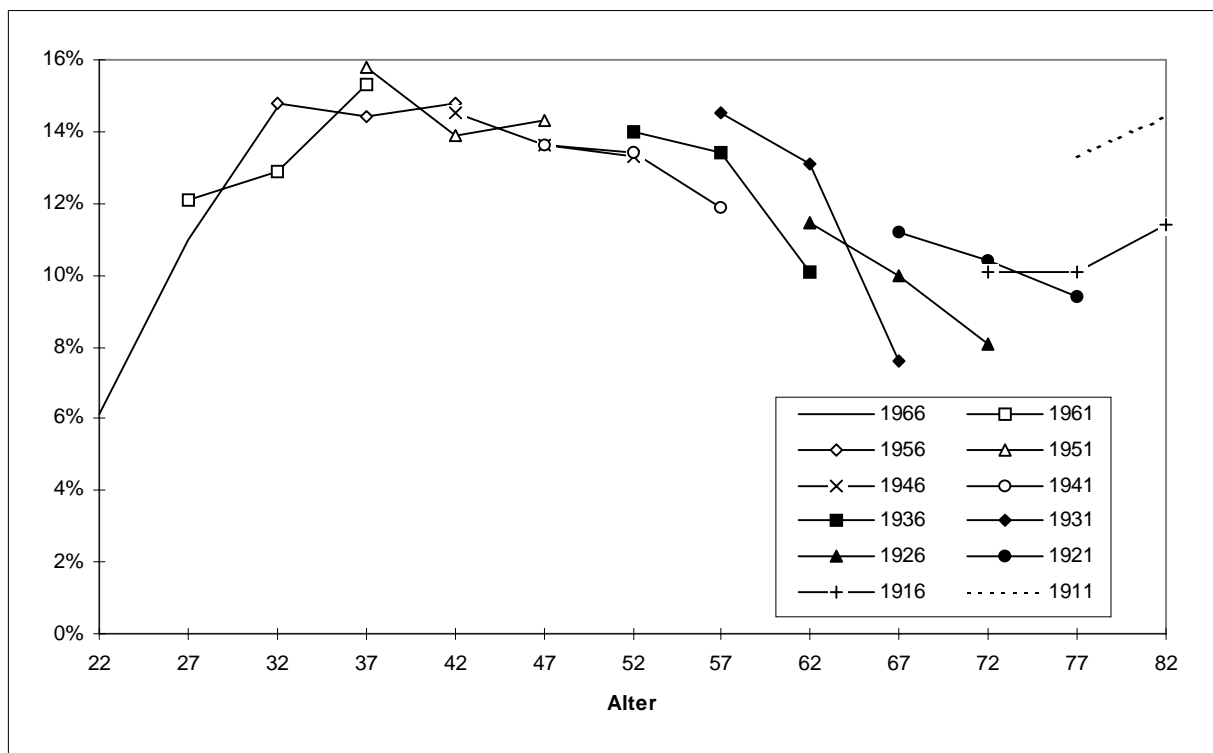
Das neuerliche Ansteigen der Sparrate im hohen Alter ist ein stabiles Phänomen in den Daten, siehe Börsch-Supan 1994. Die Mediansparraten ebenso wie die absolute Durchschnitts- und Medianersparnis ergeben ähnliche Profile. Am auffallendsten ist, daß sich selbst wenn man die Haushalte danach klassifiziert, ob sie eine positive oder negative Nettoersparnis haben, die gleichen Profile wieder ergeben. Der Anteil von Haushalten mit positiver Ersparnis beträgt ca. 60% und steigt mit hohem Alter, während der Anteil der Haushalte, die ihr Vermögen verbrauchen, in den hohen Altersklassen kleiner wird - im Gegensatz zu dem, was die naive Version der Lebenszyklushypothese suggerieren würde<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> vgl. Hurd (1989a) für eine Übersicht.

Es ist unwahrscheinlich, daß diese Profile durch Sampleselektion lediglich statistische Artefakte sind. Wenn die EVS die oberen 3% der Einkommensverteilung mit einschloesse, würden die Sparraten im hohen Alter eher noch schneller ansteigen, da die Wohlhabenden ihr Vermögen seltener verbrauchen. Das Fehlen der älteren Mitbürger, die in Heimen leben, ist hier kritischer, da genau diese Personen ihr Vermögen verbrauchen. Damit würde das Sparprofil im Alter nach unten gedrückt. Trotzdem ist es unwahrscheinlich, daß sich das Sparprofil der Alten wesentlich ändern würde, wenn es dieses Selektionsproblem nicht gäbe, da der Anteil der älter als 80 jährigen in Heimen nur 9,3% beträgt.<sup>4</sup> Eine Simulation zeigt, daß, auch wenn diese Haushalte ihr Vermögen komplett verbrauchen würden, ihre Hereinnahme in das Sample nicht zu einem Ausgleich des 16%-tigen Abfalls der Haushalte, die negativ sparen, führen würde.

Ein anderer wichtiger Gesichtspunkt ist die Korrektur der obigen Profile für Kohorteneffekte. Wie man in Abbildung 1 sieht, sind die Sparraten 1988 substantiell niedriger als 1978 und 1983. Ein Teil dieses Absinkens kann eher ein Kohorten- als ein Alterseffekt sein. Abbildung 2 zeigt, daß dies nur teilweise der Fall ist:

**Abbildung 2:** Altersspezifische Sparraten nach Geburtskohorte



Quelle: Börsch-Supan (1994)

Diese Abbildung ist aus den gleichen Daten wie Abbildung 1 entstanden, beinhaltet aber die Datenpunkte gleicher Geburtskohorten statt der Beobachtungsjahre. Unter der Annahme, daß

<sup>4</sup> Es ist zu beachten, daß der Anteil der Alten, die bei ihren Kindern leben, in Deutschland sehr gering ist.

die Personen, die in der 1983er Stichprobe 60 Jahre alt waren, vergleichbar sind mit denen, die in der 1988er Stichprobe 65 Jahre alt sind, stellt Abbildung 2 die echten Alterseffekte dar, korrigiert um das mittlere Sparquotenniveau jeder Geburtskohorte. Die konventionellen Lebenszykluseffekte sind gut sichtbar für die jüngeren Altersgruppen, die ihre Sparraten stark ansteigen lassen, auch das Sinken der Sparraten nach Renteneintritt paßt in die Aussagen der Lebenszyklushypothese. Die beiden ältesten Geburtskohorten, die im 5-Jahresintervall um 1911 und um 1916 geboren wurden, erhöhen jedoch ihre Sparraten - dies ist ein starker Widerspruch zumindest zur naiven Form der Lebenszyklushypothese. Weiterhin finden sich keine negativen Sparquoten, auch im Widerspruch zur Lebenszyklushypothese.

Um eine glatte Schätzung der Alters- und Kohorteneffekt aus Abbildung 2 zu erhalten, soll eine Regression über die beobachteten Sparraten nach Alter und Kohortenzugehörigkeit mit einem Polynom 5ten Grades in den Alters- und Geburtskohorten berechnet werden. Diese Regression ist lediglich eine zusammenfassende Beschreibung der Effekte aus Abbildung 2 und kein strukturiertes Regressionsmodell.

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Regressionsergebnisse. Die Altersprofile sind recht genau bestimmt, die Kohorteneffekte machen bei der Messung größere Schwierigkeiten, weil nur 3 Datenwellen verfügbar sind.

**Tabelle 1:** Abhängige Variable: Altersspezifische Sparraten 1978, 1983 und 1988

Erklärende Variablen	Koeffizient	Standardfehler	t-Statistik
Konstante	-136,941	38,471	-3,56
Alter*	155,25	44,83	3,46
Alter <sup>2</sup>	-59,9	19,7	-3,04
Alter <sup>3</sup>	11,0	4,128	2,82
Alter <sup>4</sup>	-1,134	0,4122	-2,75
Alter <sup>5</sup>	0,0439	0,01581	2,78
Kohorte*	-3,5	1,36	-2,56
Kohorte <sup>2</sup>	-0,07729	0,1617	-0,05
Kohorte <sup>3</sup>	0,2104	0,07545	0,28
Kohorte <sup>4</sup>	-0,03123	0,01402	-0,22
Kohorte <sup>5</sup>	0,001401	0,0008988	0,16
Zahl der Beobachtungen		42	
R <sup>2</sup>		0,90153	
korrigiertes R <sup>2</sup>		0,86977	
Durbin-Watson Statistik		2,41911	
Durchschnitt der unabhängigen Variable		12,01905	

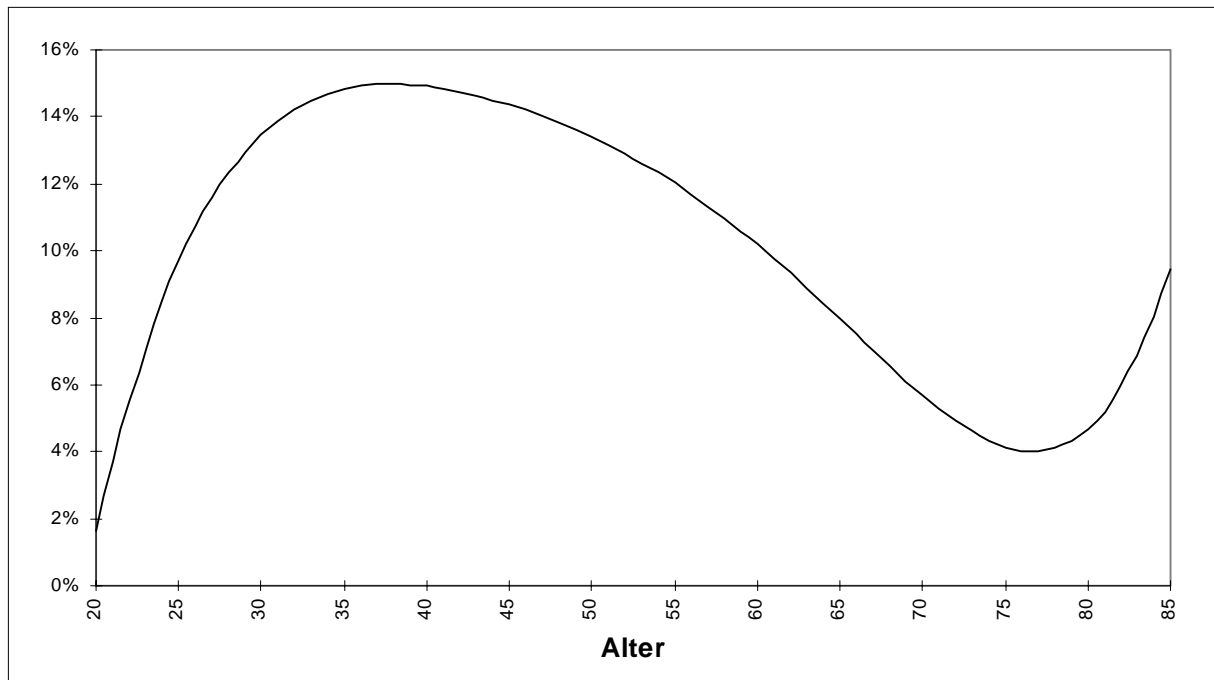
\*) Gemessen in Jahren/10

Quelle: Börsch-Supan (1995b)



Wenn man die Polynome für eine gegebene Kohorte plottet, ergibt sich ein früher "Peak" in den Sparraten im Alter von ca. 37 und einen weiteren um das 75te Lebensjahr.

