

Anwendung des Genetischen Algorithmus zur Lösung des iterierten Freiwilligendilemmas

Diplomarbeit

Betreuer: Prof. Dr. Josef Brüderl

Lehrstuhl für Statistik und sozialwissenschaftliche Methodenlehre

Mannheim, 4.10.2005

Schriftenreihe: Mannheimer sozialwissenschaftliche Abschlussarbeiten

Vorwort

Die Fakultät für Sozialwissenschaften der Universität Mannheim bildet in den Fächern Politikwissenschaft, Soziologie, Psychologie und Erziehungswissenschaft qualifizierten Forschungs- und Führungsnachwuchs aus. Viele Abschlussarbeiten der Studierenden zeugen von dem hohen wissenschaftlichen Niveau der Mannheimer Ausbildungsinhalte, die insbesondere gekennzeichnet sind von der empirisch-analytischen Ausrichtung unter Betonung quantitativer Methoden.

Die Ergebnisse und Inhalte vieler dieser Arbeiten sind publikationswürdig. Aus diesem Grund bietet die Fakultät für Sozialwissenschaften ihren besten Absolventen die Möglichkeit, ihre Arbeiten einem breiteren Publikum zu präsentieren und hat hierfür diese Schriftenreihe ins Leben gerufen. Diese Schriftenreihe soll dazu beitragen, die wissenschaftlichen Ergebnisse der besten Abschlussarbeiten dem Fachpublikum zugänglich zu machen. Damit sind sie für weitere Untersuchungen verfügbar und können eventuell eine Grundlage für weitere Forschungen bieten.

In dieser Reihe werden nur Abschlussarbeiten veröffentlicht, die von beiden Gutachtern mit „sehr gut“ bewertet und für veröffentlichungswürdig befunden wurden.

Prof. Dr. Josef Brüderl
Dekan der Fakultät für Sozialwissenschaften

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Das Freiwilligendilemma als One-Shot Game	2
2.1	Die Superrationalitätsstrategie	16
2.2	Modifikationen und Erweiterungen	19
2.2.1	Das Volunteer's Timing Dilemma	20
2.2.2	Unvollständige Information	25
2.2.3	Intrinsische Motivation	27
2.3	Empirische Arbeiten.....	28
3	Das iterierte Freiwilligendilemma.....	38
3.1	„Klassische“ Spieltheorie.....	38
3.2	Alternativen zur „klassischen“ Spieltheorie.....	41
3.2.1	Finite Automaten.....	42
3.2.2	Evolutionäre Modelle.....	46
3.2.3	Computerturniere	65
3.3	Anwendungen auf das iterierte Freiwilligendilemma	68
3.3.1	„Klassische“ Spieltheorie.....	68
3.3.2	Computerturniere	71
3.4	Diskussion	83
4	Der Genetische Algorithmus.....	84
4.1	Definition	86
4.2	Anwendung auf die Spieltheorie	94
4.2.1	Das iterierte Gefangenendilemma.....	94
4.2.2	Das iterierte Freiwilligendilemma.....	101
4.3	Diskussion	113
5	Schluss.....	115
	Anhang: Programm-CD	117
	Literaturverzeichnis.....	118

1 Einleitung

Manuela Vieth (2003) führte Anfang 2002 ein Computer-Turnier zum iterierten N-Personen-Freiwilligendilemma von Diekmann (1985) durch, dessen Ergebnisse sie auf der Frühjahrstagung 2003 der DGS-Sektion „Modellbildung und Simulation“ in Essen 27.-28. März 2003 vorstellte. Diese Arbeit stellt neben Raub (1988) die einzige Quelle zu diesem spieltheoretischen Problem dar. Der Weg, den Vieth dabei eingeschlagen hat, entspricht wohl auch aus historischen Gründen dem von Axelrod (1980a,b) bei der Erforschung des iterierten Gefangenendilemmas, nämlich eben der Ausrichtung eines analogen Computer-Turniers, dass Axelrods Ergebnisse erst prominent gemacht hat, was angesichts der Zitationszahlen des Buches wohl unbestreitbar ist¹. In dieser Arbeit soll die Ergebnisse Vieths durch die Anwendung eines numerischen Optimierungsverfahrens, nämlich einem genetischen Algorithmus, ergänzt werden. Genauer soll mit diesem Verfahren eine optimale Strategie für das iterierte 2-, 3- und 4-Personen-Freiwilligendilemma gefunden werden. Dieses Vorgehen folgt einerseits wie Vieths Arbeit dem Axelrod'schen Weg, da Axelrod in der weniger bekannten Arbeit von 1987 ebenso einen genetischen Algorithmus verwendet hat, um eine optimale Strategie für das iterierte Gefangenendilemma zu finden. Andererseits soll der genetische Algorithmus als ein Verfahren vorgestellt werden, welches erstens selbst hochdimensionale, nichtlineare Funktionen optimieren kann und zweitens dabei in seiner Leistungsfähigkeit allen bekannten Alternativen überlegen ist, und damit zur Analyse komplexer spieltheoretischer Fragestellungen die einzig sinnvolle Alternative einerseits gegenüber den klassischen ökonomischen analytischen Ansätzen und andererseits auch gegenüber anderen numerischen Verfahren darstellt, und ferner auch ein viel versprechendes Verfahren in anderen Bereichen der Sozialwissenschaften ist. Schließlich soll mit dieser Arbeit auch beispielhaft gezeigt werden, dass es in den Sozialwissenschaften Fragestellungen gibt, die einer rechenintensiveren Bearbeitung bedürfen, und dass diese Tatsache heute kein Hindernis mehr darstellen muss und auch kann, sondern ein großes Forschungspotential birgt.

Der Weg zur Untersuchung des iterierten Freiwilligendilemmas beginnt bei dem zugrundeliegenden One-Shot-Game. Im ersten Kapitel soll ausgehend von der Arbeit sollen die Arbeiten zum Freiwilligendilemma von Diekmann (1985) ein Überblick über den Stand der theoretischen

¹ In der von Axelrod und D'Ambrosio (1994) erstellten Bibliographie werden 209 relevante Zitationen aufgeführt; Hoffmann (2000) kommt in seiner Rekapitulation der Arbeiten von Axelrod auf über 2500 Zitationen; eigene Recherchen im Social Sciences Citation Index im Januar 2005 ergaben knapp 2700 Zitationen, wobei jedoch ein Großteil Axelrod (1980a,b) scheinbar nur als Stichwortgeber zitieren. Darüber hinaus sind die einflussreichsten Arbeiten von 1980 und 1981 in einem Buch gesammelt herausgegeben worden, dass mittlerweile in zwölf Sprachen übersetzt wurde (Vgl. Axelrod (1984)).

schen und empirischen Forschung zum Freiwilligendilemma als One-Shot-Game gegeben werden. Das zweite Kapitel widmet sich dem eigentlichen Thema der Arbeit, nämlich dem iterierten Freiwilligendilemma. In diesem Kapitel wird ein Überblick über die Theorie iterierter Spiel gegeben und darauf aufbauend die beiden Arbeiten zum iterierten Freiwilligendilemma von Raub (1988) und Vieth (2003a,b,c) ausführlich diskutiert. Wie sich zeigen wird, stellt der Stand der Forschung keine zufrieden stellende Verhaltensvorhersage für das iterierte Freiwilligendilemma dar. Ausgehend von diesem Problem soll im dritten Kapitel der genetische Algorithmus als mögliches Verfahren diskutiert werden, mit dem sich bei spieltheoretischen Problemen Verhaltensvorhersagen finden lassen. In diesem Kapitel wird weiterhin die eigene Anwendung des genetischen Algorithmus auf das iterierte Freiwilligendilemma ausführlich erläutert. Leider liefert die eigene Implementierung keine Ergebnisse, da der Algorithmus mit den getroffenen Beschränkungen nicht konvergiert. Im Abschluss des dritten Kapitels werden daher mögliche Fehlerquellen diskutiert und Lösungsmöglichkeiten vorgeschlagen.

2 Das Freiwilligendilemma als One-Shot Game

‘[...] But, first, whom shall we send / In search of this new world? Whom shall we find / Sufficient? who shall tempt with wandering feet / The dark, unbottomed, infinite abyss, [...] ere he arrive / The happy isle? [...] for on whom we send / The weight of all, and our last hope relies.’ / This said, he [Beelzebub] sat, and expectation held / His look suspense, awaiting who appeared / To second, or oppose, or undertake / The perilous attempt. But all sat mute / Pondering the danger with deep thoughts, and each / In other’s countenance read his own dismay, / Astonished. None among the choice and prime / Of those Heaven-warring champions could be found / So hardy as to proffer or accept, / Alone, the dreadful voyage; till, at last, / Satan [...] thus spake: / ‘[...] With reason hath deep silence and demur / Seized us, thou undismayed: [...] / But I should ill become this throne, O Peers, [...] if aught proposed / And judged of public moment in the shape / Of difficulty or danger could deter / Me from attempting. [...] this enterprise / None shall partake with me.’ [...]

John Milton, Paradise Lost, Buch II, Vers 402-466.

Und ich hörte die Stimme des Herrn, wie er sprach: Wen soll ich senden? Wer will unser Bote sein? Ich aber sprach: Hier bin ich, sende mich!

Jesaja, Kapitel 6, Vers 8.

Diese Verse von John Milton sind ein Auszug aus der Erzählung darüber, wie Satan, Beelzebub und die übrigen gefallenen Engel über eine mögliche Rache an Gott für die Vertreibung aus dem Himmel beraten. Nach langer Debatte scheint der Vorschlag, die gerade geschaffene Erde heimzusuchen, um sich die Menschen zum Untertan zu machen, der einzig aussichtsreiche Plan zu sein. Nun stehen die höllischen Heerscharen vor dem Problem, einen Freiwilligen zu finden, der diese neue, unbekannte Welt zuerst einmal findet, da sie bisher nicht mehr als ein Gerücht ist, wobei die Suche dadurch erschwert wird, dass die Pforten der Hölle und die absolute Leere zwischen Himmel und Hölle durchschritten werden müssen. Nachdem sich

nach langem gegenseitigem Anschweigen niemand zu finden scheint, sieht sich Satan als Anführer in der Pflicht, die Aufgabe zu übernehmen. Milton wählt hier wohl vorsätzlich die gleiche Formulierung aus dem Bibelves, in dem Jesaja den Moment seiner göttlichen Berufung zum Propheten beschreibt. Auch hier wird ein Freiwilliger gesucht, aber dieser ist bei Jesaja schnell gefunden.

Die Erzählung von Milton soll natürlich nicht Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit sein, sie weist aber auf das frühe Bewusstsein des moralischen Dilemmas in solchen Situationen hin. Rapoport (1988) bemerkt zur Bedeutsamkeit dieses Dilemmas, dass das Infanterie-Handbuch der US-Armee im zweiten Weltkrieg für den Fall, dass eine scharfe Granate in einen Schützengraben fiel, in dem sich mehrere Soldaten befänden, anwies, dass sich der Soldat auf die Granate werfen solle, um so wenigstens die anderen zu retten. Die allgemeine Verbreitung des Dilemmas wird wohl dadurch unterstrichen, dass das feuerländische Wort *mamihlapinatapai* „sich gegenseitig ansehen in der Hoffnung, dass jemand etwas anbietet, was beide Parteien wünschen aber nicht tun wollen“ bedeutet (vgl. Rapoport (1988), S.472). Die Erzählung Miltons und der Bibelves verdeutlichen nicht nur ein alltäglich bekanntes Problem, nämlich dass in einer Gruppe ein Freiwilliger gefunden werden muss, der sich einem gemeinsamen Problem annimmt, sondern vor allem auch verschiedene Lösungen des Problems. Es ist unklar, ob die gefallenen Engel sich gegenseitig um den relativen Nutzen des Freeriding beneiden, oder ob sie wirklich nur an einer absoluten Verbesserung gegenüber den Umständen in der Hölle und der Schmach der Bestrafung Gottes interessiert sind. Im ersten Fall wäre das Problem unter Umständen ein Konflikt und wohl wesentlich schwieriger lösbar. Auf jeden Fall ist die Menge möglicher Kandidaten sehr groß, so dass sich in den Augen der gefallenen Engel wohl früher oder später jemand finden „muss“. Dass Duell der Geduld wird beendet, da Satan realisiert, dass er gegenüber allen anderen seine Legitimität zu verlieren hat, so dass aufgrund der Asymmetrie der Gruppe das Problem gelöst wird. Für Jesaja gibt es dagegen kein rationales Kalkulieren, da ihm wohl einfach der Glaube die Beantwortung der Frage Gottes sehr einfach macht, bzw. für Jesaja gibt es in engem Sinne nichts zu entscheiden. Es ist zu beachten, wie Milton das im wörtlichen Sinne moderne Verhalten, nämlich das rationale Kalkulieren, durch die Gegenüberstellung mit der Bibelstelle dämonisiert. Dies entspricht einer in den Sozialwissenschaften weit verbreiteten Position gegenüber sozialen Dilemmata allgemein, bei der allzu oft Dilemmata ausschließlich auf fehlende Werte zurückgeführt werden, bzw. die Rückbesinnung auf Werte als einzige Lösung für soziale Dilemmata betrachtet wird. Bei dieser zugegebenermaßen stark normativen Debatte muss aber betont werden, dass soziale Dilemmata Folge bzw. Teil der menschlichen Natur sind, und man sich bei der normativen

Frage über die Möglichkeit Pareto-superiorer Welten nicht um diese Tatsache herumstehen kann.

Im Weiteren soll die Entwicklung der Forschung über das Freiwilligendilemma (VOD²) dargestellt werden. Die erste spieltheoretische Formulierung und Analyse findet sich bei Diekmann (1985). Er beschränkt hier auf symmetrische, vollständig informierte Akteure, die das VOD als One-Shot-Game spielen. Raub (1988) betrachtet diese Ergebnisse unter strengerer Einhaltung der Axiome nicht kooperativer Spiele von Harsanyi (1977). Er setzt das VOD außerdem in einen größeren Rahmen als Spezialfall allgemeiner „large-number dilemmata“, deren Problematik insbesondere durch die Gruppengröße der Mitspieler zustande kommt. Weiterhin liefert Raub die ersten formalen Ableitungen zum iterierten VOD, wobei er sich auf symmetrische, voll informierte Akteure beschränkt. Diekmann (1993) und Weesie (1993) untersuchen parallel, aber scheinbar nicht unabhängig, als erste das One-Shot-VOD mit asymmetrischen, voll informierten Akteuren. Weesie (1993) erweitert das VOD zum Volunteer's Timing Dilemma (VTD), dass sich aus Annahme ergibt, dass die Spieler im Gegensatz zu VOD das Kooperationsverhalten der anderen Spieler beobachten können. Weesie (1993) analysiert dieses Dilemma bei symmetrischen und asymmetrischen vollständig informierten Spielern. Weiterhin diskutiert Weesie (1993) auch als erster ein Metaspiel über die Teilnahme am VOD, bei dem sich Akteure entscheiden, ob sie sich überhaupt als potentielle Freiwillige zur Verfügung stellen oder glaubhaft darauf festlegen, nicht am VOD teilzunehmen. Weesie (1994) verallgemeinert das VOD und das VTD dahingehend, dass er für beide One-Shot-Spiele auch potentielle unvollständige Informiertheit der Akteure annimmt. Haim (1995) untersucht das VOD aus der Perspektive der evolutionären Spieltheorie nach Maynard Smith und Price (1973) als N-Personen-Zermürbungskrieg. Haim betrachtet im Prinzip ein iteriertes symmetrisches VOD, bei dem die Spieler aber in jeder Runde zufällig aus einer Population gezogen werden. Man kann Haims Arbeit auch als VTD betrachten, bei dem sich die Gruppe der Teilnehmer kontinuierlich verändert. Da diese Perspektive sehr weit vom eigentlichen VOD wegführt, soll in dieser Arbeit nicht näher darauf eingegangen werden. Die Rolle intrinsischer Motivation im Freiwilligendilemma wird am deutlichsten bei Kirchgässner (2002) untersucht. Alle diese Arbeiten stehen mehr oder weniger in der Tradition der Spieltheorie. Darüber hinaus gibt es in der Sozialpsychologie eine Reihe von Arbeiten, die sich mit der Erklärung von altruistischem Verhalten im Allgemeinen beschäftigen³. Hierauf soll in dieser

² Diese Abkürzung von „Volunteer's Dilemma“ ist seit der ersten englischen Publikation von Diekmann einschlägig.

³ Vgl. hierzu Eisenberg (1991), Murningham, Kim und Metzger (1993), Karau und Williams (1993), Schroeder (1995) und Archer (2002).

Arbeit nicht eingegangen werden. Neben diesen theoretischen Arbeiten gibt es eine Reihe von mehr oder weniger direkten empirischen Untersuchungen zum VOD. Diekmann (1986), Rapoport (1988), Diekmann (1993) und Murnighan, Kim und Metzger (1993) führen klassische spieltheoretische Experimente durch, um die abgeleiteten Strategien zu testen. Daneben gibt es, angefangen bei Darley und Latané (1968), eine Reihe von echten bzw. Quasi-Experimenten, die das Verhalten in realen Freiwilligendilemmata untersuchen, auf die in dieser Arbeit aber nicht im Einzelnen eingegangen werden soll.

Diekmann (1985, 1986) konstruiert das VOD einerseits als Beispiel eines sozialen Dilemmas, bei dem es zu Pareto-inferioren Gleichgewichtszuständen kommen, selbst wenn keine dominante Strategie vorliegt, d.h. ein Dilemma, welches nicht in Dawes (1980) Standarddefinition⁴ passt. Andererseits geht es ihm auch um eine Modellierung des Phänomens der Verantwortungsdiffusion, das Darley und Latané (1968) beschreiben. Beim VOD kann jeder Teilnehmer durch Kooperation das nutzenstiftende Kollektivgut alleine produzieren, jedoch ist diese Bereitstellung mit Kosten verbunden. Da im Gegensatz zu Olsons (1965) Kollektivgutproblem die Kosten der Produktion des Kollektivguts niedriger als der damit verbundene Nutzen sind, wird die Kooperation immer noch dem Fall vorgezogen, bei dem keiner Spieler kooperiert, d.h. das Kollektiv nicht produziert wird.

Als prominente Beispiele für Freiwilligendilemmata führt Diekmann (1985) die oben genannte Verantwortungsdiffusion und spezielles Hilfeverhalten bei Herdentieren in der Verhaltensbiologie an. Diekmann (1986) weist weiterhin auf den Markteintritt zweier Unternehmen in einen oligopolistischen Markt und auf das Abstimmungsverhalten bei Einstimmigkeit⁵ als Beispiele für das VOD hin. Raub (1988) nennt implizit als weiteres Beispiel die Produktion von Kollektivgütern, wenn es mehrere privilegierte Akteure gibt. Weesie (1993) führt eine Reihe von alltäglicheren Beispielen an, wie die Aufgabenverteilung in gemeinschaftlichen Haushalten, die Organisation von Veranstaltungen und die Übernahme von Verwaltungsaufgaben in Vereinen, und die Einnahme einer vorgeschobenen Aufklärungsposition in taktischen militärischen Einheiten, bei denen die Freiwillige gefunden werden müssen. Er weist aber auch auf das Freiwilligendilemma, das sich bei Kollektivgutproblemen höherer Ordnung ergibt, d.h. das Finden eines Leviathans, der abweichendes Verhalten in N-Personen-Gefangenendilemmata sanktioniert. Weesie bemerkt im Übrigen als Einziger, dass Freiwilli-

⁴ Dawes definiert soziale Dilemmata als Spiele „in which all players have dominating strategies that result in a deficient equilibrium“ (Dawes, 1980, S.179).

⁵ Diekmann (1986) zitiert hier eine unabhängige Entwicklung des VOD von Brennan und Lomasky (1984), wobei anzumerken ist, dass sie nicht auf die allgemeinen strukturellen Implikationen dieses Dilemmas hinweisen, und außerdem das von den Autoren geschilderte Dilemma bei Abstimmungen nur unter seltenen Umständen und/oder fragwürdigen Annahmen über das Abstimmungskalkül auftritt.

gendilemmata in der Realität häufig durch formelle und/oder informelle Seitenzahlungen von vornherein gelöst werden.

Im Folgenden soll das One-Shot-VOD mit potentiell asymmetrischen, aber vollständig informierten Spielern spieltheoretisch formal dargestellt werden⁶. Es gibt $N \geq 2$ Spieler und zwei Alternativen C und D, wobei C für Kooperation, also als Freiwilliger helfen, steht und D für Defektion, also nicht helfen. Zur leichteren Darstellung sei $\eta_i = K_i/U_i$ als das Kosten-Nutzen-Verhältnis des Spielers i definiert. In Abbildung 1 ist das VOD in Normal-Form (Harsanyi (1977), S.94, Gintis (2000), S.12) und damit die mit den Alternativen C und D verbundenen Auszahlungen dargestellt.

Alternativen des Spielers i	Anzahl der Kooperation der Alteri				
	0	1	2	...	N-1
Kooperation	$U_i - K_i$	$U_i - K_i$	$U_i - K_i$...	$U_i - K_i$
Defektion	0	U_i	U_i	...	U_i

Anmerkungen: $0 < \eta_1 \leq \dots \leq \eta_N < 1$, $\eta_i = K_i/U_i$.

Abbildung 1: Normal Form des Freiwilligendilemmas

Diekmann (1985) bemerkt in einer Fußnote, dass das VOD bei $N=2$ ein Chicken-Game ist, aber erst Raub (1988) stellt mit dem Verweis auf allgemeine N-Personen-Chicken-Games von Taylor und Ward (1982)⁷ den Zusammenhang dieser beiden Spiele genauer dar.