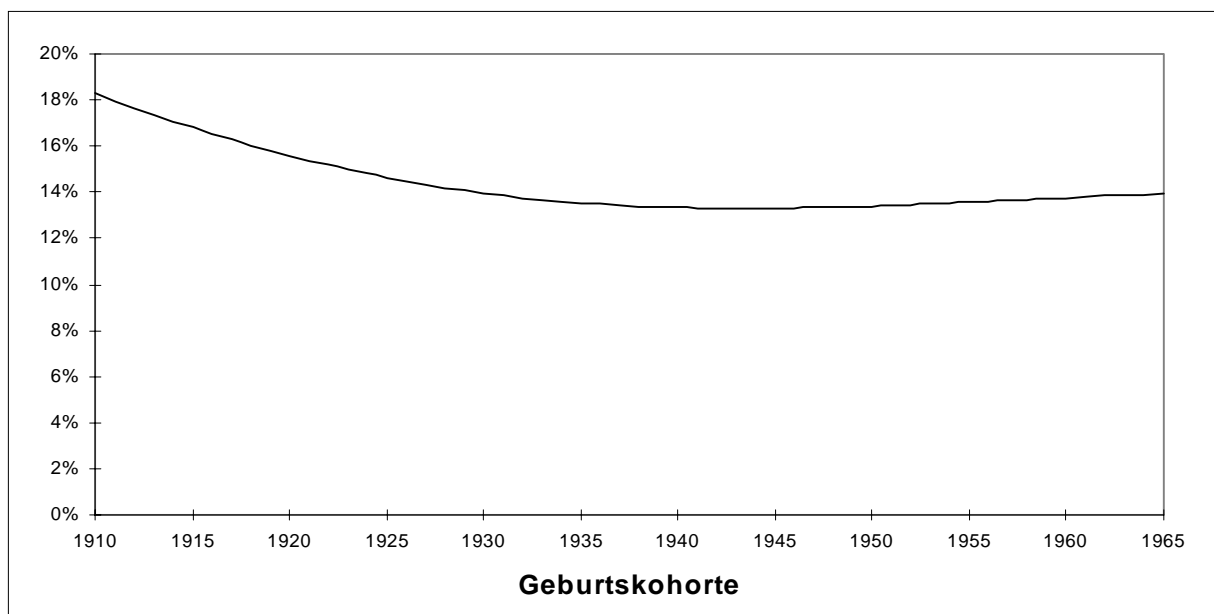
**Abbildung 3:** Der reine Alterseffekt in den Sparraten



Quelle: Börsch-Supan (1994)

Der zugehörige Kohorteneffekt ist in Abbildung 4 abgebildet. Es zeigt sich eine starke Abnahme von den frühen Geburtskohorten zu denjenigen, die um das Jahr 1940 geboren wurden, danach steigen die Sparraten wieder leicht an. (Börsch-Supan, verschiedene Jahre)

**Abbildung 4:** Der reine Kohorteneffekt in den Sparraten



Quelle: Börsch-Supan (1994)

Diese Regression, ebenso wie die graphische Analyse der Abbildungen 1 und 2 beinhalten nur Alterseffekte (d.h. die Variation der mittleren altersspezifischen Sparquote für alle Kohorten) und Kohorteneffekte (d.h. die Variation der mittleren Sparquote einer Kohorte) nicht aber Periodeneffekte (d.h. die Variation der Sparquote in einem bestimmten Zeitpunkt, die aber Kohorte und Altersklasse gleichmäßig beeinflusst). Da Zeit jedoch immer gleich der Summe aus Geburtsjahr (= Kohorte) und Alter ist, konnte die Regression der Tabelle 1 nur dadurch identifiziert werden, daß Periodeneffekte ausgeschlossen wurden. Diese ökonometrische Notwendigkeit ist jedoch nicht intuitiv. Alternative lineare Restriktionen (etwa die Summe der Effekte auf Null zu setzen) führen zu anderen Alters- und Kohortenprofilen.

Besonders deutlich wird dieser Unterschied in der Behandlung der Zeiteffekte, wenn man die Kohorten als Dummies regressiert und einmal annimmt, daß es keine Zeiteffekt gibt und zum anderen, daß die Zeiteffekte in der Summe Null sind.

**Tabelle 2:** Abhängige Variable: Altersspezifische Sparraten 1978, 1983 und 1988 (Kohorten als Dummies, einmal ohne Zeiteffekt, einmal mit der Annahme, daß die Zeiteffekt in der Summe Null sind- *kursive Zahlen*)

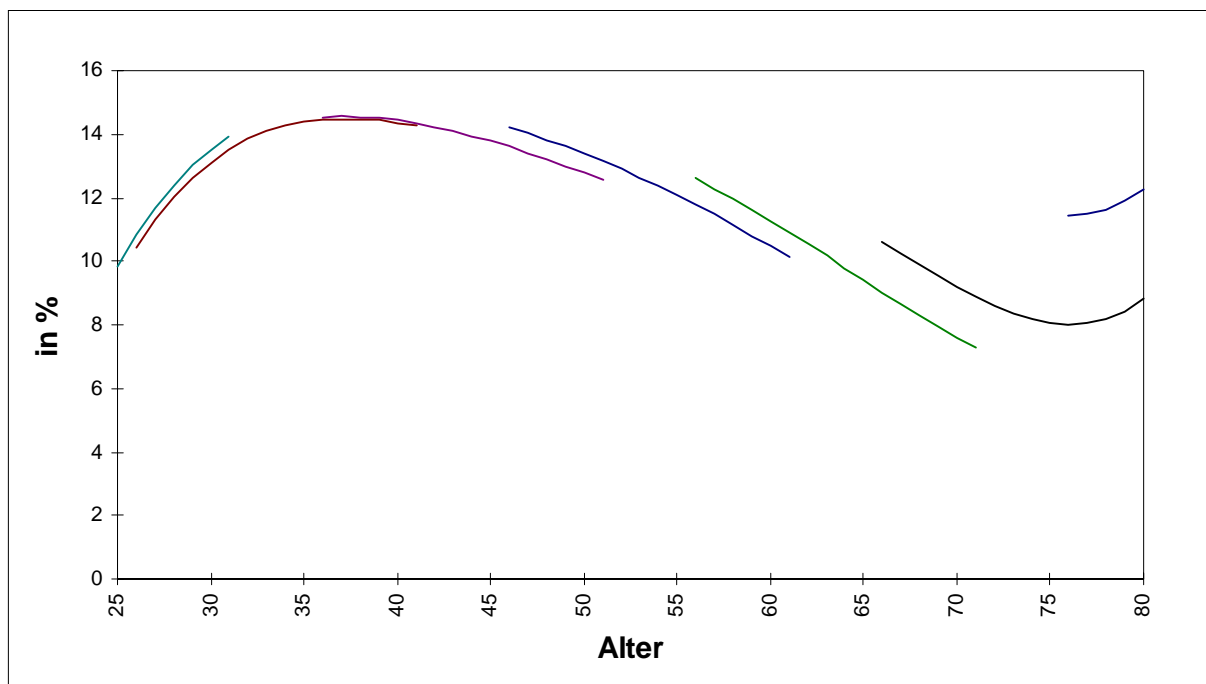
Erklärende Variablen	Koeffizient		Standardfehler		t-Statistik	
Konstante	-139,6	<i>-140,1</i>	39,491	<i>39,257</i>	-3,534	<i>-3,568</i>
Alter*	147,78	<i>147,04</i>	45,88	<i>45,61</i>	3,221	<i>3,224</i>
Alter <sup>2</sup>	-56,2	<i>-55,8</i>	20,2	<i>20,1</i>	-2,784	<i>-2,784</i>
Alter <sup>3</sup>	10,69	<i>10,67</i>	4,21	<i>4,185</i>	2,539	<i>2,550</i>
Alter <sup>4</sup>	-1,024	<i>-1,026</i>	0,4192	<i>0,4168</i>	-2,442	<i>-2,463</i>
Alter <sup>5</sup>	0,03909	<i>0,0393</i>	0,01604	<i>0,01595</i>	2,437	<i>2,464</i>
Kohorte1	6,543	<i>2,917</i>	1,897	<i>3,044</i>	3,449	<i>0,958</i>
Kohorte2	3,094	<i>0,204</i>	1,683	<i>2,536</i>	1,839	<i>0,08056</i>
Kohorte3	1,493	<i>-0,684</i>	1,532	<i>2,089</i>	0,974	<i>-0,328</i>
Kohorte4	0,684	<i>-0,838</i>	1,237	<i>1,584</i>	0,553	<i>-0,529</i>
Kohorte5	0,0682	<i>-0,686</i>	0,868	<i>0,995</i>	0,0785	<i>-0,690</i>
Kohorte7	0,384	<i>1,127</i>	0,885	<i>1,006</i>	0,434	<i>1,120</i>
Jahr 78		<i>0,0307</i>		<i>0,227</i>		<i>0,135</i>
Jahr 83		<i>0,497</i>		<i>0,360</i>		<i>1,379</i>
Zahl der Beobachtungen				42		42
R <sup>2</sup>				0,893		<i>0,901</i>
korrigiertes R <sup>2</sup>				0,853		<i>0,855</i>
Durbin-Watson Statistik				1,138		<i>1,170</i>
Durchschnitt der unabhängigen Variable				12,019		<i>12,019</i>

\*) Gemessen in Jahren/10

Quelle: Börsch-Supan (1997)

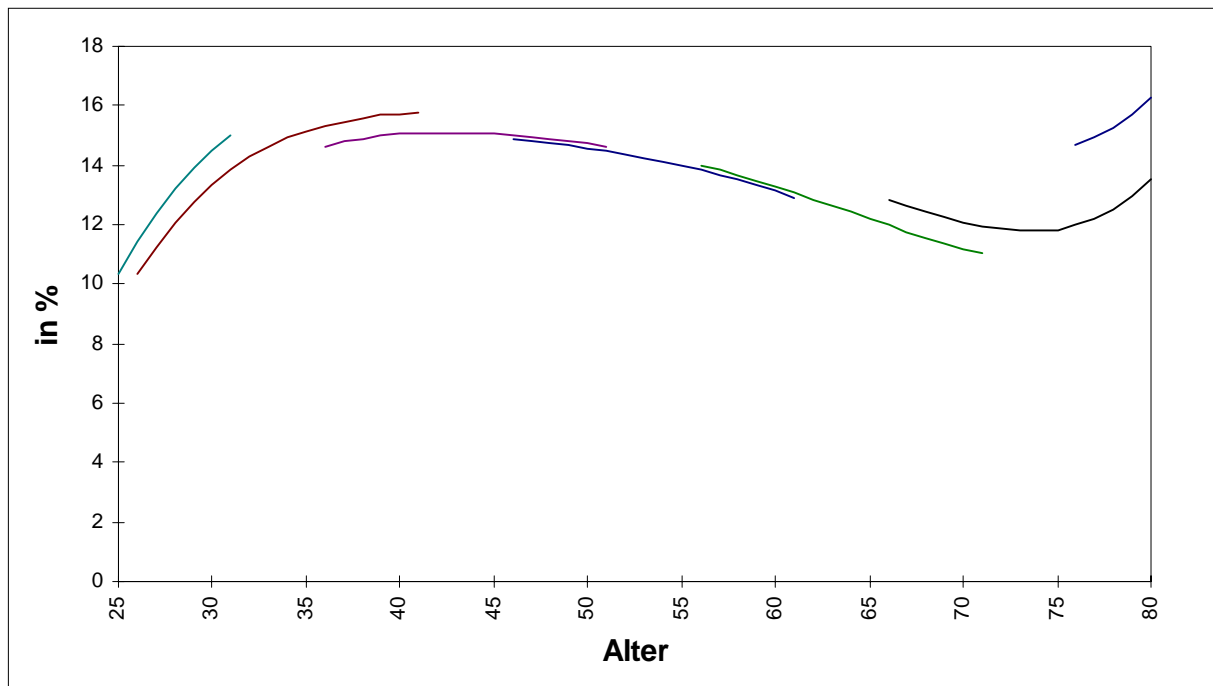
Zur Veranschaulichung die folgenden Abbildungen mit den Alters- und Kohorteneffekten in den Sparraten, zum einen unter der Annahme, daß es keinen Zeiteffekt gibt und zum anderen unter der Annahme, daß die Zeiteffekte sich zu Null addieren.