Im Weiteren sollen die Lösungen des One-Shot-VOD im symmetrischen und asymmetrischen Fall bei vollständiger Informiertheit der Spieler dargestellt werden. Entgegen der chronologischen Reihenfolge werden zuerst die allgemeineren Ergebnisse zum potentiell asymmetrischen VOD von Weesie (1993) und Diekmann (1993) vorgestellt, d.h. im Folgenden gelte $0 < \eta_1 \leq \eta_2 \leq \dots \leq \eta_n < 1$. Danach sollen die Ergebnisse für den symmetrischen und asymmetrischen Fall getrennt diskutiert werden. Die hier vorgestellte Diskussion der Gleichgewichte des potentiell asymmetrischen VOD folgt Raub (1988), da er erstens der Axiomatik von Harsanyi (1977) über nichtkooperative Spiele gegenüber den Arbeiten von Weesie (1993) und Diekmann (1985, 1993) am konsequentesten folgt und zweitens bei der Untersuchung explizit auf alle Möglichkeiten eingeht.

Zu allererst lässt sich feststellen, dass es im VOD keine dominante Strategie gibt. Für keinen Spieler führen sowohl sichere Kooperation als auch sichere Defektion nicht zu sicheren höhe-

⁶ Wenn nicht anders gekennzeichnet, wird dieses im Folgenden einfach als asymmetrisches VOD bezeichnet.

⁷ Taylor und Ward (1982) definieren ein N-Personen-Chicken-Game als ein Spiel, in dem „each player prefers to defect if ‚enough‘ others co-operate, and to co-operate if ‚too many‘ others defect“ (ebd., S.356).

ren Auszahlungen als die jeweils sichere gegenteilige Alternative. Weiterhin ist die Maximin-Strategie⁸ C keine Gleichgewichtsstrategie⁹, da bei dem Ergebnis (C, ..., C) alle Spieler einen Anreiz haben, einseitig zu defektieren. In reinen Strategien gibt es offensichtlich N asymmetrische Gleichgewichte, bei denen ein Spieler kooperiert und alle übrigen defektieren. Natürlich präferiert jeder Akteur einen Zustand, bei der er nicht kooperiert, d.h. die Akteure stehen hier vor einem Verhandlungsproblem¹⁰. Bei symmetrischen Akteuren führt diese Verhandlung aber zum bargaining deadlock (vgl. Harsanyi (1977), S.280), d.h. keines dieser Gleichgewichte kann als Lösung des VOD begriffen werden. Im asymmetrischen Fall tritt einer bargaining deadlock nicht auf, so dass sich die Frage stellt, welches der asymmetrischen Gleichgewichte in reinen Strategien als Lösung Frage kommt. Diekmann (1993) und Weesie (1993) beantworten diese Frage teilweise unterschiedlich, obwohl beide zur selben Lösung kommen. Diekmann und Weesie sind sich darin einig, dass das Gleichgewicht, bei dem der „stärkste“ Spieler, d.h. der Spieler mit ceteris paribus kleinsten Bereitstellungskosten K_i und größtem Kollektivgutnutzen U_i , alleine kooperiert, einen Fokelpunkt nach Schelling (1960) darstellt, da dieses Gleichgewicht gegenüber den anderen irgendeiner Weise ausgezeichnet ist: „It is the strongest player who is expected to take action, thereby yielding a pareto-efficient equilibrium“ (Diekmann (1993), S.79). Damit ein Gleichgewicht als Fokelpunkt fungieren kann, müssen die Spieler nach Schelling (1960) „mutually recognize‘ some unique signal that coordinates their expectations of each other“ (ebd., S.54). Deshalb ist der Schluss von Diekmann (1993) und Weesie (1993) im Allgemeinen, d.h. wenn alle Spieler paarweise verschiedene Kosten-Nutzen-Verhältnisse η haben, aber ungültig, da sich alleine aufgrund der strukturellen Verschiedenheit in den Auszahlungen kein Gleichgewicht gegenüber allen anderen heraushebt. Nur wenn man entweder eine Neigung zu „gerechten“ Gleichgewichten bei den Spielern unterstellt oder alle Spieler bis auf einen Spieler i gleiche Kosten-Nutzen-Verhältnisse haben, zeichnet sich ein Gleichgewicht als Fokelpunkt aus. Im ersten Fall wäre dies das Gleichgewicht, bei dem der stärkste Spieler „gerechterweise“¹¹ alleine kooperiert, und im zweiten Fall wäre es das Gleichgewicht, bei dem der Spieler i alleine kooperiert, weil sich der zugehörige Auszahlungsvektor als einziger von allen anderen unterscheidet. Diek-

⁸ Ein Spieler mit der maximin-Strategie entscheidet sich für die Alternative, für die, je nach dem was die anderen Spieler spielen, die minimal mögliche Auszahlung maximal ist, also im Freiwilligendilemma die Alternative C, da dann schlimmstenfalls U-K gegenüber 0 realisiert wird. Vgl. hierzu Harsanyi (1977), S.105.

⁹ Ein Gleichgewicht ist dadurch definiert, dass alle Spieler $i \in \{1, \dots, N\}$ best-response-Strategien spielen, d.h. kein Spieler kann sich durch einseitiges Abweichen verbessern. Vgl. hierzu Harsanyi (1977), S.104, Osborne und Rubinstein (1994), S.15 und Gintis (2000), S.13.

¹⁰ Es ist zu betonen, dass die Spieler diese Verhandlung auch führen können, ohne zu kommunizieren, da die Verhandlung nur auf der Kenntnis der wechselseitigen Drohpunkte beruht. Vgl. hierzu Harsanyi (1977), S.135.

¹¹ Streng genommen ist die Wahl dieses Gleichgewichts als Fokelpunkt genauso willkürlich, da in derselben Weise auch das „ungerechteste“ Gleichgewicht als Fokelpunkt gewählt werden könnte.

mann (1993) verweist weiterhin auf die tracing procedure von Harsanyi und Selten (1988, aus Diekmann (1993)), die unter der Bedingung, dass es einen starken Spieler und N-1 gleich schwache Spieler gibt, dasselbe Gleichgewicht als Lösung liefert. Weesie (1993) kritisiert diese Herangehensweise, da die zentralen Bausteine der tracing procedure, nämlich Risikodominanz und trembling-hand-perfection, seiner Ansicht nach „artificial refinements“ (ebd., S.572) darstellen. Er schlägt dagegen eine dynamische Erweiterung des VOD vor, die in der Modellierung des Freiwilligendilemmas als ein Volunteer’s Timing Dilemma mündet, bei dem die Spieler entscheiden, zu welchem Zeitpunkt sie eingreifen, wobei sie die ganze Zeit das Kooperationsverhalten aller anderen Spieler beobachten können. Diese Modellierung wird weiter unten noch genauer diskutiert.

Unabhängig von diesen beiden Positionen erhält man eine eindeutige Lösung in reinen Strategien, wenn man zum Ausgangspunkt der Frage zurückkehrt. Sowohl im symmetrischen als auch im asymmetrischen Fall gibt es N Gleichgewichte in reinen Strategien. Raub (1986) folgt streng Harsanyi (1977) und weist darauf hin, dass die Spieler in diesem Fall¹² über die möglichen Gleichgewichte verhandeln. Im symmetrischen Fall führt dies, wie schon gesagt, zu keiner eindeutigen Lösung, aber im asymmetrischen Fall ist die Perspektive völlig ausreichend, um Kriterien für die Existenz einer eindeutigen Lösung des VOD in reinen Strategien anzugeben, und dies auch zu charakterisieren. Wenn man Zeuthens (1930, aus Harsanyi (1977)) Verhandlungsmodell bzw. das dazu äquivalente Modell¹³ von Nash (1950, zitiert aus Gintis (2000)) heranzieht, ergibt sich eine eindeutige Gleichgewichtslösung in reinen Strategien, bei der der stärkste Spieler alleine kooperiert¹⁴. Die einzig notwendige Bedingung für die Existenz diesen eindeutigen Gleichgewichts ist die Eindeutigkeit des stärksten Spielers, d.h. $0 < \eta_1 < \eta_2 \leq \dots \leq \eta_N < 1$. Es muss betont werden, dass Zeuthens Modell letztlich auf die Heranziehung von Risikodominanz hinausläuft (vgl. Harsanyi (1977), S. 164f). Insoweit ist aber Weesies Kritik an Diekmanns Rechtfertigung zuzustimmen, da zumindest der Rückgriff auf trembling-hand-perfection überflüssig ist.

Wenn man neben reinen Strategien auch gemischte Strategien zulässt, lassen sich mehrere Gleichgewichte ableiten. Zum Verständnis dieser Ableitungen betrachte man den Erwartungsnutzen eines beliebigen Spielers i:

$$(1) \quad EU_i = q_i \left(1 - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j \right) U_i + (1 - q_i) (U_i - K_i) =$$

¹² Raub (1986) befasst sich eigentlich nur mit dem symmetrischen Spezialfall, argumentiert aber bei der Notwendigkeit der Verhandlung allgemein.

¹³ Vgl. hierzu Harsanyi (1977), S.152-153.

¹⁴ Spieler i hat ein Risikolimit von $(U_i - (U_i - K_i))/(U_i - 0) = \eta_i$. Im paarweisen Vergleich gibt also ein Spieler i gegenüber einem Spieler i+1 nach und kooperiert, wenn $\eta_i < \eta_{i+1}$. Durch backwards-induction folgt, dass Spieler 1 als einziger kooperiert. Vgl. hierzu Harsanyi (1977), S.149ff.

$$\begin{aligned}
&= q_i U_i - q_i U_i \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j + U_i - K_i - q_i U_i + q_i K_i = \\
&= -q_i U_i \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j + U_i - K_i + q_i K_i = \\
&= q_i U_i \left(\frac{K_i}{U_i} - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j \right) + U_i - K_i = \\
&= q_i U_i \left(\eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j \right) + U_i - K_i.
\end{aligned}$$

wobei mit q_i die Defektionswahrscheinlichkeit des Spielers i bezeichnet ist. Wie schon gesagt, ist ein Gleichgewicht dadurch definiert, dass alle Spieler $i \in \{1, \dots, N\}$ best-response-Strategien spielen. Aus der umgeformten Erwartungsnutzengleichung (1) wird deutlich, dass sich Spieler i genau dann eine best-response-Strategie spielt, wenn gilt:

$$(2) \quad \eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j = 0 \quad \text{oder} \quad \left(\eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j > 0 \quad \text{und} \quad q_i = 1 \right) \quad \text{oder} \quad \left(\eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j < 0 \quad \text{und} \quad q_i = 0 \right).$$

Man kann sich schnell überlegen, dass wenn schon ein einziger Spieler sicher kooperiert, es nur ein Gleichgewicht gibt, wenn alle anderen Spieler sicher defektieren. Dieser Fall wurde schon bei der Diskussion der reinen Strategien abgehandelt wurde, d.h. die dritte Bedingung kann im Weiteren vernachlässigt werden. Daraus folgt, dass sich die Gleichgewichte in gemischten Strategien aus der Lösung des folgenden Gleichungssystems ergeben:

$$(3) \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}: \eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j = 0 \quad \text{oder} \quad \left(\eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j > 0 \quad \text{und} \quad q_i = 1 \right).$$

Zur einfacheren Darstellung seien die Mengen M_D und M_R folgendermaßen definiert¹⁵:

$$(4) \quad \begin{aligned} M_D &= \left\{ i \in \{1, \dots, N\} \mid \eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j > 0 \quad \text{und} \quad q_i = 1 \right\} \\ M_R &= \left\{ i \in \{1, \dots, N\} \mid \eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j = 0 \right\} \end{aligned}$$

Dabei ist zu bemerken, dass man sich auf den Fall, dass $0 \leq |M_D| \leq N-2$ gilt, beschränken kann. Wenn $|M_D|=N$ gilt, d.h. alle Spieler sicher defektieren, hat trivialerweise jeder Spieler einen Anreiz, abzuweichen, d.h. dieser Fall stellt kein Gleichgewicht dar. Wenn $|M_D|=N-1$ gilt, d.h. alle bis auf einen Spieler sicher defektieren, muss der übrige Spieler sicher kooperieren. Dieser Fall wurde aber schon bei der Diskussion der reinen Strategien abgehandelt, d.h. man kann sich auf die Untersuchung der Fälle, bei denen $0 \leq |M_D| \leq N-2$ gilt, beschränken. Unter Gültigkeit dieser Bedingung betrachte man nun eine beliebige Verteilung von Spielern auf die Mengen M_R und M_D . Dann folgt:

$$(5) \quad \forall i \in M_R : \eta_i = \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j = \prod_{j \in M_R, j \neq i} q_j$$

¹⁵ Diese Unterscheidung folgt Weesie (1993).

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \eta_i q_i = \prod_{j \in M_R} q_j \\
&\Rightarrow \prod_{i \in M_R} \eta_i q_i = \prod_{i \in M_R} \left(\prod_{j \in M_R} q_j \right) \\
&\Rightarrow \prod_{i \in M_R} \eta_i \prod_{i \in M_R} q_i = \left(\prod_{j \in M_R} q_j \right)^{|M_R|} \\
&\Rightarrow \prod_{i \in M_R} \eta_i = \left(\prod_{j \in M_R} q_j \right)^{|M_R|-1} \\
&\Rightarrow \left(\prod_{i \in M_R} \eta_i \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} = \prod_{j \in M_R} q_j \\
&\Rightarrow \eta_i q_i = \prod_{j \in M_R} q_j = \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \\
&\Rightarrow q_i = \frac{1}{\eta_i} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}}.
\end{aligned}$$

Für alle Spieler $i \in M_D$ gilt natürlich $q_i=1$, d.h. diese Spieler defektieren sicher, aber es gilt weiterhin:

$$\begin{aligned}
(6) \quad &\forall i \in M_D : \eta_i > \prod_{j=1, j \neq i}^N q_j = \prod_{j \in M_R} \left(\frac{1}{\eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \right) \\
&\Rightarrow \underset{i \in M_D}{\text{Min}} \eta_i > \prod_{j \in M_R} \left(\frac{1}{\eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \right) \\
&\Rightarrow \underset{i \in M_D}{\text{Min}} \eta_i > \frac{1}{\prod_{j \in M_R} \eta_j} \prod_{j \in M_R} \left(\left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \right) \\
&\Rightarrow \underset{i \in M_D}{\text{Min}} \eta_i > \frac{1}{\prod_{j \in M_R} \eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{|M_R|}{|M_R|-1}} \\
&\Rightarrow \underset{i \in M_D}{\text{Min}} \eta_i > \frac{1}{\prod_{j \in M_R} \eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right) \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \\
&\Rightarrow \underset{i \in M_D}{\text{Min}} \eta_i > \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}}.
\end{aligned}$$

Zusammenfassend ist der Strategienvektor $q^* = (q_1^*, \dots, q_N^*)$ genau dann ein Gleichgewicht, wenn gilt:

$$(7) \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}:$$

$$q_i^* = \begin{cases} \frac{U_i}{K_i} \left(\prod_{k \in M_R} \frac{K_k}{U_k} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} & \text{für } i \in M_R, \\ 1 & \text{für } i \in M_D, \end{cases}$$

$$\text{wobei } \underset{i \in M_D}{\text{Min}} \frac{K_i}{U_i} > \left(\prod_{k \in M_R} \frac{K_k}{U_k} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}}.$$

Im symmetrischen Spezialfall, d.h. wenn $0 < \eta_1 = \dots = \eta_N < 1$ gilt, ergeben sich folgende Vereinfachungen aus Gleichung (7):

$$(8) \quad \frac{U}{K} \left(\prod_{k \in M_R} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} = \frac{U}{K} \left(\frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} = \frac{U}{K} \frac{K}{U} \left(\frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} = \left(\frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \quad \text{und}$$

$$\text{Min}_{i \in M_D} \frac{K}{U} > \left(\prod_{k \in M_R} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \Leftrightarrow \frac{K}{U} > \frac{K}{U} \left(\frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \Leftrightarrow 1 > \left(\frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}}.$$

Es wird insbesondere deutlich, dass die untere Bedingung immer erfüllt ist, d.h. für den symmetrischen Fall ist eine Gleichgewicht genau dann gegeben, wenn gilt:

$$(9) \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}: \quad q_i^* = \begin{cases} \left(\frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} & \text{für } i \in M_R, \\ 1 & \text{für } i \in M_D. \end{cases}$$

Neben den N Gleichgewichte in reinen Strategien gibt es also im symmetrischen Spezialfall weiterhin für jede Zuordnung von $|M_R|$ Spielern zur Menge M_R ein Gleichgewicht in gemischten Strategien, wenn mindestens zwei Spieler echt positive Kooperations- und Defektionswahrscheinlichkeit haben, d.h. $2 \leq |M_R| \leq N$ gilt. Daraus folgt, dass es $2^N - N - 1$ Gleichgewichte in gemischten Strategien gibt, also insgesamt $2^N - 1$ Gleichgewichte¹⁶. Im asymmetrischen Fall ist diese Menge von Gleichgewichten aber durch die notwendige Ungleichheitsbedingung beschränkt, d.h. nur für bestimmte Konstellationen von Spielern gibt es Gleichgewichte, bei denen einzelne Spieler sicher defektieren.

Neben dieser Betrachtung wird deutlich, dass im asymmetrischen Fall die Defektionswahrscheinlichkeit mit steigendem Kollektivgutnutzen und sinkenden Bereitstellungskosten steigt. Diekmann (1993) verdeutlicht dieses auf den ersten Blick paradoxe Ergebnis durch ein Beispiel: Man betrachte die Situation, in der sich die Beobachter des von Darley und Latané (1968) beschriebenen Verbrechens befinden. Es sei weiterhin angenommen, dass jemand die Polizei gerufen hat, und diese auch umgehend erscheint. Im asymmetrischen Fall sollte nun eigentlich nicht die bewaffneten Polizisten mit entsprechend geringere Rettungskosten eingreifen, sondern die schwächste Person mit den höchsten Rettungskosten und den niedrigsten Nutzen durch die Rettung sollte am ehesten eingreifen. Für Diekmann ist diese Paradoxie ein Hinweis darauf, dass im asymmetrischen Fall Gleichgewichte¹⁷ in gemischten Strategien unrealistisch sind und nur Gleichgewichte in reinen Strategien als Lösung in Frage kommen.

¹⁶ Die Anzahl aller möglichen Besetzungen der Menge M_R mit Spielern aus $\{1, \dots, N\}$ ist der Binomialkoeffizient N über $|M_R|$. Die Summe über alle Mengen M_R mit $2 \leq |M_R| \leq N$ ergibt $2^N - N - 1$.

¹⁷ Diekmann (1993) leitet nur das Gleichgewicht in gemischten Strategien für $|M_R|=N$ ab.

Weesie (1993) interpretiert diese Paradoxie als Bestätigung eines ähnlichen Effekts beim Kollektivgutproblem von Olson (1965), bei dem starke, bzw. privilegierte Akteure von schwachen Spielern bei der Bereitstellung des Kollektivgutes ausgebeutet werden. Beide Autoren übersehen aber, dass im asymmetrischen Fall für alle Gleichgewichte mit $|M_R| < N$ die Ungleichheitsbedingung erfüllt sein muss. Diese ist eher erfüllt, wenn starke Spieler, d.h. Spieler mit niedrigem Kosten-Nutzen-Verhältnis, mit echt positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren, und seltener erfüllt, wenn starke Spieler sicher defektieren. D.h. das zwar einerseits die Kooperationswahrscheinlichkeit schwacher Spieler größer ist als die starker Spieler, aber andererseits Gleichgewichte wahrscheinlicher sind, wenn schwache Spieler sicher defektieren und nur starke Spieler mit echt positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren. Die Bedingung ist zwar im Fall von $|M_R| = N$ nicht notwendig, dafür muss der stärkste Spieler aber mit positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren, wenn auch mit der geringsten im Vergleich zu allen anderen Spielern. Neben dem Einfluss des Kosten-Nutzen-Verhältnisses auf die Kooperationswahrscheinlichkeit ist festzustellen, dass mit steigender Gruppengröße die Kooperationswahrscheinlichkeit sinkt. So ist es zwar für beliebig große Gruppengröße möglich, dass Gleichgewichte zustande kommen, bei denen nur eine kleine Gruppe eine streng positive Kooperationswahrscheinlichkeit hat, weshalb man vermuten könnte, dass die Kooperationswahrscheinlichkeit von der eigentlichen Gruppengröße unabhängig ist. Mit steigender Gruppengröße steigt aber bei beliebig ausgewählten Spielern die Wahrscheinlichkeit, dass die Ungleichheitsbedingung verletzt ist¹⁸.

Im symmetrischen Spezialfall entspricht die Beziehung zwischen den Bereitstellungskosten und dem Kollektivgutnutzen eher den intuitiven Erwartungen. Für alle Spieler steigt mit höheren Kosten die Defektionswahrscheinlichkeit und mit höherem Nutzen sinkt sie. Der Einfluss der Gruppengröße ist im symmetrischen Fall dagegen auf den ersten Blick komplexer, da die Ungleichheitsbedingung nicht gegeben ist, d.h. hier können für beliebig große Gruppen immer Gleichgewichte zustande kommen, bei denen nur wenige Spieler mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren. Dies wird dadurch entschärft, dass im symmetrischen Fall alle Gleichgewichte mit $|M_R| < N$, d.h. bei denen nicht alle mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren, als Lösung für das VOD nicht in Frage kommen. Auf die Frage, welches Gleichgewicht auch als Lösung betrachtet werden kann, soll aber unten noch ausführlicher eingegangen werden. Für den Einfluss der Gruppengröße auf die Defektionswahrscheinlichkeit bedeutet dies, dass sie bei $|M_R| = N$ mit wachsender Gruppengröße steigt.