**Abbildung 5:** Alters- und Kohorteneffekte in den Sparraten (Zeiteffekte sind Null)



Quelle: Börsch-Supan 1997

**Abbildung 6:** Alters- und Kohorteneffekte in den Sparraten (Zeiteffekte sind in der Summe Null)



Quelle: Börsch-Supan 1997

Die Identifikation scheitert also zunächst schon auf dieser einfachen deskriptiven Ebene. Im folgenden wird gezeigt, daß selbst unter der Annahme, daß alle Periodeneffekte gleich Null sind, trotzdem weitere Identifikationsprobleme auftreten. Dazu werden zunächst die verschiedenen Theorien des Sparverhaltens kurz vorgestellt.

## 3 Theoretische Grundlagen zum Sparverhalten im Lebenszyklus

### 3.1 Die Budgetbeschränkung

Die Lebenszyklushypothese basiert auf der Nutzenmaximierung unter der Nebenbedingung, daß das Individuum sein Vermögen von einer Periode zur nächsten wie folgt verändert:

$$(1) \quad A_{t+1} = A_t(1+r) + y_t - c_t$$

Wobei  $A_t$  der Vermögensbestand zum Zeitpunkt  $t$ ,  $y_t$  das Arbeitseinkommen<sup>5</sup> (inklusive Transferzahlungen) in der Periode  $t$  und  $c_t$  der Konsum der Periode  $t$  sind.  $r$  ist der Zinssatz, der für das Vermögen bezahlt wird, dies kann sowohl der Habenzins bei positivem Vermögen sein als auch der Sollzins bei negativem Vermögen. Als Ersparnis ist die Differenz zwischen den Vermögensbeständen zweier Perioden definiert ( $S = A_{t+1} - A_t$ ). Solange es kein Vererbungsmotiv gibt, hat ein rational handelndes Individuum, welches seinen Todeszeitpunkt ( $T$ ) kennt, (diese Annahme wird später aufgehoben) keinen Grund, sein Vermögen über diesen Zeitpunkt  $T$  hinaus zu erhalten ( $A_T = 0$ ).

<sup>5</sup> Das Arbeitsangebot wird als unelastisch angenommen - damit "fällt das Einkommen vom Himmel".

Geht man vorerst von gleichen Soll- und Habenzinsen aus, so ergibt sich die Gleichheit zwischen Gegenwartswert des Konsums und Gegenwartswert des gesamten Lebenseinkommens zuzüglich eines eventuell vorhandenen Anfangsvermögens  $A_1$  in der ersten Periode.

$$(2) \quad \sum_{i=1}^T c_i (1+r_i)^{-i} = A_1 + \sum_{i=1}^T y_i (1+r_i)^{-i}$$

wobei hier keine Unsicherheiten über das Lebenseinkommen bestehen.

### 3.2 Die Lebensnutzenfunktion

In den gängigen Modellen der Lebenszyklushypothese wird stets von einer zeitlich additiven oder intertemporal separablen Nutzenfunktion ausgegangen, die den Nutzen aus den einzelnen Perioden aufaddiert und mit einer Zeitpräferenzrate  $\rho$  abdiskontiert, um den Lebensnutzen zu erhalten:

$$(3) \quad U = \sum_{t=1}^T u_t(c_t) (1+\rho)^{-t}$$

Die einzelnen Periodennutzenfunktionen werden als monoton steigend und konkav angenommen.

### 3.3 Die Eulergleichung

Aus der Lebensnutzenfunktion und der Budgetbedingung läßt sich im Falle von angenommener Sicherheit über alle Entscheidungsparameter die Eulergleichung ableiten, die die Veränderung des Konsums von einer zur nächsten Periode abbildet:

$$(4) \quad u'(c_{t+1}) = \frac{1+\rho}{1+r} u'(c_t)$$

Daraus erhält man durch logarithmieren eine Wachstumsrate des Konsums in Höhe von:

$$(5) \quad \dot{c}_t = - \frac{u'(c_t)}{u''(c_t)} (r - \rho)$$

oder

$$(6) \quad \frac{\dot{c}_t}{c_t} = - \frac{u'(c_t)}{c_t u''(c_t)} (r - \rho),$$

unter der Annahme, daß  $r$  und  $\rho$  klein genug sind, um  $\ln(1+r) - \ln(1+\rho) \approx r - \rho$  setzen zu können. Die relative Wachstumsrate des Konsums in der Zeit beträgt demnach den negativen Kehrwert der Elastizität des Grenznutzen nach dem Konsum, multipliziert mit der Differenz zwischen Zinssatz und Zeitpräferenzrate als "Anreiz" für zunehmenden oder abnehmenden Konsum in der Zeit.

### 3.4 Risikoaversion

Der Quotient  $\left( -\frac{u''(c_t) c_t}{u'(c_t)} \right)$  drückt die intertemporale Elastizität der Substitution zwischen Konsum in einer Periode zur nächsten aus. Er ist abhängig von der Krümmung der Grenznutzenfunktion und ist damit verantwortlich für die Glättung des Konsums im Lebenszyklus.

Der Erwartungswert des Nutzens aus Konsum ist geringer als der Nutzen aus dem erwarteten Konsum - der Nutzengewinn aus der Glättung des Konsums hängt vom Grad der Konkavität der Nutzenfunktion ab. Als Maß für die Risikoaversion (Nutzengewinn durch Konsumglättung) werden die Koeffizienten für absolute und relative Risikoaversion verwendet.

- Koeffizient absoluter Risikoaversion:  $-\frac{u''(c_t)}{u'(c_t)}$
- Koeffizient relativer Risikoaversion:  $-\frac{u''(c_t) c_t}{u'(c_t)}$

### 3.5 Unsicherheit im Einkommen und Vorsichtssparen

Nimmt man realistischerweise an, daß das Einkommen einem Zufallsprozeß unterworfen ist, so ergibt sich neben der Konsumglättung (Risikoaversion) ein anderes Sparmotiv: Das Vorsichtssparen, um neben der Konsumglättung auch Einbrüche im Einkommen auszugleichen.

Im folgenden wird weiterhin angenommen, daß der Todeszeitpunkt bekannt und Zins sowie Zeitpräferenzrate konstant seien.

Wenn das Einkommen einem stochastischen Prozeß folgt, läßt sich über den Konsum der nächsten Periode mit den Informationen dieser Periode nur der Erwartungswert bilden. Aus der gegebenen Euler-Gleichung unter Sicherheit wird unter der Annahme stochastischen Einkommensverläufe die folgende:

$$(7) \quad E_t[u'(c_{t+1})] = \frac{1+\rho}{1+r} u'(c_t),$$

wobei die Entscheidung über den Konsum in der Periode  $t+1$  in der Periode  $t$  mit den zu diesem Zeitpunkt verfügbaren Informationen getroffen wird.

Mit dem Anstieg der Unsicherheit über zukünftiges Einkommen wird der heutige Konsum fallen, um einen Puffer für Einkommenseinbrüche zu bilden.

Das Vorsichtsmotiv wird in der Nutzenfunktion durch die Konvexität der Grenznutzenfunktion abgebildet, was nicht nur bedeutet, daß der Grenznutzen bei niedrigem Konsum höher ist als bei hohem Konsum, sondern auch, daß die Rate, mit der der Grenznutzen bei abnehmendem Konsum steigt, größer bei geringem Konsum ist als bei hohem.

Die Ersparnis hängt im Fall von konvexen Grenznutzenfunktionen von der Varianz im Einkommen ab. Der Grad der Vorsicht hängt demnach von der dritten Ableitung der Nutzenfunktion ab, bzw. ist die Elastizität der **Neigung** der Grenznutzenfunktion (Kimball 1990).

- Koeffizient absoluter Vorsicht:  $-\frac{u'''(c_t)}{u''(c_t)}$
- Koeffizient relativer Vorsicht:  $-\frac{u'''(c_t) c_t}{u''(c_t)}$

Die explizite Lösung der Eulergleichung ist wegen des Erwartungsoperators nur noch in speziellen Fällen möglich.

### 3.6 Die CRRA Nutzenfunktion (constant relativ risk aversion)

Bei einer isoelastischen Nutzenfunktion des Typs  $u_t = \frac{1}{1-\gamma} c_t^{1-\gamma}$  ergeben sich konstante Koeffizienten der relativen Risikoaversion (CRRA) und der relativen Vorsicht.<sup>6</sup>

Hierbei ist die Größe von  $\gamma$  für die Risikoaversion ebenso ausschlaggebend wie für die Vorsicht. Je größer  $\gamma$ , desto stärker ist die Nutzenfunktion gekrümmt, somit führt die

---

<sup>6</sup> wobei  $\gamma$  die intertemporale Substitutionselastizität ist (für  $\gamma = 1$  ergibt sich die logarithmische Nutzenfunktion).

Konsumglättung zu mehr Nutzengewinn, die Risikoaversion ist größer. Gleichzeitig ist  $\gamma$  auch verantwortlich für die Krümmung der Grenznutzenfunktion und determiniert damit auch das Vorsichtsmotiv des Sparens. Deshalb sind doch beides unterschiedliche Motive für Spartätigkeit und nicht generell durch den gleichen Parameter bestimmt. Nur bei dieser Art von Nutzenfunktion bestimmt sich das Vorsichtssparen aus der Risikoaversion.

### 3.7 Approximation der Eulergleichung

Die CRRA Nutzenfunktion scheint auf Grund ihrer Eigenschaften Risikoaversion und Vorsicht abzubilden und dabei negativen Konsum zu verhindern (unendlich großem Grenznutzen bei Nullkonsum), geeignet als Grundlage für die Ermittlung von Sparprofilen. Leider läßt sich die Eulergleichung  $\left[ E(c_{t+1}^{-\gamma}) = \frac{1+\rho}{1+r} c_t^{-\gamma} \right]$  nicht mehr analytisch lösen. Eine

Möglichkeit, die "echte" Lösung der Eulergleichung zu approximieren, wird von Blanchard und Mankiw ausgearbeitet. Die Rechenzeit läßt sich gegenüber der "echten", nur numerisch bestimmbaren Lösung drastisch reduzieren, wenn man mittels Taylor-Expansion zweiten Grades den Grenznutzen der Periode  $t+1$  schreibt als: (Blanchard, Mankiw 1988)

$$(8) \quad u'(c_{t+1}) = u'(\tilde{c}) + u''(\tilde{c})(c_{t+1} - \tilde{c}) + \frac{1}{2} u'''(\tilde{c})(c_{t+1} - \tilde{c})^2$$

somit wird aus der Euler-Gleichung

$$(9) \quad E \left[ u'(\tilde{c}) + u''(\tilde{c})(c_{t+1} - \tilde{c}) + \frac{1}{2} u'''(\tilde{c})(c_{t+1} - \tilde{c})^2 \right] = \frac{1+\rho}{1+r} u'(c_t)$$

Da nur über den Konsum in der nächsten Periode der Erwartungswert gebildet wird, läßt sich dies umformen in:

$$(10) \quad u'(\tilde{c}) + u''(\tilde{c}) E(c_{t+1} - \tilde{c}) + \frac{1}{2} u'''(\tilde{c}) E(c_{t+1} - \tilde{c})^2 = \frac{1+\rho}{1+r} u'(c_t)$$

Setzt man, unter der Annahme, daß der Konsum keine großen Sprünge von einer Periode in die nächste macht,  $\tilde{c} = c_t$  so erhält man die Euler-Gleichung in der Form:

$$(11) \quad E(c_{t+1} - c_t) = \frac{\rho - r}{1+r} \frac{u'(c_t)}{u''(c_t)} - \frac{1}{2} \frac{u'''(c_t)}{u''(c_t)} E(c_{t+1} - c_t)^2$$

mit dem Koeffizient der absoluten Risikoaversion:  $-\frac{u''(c_t)}{u'(c_t)}$  und dem Koeffizient der

absoluten Vorsicht:  $-\frac{u'''(c_t)}{u''(c_t)}$

Setzt man jetzt die Koeffizienten für Risikoaversion und Vorsicht in die Taylorexansion, erhält man:



$$(12) \quad E(c_{t+1} - c_t) = -\frac{\rho - r}{1 + r} \frac{c_t}{\gamma} + \frac{1}{2} \frac{1 + \gamma}{c_t} E(c_{t+1} - c_t)^2$$

Hier kann der Erwartungswert über den quadrierten Term als Varianz des Konsums aufgefaßt werden, wenn das Einkommen einem Random Walk folgt, dessen Innovationen normalverteilt mit Standardabweichung  $\sigma_y$  sind. Da der einzige Unsicherheitsfaktor das Einkommen ist und somit die Varianz des Konsums direkt von der Varianz des Einkommens abhängt, kann dafür die Varianz des Einkommens verwendet werden. Somit fließt die Varianz der Einkommensinnovationen in die Euler-Gleichung ein:

$$(13) \quad E(c_{t+1} - c_t) = -\frac{\rho - r}{1 + r} \frac{c_t}{\gamma} + \frac{1}{2} \frac{1 + \gamma}{c_t} \sigma_y^2$$

wobei in  $\sigma_y^2$ , der Varianz des Einkommens, die Ungenauigkeit liegt: Resultat der Nutzenmaximierung ist ja gerade die Konsumglättung, woraus folgt, daß die Varianz im Konsum eben **geringer** ist als die Varianz des Einkommens.

### 3.8 Sudden Death - unsicherer Todeszeitpunkt

Bisher war dem Optimierer stets sein Todeszeitpunkt bekannt, bzw. er ist von einem festen Zeitpunkt ausgegangen. Diese Annahme soll nun aufgegeben werden und durch Überlebenswahrscheinlichkeiten, bzw. durch Erreichenswahrscheinlichkeiten eines bestimmten Alters ersetzt werden.

Wenn das Einkommen sowie der Zinssatz sicher und bekannt, sind liegt die einzige Unsicherheit in der Länge des Lebens. Für den Todeszeitpunkt  $T$  gilt  $1 < T < D$ , wobei  $D$  das maximal erreichbare Alter ist.

Betrachtet man nun die Wahrscheinlichkeit, das Alter  $i$  zu erreichen, wenn das Individuum am Anfang seines ersten Lebensjahres steht, so ergibt sich der erwartete Lebensnutzen in Abhängigkeit der Überlebenswahrscheinlichkeit bis zum jeweiligen Jahr: (Skinner 1985)

$$(14) \quad E(U) = \sum_{i=1}^D s_i^1 (1 + \rho)^{1-i} u(c_i)$$

Unter der bisherigen Budgetbeschränkung hat man nun eine Euler-Gleichung, die der unter Sicherheit weitgehend gleicht. Legt man die isoelastische Nutzenfunktion zugrunde, ergibt sich:

$$(15) \quad E(c_{t+1}) = \left[ \left( \frac{1+r}{1+\rho} \right) s_{t+1}^t \right]^{1/\gamma} c_t$$

wobei  $s_{t+1}^t$  die Erlebenswahrscheinlichkeit des Jahres  $t+1$  ist wenn man das Jahr  $t$  erreicht hat. Hier sieht man deutlich, wie die bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit die Wachstumsrate des Konsums in der gleichen Weise beeinflusst wie es Zins- bzw. Zeitpräferenzrate tun.

Es bleibt zu bedenken, daß als Budgetbeschränkung die Annahme zugrunde liegt, daß das Vermögen am Ende des Lebens verbraucht sein soll. Diese Annahme über die Budgetrestriktion steht im Widerspruch zu einem unsicheren Lebensende. Die Restriktion wird in der Weise umgeformt, daß im maximal zu erreichenden Alter ( $D$ ) das Vermögen Null sein soll. Auch das Einkommen einer bestimmten Periode wird nur mit der Erlebenswahrscheinlichkeit erzielt, so daß das erwartete Einkommen mit der Überlebenswahrscheinlichkeit sinkt.

### 3.9 Das Erbschaftnutzen-Modell

Das Modell mit unsicherem Todeszeitpunkt läßt sich um den Nutzen aus Erbschaft erweitern. Hierbei ist das Vermögen nicht mehr nur zur Konsumglättung da, sondern hat einen nutzenstiftenden Wert an sich. Mit der Wahrscheinlichkeit, in einem Jahr zu sterben, gibt es auch in jedem Jahr eine Wahrscheinlichkeit, eine Erbschaft zu hinterlassen, die dem "altruistischen" Individuum Nutzen stiftet. Hierbei wird die Annahme aufgehoben, daß am Lebensende das Vermögen verbraucht sein muß, vielmehr ist es Ziel des Individuums, positives Vermögen zu hinterlassen. (Yaari 1965)

In die Eulergleichung geht jetzt der Grenznutzen des Vermögens zu jedem Zeitpunkt mit ein, bewertet mit der Sterbewahrscheinlichkeit:

$$(16) \quad \frac{1+r}{1+\rho} \cdot s_{t+1}^t \cdot u'(c_t) + \frac{1}{1+\rho} \cdot (1-s_{t+1}^t) \cdot v'(A_t) = u'(c_{t-1})$$

wobei  $v'(A_t)$  der Grenznutzen des Vermögens zum Zeitpunkt  $t$  und  $1-s_{t+1}^t$  die Wahrscheinlichkeit, im Jahre  $t$  zu sterben, ist. Die Grenznutzenfunktion aus Vererbung muß für positives wie negatives Vermögen stets positiv sein (Meier 1997), dann läßt sich die Eulergleichung für ein gegebenes Anfangsvermögen lösen. (Hurd 1989b)

## 4 Simulation von Alterssparprofilen

Im folgenden soll anhand von simulierten Sparprofilen verschiedener Varianten der Lebenszyklushypothese gezeigt werden, daß sich mit den Varianten jeweils sehr ähnliche oder zumindest formgleiche Profile der Sparraten im Lebenszyklus erzeugen lassen. Bei geeigneter Wahl der Modellparameter, läßt sich anhand des erzeugten Profils nicht mehr erkennen, mit welchem Modell das Profil erzeugt wurde. Um wenigstens hier Klarheit zu schaffen, sind die Parameter für Zins und Zeitpräferenzrate in den Profilen, wenn nicht anders gesagt, auf einheitlich 3% gesetzt, und die intertemporale Substitutionselastizität in der Nutzenfunktion beträgt überall 3.

#### 4.1 Einkommensverlauf und Mortalitäten

Allen Modellen liegt der gleiche angenommene Einkommensverlauf zugrunde, der bei einem Jahreseinkommen von 35.000.-DM im Alter von 20 beginnt und mit 1% jährlich wächst, bis zur Rente im Alter von 60 Jahren. Danach fällt das Einkommen auf 70% des letzten bezogenen Arbeitseinkommen. Das durchschnittliche Renteneintrittsalter liegt in den alten Ländern der Bundesrepublik bei 60,3 Jahren, und die Ersatzquote kommt den 70% sehr nahe, wenn man Betriebsrentenanwartschaften mit einbezieht.<sup>7</sup>

Für die Profile, die einen unsicheren Todeszeitpunkt beinhalten, wurde die Sterbetafel von 1993 verwendet. Es bleibt zu bedenken, daß als Budgetbeschränkung die Annahme zugrunde liegt, daß das Vermögen am Ende des Lebens verbraucht sein soll. Diese Annahme über die Budgetrestriktion steht im Widerspruch zu einem unsicheren Lebensende. Die Restriktion wird in der Weise umgeformt, daß im maximal zu erreichenden Alter das Vermögen Null sein soll. Da die zugrundeliegende Sterbetafel nur Daten bis zum Lebensalter von 100 beinhaltet (für einen 100-jährigen beträgt die Sterbewahrscheinlichkeit ca. 37%), wird die Sterbewahrscheinlichkeit bis 115 exponentiell fortgeschrieben, so daß sie im Alter von 115 Eins beträgt.<sup>8</sup> Die Mortalitätsraten sind in Abbildung 7 aufgezeigt.

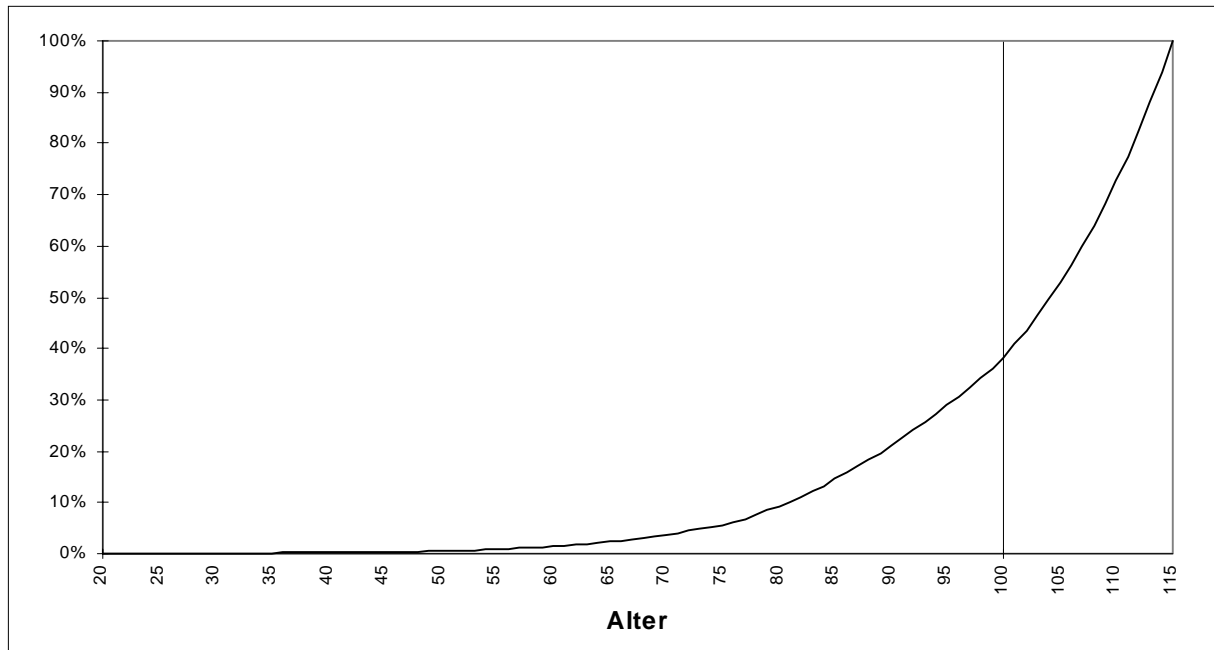
In die Simulationen geht das erwartete Einkommen einer bestimmten Periode ein aus Sicht des Planungszeitpunktes. Für einen unsicheren Todeszeitpunkt bedeutet dies, daß das Jahreseinkommen mit der Überlebenswahrscheinlichkeit multipliziert werden muß, um den Erwartungswert des Einkommens zu erhalten, wie er sich für das 20jährige Individuum darstellt. Der Einkommensverlauf und der erwartete Einkommensverlauf bei Unsicherheit über das Lebensende sind in Abbildung 8 wiedergegeben. Da sich empirische Beobachtungen nur für Individuen bis zum 90'ten Lebensjahr in ausreichender Zahl machen lassen, sind alle folgenden Profile nur für das Alter zwischen 20 und 90 abgebildet.