¹⁸ Die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Gültigkeit der Ungleichheitsbedingung hängt natürlich von der Verteilung der Kosten-Nutzen-Verhältnisse der möglichen Spieler ab.

Um zu beurteilen, welches der Gleichgewichte als Lösung betrachtet werden kann, muss geklärt werden, ob die Gleichgewichte für mindestens einen Spieler profitabel sind, d.h. mindestens einem Spieler einen höheren Erwartungsnutzen verspricht als er durch die Maximin-Strategie erhält (Vgl. Harsanyi (1977), S.273). Der Erwartungsnutzen, den ein Spieler in einem der Gleichgewichte in gemischten Strategien erhält, ergibt durch Einsetzen von q^* in Gleichung (1) einsetzt, d.h. für $i \in M_R$ gilt:

$$\begin{aligned}
(10) \quad EU_i(q^*) &= \frac{1}{\eta_i} \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} U_i \left(\eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N \left(\frac{1}{\eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \right) \right) + U_i - K_i = \\
&= \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} U_i - \frac{1}{\eta_i} \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} U_i \frac{1}{\prod_{j \in M_R, j \neq i} \eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{|M_R|-1}{|M_R|-1}} + U_i - K_i = \\
&= \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} U_i - \frac{1}{\eta_i} \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} U_i \frac{\eta_i}{\prod_{j \in M_R} \eta_j} \prod_{k \in M_R} \eta_k + U_i - K_i = \\
&= U_i - K_i,
\end{aligned}$$

und für $i \in M_D$ gilt:

$$\begin{aligned}
(11) \quad EU_i(q^*) &= U_i \left(\eta_i - \prod_{j=1, j \neq i}^N \left(\frac{1}{\eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \right) \right) + U_i - K_i = \\
&= \eta_i U_i - U_i \frac{1}{\prod_{j \in M_R} \eta_j} \left(\prod_{k \in M_R} \eta_k \right)^{\frac{|M_R|}{|M_R|-1}} + U_i - K_i = \\
&= K_i - \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} U_i + U_i - K_i = \\
&= U_i \left(1 - \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \right) > U_i \left(1 - \min_{j \in M_D} \eta_j \right) \geq U_i - K_i.
\end{aligned}$$

Es folgt also, dass alle Gleichgewichte in gemischten Strategien zumindest für die Spieler, die sicher defektieren, profitabel sind, da diese einen höheren Erwartungsnutzen erfahren als mit der Maximin-Strategie, nämlich $U_i - K_i$. Umgekehrt bedeutet das aber auch, dass das Gleichgewicht, bei dem alle Spieler mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren, für keinen Spieler profitabel ist, also nach Harsanyi (1977) auch nicht als Lösung für das VOD in Frage kommt. Es ist verwunderlich, dass gerade Weesie (1993) dieses Gleichgewicht neben dem Gleichgewicht in reinen Strategien, bei dem der stärkste Spieler alleine kooperiert, als „the obvious candidate for being the *solution* of the game“ (ebd., S.575, Hervorhebung im Original) betrachtet, obwohl er der einzige ist, der überhaupt auf Gleichgewichte eingeht, bei denen nicht alle mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren. Für die Spieler, die sicher defektieren, lässt sich der Erwartungsnutzen durch die notwendige Gültigkeit der Ungleichheitsbedingung aus Gleichung (7) nach unten abschätzen. Hier wird deutlich, dass die untere

Schranke des Erwartungsnutzens für Spieler aus M_D mit steigender Gruppengröße, verbunden mit einem wahrscheinlich geringen minimalen Kosten-Nutzen-Verhältnis in M_D , steigt. Das heisst, dass zwar mit steigender Gruppengröße Gleichgewichte, bei denen einzelne Spieler sicher defektieren, ceteris paribus unwahrscheinlicher werden, für die sicher defektierenden Spieler aber der Erwartungsnutzen steigt. Das ist insoweit plausibel, als dass das VOD für alle Spieler aus M_R an Schärfe verliert, je mehr Spieler sicher defektieren, d.h. nicht als möglich Freiwillige in Frage kommen. Dies hat eine höhere kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit zu Folge, welche sich direkt auf den Erwartungsnutzen der sicher defektierenden Spieler auswirkt. Es muss aber betont werden, dass der Anstieg der unteren Schranke dadurch ausgeglichen werden kann, dass mit zunehmender Gruppengröße die entsprechenden Gleichgewichte ceteris paribus unwahrscheinlicher werden.

Weiterhin ist anzumerken, dass im symmetrischen Spezialfall der Erwartungsnutzen der sicher defektierenden Spieler folgendermaßen vereinfacht ist:

$$(12) \quad EU_i(q^*) = U\left(1 - \left(\prod_{j \in M_R} \eta\right)^{\frac{1}{|M_R|-1}}\right) = U\left(1 - \eta^{\frac{|M_R|}{|M_R|-1}}\right) > U - K.$$

Hier ist also die untere Schranke dieses Erwartungsnutzens von der Gruppengröße unabhängig.

Nach den strengen Rationalitäts- bzw. Lösungskriterien von Harsanyi (1977) kommen also folgende Gleichgewichte als Lösungen für das VOD in Frage: Im symmetrischen Fall scheiden die Gleichgewichte in reinen Strategien, wie oben dargestellt, aus. Weiterhin scheidet das Gleichgewicht in gemischten Strategien aus, bei dem alle Spieler mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren aus, da es nicht mehr Nutzen verspricht als die Maximin-Strategie. Es bleiben schließlich die Gleichgewicht in gemischten Strategien übrig mit $2 \leq |M_R| \leq N-1$. Für diese Gleichgewichte gilt analog zu den Gleichgewichten in reinen Strategien, dass jeder Spieler ein Gleichgewicht präferiert, bei dem er zu den glücklichen, sicher defektierenden Spielern gehört. Eine Verhandlung über die Gleichgewichte führt aufgrund der Symmetrie der Spieler wieder zum bargaining deadlock, so dass auch diese Gleichgewichte nicht als Lösung betrachtet werden können. Da schließlich auch die Maximin-Strategie keine Gleichgewichtsstrategie darstellt, gibt es mit anderen Worten im symmetrischen Spezialfall *keine* Lösung nach Harsanyi (1977). Diekmann (1985), Raub (1988) und Diekmann (1993) bemerken zwar auch, dass das Gleichgewicht in gemischten Strategien mit $|M_R|=N$ unprofitabel ist, fassen es aber dennoch, wie auch Weesie (1993), als Lösung des VOD im symmetrischen Fall auf.

Im asymmetrischen Fall kommt, wie bereits oben diskutiert, zuerst das Gleichgewicht, bei dem der stärkste Spieler alleine sicher kooperiert, in Frage. Daneben kommen die Gleichgewichte in gemischten Strategien mit $2 \leq |M_R| \leq N-1$ in Betracht, bei denen die Ungleichheitsbedingung erfüllt ist. Diese Gleichgewichte sind zwar für Spieler aus M_D profitabel, aber für die Spieler aus M_R unprofitabel. Da diese Spieler nach Harsanyi (1977) dann die Maximin-Strategie spielen sollten, stellen diese Gleichgewichte auch keine mögliche Lösung dar. Zusammenfassend heißt das, dass für das VOD im potentiell asymmetrischen Fall nur das Gleichgewicht als Lösung in Frage kommt, bei dem der stärkste Spieler alleine kooperiert, wobei vorausgesetzt ist, dass dieser eindeutig existiert. Wie bereits dargestellt, wird dieses Gleichgewicht auch von Weesie (1993) und Diekmann (1993) als Lösung aufgefasst, wobei Weesie auch das unprofitable Gleichgewicht in gemischten Strategien mit $|M_R|=N$ als mögliche Lösung auffasst. Es ist zu betonen, dass durch die Existenz des pareto-superioren Gleichgewichts in reinen Strategien das VOD im asymmetrischen Fall mit einem eindeutigen stärksten Spieler eigentlich kein Dilemma darstellt.

Neben der individuellen Kooperationswahrscheinlichkeit, also der Wirkung der Dilemmastruktur auf der Individualebene, ist auch die Wirkung auf der Kollektivebene, also die kollektive Wahrscheinlichkeit der Kollektivgutproduktion P^* von Interesse. Diese soll für alle oben abgeleiteten Nash-Gleichgewichte untersucht werden, wobei vorerst außer Acht gelassen wird, dass es nur im asymmetrischen Fall mit eindeutig definiertem starkem Spieler eine Lösung nach Harsanyi (1977) gibt. Für das Gleichgewicht in reinen Strategien ist P^* sowohl im asymmetrischen als auch im symmetrischen Spezialfall trivialerweise Eins. Für die Gleichgewichte in gemischten Strategien gilt:

$$\begin{aligned}
 (13) \quad P^* &= 1 - \prod_{i=1}^N q_i^* = \\
 &= 1 - \prod_{i \in M_R} q_i^* = \\
 &= 1 - \prod_{i \in M_R} \left(\frac{1}{\eta_i} \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} \right) = \\
 &= 1 - \frac{1}{\prod_{i \in M_R} \eta_i} \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{|M_R|}{|M_R|-1}} = \\
 &= 1 - \left(\prod_{j \in M_R} \eta_j \right)^{\frac{1}{|M_R|-1}} > 1 - \underset{j \in M_D}{\text{Min}} \eta_j .
 \end{aligned}$$

Für den symmetrischen Spezialfall vereinfacht sich die P^* zu:

$$(14) \quad P^* = 1 - \eta^{\frac{|M_R|}{|M_R|-1}} .$$

Beim allgemeinen potentiell asymmetrischen VOD ist der Einfluss des Kosten-Nutzen-Verhältnisses und der Gruppengröße auf die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit

komplex. Scheinbar sinkt die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit mit steigenden Bereitstellungskosten, und nimmt zu mit steigendem Kollektivgutnutzen, insbesondere Diekmann (1993) weist darauf hin, dass dies genau genommen nicht immer zutreffen muss. Wenn bei wachsender Gruppengröße Spieler mit genügend kleinem Kosten-Nutzen-Verhältnis hinzukommen, steigt die Bereitstellungswahrscheinlichkeit. Diese Interpretation ist aber meiner Ansicht nach nur sinnvoll, wenn man eine Eintrittsdynamik unterstellt, und keine beliebigen, unterschiedlich große Gruppen. Auf diese Interpretation soll später noch genauer eingegangen werden. Weiterhin ist auch hier die untere Schranke zu beachten, die sich aus der Gültigkeit der Ungleichheitsbedingung bei $2 \leq |M_R| \leq N-1$ ergibt. Einerseits sinkt P^* mit steigender Gruppengröße bzw. wachsendem $|M_R|$, andererseits sollte auch die untere Schranke wachsen. Auch hier ist aber einzuwenden, dass mit steigender Gruppengröße Gleichgewichte unwahrscheinlicher werden, bei denen relativ starke Spieler sicher defektieren, d.h. die Ungleichheitsbedingung für diese Gleichgewichte sollte seltener erfüllt sein.

Im symmetrischen Fall sinkt die Bereitstellungswahrscheinlichkeit immer mit steigenden Bereitstellungskosten und steigt mit steigendem Kollektivgutnutzen. Beim Einfluss der Gruppengröße kann zwar wieder einerseits argumentiert werden, dass das Abfallen der kollektiven Bereitstellungswahrscheinlichkeit nicht durch eine untere Schranke abgefangen wird. Andererseits sind die Gleichgewichte mit $2 \leq |M_R| \leq N-1$ sehr unrealistisch, da sich hier das schon erwähnte Verhandlungsproblem ergibt. Wenn man akzeptiert, dass sich das nichtprofitable Gleichgewicht mit $|M_R|=N$ einstellen kann, sinkt die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit mit steigender Gruppengröße und konvergiert gegen K/U .

2.1 Die Superrationalitätsstrategie

Da es im symmetrischen VOD keine Lösung nach den strengen Kriterien von Harsanyi (1977) gibt, schlägt Diekmann (1985) schlägt noch zwei weitere Strategien vor, die allen Spielern einen höheren Erwartungsnutzen versprechen als die Maximin-Strategie. Erstens könnten die Spieler den Freiwilligen per Los bestimmen. Dazu müssen die Spieler aber miteinander kommunizieren können¹⁹, was im VOD ausgeschlossen ist. Darüber hinaus besteht hier streng genommen auch ein Verhandlungsproblem darüber, wie der Freiwillige gezogen werden soll, d.h. wie die Wahrscheinlichkeitsverteilung über alle Spieler aussieht. Jeder Spieler präferiert eine Verteilung, die ihm selbst eine geringere Wahrscheinlichkeit zuordnet, und aufgrund der Symmetrie der Spieler führt diese Verhandlung wieder zum bargaining deadlock. Zweitens

¹⁹ Kommunikation ist insbesondere deshalb notwendig, weil alle Akteure wissen müssen, wer der Freiwillige ist. Insoweit ist die Notwendigkeit der Kommunikation unabhängig von der zufälligen Auswahl an sich. Es muss aber irgendetwas geben, z.B. auch eine Norm, dass den Akteuren ermöglicht, das Ergebnis der verbindlichen Auswahl zu kennen.

leitet Diekmann eine Strategie unter Heranziehung der Superrationalitätsannahme von Hofstadter (1983) ab. Nach Hofstadter ist eine Gruppe von Spielern dann superrational, wenn ein beliebiger Spieler „depend[s] not only on [...] [the Alteri] being rational but also on [...] [the Alteri] depending on everyone else's being rational, and on [...] [the Alteri] depending on everyone to depend on everyone's being rational, and so on.“ (Hofstadter, 1983, S. 17, Hervorhebung im Original). Dies scheint mit der üblichen Common-Knowledge-Annahme²⁰ der Spieltheorie identisch zu sein, der Unterschied liegt aber in einem anderen Verständnis von Rationalität an sich. Für Hofstadter muss rationales Entscheiden allgemein gültig sein, d.h. unabhängig von der entscheidenden Person. Dies entspricht im Wesentlichen auch der klassischen Spieltheorie, aber der fundamentale Unterschied liegt darin, dass diese Tatsache auch dem Akteur bewusst ist, bzw. dass das Bewusstsein dieser Tatsache Common-Knowledge ist. Insoweit sind die betrachteten Subjekte von Hofstadters Spieltheorie selbst Hofstadter'sche Spieltheoretiker²¹. Aus dieser Perspektive folgt, dass ein rationaler Akteur in Hofstadters Verständnis von seiner eigenen Entscheidung auf die Entscheidung anderer im Sinne von Hofstadter rationaler Akteure schließen kann, d.h. ähnlich wie beim diagnostischen Wählen von Quattrone und Tveryky (1984, 1988) gibt die eigene Entscheidung einen Hinweis darauf, wie andere ähnlich denkende Akteure entscheiden. Allgemeiner betrachtet sind wie bei Jeffrey (1967) die Eintrittswahrscheinlichkeiten bestimmter Zustände, nämlich die Handlungen anderer Akteure, nicht mehr unabhängig von den Entscheidungen des Akteurs. Gerade durch diese Eigenschaft ist Hofstadters Ansatz prinzipiell verschieden von der klassischen Spieltheorie, bei der zwar die Auszahlungen eines Spieler von der Entscheidung eines anderen Spieler abhängen können, nicht aber dessen Entscheidung selbst. Hofstadter leitet nun ab, dass ein in seinem Sinne rationaler Akteur davon ausgehen muss, dass andere rationale Akteure gleich entscheiden. Dadurch ist die Menge der möglichen Strategiekombinationen extrem eingeschränkt: Bei N Spielern bei reinen Strategien bedeutet diese Annahme einen Entscheidung zwischen zwei Punkten im N-dimensionalen Ergebnisraum, nämlich zwischen den Punkten (C,...,C) und (D,...,D); bei gemischten Strategien entscheiden sich die Spieler für

²⁰ Wenn eine Information i über ein Spiel Teil des Common-Knowledge ist, ist die beliebig lange Aussage der Form: „Ich weiß, dass ich weiß, ..., dass ich weiß, dass die Information i gilt“ wahr, selbst wenn man weiterhin in dieser Aussage beliebige ich 's, d.h. Perspektiven eines bestimmten Akteurs i , mit anderen Akteuren j , bzw. deren Perspektive, vertauscht. Vgl. Osborne und Rubinstein (1994), S. 73.

²¹ Hofstadter begeht hier aus positivistischer Sicht denselben Fehler wie Hobbes (1955) und Comte (1975). Ähnlich wie diese Autoren erklärt Hofstadter nicht, warum Akteure auf bestimmte Weise handeln, sondern wie sie handeln sollten. Aus soziologischer Sicht wird dabei Logik als Ideologie verstanden, derer sich die Akteure *einschließlich Hofstadter, Hobbes und Comte* bedienen, so dass letztlich aus sozialen Situationen parametrische Situationen werden und anstatt der Gleichgewichtslösungen im Sinne der Spieltheorie vielmehr einfache individuelle Kosten-Nutzen-Kalküle die Entscheidung der Akteure bestimmen. Ob Akteure logisch oder unlogisch handeln, ist erstens eine Frage der Beobachtung und zweitens zuerst ein Problem für den Forscher, aber nicht notwendigerweise für den realen Akteur.

einen Punkt auf der Raumdiale zwischen diesen beiden Punkten. Jeder Akteur entscheidet sich nun über diese Menge gemäß der einfachen Entscheidungstheorie für die Strategie, die am meisten Nutzen verspricht. Diekmann fasst die Hofstadters Annahme folgendermaßen zusammen: „all participants in the game maximize their expected utility under the restriction of Kant’s categorical imperative“ (Diekmann (1985), S.608), und interpretiert damit Hofstadters normative Position in soziologischer Perspektive als Geltung der koordinierenden Norm des kategorischen Imperativs unter den Akteuren (vgl. Fußnote 21).

Bei Gültigkeit dieser zusätzlichen Annahme ergibt sich folgendermaßen eine Gleichgewichtsstrategie q_s^* . Ausgehend von der nun vereinfachten Erwartungsnutzengleichung:

$$(15) \quad EU_i = q \left(1 - \prod_{j=1, j \neq i}^N q \right) U + (1-q)(U-K) = q(1-q^{N-1})U + (1-q)(U-K)$$

erhält man durch Ableiten nach q und Null setzen folgende Gleichung²²:

$$(16) \quad \frac{dEU_i}{dq} = U(1 - Nq^{N-1}) - (U-K) \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, N.$$

Die Lösung q_s^* der Gleichung ergibt sich folgendermaßen:

$$(17) \quad U(1 - Nq^{N-1}) - (U-K) = 0 \Rightarrow U - UNq^{N-1} - U + K = 0 \Rightarrow q^{N-1} = \frac{1}{N} \frac{K}{U}$$

$$\Rightarrow q_s^* = q = \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} = \sqrt[N-1]{\frac{1}{N} \frac{K}{U}}.$$

D.h. die gemischte Strategie mit der Defektionswahrscheinlichkeit q_s^* ist die einzige Gleichgewichtsstrategie bei Gültigkeit der Superrationalitätsannahme. Auch hier gilt wieder, dass die Defektionswahrscheinlichkeit mit den Bereitstellungskosten steigt, mit dem Kollektivnutzen sinkt. Weiterhin steigt die Wahrscheinlichkeit zu Defektieren wieder mit der Gruppengröße und konvergiert wieder gegen Eins. Der entsprechende Erwartungsnutzen für alle Spieler ergibt sich wieder durch Einsetzen in Gleichung (15):

$$(18) \quad EU_i = \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \left(1 - \prod_{j=1, j \neq i}^N \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \right) U + \left(1 - \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \right) (U-K) =$$

$$= \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} U - \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right) U + U - K - U \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} + K \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} =$$

$$= - \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \frac{1}{N} K + U - K + K \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} =$$

²² Streng genommen muss eigentlich auch geprüft werden, ob der Erwartungsnutzen an den Randstellen für $q=0$ und $q=1$ höher ist als an der Extremstelle. Da aber die Zustände, bei denen alle Spieler sicher defektieren bzw. kooperieren, keine Gleichgewichte sind, kann hier auf diese formale Feinheit verzichtet werden.

$$\begin{aligned}
&= U - K \left(\left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \frac{1}{N} + 1 - \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \right) = \\
&= U - K \left(1 - \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{1}{N-1}} \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right) = U - K \left(1 - q^* \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right).
\end{aligned}$$

Diese etwas unanschauliche Vereinfachung wird etwas klarer, wenn man sich vergegenwärtigt, dass $1 > 1 - q^* (1 - 1/N) > 1/N$ gilt, d.h. der Erwartungsnutzen der Gleichgewichtsstrategie unter Annahme der Superrationalität ist für jeden Spieler größer als der Erwartungsnutzen der Maximin-Strategie und kleiner als der Erwartungsnutzen, den die Spieler erhalten, wenn der Freiwillige per Los bestimmt wird. Es ist zu betonen, dass der Erwartungsnutzen der Superrationalitätsstrategie gegen $U - K/N$ mit wachsender Gruppengröße konvergiert. Nach Diekmann ist diese Strategie deshalb das „optimal principle [, if] coordination by communication is impossible“ (Diekmann (1985), S.608).