---

<sup>7</sup> Rentenversicherung in Zeitreihen, Vorabdruck 1997, S. 91

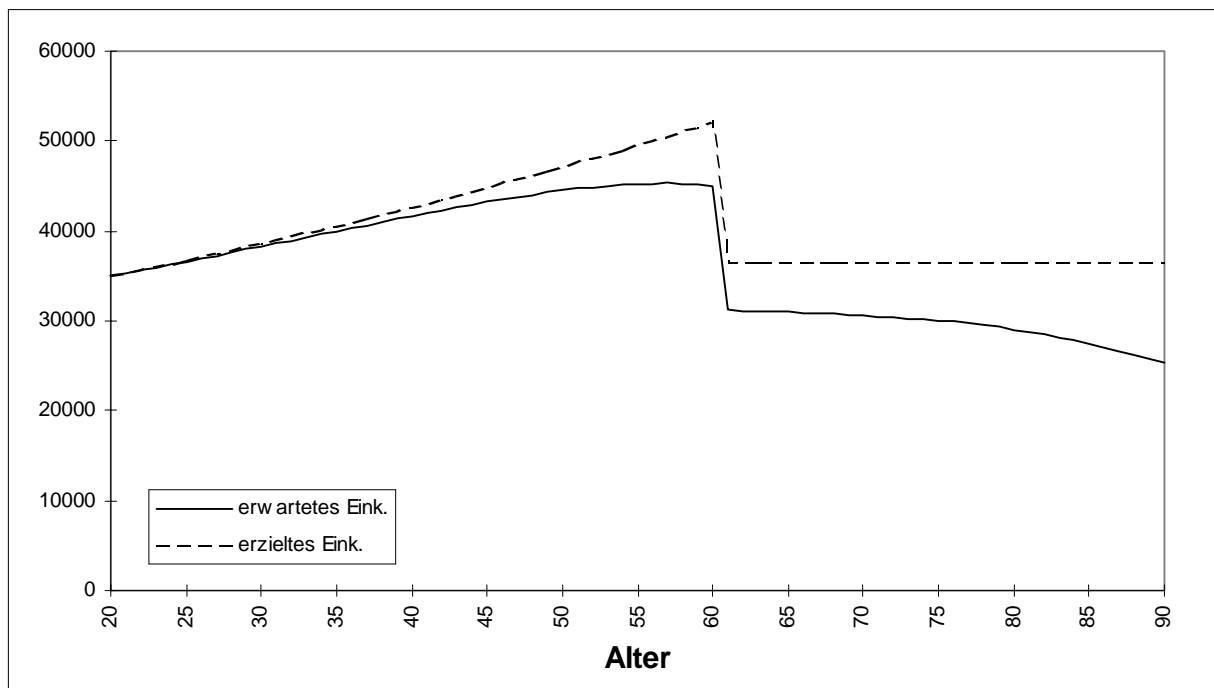
<sup>8</sup> Demnach ist das maximal erreichbare Alter ( $D$ ) 120 Jahre.

**Abbildung 7:** Bedingte Mortalitätsraten



Sterbetafel 1992/94, Deutschland-West, männliche Bevölkerung, ab Alter 100 exponentiell extrapoliert

**Abbildung 8:** Erwartungswert des Einkommens bei unsicherem Todeszeitpunkt



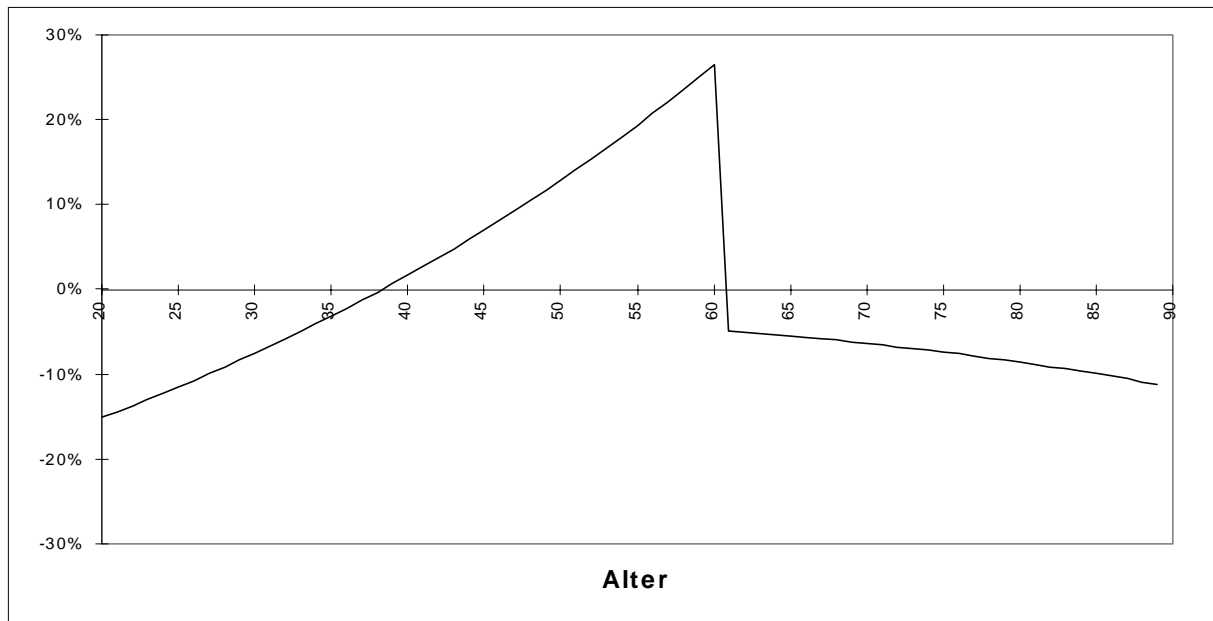
Quelle: Eigene Berechnung

Für das Beleihen des Einkommens ist nur der Erwartungswert ausschlaggebend, wie er in der durchgezogenen Linie dargestellt ist. Realisiert wird jeweils das Einkommen der gestrichelten Linie, wenn die entsprechende Periode erlebt wird.

## 4.2 Die "reine" Lebenszyklushypothese

Ausgehend von der "reinen" Lebenszyklushypothese sollen in diesem Abschnitt die Sparprofile gezeigt werden, welche unter den Bedingungen eines festen Todeszeitpunktes, sicheren Einkommens, keine Vererbung und eine Zeitpräferenzrate, die dem Zinssatz entspricht, zustande kommen.

**Abbildung 9:** Die "reine" Lebenszyklushypothese ( $r = \rho$ )

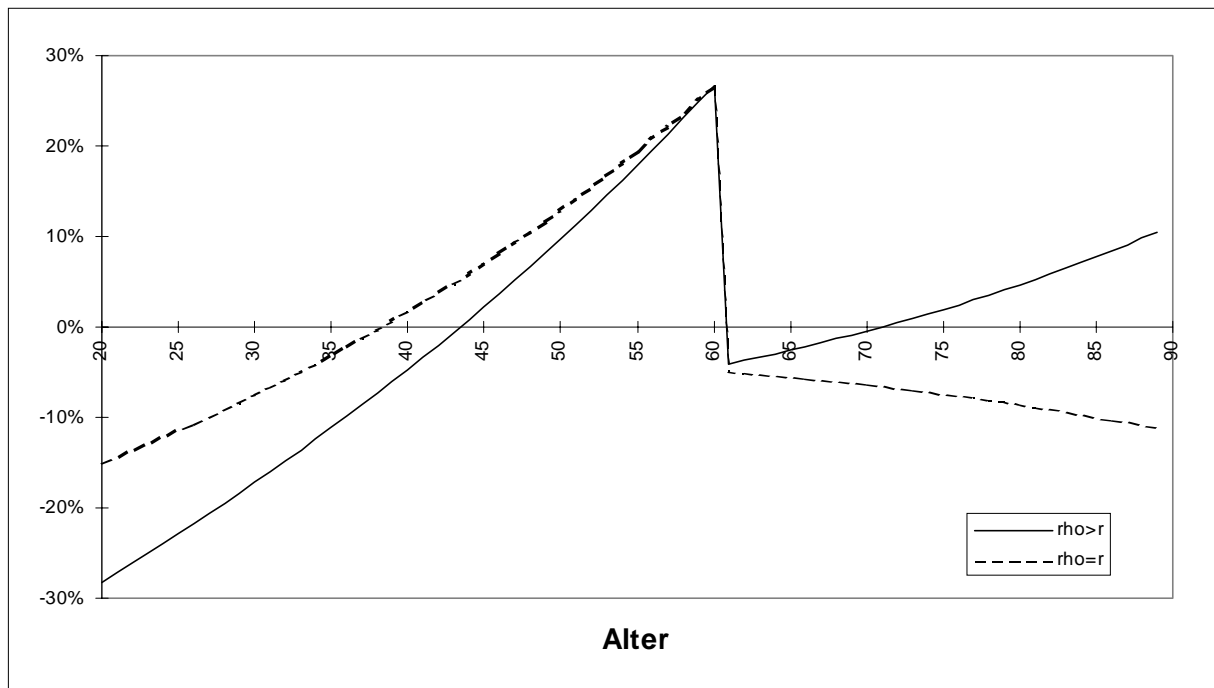


Quelle: Eigene Berechnung

Mit der einfachsten Variante der Lebenszyklushypothese läßt sich das in der Bundesrepublik zu beobachtende Profil offensichtlich noch nicht erklären. Gespart wird einzig zur Konsumglättung, und nach dem Renteneintritt wird das angesparte Vermögen verbraucht.

Schon die Einführung von "Ungeduld" ändert das Profil aber gravierend. Es läßt sich leicht denken, daß der Zinssatz unter der Zeitpräferenzrate liegt, wenn auch nur einige Individuen in ihrer Kreditaufnahme beschränkt sind, damit hätte man ein höheres Kreditangebot als Nachfrage und somit einen Zins, der unter der Zeitpräferenzrate liegt. Das Profil zeigt ein Ansteigen der Sparrate im Alter, wenn  $r = 3\%$  und  $\rho = 5\%$  sind. Schon mit geringen Parameteränderungen kommt das Profil der Wirklichkeit bedeutend näher - die Sparrate steigt im Alter wieder an. Allerdings widerspricht die anfänglich stark negative Sparrate der beobachteten Realität.