Die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit bei Bestimmung des Freiwilligen per Los ist trivialerweise Eins. Wenn die Spieler die Superrationalitätsstrategie q^* spielen, ist diese kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit P^* analog zu Gleichung (19):

$$(19) \quad P^* = 1 - \left(\frac{1}{N} \frac{K}{U} \right)^{\frac{N}{N-1}},$$

d.h. sie sinkt ceteris paribus mit steigenden Bereitstellungskosten, steigt mit steigendem Kollektivgutnutzen. Im Gegensatz zum Gleichgewicht in gemischten Strategien mit $|M_R|=N$ steigt hier die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit aber mit wachsender Gruppengröße und konvergiert gegen Eins. Es ist aber anzumerken, dass dieses Gleichgewicht nur bei Gültigkeit des kategorischen Imperativs als Norm zustande kommt, da sonst alle Spieler einen Anreiz haben, einseitig abzuweichen und diesem Anreiz entgegen dem kategorischen Imperativ auch nachgeben können.

2.2 Modifikationen und Erweiterungen

Neben den bisher diskutierten Arbeiten zu Diekmanns VOD sollen im Weiteren verschiedene allgemeinere Betrachtungen und alternative Perspektiven vorgestellt werden. Weesie (1993, 1994) differenziert bei seiner Analyse des VOD die Beobachtbarkeit des kooperativen Verhaltens der Mitspieler während des Spiels und verallgemeinert das spieltheoretische Modell weiterhin um die Annahme der unvollständigen Informiertheit der Mitspieler über die Auszahlungen ihrer Kontrahenten. Kirchgässner (2002) diskutiert in einem normativen Artikel über die Notwendigkeit von „Helden“ in der Politik und Wirtschaft. In Zusammenhang zu dieser

Arbeit ist aber seine Betrachtung des Einflusses von intrinsischer Motivation auf die Bereitstellung von Kollektivgütern im Allgemeinen durchaus interessant und soll deshalb hier kurz diskutiert werden.

2.2.1 Das Volunteer's Timing Dilemma

Bei der Analyse des potentiell asymmetrischen VOD leiten Weesie (1993) und Diekmann (1993) zwei Gleichgewichte als mögliche Lösungen ab, nämlich das Gleichgewicht in reinen Strategien, bei dem der stärkste Spieler alleine kooperiert, und das Gleichgewicht in gemischten Strategien, bei dem alle Spieler mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren. Beide entscheiden sich schließlich für das Gleichgewicht in reinen Strategien, wobei sich ihre Argumentationen unterscheiden. Diekmann leitet unter Zuhilfenahme der tracing procedure von Harsanyi und Selten (1988, aus Diekmann (1993)) ab, dass Spieler das Gleichgewicht in reinen Strategien spielen sollten. Dies wird auch durch seine empirischen Ergebnisse, auf die unten noch genauer eingegangen wird, bestätigt. Weesie (1993) geht bei der Erklärung dieser Ergebnisse anders vor. Er lehnt die impliziten Annahmen über Risikodominanz und trembling-hand-perfection, die Diekmann bei seiner Erklärung annimmt, ab, und verändert das VOD dahingehend, dass er annimmt, dass die Spieler im Gegensatz zum VOD während des Spiels ihr Kooperationsverhalten wechselseitig beobachten. Diese Annahme führt zu einer Dynamisierung des Spiels, d.h. die Spieler entscheiden nicht einfach, ob sie kooperieren, sondern wann sie kooperieren, wenn dies noch kein anderer Spieler getan hat. Diese Modellierung der Situation führt zum so genannten Volunteer's Timing Dilemma (VTD), welches folgendermaßen definiert ist: Man betrachte eine Gruppe von $N \geq 2$ Spielern, von denen jeder einen Zeitpunkt $t \in [0, \infty]$ wählt, zu dem er kooperiert, unter der Bedingung, dass noch keiner vor ihm kooperiert hat. Der $t = 0$ bedeutet also, dass er sofort kooperiert, und $t = \infty$ bedeutet, dass er sicher nie kooperiert. Diese beiden Alternativen entsprechen als den reinen Strategien C und D aus dem VOD. Eine gemischte Strategie stellt in diesem Spiel eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über das ganze Intervall $[0, \infty]$ dar. Weiterhin sei angenommen, dass der Kooperationserfolg mit zunehmender Zeit abnimmt, d.h. der Kollektivgutnutzen wird mit abnehmender und gegen Null konvergierender Wahrscheinlichkeit realisiert. In Anlehnung an das VOD gelte, dass bei sofortiger Kooperation das Kollektivgut sicher produziert wird, und bei $t = \infty$ sicher nicht bereitgestellt wird. Formal sei deshalb eine Erfolgswahrscheinlichkeit $\varphi(t)$ definiert mit:

$$(20) \quad \varphi: [0, \infty] \rightarrow [0, 1] \quad \text{mit} \quad \frac{d\varphi}{dt} < 0, \quad \varphi(0) = 1, \quad \varphi(\infty) = 0.$$

Ferner realisiert der Spieler, der das Kollektivgut zuerst und damit alleine produziert, Bereitstellungskosten, während alle anderen Spieler den vollen Kollektivgutnutzen erfahren. Das heißt also, dass der Erwartungsnutzen den ein Spieler i realisiert, wenn der Strategienvektor $t = (t_1, \dots, t_N)$ gespielt wird, folgendermaßen definiert ist:

$$(21) \quad EU_i(t) = \begin{cases} U_i \varphi(\hat{t}) - K_i & \text{für } t_i = \hat{t} = \underset{1 \leq j \leq N}{\text{Min}} t_j, \\ U_i \varphi(\hat{t}) & \text{sonst.} \end{cases}$$

Auch hier gelte im allgemeinen, potentiell asymmetrischen Fall $0 < \eta_1 \leq \dots \leq \eta_N < 1$ mit $\eta_i = K_i/U_i$. Die Anreizstruktur bleibt damit der des VOD ähnlich. Bei Kooperation zu einem bestimmten Zeitpunkt nimmt der Freiwillige Kosten in Kauf, produziert aber mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit das Kollektivgut. Der entscheidende Unterschied liegt darin, dass Weesie davon ausgeht, dass mit zunehmender Zeit die Erfolgswahrscheinlichkeit abnimmt, d.h. über kurz oder lang überwiegen die Kosten den zu erwartenden Nutzen. Weesie betont, dass diese Art der Modellierung insbesondere dem Beispiel von Darley und Latané (1967) weniger gerecht wird, weil die Spieler sich im Verlauf des Verbrechens nicht beobachten, aber auch dass es ähnliche Beispiele gibt, in denen dies der Fall ist²³. Mit zunehmender Zeit wird die Erfolgswahrscheinlichkeit oder zumindest die Qualität der erfolgreichen Hilfeleistung geringer²⁴. Der strukturelle Unterschied zwischen dem VOD und dem VTD liegt aber nach der Weesie nicht in der Dynamisierung des Verhaltens, sondern in der gegenseitigen Beobachtbarkeit des Verhaltens. Selbst wenn die Spieler im VOD ihr Verhalten herauszögern könnten, aber keine Information darüber haben, ob andere Spieler bereits kooperiert haben, beschränken sich die Best-Response-Strategien immer noch auf die Alternativen sofort oder nie zu kooperieren, d.h. letztlich ob die Akteure überhaupt kooperieren.

Für das symmetrische VTD mit $0 < \eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_N = \eta < 1$ leitet Weesie mehrere GG ab. Wie bei VOD gibt es auch hier wieder N asymmetrische GG in reinen Strategien, bei denen ein Spieler sofort kooperiert und alle anderen nie, wobei auch hier wieder gilt, dass diese Gleichgewichte nach der strengen Axiomatik von Harsanyi (1977) nicht als Lösung in Frage kommen, da wieder ein bargaining deadlock auftritt. Die zugehörige Kollektivgutbereitstellungswahrscheinlichkeit ist trivialerweise Eins. Weiterhin gibt es ein eindeutiges symmetri-

²³ So könnten sich im Fall von Darley und Latané die Beobachter auch auf der Strasse befunden haben, so dass ihr Kooperationsverhalten wechselseitig beobachtbar wäre.

²⁴ Weesie betont selbst, dass seine Modellierung von vollständiger Information insbesondere über die individuellen Kosten-Nutzen-Verhältnisse ausgeht, was wohl bei dem Problem von Darley und Latané nicht angebracht ist. Dies könnte auch ein Grund dafür sein, dass bei der Ermordung von Kitty Genovese entgegen der Prognose des Modells von Weesie (1993) keiner der Zuschauer eingegriffen hat, es sei denn, man unterstellt, dass die 38 Zeugen des Verbrechens in ihren Kosten-Nutzen-Verhältnissen erstens völlig symmetrisch waren, und zweitens diese Verhältnisse entweder nahe Null waren, d.h. der subjektive Nutzen der Rettung der Ermordeten unwesentlich höher als die Kosten eines Anrufs bei der Polizei waren, oder das Opfer schlicht und einfach Pech hatte.

ches Gleichgewicht t^* in gemischten Strategien mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Kooperationszeitpunktes

$$(22) \quad F(t) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{1 - \varphi(t)}{(N-1)\eta}\right) & \text{für } t \in [0, \varphi^{-1}(\eta)] \\ 1 - \exp\left(-\frac{1 - \eta}{(N-1)\eta}\right) & \text{für } t > \varphi^{-1}(\eta). \end{cases}$$

Damit ist kollektive Bereitstellung des Kollektivgutes eine Zufallsvariable über die Zeit mit der Verteilung

$$(23) \quad G(t) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{N}{N-1} \frac{1 - \varphi(t)}{(N-1)\eta}\right) & \text{für } t \in [0, \varphi^{-1}(\eta)] \\ 1 - \exp\left(-\frac{N}{N-1} \frac{1 - \eta}{(N-1)\eta}\right) & \text{für } t > \varphi^{-1}(\eta). \end{cases}$$

Der Erwartungsnutzen in diesem Gleichgewicht ist für alle Spieler U-K und jeder Spieler defektiert mit der streng positiven Wahrscheinlichkeit

$$(24) \quad q_N = \exp\left(-\frac{1 - \eta}{(N-1)\eta}\right) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1.$$

D.h. also, dass das Gleichgewicht in gemischten Strategien t^* unprofitabel, und es somit beim symmetrischen VTD wie beim symmetrischen VOD nach Harsanyi (1977) *keine* Gleichgewichtslösung gibt. Die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit zu t^* ist:

$$(25) \quad P_N = 1 - \exp\left(-\frac{N}{N-1} \frac{1 - \eta}{\eta}\right) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1 - \exp\left(-\frac{1 - \eta}{\eta}\right).$$

Da der Bereitstellungserfolg vom Zeitpunkt der Bereitstellung abhängt, ist zur Bewertung der kollektiven Bereitstellung eine Betrachtung der erwarteten Erfolgswahrscheinlichkeit, d.h. des Erwartungsnutzen des Kollektivgutes, notwendig. Diese ist

$$(26) \quad E(\varphi(t)) = 1 - \eta + \frac{\eta}{N} \Theta_N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1 - \eta.$$

Wie beim VOD ist das symmetrische schwache Gleichgewicht in gemischten Strategien gegenüber dem starken Gleichgewicht in reinen Strategien Pareto-inferior. Es ist anzumerken, dass Weesie zum VTD im Gegensatz zum VOD keine Gleichgewichte in gemischten Strategien herleitet, bei denen einzelne Spieler mit $t = \infty$ sicher defektieren. Diese sollten ohnehin nach Harsanyi (1977) aufgrund der Symmetrie der Spieler keine Lösung des Spiels sein, da die Spieler wieder über unterschiedliche Bereitstellungsverteilungen verhandeln müssten, und diese Verhandlung zum Bargaining Deadlock führen müsste. Ein Vergleich zwischen dem

symmetrischen VOD und dem symmetrischen VTD ergibt, dass im VTD die individuelle Defektionswahrscheinlichkeit geringer, die Wahrscheinlichkeit der Bereitstellung des Kollektivgutes größer und der Erwartungsnutzen des Kollektivgutes kleiner ist als im VOD.

Weesie führt bei dieser normativen Bewertung der Dilemmata eine interessante Perspektive ein, in dem er in Anlehnung an das reale Problem bei Darley und Latané (1967) die durch den Freiwilligen zu rettende Person als Spieler mit nur einer Alternative, nämlich auf Hilfe hoffen, auffasst. Aus dieser Perspektive ist die Beobachtbarkeit des Kooperationsverhaltens der anderen Spieler, aus der sich das VTD ergibt, pareto-superior, wobei die potentiellen gegenüber der Beobachtbarkeit indifferent sind, aber nicht das zu rettende Opfer. Wenn die Akteure also darüber entscheiden könnten, ob sie sich beobachten können, wäre die Nichtbeobachtbarkeit eine Gleichgewichtsstrategie. Wenn man weiterhin annimmt, dass sich die potentiellen Freiwilligen entscheiden können, an dem Spiel teilzunehmen, d.h. in der realen Situation, stehen zu bleiben, um das Verbrechen zu beobachten oder weiter zu laufen und sich somit der Verantwortung zu entziehen. Aus dieser Annahme folgt, dass die Passanten einen Anreiz haben, weiter zu laufen, da dadurch der Erwartungsnutzen des Kollektivgutes, nämlich die Rettung des Opfers steigt, wenn schon mindestens eine Person als potentieller Freiwilliger das Geschehen beobachtet. Dies ist auch kollektiv vorzuziehen, da auch der Erwartungsnutzen des Opfers steigt. Es folgt aber aus dieser Perspektive, dass sich ein Freiwilligendilemma zweiter Ordnung bildet, bei dem sich die Passanten entscheiden, ob sie überhaupt stehen bleiben und sich in das Freiwilligendilemma der Hilfebereitstellung begeben. Für das potentiell asymmetrische VOD und VTD liefert diese Modellierung aber keine neuen, bzw. auch teilweise unplausible Aussagen. Im asymmetrischen VOD wird, wie schon dargestellt, der stärkste Spieler, sofern er eindeutig ist, das Kollektivgut alleine sicher bereitstellen. Daraus folgt für das Metaspiel, dass auch nur dieser Spieler in die Gruppe eintreten sollte, bzw. alle anderen Spieler indifferent sind, da sie den vollen Nutzen des Kollektivguts unabhängig davon realisieren, ob sie eintreten oder nicht. Im symmetrischen Fall kommt höchstens das gemischte Gleichgewicht in Frage, bei dem alle Spieler mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren. In diesem Fall entspricht die Alternative im Metaspiel des Nichteintretens der Möglichkeit im VOD selbst, sicher nicht zu kooperieren. Daraus folgt, dass diese Alternative im Metaspiel genauso wenig als Lösung gerechtfertigt ist wie im VOD selbst. Es ist also zu vermuten, dass alle Spieler eine gemischte Strategie spielen, d.h. mit echt positiver Wahrscheinlichkeit in die Gruppe eintreten, um dann die gemischte Gleichgewichtsstrategie zu spielen. Da auch diese Strategie wieder unprofitabel sein sollte, ist nach den strengen Kriterien von Harsanyi (1977) davon auszugehen, dass alle Spieler auch im Metaspiel die Maximin-Strategie spielen sollten,

also in die Gruppe eintreten. Dasselbe Bild ergibt sich im Übrigen für das asymmetrische VTD, da die Gleichgewichte strukturell die gleichen Eigenschaften haben wie im VOD. Unabhängig davon erscheint diese Perspektive aber viel versprechend, um allgemeine Gruppenbildungsprozesse zu modellieren.

Für das asymmetrische VTD leitet Weesie das einzig existierende Gleichgewicht ab, bei dem der Spieler mit dem kleinsten Kosten-Nutzen-Verhältnis $\eta_1=K_1/U_1$ sofort das Kollektivgut bereitstellt und alle anderen sicher defektieren. Seine Ableitung beruht darauf, dass er die kontinuierliche Zeit in diskrete Zeit umwandelt, für dieses Spiel das einzige Gleichgewicht herleitet, und dann eine Grenzwertbetrachtung vornimmt, bei der die diskreten Zeitintervalle gegen Null konvergieren. Dieses Gleichgewicht beruht natürlich darauf, dass der Spieler mit minimalem η eindeutig ist.

Weesie stellt zusammenfassend fest, dass seine Analyse des VTD bei vier Punkten erweiterbar ist: Erstens ist seine Annahme über die Funktionen dahingehend eingeschränkt, dass er keine Opportunitätskosten für das Warten unterstellt und die Bereitstellungskosten in ähnlichem Maß wie der Nutzen des Kollektivgutes zeitabhängig sein können, da z.B. die Rettung eines Ertrinkenden zunehmend schwieriger werden kann. Zweitens wird sowohl beim VOD als auch beim VTD außer Acht gelassen, ob das Kooperationsverhalten sofort oder erst nach einer gewissen zeitlichen Verzögerung Wirkung zeigt. Wenn man wieder den realen Fall von Darley und Latané betrachtet, bedeutet das, dass das Opfer erst einige Zeit nach dem Telefonanruf bei der Polizei gerettet werden kann. Abstrakter betrachtet heißt das, dass das Kooperationsverhalten eines Spielers erst nach einer gewissen zeitlichen Verzögerung für alle anderen bekannt wird. Aus dieser Lesart folgt, dass das VTD im Prinzip davon ausgeht, dass die Polizei sofort erscheint, während das VOD davon ausgeht, dass diese Verzögerung unendlich ist, d.h. ein Spieler nie vom Kooperationsverhalten anderer Spieler weiß, zumindest nicht, während das Spiel läuft. Drittens ist die Modellierung sowohl des VOD als auch des VTD insoweit eingeschränkt, als dass beide davon ausgehen, dass die Spieler vollständig über die Kosten-Nutzen-Verhältnisse aller Spieler informiert sind (vgl. Fußnote 24). Dies ist natürlich eine unrealistische Annahme, aber eine allgemeinere Betrachtung unvollständiger Informiertheit würde wohl auch das reale Verhalten von Menschen in solchen Situationen beschreiben. Weesie berichtet hier eine persönliche Begebenheit, bei der er mit einem Freiwilligendilemma konfrontiert war, und betont insbesondere, dass er selbst und sein Gegenüber sich eine gewisse Zeit beobachteten und so, zumindest in seiner Interpretation, die Kosten-Nutzen-Verhältnisse abschätzten. Auf diese Erweiterung soll im Folgenden noch genauer eingegangen werden. Viertens fordert Weesie eine Verallgemeinerung des VOD und des VTD auf den

Fall, dass nicht nur ein Spieler das Kollektivgut produzieren kann, sondern beliebig k viele Spieler, d.h. er rückt das VOD und das VTD wieder näher in Richtung des allgemeineren Kollektivgutproblems von Olson. Abschließend weist Weesie daraufhin, dass sowohl das symmetrische VOD als auch das symmetrische VTD ineffiziente Gleichgewichtslösungen haben, dagegen aber beide Dilemmata in der asymmetrischen Betrachtung starke Gleichgewichte in reinen Strategien haben. D.h. dass die Symmetrie der Akteure, die in der Spieltheorie eigentlich immer aus Gründen der Vereinfachung angenommen wird, in diesen Spielen dazu führt, dass keine Gleichgewichtslösungen im strengen Sinne nach Harsanyi (1977) existieren. Dies ist insbesondere deshalb von zentraler Bedeutung für die Beurteilung des Freiwilligendilemmas, da, wie auf Seite 15 dargestellt, das VOD im asymmetrischen Fall bei Eindeutigkeit eines stärksten Spielers kein Dilemma darstellt. Da davon auszugehen ist, dass der symmetrische Fall des VOD empirisch sehr selten zu finden ist, stellt sich die grundsätzliche Frage der Relevanz des Freiwilligendilemmas. Nicht zuletzt aufgrund dieser Tatsache ist eine Betrachtung des Freiwilligendilemmas bei unvollständiger Information sinnvoll.

2.2.2 Unvollständige Information

Der überwiegende Teil der Arbeiten zum Freiwilligendilemma beschränkt sich auf die Betrachtung vollständig informierter Spieler, d.h. Spieler, die den Kollektivgutnutzen und die Bereitstellungskosten aller anderen Spieler kennen. Weesie (1993, 1994) wendet ein, dass diese Annahme in Situation gerechtfertigt sein kann, wenn man Spieler betrachtet, die sich gut kennen, wie z.B. Menschen, die einem gemeinsamen Haushalt leben, und die gemeinsame Erledigung der im Haushalt anfallenden Aufgaben organisieren. Aber in den allermeisten Situationen wie gerade auch beim historischen Vorbild, also dem Fall von Darley und Latané, stehen sich meist Unbekannte gegenüber. Dass unvollständige Information einen Einfluss hat, kann man sich intuitiv am ersten Beispiel sehr leicht überlegen. Wer die Drohpunkte des Gegenübers genau kennt, also z.B. weiß, dass der Mitbewohner ein größeres Hygienebedürfnis hat als man selbst, wird dem sensibleren Mitbewohner wohl auch eher die Arbeit alleine überlassen, da keine negativen Konsequenzen drohen. Es ist anzumerken, dass die Spieler in diese Situationen in der Realität häufig über andere Dimensionen strukturell verbunden sind, und sich somit weniger einseitige Tauschgleichgewichte einstellen können. Umgekehrt ist es ebenso intuitiv einleuchtend, dass die Spieler unter Unsicherheit eher kooperieren sollten, da sie sich nicht darauf verlassen können, dass ein Spieler mit höherem Interesse und/oder geringeren Kosten eher das Kollektivgut produziert. Die Arbeit von Weesie (1994) ist die einzige, die diese allgemeinere Betrachtung vornimmt. Die Darstellung dieser Untersuchung beschränkt sich an dieser Stelle auf die theoretischen Ergebnisse, da die Ableitungen aufgrund

ihrer Komplexität einer zu ausführlichen Darstellung bedürfen. Weesie (1994) untersucht den Einfluss von vollständiger Information sowohl für das VOD als auch für VTD, d.h. er verschränkt die Dimensionen der gegenseitigen Beobachtbarkeit des Kooperationsverhaltens während des Spiels mit der Informiertheit der Spieler. Es muss betont werden, dass er nur symmetrische Spieler untersucht, für die es, wie bereits dargestellt, keine eindeutige Gleichgewichtslösung gibt. Weesies Ergebnisse beschränken sich deshalb auf den Vergleich der symmetrischen gemischten Gleichgewichtsstrategien. Die Ergebnisse entsprechen weitgehend der oben ausgeführten Intuition. Sowohl beim VOD als auch beim VTD sinken die individuelle Kooperationswahrscheinlichkeit p und entsprechend die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit P unabhängig vom Grad der Informiertheit mit steigenden Bereitstellungskosten und mit sinkendem Kollektivgutnutzen. Der Einfluss der Gruppengröße auf p und P interagiert aber mit dem Grad der Informiertheit, d.h. der Effekt ist etwas schwieriger zu interpretieren. Wie bereits oben diskutiert wurde, sinken beim VOD und beim VTD mit steigender Gruppengröße sowohl die individuelle Kooperationswahrscheinlichkeit als auch die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit. Bei höherer Unsicherheit über die Auszahlungen der anderen Spieler, also geringerem Grad der Informiertheit, ist der Effekt sowohl beim VOD als auch beim VTD umgekehrt, d.h. mit steigender Gruppengröße steigen dann p und P . Umgekehrt heißt das natürlich, dass sich in kleinen Gruppen größere Unsicherheit negativ auf die individuelle und kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit auswirkt, während in großen Gruppen größere Unsicherheit eher zur individuellen bzw. kollektiven Bereitstellung des Kollektivgutes führt. Weesie leitet weiterhin ab, dass sich die individuelle und mit ihr die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit in eine Reihenfolge bringen lassen. So gilt in großen Gruppen für die individuelle Bereitstellungswahrscheinlichkeit p folgende Ungleichung hoher Unsicherheit:

$$(27) \quad p_{\text{VOD}} < p_{\text{VTD}} < p_{\text{VDI}} < p_{\text{VTDI}},$$

und bei geringer Unsicherheit gilt:

$$(28) \quad p_{\text{VOD}} < p_{\text{VDI}} < p_{\text{VTD}} < p_{\text{VTDI}},$$

wobei die Subskripte VOD und VTD die individuellen Bereitstellungswahrscheinlichkeiten in den gemischten Gleichgewichten im VOD und VTD kennzeichnen, d.h. also für vollständige Information, und die Subskripte VDI und VTDI kennzeichnen die jeweils die entsprechende Wahrscheinlichkeit für das VOD und das VTD bei unvollständiger Informiertheit. Für kleine Gruppen sind diese einfachen Aussagen aber nicht mehr möglich.

2.2.3 Intrinsische Motivation

In dem eingangs dargestellten Beispiel des Freiwilligendilemmas aus dem „Verlorenen Paradies“ verwendet Milton nicht von ungefähr dieselbe Formulierung wie im dargestellten Bibelvers von Jesaja. Das Problem, dass Gott einen Propheten sucht, ist für Jesaja im Gegensatz zu den rational kalkulierenden Spielern bei Diekmann aufgrund seines Glaubens leicht gelöst. Diese Motivation wird in Zusammenhang mit der Bereitstellung von Kollektivgütern von Kirchgässner (2002) untersucht. Er widmet sich der stark normativen Frage nach der Notwendigkeit von Helden in der Politik und der Wirtschaft. Er stellt einerseits fest, dass für die Bildung und das Bestehen demokratischer Systeme moralisch handelnde Individuen notwendig sind. Nach Kirchgässner handelt ein Individuum moralisch, wenn es nicht erzwungen, sondern ausschließlich um seineswillen, gut handelt. Insoweit schließt Kirchgässner deshalb gutes Handeln, das alleine durch Normen, bzw. deren Einhaltung motiviert ist, als moralisches Handeln aus. Ein Akteur handelt weiterhin gut, wenn andere Individuen durch das Handeln instrumentellen Nutzen erfahren, der Akteur selbst keinen instrumentellen Nutzen erfährt, und das Handeln ferner für den Akteur mit Kosten verbunden ist. Kirchgässner nimmt nun an, dass gut handelnde Akteure durch einen positiven Nettonutzen erfahren können, wenn das gute Handeln für sie selbst mit expressivem Nutzen verbunden ist, d.h. dass gutes Handeln an sich eine Konsumhandlung darstellt. Unter dieser Bedingung kann es nach Kirchgässner zu altruistischem Handeln kommen. Kirchgässner leitet weiterhin ab, dass aus dieser Bedingung folgt, dass diese gut Handelnden unabhängig von anderen Akteuren zur Produktion eines Kollektivgutes beitragen, d.h. je nach dem wie die Bereitstellung des Kollektivgutes von der Beteiligung der Akteure abhängt²⁵ das Kollektivgut zumindest teilweise produziert werden kann. Wenn man nun die normative Frage nach der Notwendigkeit von Helden außer Acht lässt, und weiterhin offen lässt, was gutes Handeln heißt, so ist gerade für die Betrachtung des Freiwilligendilemmas in dieser Arbeit von Bedeutung, dass ein Teil des Nutzens, den ein Spieler durch kooperatives Handeln erfährt, expressiver Natur sein kann, d.h. alleine durch die Handlung an sich unabhängig von den Handlung anderer Spieler generiert wird. In diesem Fall wird das Freiwilligendilemma genau dann immer aufgelöst, wenn der expressive Nutzen des kooperativen Verhaltens gerade die Kosten übersteigt, da dann die Kooperation für alle Spieler immer die Alternative ist, die den höchsten Nutzen verspricht.

²⁵ So kann erstens ein diskretes Kollektivgut genau dann produziert werden, wenn mindestens eine bestimmte Anzahl von Spielern kooperieren. Weiterhin ist denkbar, dass jede diskrete Kooperation eines Akteurs zur Produktion eines stetigen Kollektivgutes zumindest teilweise beiträgt. Schließlich kann man auch das kooperative Verhalten selbst als stetige Variable, z.B. als Kooperationsanstrengung oder Investitionsmenge auffassen. Insoweit ist Kollektivgut dadurch definiert, dass die Bereitstellungsmenge eine beliebige Funktion über die Investitionen aller Akteure ist, wobei gelten muss, dass vom Konsum des Kollektivgutes kein Spieler ausgeschlossen werden kann. Vgl. hierzu Taylor und Ward (1982), Heckathorn (1996) und Esser (2000), Kapitel 6.

Kirchkamp geht bei seiner theoretischen Begründung einer expressiven Komponente des kooperativen Handelns von der seiner Ansicht nach unbestreitbaren Tatsache aus, dass für das Bestehen demokratischer politischer Systeme Helden, also Menschen, die in dem oben genannten Sinn gut Handeln, notwendig sind. Weiterhin muss dieses Handeln als in ökonomischem Sinn rationale Entscheidung erklärt werden können. Aus seiner Definition guten Handelns folgt dann, dass dieses nur durch die Annahme expressiven Nutzens erklärt werden kann. Es ist meiner Ansicht nach für die theoretische Begründung der expressiven Komponente aber zweitrangig, ob diese Handeln in irgendeiner Weise funktional notwendig erscheint. Man muss statt dessen im Sinne der sozialen Produktionsfunktion plausibel argumentieren können, dass Menschen durch ein Handeln, welches im spieltheoretischen Sinne kooperativ ist, in irgendeiner Weise direkt Nutzen erfahren, also die Handlung an sich konsumieren. Einfache Beispiele hierfür sind normative Vorstellungen, die dem Akteur durch das Handeln an sich soziale Anerkennung geben. Insoweit ist auch Kirchkamps Kategorisierung von „gutem“ Handeln, dass durch Normen „aufgezwungen“ wird, als moralisches Handeln abzulehnen, jedoch nicht aus normativen Gründen, sondern weil Normen eben gerade zu expressiv motiviertem kooperativem Handeln führen können, selbst wenn die expressive Motivation dadurch entsteht, dass expressiv empfundener Schaden bei Nichtbefolgung der Norm vermieden wird.

Bisher wurden ausschließlich die theoretischen Entwicklungen zum One-Shot-VOD vorgestellt. Im Weiteren sollen nun die empirischen Untersuchungen zum nichttitertierten Freiwilligendilemma vorgestellt werden.

2.3 Empirische Arbeiten

Direkte experimentelle Untersuchungen zum Freiwilligendilemma, die die spieltheoretisch vorhergesagten strukturellen Einflüsse auf das individuelle und kollektive Bereitstellungsverhalten explizit testen, sind äußerst selten. Diekmann (1986), Rapoport (1988) und Murnighan, Kim und Metzger (1993) untersuchen das VOD im symmetrischen Fall und Diekmann (1993) das VOD im allgemeineren potentiell asymmetrischen Fall. Beginnend bei Darley und Latané (1968) gibt es auch in der Sozialpsychologie etliche experimentelle Untersuchungen zu diesem Thema. Die Arbeiten aus dieser Disziplin lassen sich grob in vier Bereiche aufteilen. Der größte Teil interpretiert das Freiwilligendilemma als Spezialfall von allgemeinem altruistischem Verhalten. Der überwiegende Teil der Arbeiten aus diesem Bereich untersucht mehr oder weniger variablensoziologisch einzelne Einflussfaktoren auf allgemeines Hilfever-

halten²⁶. Hier stellt höchstens die Soziobiologie noch ein eigenes geschlossenes Paradigma dar. Aus evolutionstheoretischer Perspektive erscheint altruistisches Verhalten auf den ersten Blick als unerklärliche Paradoxie. Die Soziobiologie sucht deshalb nach Bedingungen, unter denen Hilfeverhalten fitnessmaximierend sein kann. Ein Grossteil dieser Arbeiten beschäftigt sich hier mit altruistischem Verhalten gegenüber Verwandten einerseits und evolutionstheoretischen Erklärungen der Reziprozitätsnorm als notwendige Bedingung zur Lösung sozialer Dilemmata andererseits²⁷. Ein anderer großer Bereich in der Sozialpsychologie betrachtet das Freiwilligendilemma als Spezialfall von allgemeinen Intragruppenkonflikten. Die Erklärungsansätze aus dieser Perspektive stellen materielle Anreize den sozialen Anreizen, die ein Individuum durch die Zugehörigkeit zu einer Gruppe erfährt, wie z.B. soziale Identität, Wertschätzung und Vergleichsmöglichkeit, gegenüber. Insoweit werden hier Argumente aus der Ökonomie mit klassischen sozialpsychologischen Argumenten verbunden²⁸. Weiterhin haben sich aus der Arbeit von Darley und Latané zwei spezialisierte Bereiche herausgebildet. Eine Gruppe legt den Schwerpunkt ihrer Untersuchungen auf den Aspekt des social-loafing, der sich im Freiwilligendilemma, aber auch anderen sozialen Dilemmata findet. Das Interesse liegt bei dieser Gruppe auf der Erklärung von individueller Motivation unter anderem zu Hilfeverhalten²⁹. Schließlich bildete die zunehmende Verbreitung elektronischer Medien wie dem Internet und Email einen Nährboden für eine Reihe von Arbeiten, die sich mit dem Aspekt der Anonymität beim Hilfeverhalten, aber auch zwischenmenschlicher Interaktion allgemein, beschäftigt³⁰. Auf die sozialpsychologischen Arbeiten soll im Weiteren nicht weiter eingegangen werden.

In seiner Pionierarbeit von 1985 kann Diekmann nur auf die experimentellen Ergebnisse zum Freiwilligendilemma von Darley und Latané (1967) zurückgreifen. Um den Einfluss der Gruppengröße und des Nutzen-Kosten-Verhältnisses auf die Kooperationswahrscheinlichkeit genauer zu untersuchen, führt Diekmann (1986) ein Experiment durch, in dem er 29 Studierende ein fiktives, nicht iteriertes VOD spielen lässt. Die Gruppengröße variiert von zwei bis zehn Spielern und das Nutzen-Kosten-Verhältnis U/K wird auf zwei festgelegt. Im Einzelnen wurde den Teilnehmern ein Fragebogen ausgehändigt, der das Spiel in Matrix-Form darstellte, in dem die Befragten angeben sollten, ob sie kooperieren oder defektieren würden, wenn ein bis neun andere Spieler am Spiel teilnahmen. Die Auszahlungen für U lagen bei zehn, für

²⁶ Vgl. hierzu z.B. Eisenberg (1991) und Schroeder (1995).

²⁷ Vgl. hierzu Hamilton (1964), Trivers (1971), Cosmides (1989) und überblicksartig Archer (2002).

²⁸ Vgl. hierzu überblicksartig Baron und Kerr (2003), Kapitel 7.

²⁹ Vgl. hierzu z.B. Karau und Williams (1993).

³⁰ Vgl. hierzu Kiesler, Siegel und McGuire (1984), Markey (2000), Barron und Yechaim (2002), Lewis et al. (2004) und Blair, Thompson und Wuensch (2005).

U-K bei fünf Punkten, wobei den Befragten versprochen wurde, dass die Punkte in jeweils zehn Pfennig umgetauscht werden könnten. Die Ergebnisse zeigen etwas niedrigere Kooperationsanteile als die Resultate von Darley und Latané, zeigen aber weiterhin, dass die Kooperationsanteile über die Gruppengrößen hinweg erstens den funktionalen Verläufen der vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten der symmetrischen gemischten Nash-Gleichgewichts und der Superrationalitätsstrategie folgen, und zweitens die Anteile für alle Gruppengrößen zwischen den beiden vorgeschagten Wahrscheinlichkeiten liegen. Um die statistische Signifikanz der Differenz des Kooperationsanteils zwischen einem Zwei- und einem Fünf-Personen-VOD genauer zu untersuchen, befragte Diekmann (1986) eine zweite Gruppe von 27 Studierenden, die nur ein Fünf-Personen-VOD spielen sollten. Der Kooperationsanteil war in der Fünf-Personen-VOD-Gruppe wie erwartet geringer, und die Differenz auf dem 5%-Niveau signifikant. Insoweit wurde der qualitative Zusammenhang zwischen der Gruppengröße und der Kooperationswahrscheinlichkeit bestätigt. Neben diesen Ergebnissen weißt Diekmann auf eine Regelmäßigkeit in den individuellen Entscheidungen hin. 22 von 29 Befragten kooperierten bis zu einer bestimmten Gruppengröße und defektierten bei größeren Gruppen. Diese kritische, individuell unterschiedliche Gruppengröße nennt Diekmann den „switchpoint“. Diekmann untersucht nun, welches Entscheidungsmodell sich am besten an die Verteilung der switchpoints über die Befragungspersonen hinweg anpasst, um so eine differenzierte Antwort auf die von den Befragten gewählte Entscheidungsstrategie geben zu können. Keine der abgeleiteten Gleichgewichtslösungen passt befriedigend auf die Daten, und die Daten weisen eher darauf hin, dass die Befragten verschiedene Entscheidungsprinzipien nutzen. Für Diekmann besteht also noch Raum für „psychological explanations of population heterogeneity“ (Diekmann (1986), S. 196).

Rapoport (1988) führt eine ähnliche schriftliche Befragung zum VOD durch, wobei er aber das VOD in fünf Variationen spielen lässt: In zwei Varianten lässt wie Diekmann (1986) ein abstraktes VOD spielen, wobei eine Gruppe nur minimale Instruktion erhielt und die zweite Gruppe vollständige Instruktionen erhielt. Den Befragten wurden durch den ausgehändigten Fragebogen die Auszahlungen verbal beschrieben. Diese Beschreibung enthielt bei minimaler Instruktion nur Information über die Auszahlungen, bei vollständiger Instruktion wurde die soziale Falle erklärt und auf den kollektiven Vorteil der Kooperation hingewiesen³¹. In den übrigen drei Varianten wurde den Befragten eine reale Situation vorgegeben, die einem VOD entspricht. Die Erläuterung dieser Situation beschreibt Rapoport folgendermaßen: „The subject was asked to imagine that he or she was a pupil in an old-fashioned boarding school or an

³¹ Die genaue Formulierung dieser Instruktionen ist bei Rapoport nicht dargestellt.

inmate of a prison, or of any institution where discipline was harsh and the authorities were not always fair. Some transgression occurred, which the authorities regarded as a serious offense. They demanded the culprits come forward and confess” (Rapoport (1988), S.461). Weiterhin wurde diese Anweisung in drei Variationen durchgeführt. In der ersten Gruppe war der Schuldige unbekannt, in der zweiten Gruppe war der Befragte einer der Schuldigen und in der dritten Gruppe gab es keinen Schuldigen. Die Auszahlungen wurden wie bei der abstrakten Darstellung verbal dargestellt, wobei Rapoport die Anweisung folgendermaßen beschreibt: „The subjects start with a stake of \$10. Those who choose C (confess) are fined \$5. Those who choose N (not confess) are not fined (i.e., keep their \$10). If no one chooses C (no one confesses), everyone is fined \$10 (i.e., loses the stake)” (Rapoport (1988), S.461). Die Befragung selbst wurde in drei getrennten Gruppen durchgeführt. An 192 Personen wurden Fragebogen mit der Beschreibung der realen sozialen Situation verteilt, von denen 101 teilnahmen. Die Verteilung auf die drei Varianten der Beschreibung der realen Situation war zufällig. In einer zweiten Befragung wurden an 200 Besucher des ansässigen Ontario Science Center Fragebogen mit der abstrakten Beschreibung des VOD verteilt, wobei hier nur 34 teilnahmen³², und in einer dritten Befragung derselbe Fragebogen an 100 Studierende verteilt, von denen 58 antworteten. Bei diesen beiden Befragungen ist anzumerken, dass die Befragten nur eine 50%-Chance zur Teilnahme hatten, da die beiden Befragungen jeweils mit anderen Spielen kombiniert wurden und die Befragten den Spielen zufällig zugewiesen wurden. Unerklärlicherweise berichtet Rapoport, dass 58 Befragte an abstrakten VOD und 91 an realen VOD teilnahmen. Diese Fallzahlen bleiben nicht nachvollziehbar, da nicht alle Randverteilungen berichtet werden. Die Befragungen über das abstrakte VOD zeigen ein Kooperationsanteil von 41% bei minimalen Instruktionen und 52% bei vollständigen Instruktionen. Bei der realen sozialen Beschreibung ist der mittlere Kooperationsanteil 49%; über die drei oben genannten Varianten hinweg unterscheiden sich die Kooperationsanteile nur unwesentlich. Es ist zu betonen, dass bei Rapoports Untersuchung das grundlegende Problem vorliegt, dass die Befragten durch die schriftliche Befragung mit vorher nicht bekannter Rücklaufquote die Gruppengröße höchstens schätzen konnten, und diese über die drei Befragungen hinweg variierte. Von daher sind die Ergebnisse von Rapoport nur schwer mit Diekmann (1986) und Darley und Latané (1968) vergleichbar.

³² Rapoport weist hier ferner darauf hin, dass die überwiegende Mehrheit dieser Gruppe US-Bürger waren, die den Fragebogen aus den USA unter Bereitstellung der Portokosten zurückschickten. Diese Selbstselektion motivierter, bzw. von vornherein kooperationswilliger Befragter zeigte sich in eine überdurchschnittlich hohen Kooperationsanteil bei allen untersuchten Dilemmata.