**Abbildung 10:** Hohe Zeitpräferenz der Haushalte ( $r < \rho$ )

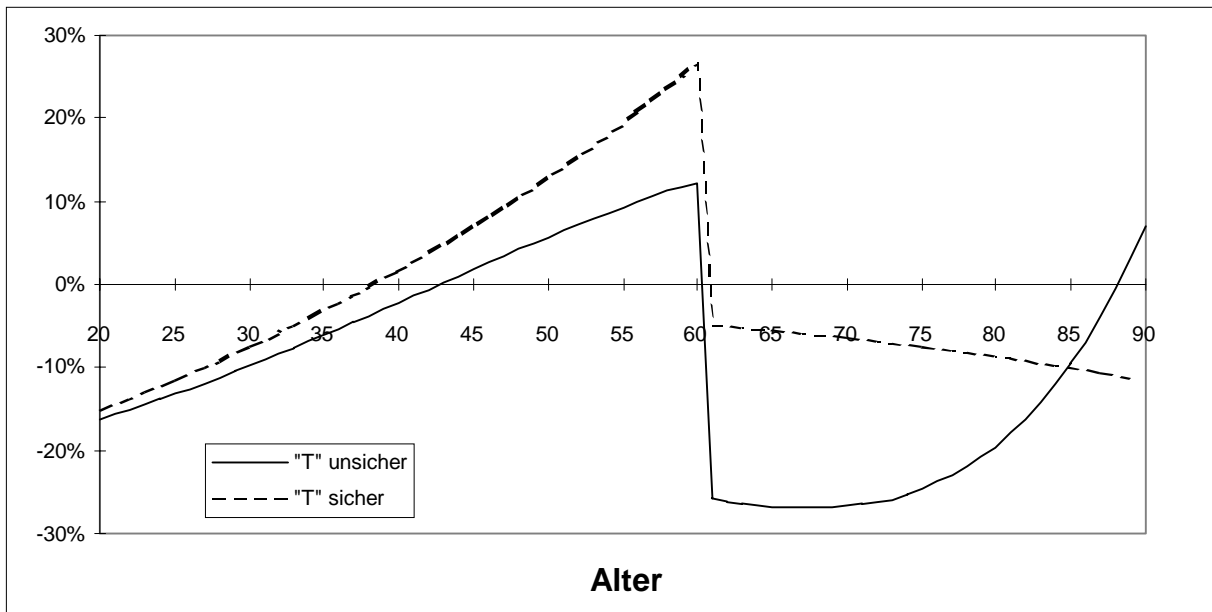


Quelle: Eigene Berechnung

### 4.3 Unsicherheit über den Todeszeitpunkt

Im vorherigen Abschnitt bezog das Sparprofil keine Todeszeitpunktunsicherheit ein. Erweitert man das Modell um die Unsicherheit über die Lebenslänge und um Mortalitätsraten, wie in Abschnitt 3.8 beschrieben, erhält man folgendes Profil:

**Abbildung 11:** Unsicherheit über den Todeszeitpunkt ( $r = \rho$ )

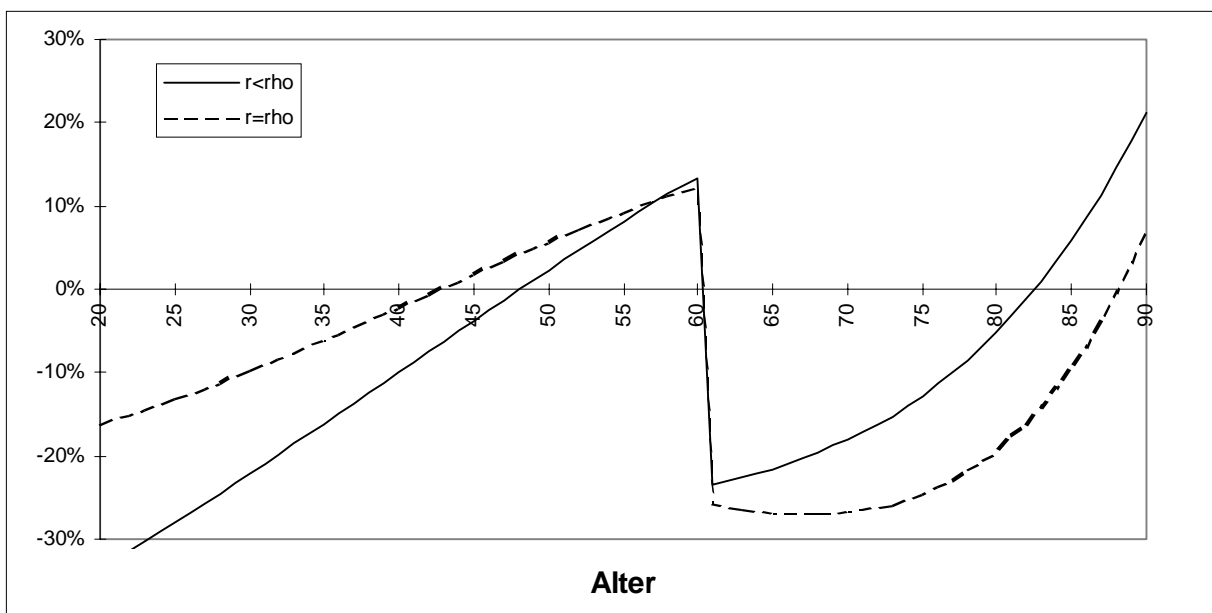


Quelle: Eigene Berechnung

Hier hat man deutlich den Anstieg der Sparrate am Lebensende auch bei Gleichheit von Zins und Zeitpräferenz. Die Einführung von Todeszeitpunktunsicherheit in die Lebenszyklushypothese führt zu einem steilen Anstieg der Sparraten am Lebensende.

Verändert man die Zeitpräferenzrate, steigt die Sparrate früher nach Renteneintritt im Lebenszyklus und paßt damit besser zu den beobachteten Profilen in der Bundesrepublik.

**Abbildung 12:** Unsicherheit über den Todeszeitpunkt ( $r < \rho$ )

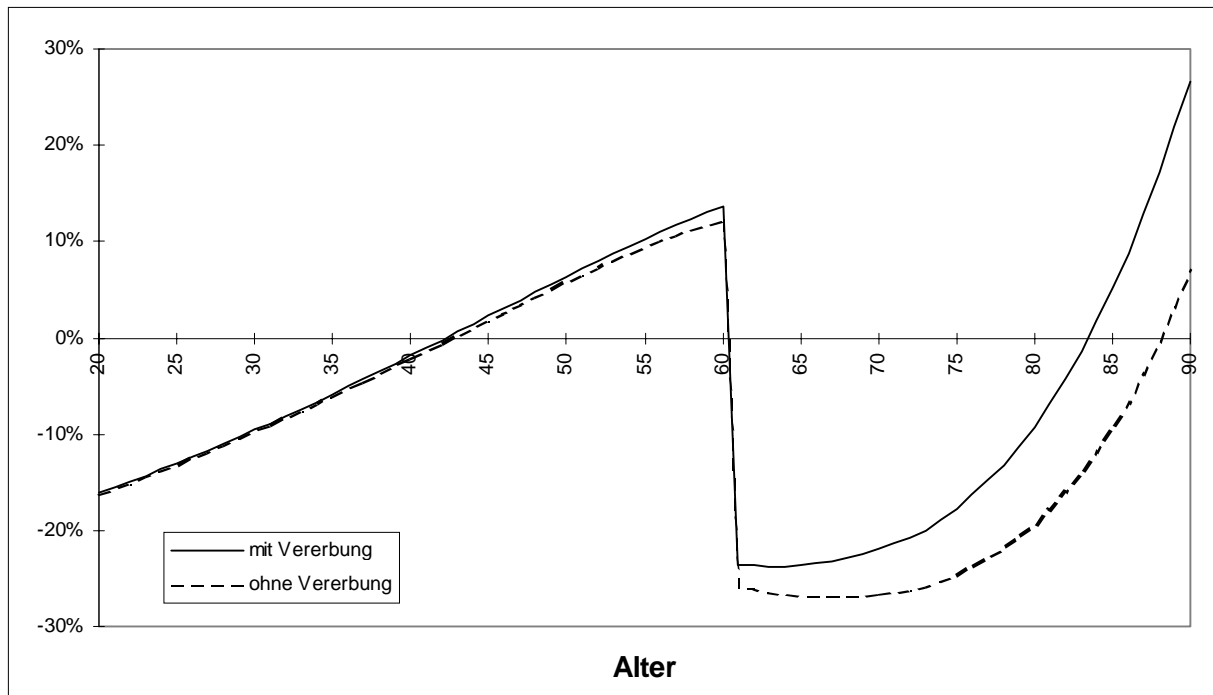


Quelle: Eigene Berechnung

## 4.4 Vererbungsmotiv

Das Profil läßt sich nach oben verschieben, indem man Vererbung in das Modell einführt. Hierbei soll das Vermögen am Ende des Lebens nicht mehr verbraucht sein, sondern einen bestimmten positiven Betrag aufweisen, der dann vererbt wird. Die Budgetrestriktion wurde entsprechend verändert.

**Abbildung 13:** Vererbung, sicheres Einkommen, unsicherer Todeszeitpunkt, ( $\rho = r$ )



Quelle: Eigene Berechnung

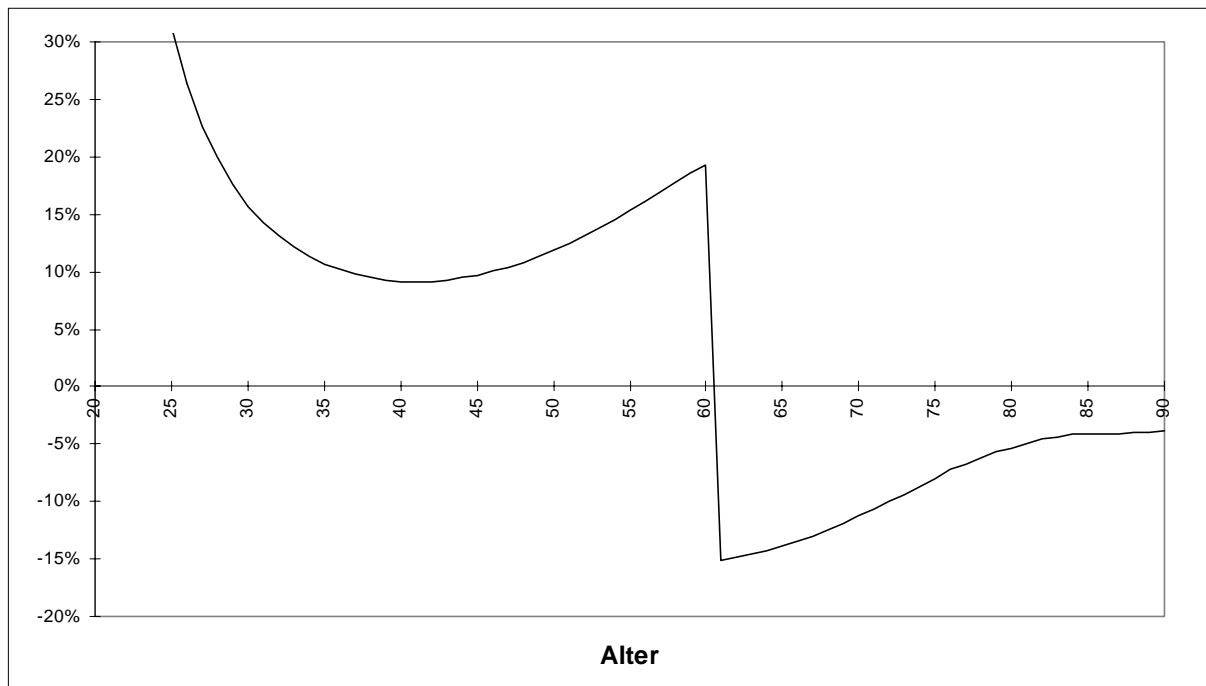
Es wurde angenommen, daß das durchschnittliche Erbschaftsvolumen pro Haushalt 60.000.-DM beträgt, was zu einem stärkeren Anstieg der Sparrate im Alter führt.

## 4.5 Vermögensnutzen

Unterstellt man, daß Vermögen an sich Nutzen stiftet, wie in Abschnitt 3.9 hergeleitet, und verwendet die entsprechende Eulergleichung von Yaari, dann erhält man auch eine andere Art von Vererbung, die aus dem positiven Nutzen aus Vermögensbesitz resultiert. Die entstehenden Profile folgen:

**Abbildung 14:** Vermögensnutzen, ( $\rho = r$ )





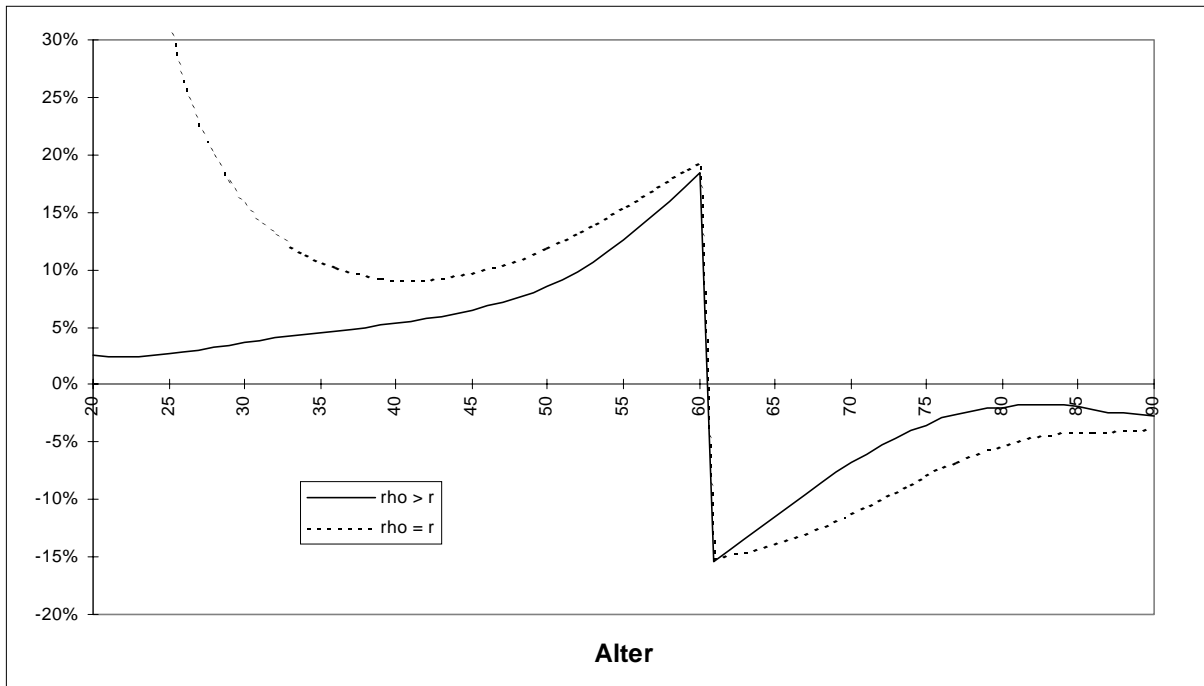
sicheres Einkommen, unsicherer Todeszeitpunkt

Quelle: Eigene Berechnung

Die unnatürlich hohe Sparrate am Lebensanfang bei dieser Modellvariante lässt sich verhindern, wenn man ungeduldige Individuen unterstellt, deren Zeitpräferenzrate größer als der Zins ist. Die Sparrate steigt zwar im Alter wieder an, nachdem sie nach dem Renteneintritt stark negativ geworden ist, bleibt aber stets negativ.

Bei Gleichheit von Zins und Zeitpräferenz beträgt das Vermögen im hypothetischen Alter von 115 Jahren ca. 200.000.-DM, bei ungeduldigen Individuen, deren Zeitpräferenzrate um 2% Punkte über dem Zinssatz liegt, 130.000.-DM.

**Abbildung 15:** Vermögensnutzen, ( $\rho > r$ )



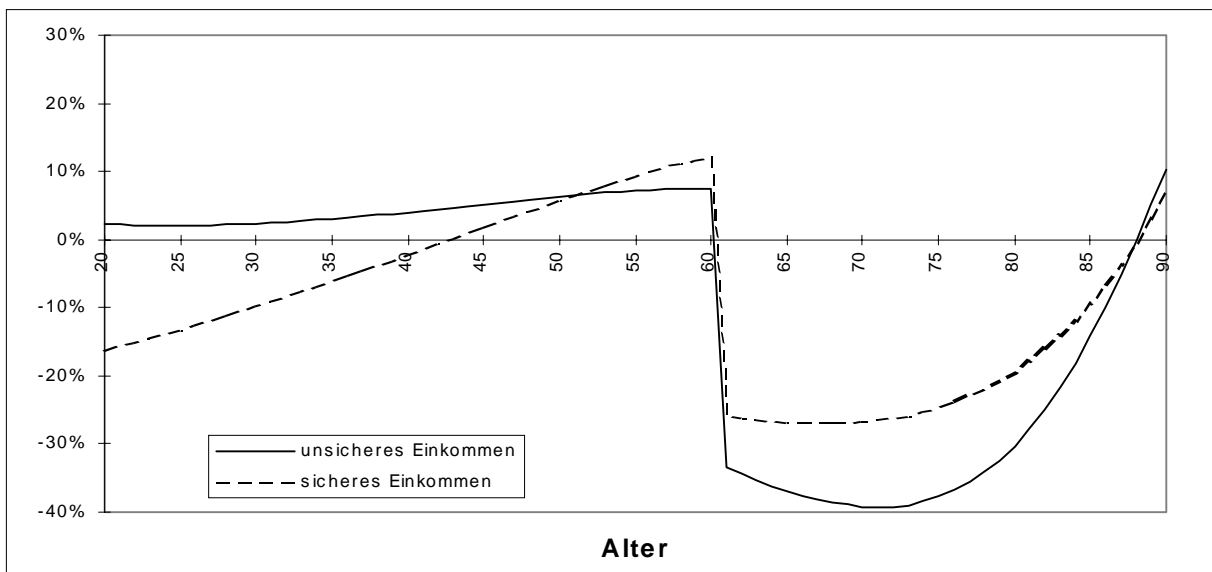
sicheres Einkommen, unsicherer Todeszeitpunkt

Quelle: Eigene Berechnung

## 4.6 Einkommensunsicherheiten

Sieht man von Vererbung vorerst ab und führt einen unsicheren Einkommensverlauf ein, wie es in Abschnitt 3.7 beschrieben ist, erhält man ein Profil, welches am Lebensanfang nicht negativ ist, dies hängt allerdings in starkem Maße von der zugrundeliegenden Einkommensvarianz ab. Im folgenden Profil soll die Standardabweichung des Einkommens über das Leben bei konstant  $1/12$  des Anfangseinkommens liegen.

**Abbildung 16:** Unsicheres Einkommen, ( $\rho = r$ )

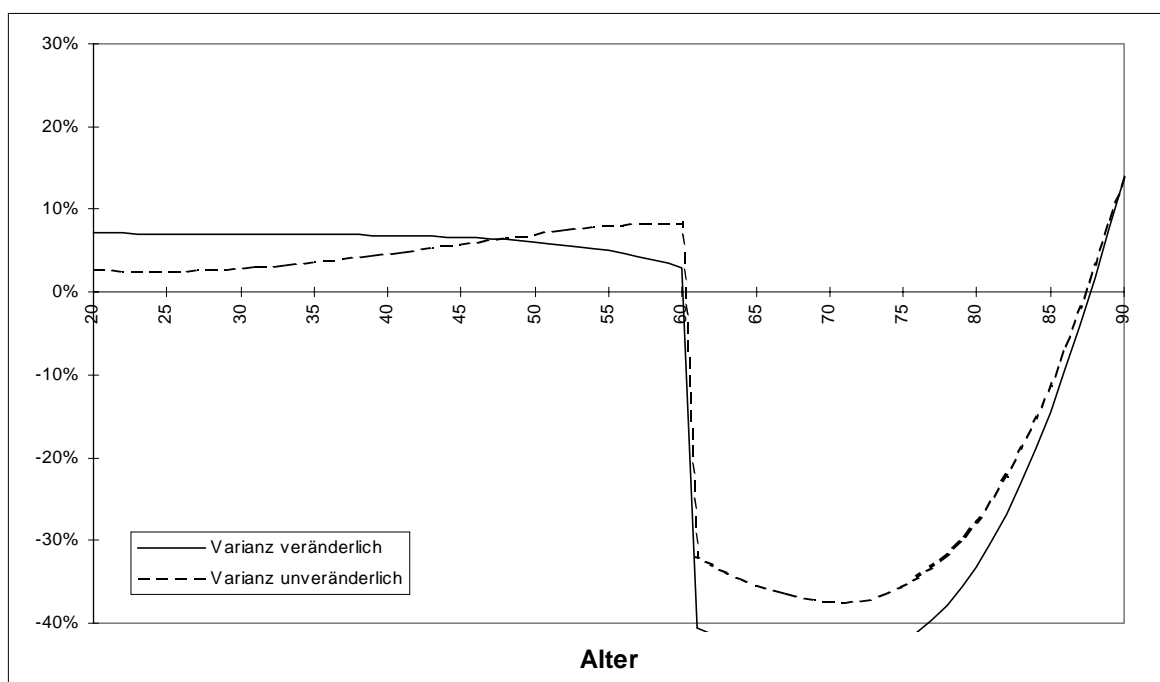


feste Einkommensvarianz, unsicherer Todeszeitpunkt, keine Vererbung

Quelle: Eigene Berechnung

Eine höhere Anfangssparrate ergibt sich unter der Annahme, daß die Varianz des Einkommens von dessen Höhe abhängt. In Abbildung 17 wird die Sparrate für ein Einkommen, dessen Standardabweichung jeweils 1/12 des Jahreseinkommens beträgt, abgebildet. Hier beginnt das Individuum früher im Leben mit dem Sparen und häuft Vermögen an, welches es nach dem Renteneintritt verbraucht. Ein höherer Vermögensbestand zum Zeitpunkt des Renteneintritts führt zu stärker negativen Sparraten im Alter von 60-80 als bei konstanter Varianz des Einkommens. Später steigt die Sparrate steil an und wird ab ca. 87 wieder positiv.