Eine weitere Untersuchung, die die Effekte der Gruppengröße auf die individuelle Kooperationsbereitschaft sehr gut beleuchtet, findet sich bei Murnighan, Kim und Metzger (1993). Sie führen zwei Experimente mit dem Ziel durch, erstens, wie schon gesagt, den Einfluss der Gruppengröße, zweitens den Einfluss der absoluten Auszahlungshöhe bei Kooperation und Nichtkooperation und drittens den Einfluss der Anzahl der zur Bereitstellung notwendigen Spieler zu untersuchen. Ferner wurde mit zwei weiteren Experimenten untersucht, ob sich das Verhalten der Spieler ändert, wenn das prosoziale Verhalten mit Arbeit verbunden ist. Auf diesen Aspekt soll hier nicht weiter eingegangen werden, da erstens sowohl die theoretische Begründung der Manipulation dieser Variable als auch die empirische Durchführung der beiden zusätzlichen Experimente undurchsichtig ist, und zweitens die Klärung des Einflusses dieser Variable im Zusammenhang dieser Arbeit vernachlässigt werden kann. Im Einzelnen wählten Murnighan und Kollegen ein ähnliches Design wie Rapoport (1988). In einem ersten Experiment wurden zunächst nur die Gruppengröße in fünf Stufen von zwei bis 100 und der Kollektivgutnutzen und die Bereitstellungskosten gemeinsam in sechs Stufen variiert. Die sechs Auszahlungsniveaus waren im Einzelnen: \$2/\$4, \$2/\$20, \$2/\$200, \$1.000/\$2.000, \$1.000/\$10.000 und \$1.000/\$100.000, wobei der erste Betrag in der Notation von Diekmann (1985) U-K, also die Auszahlung bei Kooperation bei erfolgreicher Produktion des Kollektivgutes, und der zweite Betrag U, d.h. die Auszahlung bei Defektion und erfolgreicher Produktion des Kollektivgutes, bezeichnet. Hieraus ergaben sich 30 verschiedene Szenarien eines symmetrischen Freiwilligendilemmas. An 106 Studierende wurde dann ein Fragebogen ausgehändigt, in dem zehn zufällig ausgewählte Szenarien in zufälliger Reihenfolge in verbaler Form beschrieben wurden, worauf die Befragten für jedes dieser zehn Szenarien beantworten mussten, ob sie kooperierten oder nicht. Eine mögliche Beschreibung mit der Gruppengröße 100, dem Kollektivgutnutzen \$200 und den Bereitstellungskosten \$198 lautete folgendermaßen: „You are in a waiting room with 99 strangers. A distinguished-looking individual comes up to you and says ‘I would be willing to pay many of you \$200 if at least one of you is willing to accept \$2. You may not talk about it or communicate with each other in any way. If at least one of you chooses \$2, all of you will get what you asked for. If all of you ask for \$200, none of you will get anything.’ If you were in this situation, what would choose: \$2 or \$200?“ Es ist zu betonen, dass den Befragten keine Geldgewinne versprochen wurden, sondern dass die Gewinne rein fiktiv waren. Die Ergebnisse bestätigen erstens wie bei Diekmann (1986) und Rapoport (1988) den signifikanten negativen Haupteffekt der Gruppengröße. Zweitens zeigt sich ein signifikant negativer Effekt des Kosten-Nutzen-Verhältnisses auf den Kooperationsanteil, d.h. ceteris paribus höherem Quotient K/U sinkt der Anteil der kooperierenden

Spieler. Dieses Ergebnis bestätigt die Vorhersage der gemischten Gleichgewichtsstrategie und der Superrationalitätsstrategie. Drittens zeigt sich ein *ceteris paribus* signifikant positiver Effekt der absoluten Auszahlungshöhe auf den Kooperationsanteil. Mit anderen Worten steigt also bei gleicher Gruppengröße und gleichem Kosten-Nutzen-Verhältnis K/U die mittlere Kooperationswahrscheinlichkeit um 22 Prozentpunkte, wenn sich der Kollektivgutnutzen und entsprechend die Bereitstellungskosten um den Faktor 500 vergrößert. Dieses Ergebnis findet keine Entsprechung in den spieltheoretisch abgeleiteten Gleichgewichten. Murningham und Kollegen vermuten, dass bei höheren Auszahlungen eher Risikoaversion zum Tragen kommt, und die Spieler deshalb eher kooperieren, um sich die höheren Auszahlungen zu sichern. Es muss darauf hingewiesen werden, dass die nach der gemischten Gleichgewichtsstrategie vorhergesagten Kooperationswahrscheinlichkeiten gerade bei größeren Gruppengrößen und höheren Kosten-Nutzen-Verhältnissen wesentlich überschätzt werden und die empirischen Kooperationsanteile eher für die Superrationalitätsstrategie sprechen.

Um die Vermutung über den Einfluss von Risikoaversion zu kontrollieren, variieren die Autoren in einem zweiten Experiment die Anzahl der zur Kollektivgutproduktion notwendigen Spieler, da durch diese Veränderung keine sichere Kooperation möglich ist. Wenn die Befragten also bei hoher Auszahlungshöhe risikoavers übermäßig häufig kooperieren, sollte dieser Effekt mit steigender Anzahl notwendiger Bereitsteller verschwinden, da dadurch die Unsicherheit bei Kooperation steigt. Hier ist anzumerken, dass Murningham und Kollegen nicht wirklich deutlich machen, welche Auszahlungen für einen Spieler entstehen, wenn zu wenige Spieler kooperieren. Die Autoren unterscheiden hier die zwei Möglichkeiten, nämlich dass einerseits der Spieler bei Kooperation und Nichtbereitstellung des Kollektivgutes die Bereitstellungskosten in Kauf nimmt, und andererseits die Kooperation bei Nichtbereitstellung des Kollektivgutes keine Kosten verursacht. Die beiden Möglichkeiten sind in Tabelle 1 veranschaulicht. Murningham und Kollegen geben zwar einerseits vor, der Position von Diekmann (1985) zu folgen, entscheiden sich aber andererseits explizit für die zweite dargestellte Alternative. Dies erscheint widersprüchlich, da sich Diekmanns VOD in dieses Schema nicht einordnen lässt, da ein Spieler im VOD mit der eigenen Kooperation das Kollektivgut sicher produziert, und deshalb die beiden Fälle nicht auftreten können. Da sie aber an anderer Stelle argumentieren, dass bei einer größeren Anzahl notwendiger kooperierender Spieler die Auszahlungen bei Kooperation unsicher werden, ist davon auszugehen, dass sich Murningham, Kim und Metzger trotz der expliziten gegenteiligen Aussage für die erste Alternative entscheiden. Diese Situation wird von Taylor und Ward (1982) als allgemeines N-Personen-Chicken-Game diskutiert.

Tabelle 1: Auszahlungen im N-Personen-Chicken-Game und im No-Loss Volunteer Dilemma

Alternativen	Mögliche Zustände		
	Weniger als s-1 Freiwilliger	s-1 Freiwillige	Mehr als s-1 Freiwillige
N-Personen-Chicken-Game ¹			
C	-K	U-K	-K
D	0	0	U
No-loss volunteer dilemma			
C	0	U-K	-K
D	0	0	U

Anmerkungen:

s bezeichnet die notwendige Anzahl von Spielern, die zur Produktion des Kollektivgutes kooperieren müssen.

1) Die Bezeichnung folgt Taylor und Ward (1982).

Quelle: Murningham, Kim, und Metzger (1993), S.520.

Im zweiten Experiment wurde die Gruppengröße in vier Stufen von 5, 10, 25 und 100 Personen, die Auszahlungen in denselben sechs Stufen wie im ersten Experiment variiert. Die notwendige Anzahl von Bereitstellern wurde bei der Gruppengröße 5 in vier Stufen von 20, 40, 60 und 80 Prozent, bei der Gruppengröße 10 in sechs Stufen von 10, 20, 40, 50, 60 und 80 Prozent, bei der Gruppengröße 25 in sechs Stufen von 4, 8, 20, 40, 60 und 80 Prozent und bei der Gruppen 100 in acht Stufen von 1, 2, 5, 10, 20, 40, 60 und 80 Prozent variiert. Aus diesem Design folgten also 144 verschiedene Szenarien des Freiwilligendilemmas und vier untersuchte Haupteffekte, nämlich wieder die Gruppengröße, das Kosten-Nutzen-Verhältnis, die absolute Auszahlungshöhe und die notwendige Anzahl von Bereitstellern. An 193 Studierende wurde wieder ein Fragebogen ausgehändigt, der zwölf zufällig ausgewählte Szenarien in zufälliger Reihenfolge in ähnlicher verbaler Form enthielt³³. Die Autoren berichten, dass alle vier Haupteffekt signifikant sind, geben aber leider nur die über die sechs Gruppen über die Auszahlungshöhe aggregierten Kooperationsanteile wieder. Aus diesen sind zwar ein negativer Haupteffekt der Gruppengröße und ein positiver Haupteffekt der Anzahl der zur Kollektivgutproduktion notwendigen Spieler zu erkennen, aber gerade der negative Interaktionseffekt zwischen der Anzahl notwendiger Bereitsteller und der absoluten Auszahlungshöhe bleibt nicht nachvollziehbar. Murningham, Kim und Metzger verweisen darauf, dass mit steigender kritischer Anzahl der Bereitsteller der Kooperationsanteil den notwendigen Anteil unterschreitet, d.h. wenn wenige Spieler das Kollektivgut produzieren können, kooperieren im Durchschnitt mehr Befragte als zur Produktion des Kollektivgutes notwendig wären, und

³³ Jeder Fragebogen enthielt immer zwei Szenarien mit der Gruppengröße 5, drei Szenarien mit der Gruppengröße 10, drei Szenarien mit der Gruppengröße 25 und vier Szenarien mit der Gruppengröße 50. Weiterhin enthielt jeder Fragebogen von jeder der sechs Auszahlungsgruppen jeweils zweimal.

wenn ungefähr mehr als die Hälfte aller Spieler zur Kollektivgutproduktion benötigt werden, liegt der Kooperationsanteil unter dem benötigten Anteil, d.h. im Durchschnitt würde das Kollektivgut nicht bereitgestellt werden. Dies ist nach Ansicht der Autoren ein Hinweis auf einen Rückgang der risikoaversen sicheren Kooperation bei steigender Anzahl der zur Kollektivgutbereitstellung notwendigen Spieler. Gegen die Interpretation von Murningham und Kollegen ist einzuwenden, dass sich das VOD mit dem N-Personen-Chicken-Game nur schwer vergleichen lässt. Wenn schon mehr als ein Spieler zur Produktion des Kollektivgutes benötigt werden, gibt es keine eindeutige Maximin-Strategie mehr³⁴. Eine ausführliche Diskussion des N-Personen-Chicken-Game sprengt den Rahmen dieser Arbeit, aber aus den Überlegungen von Taylor und Ward (1982) ist schnell zu erkennen, dass erstens viel mehr Gleichgewichtslösungen als im VOD existieren, und das zweitens die Abhängigkeit zwischen der Gruppengröße, der notwendigen Anzahl von kooperierenden Spielern und der individuellen Kooperationswahrscheinlichkeit wesentlich komplexer ist als im VOD. Daher ist meiner Ansicht nach ohne eine genauere Analyse des N-Personen-Chicken-Games die Interpretation der Ergebnisse von Murningham und Kollegen zu einfach. Letztlich kann auf dem gegenwärtigen Stand der theoretischen Bearbeitung für dieses Problem aus der Perspektive der Spieltheorie keine Vorhersage über das Verhalten getroffen werden.

Die bisher vorgestellten Untersuchungen beschäftigten sich meistens stillschweigend mit dem symmetrischen Spezialfall des allgemeineren potentiell asymmetrischen VOD. Diekmann (1993) ist der einzige, der diese Frage explizit empirisch untersucht. Diekmann leitet, wie bereits dargestellt, Gleichgewichte für das asymmetrische VOD ab, und stößt dabei auf zwei widersprüchliche Hypothesen. Einerseits ergibt sich ein Gleichgewicht in gemischten Strategien, bei dem alle Spieler mit streng positiver Wahrscheinlichkeit kooperieren, und die individuelle Kooperationswahrscheinlichkeit mit den individuellen Bereitstellungskosten steigt und dem individuellen Kollektivgutnutzen sinkt. Andererseits lässt sich unter Heranziehung der Risikodominanz ein Gleichgewicht in reinen Strategien ableiten, bei dem der Spieler mit den geringsten Bereitstellungskosten und dem höchsten Kollektivgutnutzen alleine kooperiert. Diekmann (1993) hält das erste Gleichgewicht allein aufgrund des paradoxen Einflusses des Kosten-Nutzen-Verhältnisses für unplausibel, belässt es aber nicht bei einem logischen Urteil, sondern testet diese widerstreitenden Hypothesen durch ein Experiment.

Diekmann (1993) wählt eine ähnliche Vorgehensweise wie Diekmann (1986) und Rapoport (1988). 328 Studierende erhielten einen Fragebogen, in dem das Freiwilligendilemma ohne wechselseitige Beobachtbarkeit des Kooperationsverhaltens und mit vollständiger Information

³⁴ Nach Harsanyi (1977) ist die Maximin-Strategie eine Zufallsentscheidung zwischen Kooperation und Defektion mit den Wahrscheinlichkeiten 1/2.

über die Auszahlungen sowohl in Matrixform als auch in verbaler Beschreibung dargestellt war. Darauf mussten die Befragten ihre eigene Entscheidung, die Entscheidung der Gegenspieler und die daraus resultierende Auszahlung nennen. Aus dieser Fragestellung ergab sich die Möglichkeit aus den 328 Befragten nur diejenigen auszuwählen, die der Frage nach den Auszahlungen gemäß der erwarteten Strategien richtig beantwortet hatten. Daraus ergaben 301 Befragte, die den Verständnistest bestanden hatten³⁵. Um den Einfluss der Asymmetrie in den Auszahlungen und der Gruppengröße auf das individuelle Defektionsverhalten zu prüfen, wurden diesen über die zehn Gruppen, wie in Tabelle 2 und Tabelle 3 dargestellt, variiert.

Tabelle 2: Ergebnisse von Diekmann (1993) für N=2

		ALTER				
		$\frac{8}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$
EGO	$\frac{8}{10}$	93%; 0,2; 1 27				
	$\frac{5}{10}$		39%; 0,5; 0,5 33	55%; 0,4; 1 29	81%; 0,1; 1 32	
	$\frac{4}{10}$		33%; 0,5; 0 30			
	$\frac{2}{10}$	16%; 0,8; 0 32				
	$\frac{1}{10}$		5,1%; 0,5; 0 39			

Anmerkung:

Die Zelleinträge sind in der Reihenfolge der Darstellung der empirische Defektionsanteil, die erwartete Defektionswahrscheinlichkeit der gemischten Strategie, bzw. der reinen Strategie und die Fallzahl. Die Gruppengröße ist 2.

Tabelle 3: Ergebnisse von Diekmann (1993) für N=5

		ALTERI							
		$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{10}$
EGO	$\frac{5}{10}$	72%; 0,84; 0,84; 25				44%; 0,8; 1; 27			
	$\frac{4}{10}$	70%; 0,99; 0; 27							

Anmerkung:

Die Zelleinträge sind in der Reihenfolge der Darstellung der empirische Defektionsanteil, die erwartete Defektionswahrscheinlichkeit der gemischten Strategie, bzw. der reinen Strategie und die Fallzahl. Die Gruppengröße ist 5.

³⁵ Die Ausfälle kamen nur bei den asymmetrischen Gruppen zustande, und über diese Gruppen war die Ausfallquote gleich verteilt.

Die Auszahlungen konnten mit einem Wechselkurs von einem Punkt zu einer Mark getauscht werden. Diese Ergebnisse zeigten nun ein ambivalentes Bild. Im Zweipersonenspiel entspricht bei der gemischten Gleichgewichtsstrategie die Defektionswahrscheinlichkeit von Ego dem Kosten-Nutzen-Verhältnis von Alter. D.h. je schwächer der Gegner ist, desto eher sollte ein Spieler defektieren. Wie in Tabelle 2 dargestellt, steigt aber für Spieler mit dem eigenen Kosten-Nutzen-Verhältnis 5/10 aber der Anteil der defektierenden Personen mit abnehmendem Kosten-Nutzen-Verhältnis des Gegners. Weiterhin ist zu erkennen, dass bei gleich bleibendem Kosten-Nutzen-Verhältnis des Gegners von 5/10 der Defektionsanteil mit der Stärke der Befragten sinkt. Wenn man schließlich den Defektionsanteil der Befragten mit $\eta = 2/10$, die gegen Alteri mit $\eta = 8/10$ spielen, mit dem Defektionsanteil von Befragten mit $\eta = 8/10$, die gegen Alteri mit $\eta = 2/10$ spielen, vergleicht, zeigt sich, dass entgegen der gemischten Gleichgewichtsstrategie im ersten Fall nur 16% der Befragte defektieren und im zweiten Fall fast alle Befragten defektieren. Die drei Differenzen sind alle hochsignifikant, d.h. die Ergebnisse widersprechen eindeutig der Vorhersage der gemischten Gleichgewichtsstrategie und folgen bis auf den symmetrischen Fall der Vorhersage der reinen Gleichgewichtsstrategie. Wie in Tabelle 3 zu sehen ist, sind die Ergebnisse im Fünfpersonenspiel nicht so eindeutig. Einerseits ist Defektionsanteil der Befragten mit $\eta=5/10$ gemäß der gemischten Gleichgewichtsstrategie geringer, wenn sie gegen mindestens einen stärkeren Spieler spielen, wenngleich die Differenz noch kleiner ist, als nach der gemischte Gleichwichtstrategie zu erwarten wäre. Andererseits ändert sich der Defektionsanteil bei gleichen Alteri nicht signifikant für stärkere Spieler. Wenn man schließlich nur den Einfluss der Gruppengröße auf den Defektionsanteil betrachtet, so entspricht dieser sowohl im symmetrischen Fall als auch bei Befragten mit einem Kosten-Nutzen-Verhältnis von 4/10 dem von der gemischten Gleichgewichtsstrategie erwarteten Abnahme bei größeren Gruppen. Bei Befragten mit $\eta=5/10$, die gegen mindestens einen Gegner mit $\eta=4/10$, steigt dagegen der Defektionsanteil signifikant. Insgesamt lässt sich aufgrund dieser Ergebnisse also kein eindeutiges Urteil über die Gültigkeit einer der beiden Vorhersagen fällen. Diekmann betont, dass sich aus den Daten streng genommen keine Rückschlüsse darüber ziehen lassen, ob die Befragten wirklich eine gemischte Strategie spielen oder eine reine Strategie befolgen, sondern die Ergebnisse nur eine Falsifikation einer der beiden Hypothesen auf der Aggregatebene zulassen.

Die bisherigen Darstellungen beziehen sich ausschließlich auf das VOD als One-Shot-Game. Im Weiteren soll auf das VOD in iterierter Form eingegangen werden.

3 Das iterierte Freiwilligendilemma

Das iterierte VOD wird nur von wenigen Autoren explizit untersucht; meistens beschränkt sich das Hauptaugenmerk auf das One-Shot-Game. Im Folgenden sollen zuerst die ökonomischen Arbeiten zu allgemeinen iterierten Spielen vorgestellt werden, und danach darauf aufbauend ein Überblick über die theoretischen Arbeiten zum iterierten VOD gegeben werden.

3.1 „Klassische“ Spieltheorie

Ein iteriertes Spiel oder Superspiel³⁶ ist im allgemeinsten Fall einfach eine Wiederholung von einzelnen, simultan ablaufenden One-Shot-Spielen, welche üblicherweise einfach strategische Spiele genannt werden (Osborne und Rubinstein (1994), S.11)³⁷. Diese One-Shot-Spiele werden auch als die Stage-Games oder constituent games des wiederholten Spiels betrachtet (Gintis (2000), S.119, Friedman (1977), S.173, Osborne und Rubinstein (1994), S.136f). Wir beschränken uns hier zuerst auf die Betrachtung von unendlich wiederholten nichtkooperativen Stage-Games. Weiterhin sind die Spieler über die Auszahlungen aller Stages Games und über die gesamte Spielgeschichte aller vergangenen Stages Games vollständig informiert. Ferner werden die Auszahlungen der Stages Games über die Zeit hinweg abdiskontiert, d.h. die Auszahlungen zukünftiger Stage Games fallen weniger ins Gewicht als die Auszahlungen früherer Stage Games. Diese zeitliche Diskontierung kann einerseits als Wertminderung zukünftiger Erträge aufgefasst werden, die ungeduldige Spieler erfahren, andererseits aber auch als sinkender Erwartungsnutzen zukünftiger Erträge, wenn Spieler davon ausgehen müssen, dass das Superspiel zu jedem Zeitpunkt enden kann (Vgl. hierzu Friedmann (1977), S.176). Weiterhin seien die Auszahlungen eines Stages Games zum Zeitpunkt T von den Handlungen in den Stages Games zum Zeitpunkt t mit $t < T$ unabhängig, d.h. wir betrachten nach Friedman (1977) zeitunabhängige Superspiele. Schließlich sei nun noch die Folge von Stage Games $(g_t, t \in \mathbb{N})$, aus denen das Superspiel G besteht, eine konstante Folge, d.h. ein bestimmtes One-Shot-Game g wird unendlich oft wiederholt, und der Diskontfaktor über zukünftige Auszahlungen ist auch über die Zeit hinweg konstant und für alle Spieler gleich. Der Erwartungswert eines Superspiels G über das Stage Game g für den Spieler i ist also:

³⁶ Diese Bezeichnung und damit auch die erste Beschreibung solcher Spiele stammt nach Friedman (1977) von Luce und Raiffa (1957, zitiert aus Friedman (1977)).

³⁷ Es ist zu beachten, dass durch diese Annahme implizit auch immer von einer Dynamik in diskreter Zeit ausgegangen wird.

$$(29) \quad EU_i(G) = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} EU_i(g) \quad \text{mit } 0 < \delta < 1.^{38}$$

Es stellt sich die Frage, wie Spieler in solchen Situationen handeln. Ein Spieler i aus der Menge aller Spieler $\{1, \dots, N\}$ im Stage Game g steht einer diskreten³⁹ Alternativenmenge A_i gegenüber und wählt eine Folge von Handlungen $(a_i(t), t \in \mathbb{N})$ mit $a_i(t) \in A_i$, wobei jede dieser Handlungen $a_i(T)$ auf die entsprechende Spielvergangenheit $H(T)$ bedingt sein kann. Diese Vergantheit $H(T)$ ist definiert durch:

$$(30) \quad H(T) = \bigcup_{t=1}^{T-1} a_1(t) \times \dots \times a_N(t).$$

Für welche dieser gewaltigen Strategiemenge entscheiden sich die Spieler? Das Superspiel ist offensichtlich ein unendliches extensives Spiel nach Gintis (2000) mit perfekter Information. Bei endlichen extensiven Spielen mit perfekter Information findet man alle Nash-Gleichgewichte durch backwards-induction (vgl. hierzu Gintis (2000), Kap.5, Osborne und Rubinstein (1994), Kap.6). Diese Möglichkeit ist bei unendlichen extensiven Spielen aber ausgeschlossen, da es unendlich viele Endknoten gibt. Man kann sich leicht überlegen, dass eine Gleichgewichtsstrategie s im Stage Game g auch eine Gleichgewichtsstrategie im Superspiel ist, wenn sie unendlich oft wiederholt wird. Man betrachte dazu das populäre Beispiel des unendlich wiederholten Gefangenendilemmas mit zwei Spielern. Das Stage Game, also das Gefangendilemma, hat ein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien, nämlich (D,D) ⁴⁰. Wenn die beiden Spieler im Superspiel die Strategie unendlich wiederholen, also in jeder Runde defektieren, gibt es für keinen Spieler einen Anreiz einseitig abzuweichen, da dem Abweichler sonst in der Runde, in der er von der totalen Defektion abweicht, die geringere Auszahlung des Sucker's Payoff winkt. Aus normativer Sicht erscheint dieses Ergebnis unbefriedigend, da das pessimistische pareto-ineffiziente Ergebnis des One-Shot-Games erhalten bleibt, obwohl intuitiv zu erwarten wäre, dass die wechselseitige Kenntnis der vergangen Züge als Möglichkeit der Signalisierung von vorsichtiger Kooperationsbereitschaft die Kälte des nicht-kooperativen One-Shots-Spiels entschärft. Dieser Intuition folgend leitet Friedman (1971) ab, dass in jedem Superspiel mit ausreichend großem Diskontfaktor δ , bei dem das zugehörige nicht-kooperative Stage Game ein pareto-inferiores Nash-Gleichgewicht besitzt, die so genannte Trigger-Strategie eine Nash-Gleichgewichtsstrategie ist. Den Ausgangspunkt bildet das pareto-inferiore Gleichgewicht $s = (s_1, \dots, s_N)$ im Stage Game. Aus der Pareto-

³⁸ Siehe Osborne und Rubinstein (1994), S.138f für alternative Varianten der zeitlichen Diskontierung der Auszahlungen.

³⁹ Friedman (1977) untersucht den allgemeineren Fall von stetigen Alternativen, worauf hier aber verzichtet werden soll.

⁴⁰ Vgl. z.B. Osborne und Rubinstein (1994), S.16.

Inferiorität folgt, dass eine Kombination $p = (p_1, \dots, p_N)$ von Strategien im Stage Game existiert, die alle Spieler gegenüber s besser stellt. Bei der Trigger-Strategie spielt ein Spieler i solange p_i , bis ein anderer Spieler j nicht p_j spielt; danach spielt Spieler i s_i . Um zu zeigen, dass der Strategienvektor S über die Trigger-Strategie ein Nash-Gleichgewicht ist, muss gezeigt werden, dass S_i eine best-response-Strategie gegenüber $S_{-i} = (S_1, \dots, S_{i-1}, S_{i+1}, \dots, S_N)$ ⁴¹ ist. Man betrachte also eine alternative Strategie S_i' des Spielers i und den zugehörigen Strategienvektor $S' = (S_i', S_{-i})$. Wenn $S_i' = S_i$ ist, also Spieler i nicht abweicht, spielen alle Spieler die Trigger-Strategie, d.h. alle spielen in jeder Runde die pareto-superiore Kombination p . Der zugehörige Erwartungsnutzen für Spieler i ist:

$$(31) \quad EU_i((S_i, S_{-i})) = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} EU_i(p) = \frac{EU_i(p)}{1-\delta}.$$

Wenn Spieler i in der Runde $T \in \mathbb{N}$ von der Trigger-Strategie mit der Strategie $x \neq p_i$ abweicht, dann erfährt er den zu $(S_i'(T), S_{-i})$ zugehörigen Erwartungsnutzen:

$$(32) \quad EU_i((S_i'(T), S_{-i})) = \sum_{t=1}^{T-1} \delta^{t-1} EU_i(p) + \delta^{T-1} EU_i((x, p_{-i})) + \sum_{t=T+1}^{\infty} \delta^{t-1} EU_i(s).$$

Die abweichende Strategie x wird von Spieler i so gewählt, dass $EU_i((x, p_{-i}))$ maximal ist. Weiterhin lässt sich der Ausdruck in Gleichung (32) dadurch vereinfachen, dass die Verbesserung der Auszahlung durch das Abweichen mit x dann maximal ist, wenn $T=1$ gilt, also Spieler i schon in der ersten Runde abweicht, da sonst der Zugewinn, der durch das Abweichen entsteht, zeitlich abdiskontiert wird. Gleichung (32) lässt sich also folgendermaßen vereinfachen:

$$(33) \quad EU_i((S_i'(1), S_{-i})) = EU_i((x, p_{-i})) + \sum_{t=2}^{\infty} \delta^{t-1} EU_i(s) = EU_i((x, p_{-i})) + \frac{\delta}{1-\delta} EU_i(s).$$

Daraus folgt, dass sich das Beibehalten der Trigger-Strategie für Spieler i genau dann lohnt, bzw. S_i eine best-response-Strategie zu S_{-i} ist, wenn gilt:

$$(34) \quad \begin{aligned} \frac{EU_i(p)}{1-\delta} &> EU_i((x, p_{-i})) + \frac{\delta}{1-\delta} EU_i(s) \\ \Leftrightarrow EU_i(p) &> (1-\delta)EU_i((x, p_{-i})) + \delta EU_i(s) \\ \Leftrightarrow EU_i(p) &> EU_i((x, p_{-i})) + \delta(EU_i(s) - EU_i((x, p_{-i}))) \\ \Leftrightarrow EU_i(p) - EU_i((x, p_{-i})) &> \delta(EU_i(s) - EU_i((x, p_{-i}))) \\ \Leftrightarrow \frac{EU_i(p) - EU_i((x, p_{-i}))}{EU_i(s) - EU_i((x, p_{-i}))} &< \delta \end{aligned}$$

⁴¹ Diese Notation folgt unter anderem Gintis (2000), S.12, Osborne und Rubinstein (1994), S.7.

$$\Leftrightarrow \delta > \frac{EU_i((x, p_{-i})) - EU_i(p)}{EU_i((x, p_{-i})) - EU_i(s)}.$$

Die Äquivalenzumformung X gilt, da die Nutzendifferenz im Nenner negativ ist. Dies ist leicht zu erkennen, da erstens der Erwartungsnutzen des Vektors p gegenüber dem Vektor s per Definition pareto-superior ist, und zweitens der Erwartungsnutzen für den Spieler i durch die Abweichung mit x gegenüber dem Strategienvektor p noch vergrößert wird. Die Ableitung zeigt also, dass für jedes Superspiel über ein nicht-kooperatives Stage Game mit Gleichgewicht s erstens ein pareto-superiorer Vektor p existiert, zweitens für einen beliebigen Spieler i mindestens eine schwache Verbesserung (x, p_{-i}) zu p existiert, und drittens ein Diskontfaktor $\delta \in [0, 1]$ existiert, für den Gleichung (34) gilt. Mit anderen Worten ist für solch ein Superspiel die Trigger-Strategie ein Nash-Gleichgewicht, wenn der Diskontparameter nur ausreichend groß ist.

Friedman kann die Bedingungen für seine Ableitung dahingehend aufweichen, dass die Trigger-Strategie mit genügend hohem Diskontfaktor auch dann noch ein Nash-Gleichgewicht bildet, wenn andere, aber strukturell ähnliche zeitliche Diskontierungen gewählt werden, wenn diese individuell verschieden sind, und wenn die Folge der Stage Games nicht konstant ist. Seine Ableitung des Gleichgewichtes nutzt immer das Drohpotential der Gleichgewichtsstrategie s im Stage Game. Fudenberg und Maskin (1986) weisen darauf hin, dass dieses Drohpotential nicht immer glaubhaft sein muss, d.h. ein Nash-Gleichgewicht nur sinnvoll ist, wenn es auch subgame-perfekt im Sinne von Selten (1965, aus Osborne und Rubinstein (1994)) ist. Sie leiten eine ähnliche pareto-superiore subgame-perfekte Gleichgewichtsstrategie für das Superspiel ab, bei der aber erstens die Bestrafung bei Abweichen nur endlich lange beibehalten wird, und weiterhin Bestrafung anderer Spieler selbst belohnt wird. Schließlich ergibt sich noch das Problem, dass die Ableitung von Friedman (1971) nur zulässig ist, wenn das Gleichgewicht im Stage-Game und der pareto-superiore Strategienvektor reine Strategien nutzen. Fudenberg und Maskin (1991) zeigen, dass es bei ausreichend hohem Diskontfaktor ein pareto-superiores subgame-perfektes Gleichgewicht in gemischten Strategien gibt.

3.2 Alternativen zur „klassischen“ Spieltheorie

Aus normativer Sicht sind die Ergebnisse erfreulich, da die Wiederholung eines Stage Game's mit pareto-ineffizientem Gleichgewicht zu einer kollektiven Verbesserung führen kann. Aus positiver Perspektive sind diese Ergebnisse aber nicht zufrieden stellend, da die Menge möglicher Gleichgewichte aufgrund der beliebigen Wählbarkeit des pareto-superioren Vektors p sehr groß ist, d.h. bei Superspielen keine wirklich Verhaltensvorhersage getroffen werden

kann. Das Problem der eindeutigen Lösung von Spielen mit mehreren Gleichgewichten, das gerade bei iterierten Spielen äußerst gravierend ist, hat in der Spieltheorie mittlerweile einen Stellenwert eingenommen, der mit der Bedeutung der Theorie von Allem in der theoretischen Physik vergleichbar ist⁴². Lomborg (1996) fasst in seiner Arbeit zum iterierten Gefangenendilemma explizit verschiedene Alternativen zur Lösung dieses Problems zusammen, ebenso die Darstellungen von Gintis (2000) der Erweiterungen zur klassischen Spieltheorie beschäftigen sich, wobei er dies nicht explizit feststellt, mit der Einschränkung eben dieser „embarras de richesses“ (Vgl. ebd., Kap.7,9-11). Die Alternativen greifen dabei an zwei Punkten an, nämlich einerseits an der Entschärfung der Hyperrationalitätsannahme und andererseits am Gleichgewichtsfindungsprozess selbst. Die Modellierung von Strategien als finite Automaten schränkt die Hyperrationalität ein, behält aber das Nash-Gleichgewichtskonzept bei. Dem gegenüber stehen allgemeine evolutionäre Modelle, welche sich grob in die evolutionäre Spieltheorie, die deterministische Replikatoretheorie und stochastischen dynamischen Systeme aufteilen lassen. Sie weichen erstens vom klassischen Nashgleichgewicht ab, schwächen aber zweitens auch mehr oder weniger stark die Annahme der Hyperrationalität ab. So finden sich auch evolutionäre Modelle, die Strategien als finite Automaten auffassen.

Neben diesen analytisch deduktiven Ansätzen stellen Computerturniere als explorative Analysen eine Möglichkeit dar, die Performanz einzelner Strategien in iterierten Spielen zu untersuchen, bzw. das menschliche Verhalten in solchen Situationen zu simulieren. Da das Gefangenendilemma aufgrund seiner allgemeinen soziologischen Relevanz in der Theorie iterierter Spiele die größte Aufmerksamkeit genießt, befassen sich die meisten Arbeiten, die dieses Verfahren nutzen, mit dem iterierten Gefangenendilemma. Ausgangspunkt bildet hier das Computerturnier von Axelrod (1980a,b). Auf diesen Ansatz soll am Ende dieses Kapitels kurz eingegangen werden.

3.2.1 Finite Automaten

Im Weiteren sollen finite Automaten als Möglichkeit der Modellierung beschränkt rationaler Akteure vorgestellt werden, bei der die übrigen Rationalitätskonzepte der Spieltheorie aufrechterhalten werden. Die Diskussion beschränkt sich weiterhin auf die Betrachtung der Relevanz für iterierte Spiele, insbesondere für das Problem der unendlichen Gleichgewichtsmenge. Hyperrationalität bedeutet im iterierten Spiel, dass eine Strategie auf die gesamte Spielge-

⁴² In seiner Rede zur Überreichung des Nobelpreises für Ökonomie an John Nash, Reinhard Selten und John Harsanyi im Jahr 1995 fasst Karl-Göran Mäler Seltens Beitrag zur Spieltheorie folgendermaßen zusammen: „[...] One problem connected with the concept of Nash equilibrium is that there may be several equilibria in non-cooperative games. It may thus be difficult - both for the players and an outside analyst - to predict the outcome. Reinhard Selten has, through his ‘perfection’ concepts, laid the foundations for the research program that has tried to exclude improbable or unreasonable equilibria. [...]”. Vgl. Person, Torsten (1997).

schichte bedingt sein kann. Das heißt einerseits, dass Spieler nach dieser Annahme ein unendlich großes Gedächtnis haben. Vor allem wird andererseits aber dadurch impliziert, dass die a priori gebildeten Strategien über das Superspiel alle potentiell möglichen Spielverläufe berücksichtigen. Entsprechend wird die Annahme der Hyperrationalität wegen der unrealistischen ersten Implikation kritisiert. Darüber hinaus folgt aus der zweiten Implikation, dass man sich beliebig komplexe Gleichgewichtsstrategien überlegen kann. So bildet nach dem Trigger-Prinzip die Strategie: „Spiele nur an Deinem Geburtstag und allen Runden, die durch 7777 teilbar sind, die pareto-superiore Strategie. Sobald ein Gegner anders spielt, spiele nur noch die pareto-inferiore Gleichgewichtsstrategie.“ eine Gleichgewichtsstrategie (vgl. Gintis (2000), S.121). Eine vergleichsweise konservative Möglichkeit, die Menge der möglichen Gleichgewichte erstens einzugrenzen und zweitens plausiblere Vorhersagen zu treffen, besteht darin, die Annahme der Hyperrationalität durch die Modellierung von Strategien als finite Automaten abzuschwächen. Die Theorie der finiten Automaten beschreibt einerseits die Turing-Maschinen und andererseits die Moore-Maschinen (Vgl. Ho (1996), S. 179f). Beide lassen sich mit dem hyperrationalen Akteursmodell in einen gemeinsamen Rahmen stellen, wenn man eine Strategie im Superspiel⁴³ als finiten Automaten nach Rubinstein (1986) und Abreu und Rubinstein (1988) folgendermaßen darstellt. Eine strategienrepräsentierende Maschine besteht im allgemeinen Fall erstens aus einem unendlich großen, externen Gedächtnis M_i , zweitens aus einer unendlichen Menge von Zuständen Q_i , drittens einem Anfangszustand $q_i^0 \in Q_i$, viertens eine Handlungsfunktion $f_i: M_i \times Q_i \rightarrow A_i$, die den Zuständen aus Q_i unter Berücksichtigung des Gedächtnisses M_i Handlungen aus der Menge der Alternative A_i zuordnet, und fünftens eine Übergangsfunktion $\tau_i: M_i \times Q_i \times A \rightarrow Q_i$, die jedem Zustand und jedem Handlungsvektor aller Spieler unter Berücksichtigung des Gedächtnisses einen Folgezustand zuordnet. Eine Strategie im Superspiel lässt sich mit diesen Begriffen folgendermaßen darstellen. Die Handlung, die von Spieler i laut Strategie in der ersten Runde gespielt wird, entspricht der Funktionsauswertung $f_i(M_i, q_i^0)$, d.h. wenn eine Strategie vorschreibt, in der ersten Runde zu kooperieren, ist $f_i(M_i, q_i^0) = C$. Alle möglichen Trajektorien, die sich im Superspiel durch die Handlungen aller Spieler ergeben können, können nun durch eine Folge von Zuständen repräsentiert werden. Dies lässt sich leichter verstehen, wenn man die Übergangsfunktionen wie in Abbildung 2 und Abbildung 3 graphisch darstellt.

⁴³ Die Theorie der finiten Automaten lässt sich auch für Strategien im One-Shot-Game anwenden.

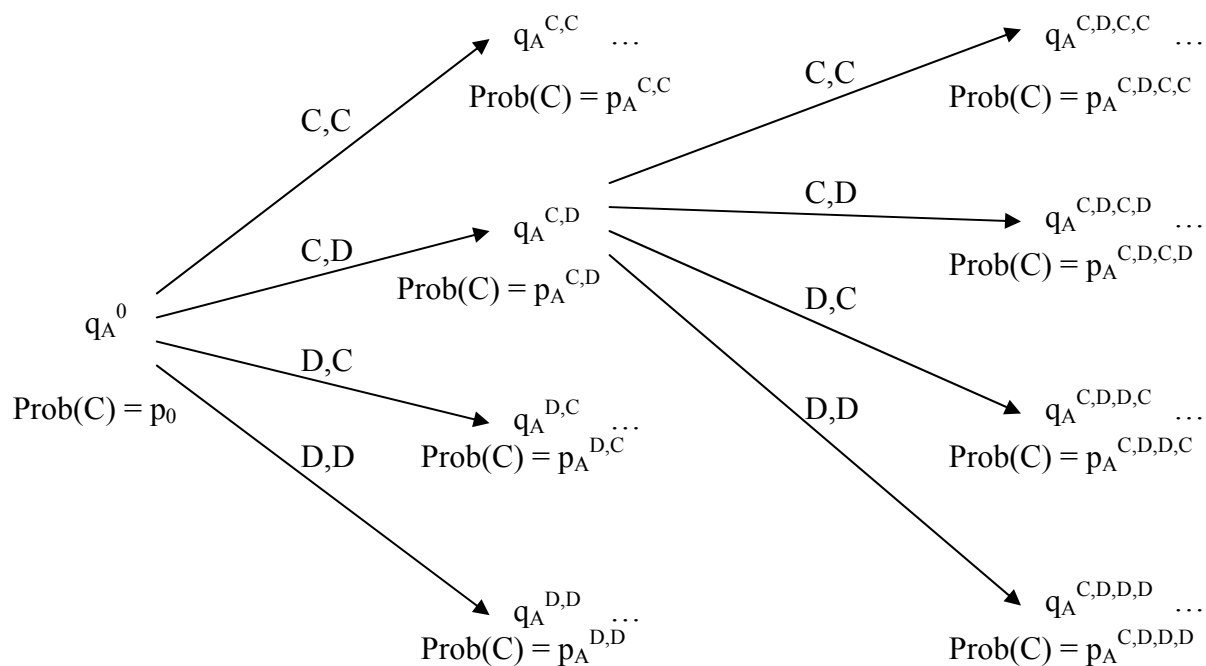


Abbildung 2: Darstellung einer allgemeinen Strategie als finiter Automat bei zwei Spielern A, B mit den Alternativen C, D aus der Sicht des Spielers A

Die in Abbildung 2 dargestellte Strategie durchläuft potentiell alle möglichen Trajektorien des Superspiels.

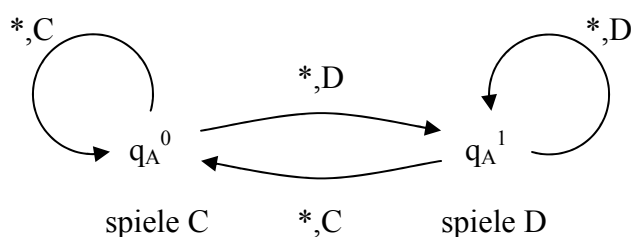


Abbildung 3: Darstellung der Tit-For-Tat-Strategie als finiter Automat bei zwei Spielern A, B mit den Alternativen C, D aus der Sicht des Spielers A

Gerade aus der Darstellung der Tit-for-Tat-Strategie in Abbildung 3 wird deutlich, dass sich mit Hilfe finiter Automaten intuitiv sinnvolle Strategie sehr leicht darstellen lassen. Durch die Berücksichtigung des Gedächtnisses, die in Abbildung 2 und Abbildung 3 nicht explizit dargestellt ist, kann eine Strategie Erfahrungen sowohl aus dem laufenden Superspiel als auch aus anderen Spielen und darüber hinaus andere externe Informationen konstruktiv zur Handlungs- und Zustandswahl⁴⁴ nutzen. Diese Modellierung entspricht dem hyperrationalen Akteur aus der klassischen Spieltheorie.

Eine Turing-Maschine hat dem gegenüber nur eine endliche Menge von Zuständen, und die Handlungs- und Übergangsfunktionen müssen durch ein endliches Gerät in endlicher Zeit

⁴⁴ Es ist zu betonen, dass die Wahlen an den Knoten sowohl über die Handlung als auch über den einzunehmenden Zustand keine Entscheidungen des Spielers im üblichen Sinne sind. Der Spieler wählt in dieser Modellierung eine Maschine einer bestimmten Form aus der Menge aller möglichen Maschinen.

auswertbar sein. Letztlich stellt damit eine Turing-Maschine einen endlich großen Computer dar. Für die Spieltheorie bedeutet das, dass eine durch eine Turing-Maschine dargestellte Strategie nicht auf alle möglichen Trajektorien bedingt sein kann, es also unendliche Menge von Trajektorien gibt, die von der Strategie gleich behandelt werden. Die Auswertbarkeit spielt in der Spieltheorie selten eine Rolle. Wenn die Auszahlungen durch eine komplizierte Funktion über die Handlungen aller Spieler gebildet werden, muss eine sinnvolle Strategie dies berücksichtigen. Nur dann kann eine Turing-Maschine an die Grenze der Berechenbarkeit stoßen. Im Allgemeinen sind aber in der Spieltheorie die Auszahlungsfunktionen bei gegebenen Handlungen leicht auswertbar.