**Abbildung 17:** Veränderliche Varianz des Einkommens, ( $\rho = r$ )

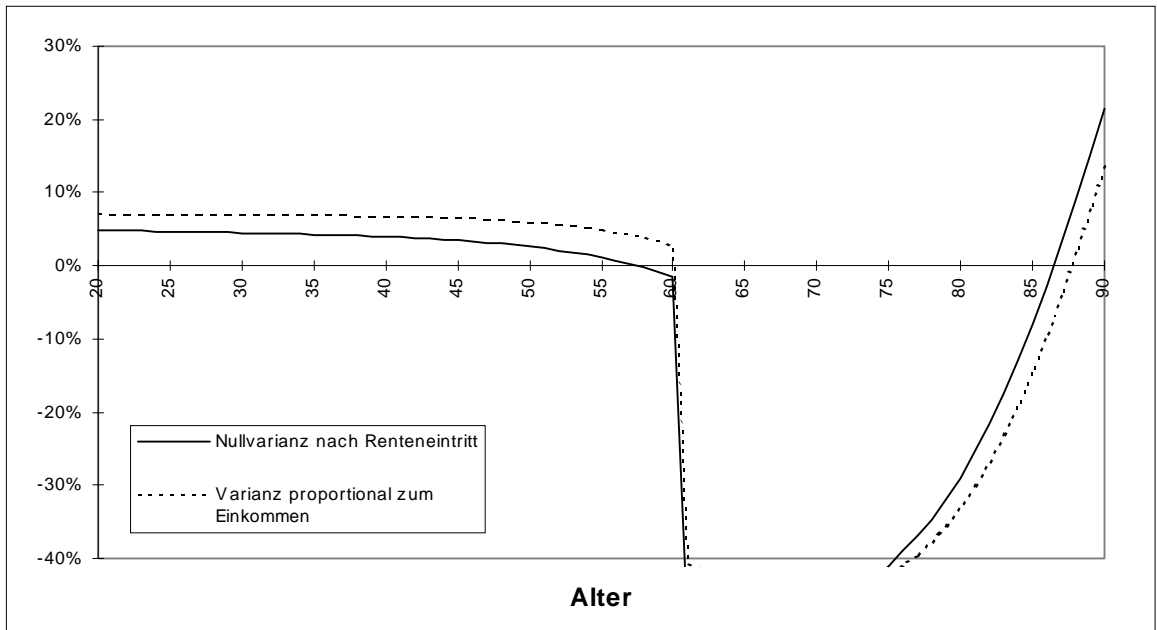


unsicherer Todeszeitpunkt, keine Vererbung

Quelle: Eigene Berechnung

Sieht man die Rente jedoch als sicher an, verschwindet die Einkommensvarianz nach Renteneintritt ganz, und man bekommt einen früheren Anstieg des Sparprofils am Lebensende. In Antizipation des sicheren Einkommen ab dem Alter 60 sinkt schon in den Jahren davor die Sparrate und wird bereits bei 57 Jahren negativ.

**Abbildung 18:** Nullvarianz nach Renteneintritt, ( $\rho = r$ )

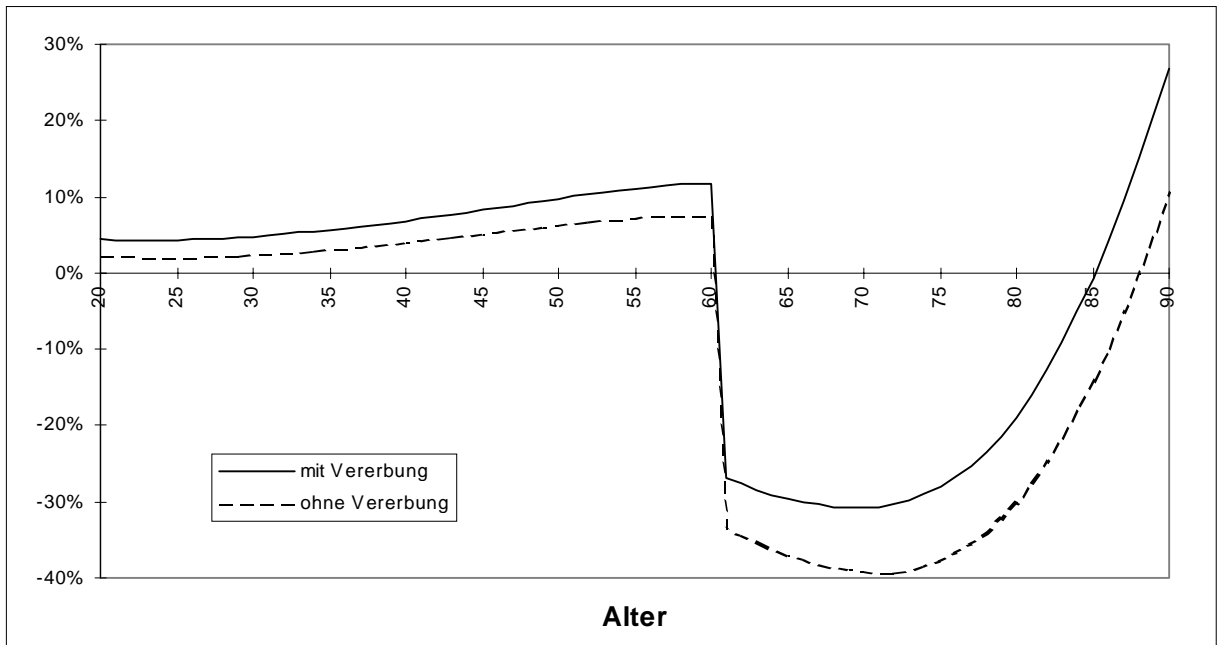


unsicherer Todeszeitpunkt, keiner Vererbung

Quelle: Eigene Berechnung

Auch in das Modell bei unsicherem Einkommen lässt sich Vererbung einführen, was dazu führt, das das Sparprofil nach oben verschoben wird. Die Vererbung findet unter den gleichen Annahmen wie in Abschnitt 4.4 statt.

**Abbildung 19:** Unsicheres Einkommen und Vererbungsmotiv, ( $\rho = r$ )



festе Einkommensvarianz, unsicherer Todeszeitpunkt

Quelle: Eigene Berechnung

## 4.7 Zusammenfassung

Die gezeigten Abbildungen machen deutlich, daß anhand der Profile, die die Empirie liefert, nicht entschieden werden kann, welche Modellvariante der Lebenszyklushypothese zur Erklärung herangezogen werden kann. Hier wurden nur einige Varianten vorgestellt mit einer kleinen Auswahl an verschiedenen Parametern, die in dem jeweiligen Modell stecken. Durch Parameteränderungen lassen sich die Profile nochmals verändern, so daß exakt gleiche Profile mit verschiedenen Modellen erzeugt werden können.

## **References:**

- Attanasio, O. P., 1994, Personal Saving in the U.S., in: Poterba, J. (ed.), *International Comparisons of Household Savings*, University of Chicago Press, S. 57-123.
- Auerbach, Alan J. und Kotlikoff, Laurence J., 1987, *Dynamic fiscal policy*, Cambridge University Press.
- Auerbach, A.J., L.J. Kotlikoff, Hagemann, R.G., and G. Nicoletti, 1989, The Economic Dynamics of an Ageing Population: The Case of Four OECD Countries, *OECD Economic Studies No. 12*.
- Blanchard, Oliver J. and Mankiw, Gregory N., 1988: "Consumption: Beyond Certainty Equivalence" *AEA* Vol. 78, Nr 2, Mai 1988, S. 173 - 177.
- Becker, G.S., and R.J. Barro, 1988, A Reformulation of the Economic Theory of Fertility, *Quarterly Journal of Economics* 103.
- Boskin, M.J., 1978, Taxation, Saving, and the Rate of Interest, *Journal of Political Economy* 86, S3-27.
- Bosworth, B., 1982, Capital Formation and Public Policy, *Brookings Papers on Economic Activity 2:1992*, 273-317.
- Bosworth, B., G. Burtless, and J. Sabelhaus, 1991, The Decline in Saving: Evidence from Household Surveys, *Brookings Papers on Economic Activity 1:1991*, 183-256.
- Börsch-Supan, A., 1992, Saving and Consumption Patterns of the Elderly: The German Case, *Journal of Population Economics*, 189-303.
- Börsch-Supan, A., 1994, Savings in Germany - Part 2: Behavior, in: Poterba, J. (ed.), *International Comparisons of Household Savings*, University of Chicago Press, S. 207-236.
- Börsch-Supan, A., 1995a, Regional Development, Capital Flows, and Trade Policies in an Aging Europe, in: B. Gahlen, H. Hesse, H.J. Ramser, *Neue Ansätze zur Regionalökonomik*, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck) Tübingen.

- Börsch-Supan, Axel, 1995b, Age and cohort effects in saving and the German retirement system, *Ricerche Economiche* 49, S. 207-233.
- Börsch-Supan, A., 1996, The Impact of Population Aging on Savings, Investment and Growth in the OECD area, in: OECD, *Future Global Capital Shortages: Fact or Fiction*, OECD, Paris, S. 103-141.
- Börsch-Supan, A., 1997, The Consequences of Population Aging on Pensions and Saving, in: L. Bovenberg and C. van Ewijk, *Lecture Notes on Pensions and Saving*, Oxford University Press, forthcoming.
- Börsch-Supan, A., and K. Stahl, 1991, Life Cycle Savings and Consumption Constraints, *Journal of Population Economics*, 233-255.
- Cutler, D.M., J.M. Poterba, L.M. Sheiner and L.H. Summers, 1990, An Aging Society: Opportunity or Challenge?, *Brookings Papers on Economic Activity*.
- Deardorff, A.V., 1985, Trade and Capital Mobility in a World of Diverging Populations, in: D.G. Johnson and R.D. Lee. *Population Growth and Economic Development: Issues and Evidence*. The University of Wisconsin Press.
- Euler, Manfred, 1982, Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1983, *Wirtschaft und Statistik* 6.
- Euler, Manfred, 1985, Geldvermögen privater Haushalte 1983, *Wirtschaft und Statistik* 5.
- Euler, Manfred, 1987, Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1988, *Wirtschaft und Statistik* 8, 664-669.
- Euler, Manfred, 1990, Geldvermögen und Schulden privater Haushalte Ende 1988, *Wirtschaft und Statistik* 11, 798-808.
- Hurd, Michael D., 1989a, Issues and Results from Research on the Elderly: Economic Status, Retirement, and Savings, *Journal of Economic Literature*.
- Hurd, Michael D., 1989b: "Mortality Risk and Bequest", *Econometrica*, Vol. 47, Nr 4, S.:779-813.
- Kahneman, D. and A. Tversky (1979). "Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk." *Econometrica* 47(March): 263-291.
- Kimball, Miles S., 1990: "Precautionary Saving in the Small and in the Large", *Econometrica*, 58, S.: 53-73

- Lang, Oliver, 1993, Die Qualität der Vermögensdaten in der Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1983: Ein Abgleich mit aggregierten Statistiken, mimeo, Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung, Mannheim.
- Meier, Matthias, 1997: "Das Sparverhalten der privaten Haushalte und der demographische Wandel: Makroökonomische Auswirkungen" Dissertation, mimeo.
- OECD, 1988, *Ageing Populations: The Social Policy Implications*, Paris.
- Shefrin, H. and R. Thaler (1988). "The Behavioral Life-Cycle Hypothesis." *Economic Inquiry* 26(October): 609-643.
- Skinner, Jonathan, 1985: "Variable Lifespan and the Intertemporal Elasticity of Consumption" in *The Review of Economics and Statistics*, S.: 616-623.
- Sommer, B., 1994, Entwicklung der Bevölkerung bis 2040: Ergebnis der achten koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung, *Wirtschaft und Statistik* 7. S. 497-503.
- Summers, R., and A. Heston, 1990, The Penn World Tables (Mark 5): An Expanded Set of International Comparisons, *Quarterly Journal of Economics*.
- Thon, M., 1992, Neue Modellrechnungen zur Entwicklung des Erwerbbspersonenpotentials im bisherigen Bundesgebiet bis 2010 mit Ausblick bis 2030, *Mitteilungen aus der Arbeits- und Berufsforschung*.
- Velling, Johannes, 1991, Der Beitrag der Lebenszyklushypothese zur Erklärung des Sparverhaltens im Alter, Unpublished Diplomthesis, Mannheim.
- Yaari, Menahem E., 1965: "Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer", *Review of Economic Studies*, Vol.32, S.: 137-150.