Eine Moore-Maschine ist weiterhin gegenüber der Turing-Maschine dadurch eingeschränkt, dass sie kein externes Gedächtnis besitzt. Für die Spieltheorie bedeutet das, dass ein Spieler der eine durch eine Moore-Maschine repräsentierte Strategie spielt, nicht von Spiel zu Spiel lernen kann und auch sonst keine externen Informationen in seine Entscheidung einbeziehen kann. Die Strategie beruht also nur auf der Information einer endlichen Spielgeschichte. Rubinstein (1986) und Abreu und Rubinstein (1988) geht von beschränkt rationalen Akteuren derart aus, dass diese nur über eine Menge von Strategien entscheiden, die sich durch eine Moore-Maschine mit einer bestimmten Anzahl von Zuständen beschreiben lassen. Unter Beibehaltung der übrigen Rationalitätskriterien leitet er ab, dass sich die Menge möglicher Nash-Gleichgewichte wesentlich einschränken lässt. Diese Einschränkung der Menge möglicher Gleichgewichte ist gerade deshalb nicht nur aus mathematischer Perspektive interessant, weil die Repräsentation von Strategien als Moore-Maschinen erstens noch eine große Menge von Strategien zulässt, und zweitens, wie aus der graphischen Darstellung zu erkennen ist, alle intuitiv sinnvollen Strategien repräsentiert werden. Andererseits ist aber der Vergleich von Strategien, die durch Moore-Maschinen mit derselben Zustandszahl beschrieben werden, irreführend, weil dadurch Strategien zusammengefasst werden, die sich inhaltlich sehr unterscheiden⁴⁵. Die Modellierung beschränkter Rationalität durch Moore-Maschinen mit einer bestimmten begrenzten Anzahl von Zuständen erscheint insbesondere deshalb sinnvoll, da sich zeigen lässt, dass Strategien, die über eine Menge von Strategien, die durch eine bestimmte Anzahl von Zuständen repräsentiert werden, eine Gleichgewichtsstrategie bilden, immer durch eine Strategie, die durch mehr Zustände repräsentiert wird, ausgebeutet werden kann. D.h. für jede best-response-Strategie, die durch eine bestimmte Zustandsanzahl darstellt wird, existiert eine Strategie, die mehr Nutzen verspricht, aber durch mehr Zustände repräsen-

⁴⁵ So benötigt die Tit-For-Tat-Strategie nur zwei Zustände. Inhaltlich ähnliche Strategien benötigen oft mehr Zustände, und es gibt vergleichsweise sinnlose Strategien mit ebenso zwei Zuständen. Ein Versuch einer alternativen, theoretisch fundierten Kategorisierung solcher Strategien findet sich bei Richards (2001).

tiert wird⁴⁶. Es ist zu betonen, dass Moore-Maschinen eine sehr allgemeine Modellierung beschränkter Rationalität darstellen. Wenn man beschränkte Rationalität als Begrenztheit des Gedächtnisses über die Spielvergangenheit auffasst, lässt sich jede Strategie als Moore-Maschine auffassen.

3.2.2 Evolutionäre Modelle

Eine weitere Möglichkeit, die Menge der Gleichgewichte in iterierten Spielen einzuschränken, besteht in der Modifikation des Nash-Konzepts selbst. Diesen Weg beschreiten erstens Modelle, die auf dem zunehmend populär gewordenen Konzept der evolutionär stabilen Strategie (ESS) von Maynard Smith und Price (1973) aufbauen, zweitens die deterministischen Replikatoren von Taylor und Jonker (1978) und drittens die stochastischen dynamischen Systeme von Foster und Young (1990) und Kandori, Mailath und Rob (1993)⁴⁷. Diese Modelle sollen hier zusammenfassend als evolutionäre Modelle bezeichnet werden. Es ist anzumerken, dass das Hauptaugenmerk dieser Modelle nicht auf Einschränkung der Menge der Nash-Gleichgewichte liegt, sondern dass hier eine fundamentale Kritik am Nash-Konzept an sich geübt wird. Nach Mailath (1998) baut die nichtkooperative Spieltheorie und mit ihr das Nash-Gleichgewichtskonzept auf zwei problematischen Annahmen auf, nämlich erstens der Hyper-rationalität der Akteure und zweitens einem koordinierenden Mechanismus, der den Spielern ermöglicht, sich bei der Existenz mehrerer Gleichgewichte auf eines zu einigen. Die Annahme, dass die Spieler erstens die Auszahlungen für alle Spieler und alle Strategiekombinationen kennen, und dass sie zweitens in der Lage sind, basierend auf dieser Information zu maximieren, d.h. eine best-response-Strategie zu spielen, erscheint bei „einfachen“ Spielen mit wenigen Alternativen oder genauer gesagt wenigen reinen Strategien und bei wenigen Spielern gerechtfertigt. Bei vielen interessanten Spielen ist aber die Anzahl der Spieler sehr groß und aus einer endlichen oder unendlichen Wiederholung ergibt sich durch perfekte Information der Spielvergangenheit eine gewaltige Menge möglicher reiner Strategien. Mailath erscheint bei diesen Spielen die Annahme hyperrational entscheidender Akteure unplausibel. Er verweist dabei auf Ernst Zermelo (1912, aus Mailath(1998)), der beweist, dass ein rationaler Schachspieler sowohl als Weiss- als auch als Schwarzspieler entweder einen Sieg oder ein Remis erzwingen kann, d.h. das Spiel ist für einen hyperrational entscheidenden Spieler trivial. Mailath hält der hyperrationalen Position entgegen, dass Menschen „use heuristics and rules of thumb (generated by experience) to guide behavior“ (Mailath (1998), S.1349).

⁴⁶ Vgl. Neyman (1985), Rubinstein (1986) und Abreu und Rubinstein (1988), die sich auch mit einer Formalisierung des Tradeoffs zwischen der Komplexität und dem Erfolg einer Strategie beschäftigen.

⁴⁷ Vgl. hierzu den Überblick von Mailath (1998), van Damme (1994) und Gintis (2000), Kap.7, 9, 10.

Weiterhin nimmt nach Mailath die nichtkooperative Spieltheorie an, dass Spieler ihre Handlungen in irgendeiner Weise koordinieren, wenn mehrere Gleichgewichte zu Wahl stehen, da zur Bildung eines Gleichgewichtes aus der Sicht eines Spielers bekannt sein muss, dass alle anderen Spieler dasselbe Gleichgewicht wählen. Mailath zählt eine Reihe von Argumenten auf, die zur Rechtfertigung dieser Position üblicherweise herangezogen werden. Erstens würde angenommen, dass die Spieler in irgendeiner Weise vor dem Spiel kommunizieren und somit das Zustandkommen eines Gleichgewichtes signalisieren können. Dem entgegnet Mailath, dass Kommunikation nicht immer möglich ist, und wenn sie möglich ist, heißt das nicht, dass es Einigung geben muss. In vielen Situationen stehen Spieler vor einem Verhandlungsproblem, das auch mehrere Gleichgewichte haben kann. Schließlich stellt sich hier auch die Frage, warum die Spieler sich an die Vereinbarungen halten sollten. Weiterhin führt Mailath als Begründung für die Koordinationsannahme die selbst erfüllende Prophezeiung auf, bei der angenommen wird, dass wenn schon nicht die Spieltheorie eine eindeutige Theorie zur Lösung des Spiels hat, die Spieler sehr wohl eine solche haben können, und deshalb das entsprechende Gleichgewicht spielen. Mailath kritisiert, dass diese Argumentation das eigentliche Problem nicht erklärt, sondern nur in eine blackbox verpackt. Weiterhin ist zu kritisieren, dass nicht alle Spieler dieselbe eindeutige Theorie im Kopf haben müssen. Als drittes Argument für die Koordinationsannahme führt Mailath die Fokalkpunkttheorie von Schelling (1960) auf. Seiner Ansicht nach stellt auch sie keine befriedigende Lösung des Problems dar, da die Spieler ähnlich wie bei der selbst erfüllenden Prophezeiung verschiedene Kriterien verwenden können, so dass einem Spieler eine Strategiekombination aufgrund der fairen Auszahlung als Fokalkpunkt erscheinen kann, während ein anderer Spieler eine andere Strategie als Fokalkpunkt betrachtet, weil sie höhere Auszahlungen liefert. Mailath sieht die einzig sinnvolle Erklärungsalternative in einer lerntheoretischen Argumentation. Hier wird angenommen, dass Spieler durch wiederholtes Spielen Erfahrung sammeln, und somit lernen können, wie andere Spieler handeln, und basierend auf dieser Kenntnis maximieren. Wenn man annimmt, dass den Spielern die Auszahlungen des Spiels unbekannt sind, oder sie nicht in der Lage sind zu maximieren, können sie entweder die Auszahlungen des Spiels lernen, oder durch Versuch und Irrtum lernen, welche Strategie maximalen Gewinn bringt.

Neben der Kritik der unrealistischen Annahmen der nichtkooperativen Spieltheorie verweisen Befürworter der evolutionären Modelle wie van Damme (1994) und Gintis (2000) darauf, dass Nashs Gleichgewichtskonzept implizit eine Dynamik unterstellt, die aber nicht genauer formalisiert wird. Gintis fasst diese Kritik zusammen mit der provozierenden Frage: „what are Nash equilibria equilibria of?“ (ebd. (2000), S.164). Nash selbst interpretiert sein Gleichge-

wichtskonzept folgendermaßen: „We shall now take up the ‚mass-action‘ interpretation of equilibrium points. [...] It is unnecessary to assume that the participants have full knowledge of the total structure of the game, or the ability and inclination to go through any complex reasoning processes. But the participants are supposed to accumulate empirical information on the relative advantages of the various pure strategies at their disposal. To be more detailed, we assume that there is a population (in the sense of statistics) of participants for each position of the game. Let us also assume that the ‚average playing‘ of the game involves n participants selected at random from the n populations, and that there is a stable average frequency with which each pure strategy is employed by the ‚average member‘ of the appropriate population. Since there is no collaboration between individuals playing in different positions of the game, the probability that a particular n -tuple of pure strategies will be employed in a playing of the game should be the product of probabilities indicating the chance of each of the n pure strategies to be employed in a random playing. [...] Thus the assumptions we made in this ‚mass-action‘ interpretation lead to the conclusion that the mixed strategies representing the average behaviour in each of the populations form an equilibrium point.” (Nash (1950), aus Ritzberger und Weibull (1995)). In den weiteren Ausführungen wird deutlich werden, dass die evolutionären Modelle letztlich nur diese Interpretation beim Wort nehmen und eine konsequente Formalisierung dieser Idee entwickeln.

Nach van Dammes (1994), Mailaths (1998) und Gintis (2000) Ansicht stellen die evolutionären Modelle einen viel versprechenden Ansatz dar, da hier erstens beschränkt rationale Akteure betrachtet werden, die das Spiel im Lauf der Zeit lernen, und zweitens das Zustandekommen des Gleichgewichtes explizit formalisiert wird. Historisch bildet das Konzept der evolutionär stabilen Strategie von Maynard Smith und Price (1973) den Ausgangspunkt. Es ist am Rande anzumerken, dass Mailath (1998) im Gegensatz zu anderen Autoren beschreibt, dass der Übergang zwischen der klassischen Spieltheorie und der evolutionären Spieltheorie fließend ist, je nach dem wie stark man die Rationalitätsannahme aufweicht. Auf einem Extrem des Kontinuums steht der oben beschriebene hyperrationale Akteur, am andere Ende steht ein Akteur, der keine Information über die Auszahlungen des Spiels und die Strategien der anderen Spieler hat, und auch nicht maximieren kann, d.h. selbst bei Kenntnis der Auszahlungen und der Strategien der anderen Spieler nicht best-response spielen kann, sondern bestenfalls andere Spieler imitieren kann.

Evolutionär Stabile Strategien⁴⁸

Zur einfacheren Darstellung des Konzepts beschränken wir uns vorerst auf die Betrachtung eines symmetrischen Zwei-Personen-Normal-Form-Spiels. Sei $S = \{s_1, \dots, s_K\}$ die endliche Menge der zur Auswahl stehenden reinen Strategien. Betrachtet werden nun nicht einzelne Spieler, sondern eine „große“⁴⁹ Population von Individuen. Aus dieser Population werden wiederholt zufällig paarweise Individuen gezogen, die das Spiel gegeneinander spielen. Die Individuen entscheiden hierbei nicht über mögliche Strategien, sondern sind im Sinne genetischer Determiniertheit mit einer einzigen gemischten Strategie ausgestattet. Ausgehend von der Menge der reinen Strategien sei mit $\Delta = \{(x_1, \dots, x_K) \in [0, 1]^K : \sum_{i \in S} x_i = 1\}$ die Menge möglicher gemischter Strategien bezeichnet. Weiterhin sei $\Theta = \Delta^2$ die Menge aller Strategietupel, die beide Spieler zusammen spielen können. Über diese ist eine Auszahlungsfunktion für beide Spieler definiert, so dass die Auszahlung für den Zeilenspieler für das Strategietupel $(x, y) \in \Theta$ gegeben ist durch $u_1(x, y) = x^T A y$, wobei A die Auszahlungsmatrix für den Zeilenspieler ist. Entsprechend ist aufgrund der Symmetrie des Spiels die Auszahlung für das Tupel (x, y) für den Spaltenspieler gegeben durch $u_2(x, y) = u_1(y, x) = y^T A x$. Im Weiteren wird der üblichen Notation folgend mit $u(x, y)$ die Auszahlung für den Zeilenspieler bezeichnet. Im Folgenden beziehen sich alle Aussagen immer auf beide Spieler, d.h. eine Aussage über $u(x, y)$ ist eine Zusammenfassung sowohl über die Perspektive des Zeilenspielers mit der Auszahlung $u_1(x, y)$, als auch des Spaltenspielers mit $u_2(y, x)$.

Man betrachte nun den Fall, bei dem eine kleine Gruppe von Mutanten in eine Population eintritt, d.h. genauer gesagt, die Population besteht zum großen Teil $1 - \varepsilon$ aus ansässigen Individuen, die die gemischte Strategie x spielen, und aus dem kleineren Teil ε aus Mutanten, die die Strategie y spielen⁵⁰. Der biologischen Intuition folgend sollten die Mutanten aus der Population verdrängt werden, wenn die durchschnittliche Auszahlung, die ein Mutant im wiederholten Spiel gegen den Rest der Population erfährt, geringer ist als die Auszahlung, die die ansässige Strategie x im Mittel erhält. Nach Maynard Smith und Price (1973) ist deshalb eine

⁴⁸ Die Darstellung geht aus von van Damme (1994), Weibull (1995) und Mailath (1998).

⁴⁹ Wenige Autoren stellen klar, was mit einer großen Population gemeint ist. Maynard Smith (1982), Mailath (1992), van Damme (1994) und Bendor und Swistak (1998) schreiben von einer unendlich großen Population. Maynard Smith und Price (1973), Taylor und Jonker (1978), Friedman (1991), Weibull (1994), Mailath (1998), Gintis (2000) und Samuelson (2002) legen sich nicht weiter fest. Weibull (1995) diskutiert eine endlich große Population, wobei aber die Größe beliebig gewählt werden kann. Meiner Ansicht ist es unumgänglich, von einer unendlich großen Population auszugehen, da nur in diesem Fall die zufälligen Variationen der Kontakte zwischen verschiedenen Individuen nach dem Gesetz der großen Zahlen Null sind. Bei einer endlich großen Population kann das System trotz der sehr kleinen, aber echt positiven Varianz ein fundamental anderes Verhalten haben, worauf bei der Diskussion der stochastischen dynamischen Systeme noch ausführlicher eingegangen wird.

⁵⁰ Ein solches Gemisch wird auch als bimorphe Population bezeichnet, in Abgrenzung gegenüber monomorphen Populationen, die aus vollkommen gleichförmigen Individuen bestehen, und polymorphen Populationen, in denen es mehrere monomorphe Unterpopulationen gibt.

gemischte Strategie x als evolutionär stabil definiert, wenn es für alle gemischten Strategien $y \neq x$ ein $\tilde{\varepsilon} \in (0,1)$ gibt, so dass gilt:

$$(35) \quad \forall \varepsilon \in (0, \tilde{\varepsilon}) : u(x, \varepsilon y + (1-\varepsilon)x) > u(y, \varepsilon y + (1-\varepsilon)x).$$

Im Original und in vielen Folgepublikationen findet sich folgende äquivalente Darstellung dieser Definition, die den Vergleich von evolutionär stabilen Strategien (ESS) deutlicher macht. Eine gemischte Strategie x ist genau eine ESS, wenn für alle gemischten Strategien $y \neq x$ gilt:

$$(36) \quad u(x, x) \geq u(y, x) \quad \text{und} \quad u(x, x) = u(y, x) \Rightarrow u(x, y) > u(y, y).$$

Der erste Teil dieser Definition besagt also, dass eine ESS eine best-response-Strategie ist, und im zweiten Teil steckt, dass die ESS gegenüber der Menge aller anderen best-response-Strategien wiederum eine best-response-Strategie darstellt. Aus dieser Tatsache ist schon erkennbar, dass wenn eine Strategie x ESS ist, das Strategienprofil (x,x) ein Nash-Gleichgewicht ist, d.h. die Menge der potentiellen Gleichgewichte wird durch das ESS-Konzept eingeschränkt. Weiterhin folgt direkt aus der Definition, dass schwach dominierte Strategien⁵¹ nicht evolutionär stabil sein können. Weniger trivial und entsprechend interessanter ist die Ableitung von van Damme (1987, aus van Damme (1994)), der zeigen kann, dass im symmetrischen Fall alle ESS propere Nash-Gleichgewichte im Sinne von Myerson (1978, aus Weibull (1995)) sind, und damit perfekt im Sinne von Selten (1975, aus Weibull (1995))⁵².

Wenn man vorerst einmal die Kritik der Tragfähigkeit dieser Ergebnisse in den Hintergrund stellt und sich auf die eigentliche Motivation der evolutionären Modelle konzentriert, ist das Konzept der ESS als unbefriedigend aufzufassen. Der oben dargestellten Kritik am Gleichgewichtskonzept von Nash – der fehlenden Modellierung der implizit angenommenen Dynamik – wird beim Konzept der ESS genauso wenig Rechnung getragen. So erhält die ökonomische Modellierung des Verhaltens von sozial verbundenen Akteuren durch das Konzept der ESS zwar eine evolutionstheoretische Unterfütterung, die explizite Formalisierung der damit unterstellten Dynamik bleibt aber aus. Dies wird erst durch die Replikatorndynamik von Taylor und Jonker geleistet.

⁵¹ Eine reine oder gemischte Strategie $x \in \Delta$ ist schwach dominiert, wenn gilt: $\forall y \in \Delta: \forall z \in \Delta: u(y,z) \geq u(x,z)$ und $\exists z' \in \Delta: u(y,z') > u(x,z')$, d.h. es gibt ein andere gemischte oder reine Strategie y , die gegen alle anderen Strategien z mindestens genauso viel Nutzen erzielt und gegen mindestens eine andere Strategie z' mehr Nutzen abwirft.

⁵² Mit perfekten Gleichgewichte sind hier trembling-hand-perfekte Gleichgewichte gemeint, welche wiederum eine Teilmenge der subgame-perfekten Gleichgewichte nach Selten (1965, aus Weibull (1995)) darstellen.

Die Replikatorodynamik von Taylor und Jonker⁵³

Bei der Replikatorodynamik von Taylor und Jonker (1978) wird entgegen dem Konzept der ESS erstens der dynamische Prozess der Entwicklung der Population explizit in stetiger Zeit dynamisch formalisiert, und zweitens wird davon ausgegangen, dass die Population aus Individuen besteht, die nur reine Strategien spielen. Als Ausgangspunkt betrachten wir wie beim Konzept der ESS wieder ein symmetrisches Zwei-Personen-Normal-Form-Spiel. Sei $S = \{s_1, \dots, s_K\}$ wieder die endliche Menge der zur Auswahl stehenden reinen Strategien. Es wird eine große⁵⁴ Population von Individuen betrachtet, wobei die Individuen eine feste reine Strategie aus einer endlichen Menge von reinen Strategien haben. Die Dynamik ergibt sich bei Taylor und Jonker (1978) aus folgenden Annahmen: Die Änderung der Zusammensetzung der Population ist bestimmt durch die Rate, mit der sich die Individuen, also die Träger der einzelnen Strategien reproduzieren, wobei deren Wachstumsrate bestimmt ist durch die relative Fitness. Als Basismodell wird nun angenommen, dass die Träger exponentiell wachsen bzw. schrumpfen. Sei n_i die Anzahl der Individuen, die Strategie s_i spielen und N die Größe der Population. Die Verteilung der Strategien in der Population, die im Weiteren als Zustand bezeichnet werden soll, lässt sich als Vektor über die einzelnen Anteile der reinen Strategien in der Population beschreiben, also als $p = (p_1, \dots, p_K)$, mit $p_i = n_i/N$. Das exponentielle Wachstum bzw. der Zerfall ergibt sich aus der Annahme, dass

$$(37) \quad \frac{dn_i(t)}{dt} = r_i(t)n_i(t)$$

gilt, d.h. die Änderung der Anzahl der Individuen, die Strategie i spielen, ist zu jedem Zeitpunkt proportional zur Anzahl selbst. Das exponentielle Wachstum wird dadurch modifiziert, dass sich der Faktor $r_i(t)$, also die Wachstumsrate, über die Zeit hinweg verändern kann. Wenn dieser aber konstant bleibt und positiv ist, wächst die entsprechende Gruppe in der Population exponentiell, und wenn sie negativ ist, schrumpft die Gruppe exponentiell. Aus der Annahme über die Änderung der einzelnen Gruppen folgt, dass die Änderung der gesamten Population

⁵³ Die Darstellung geht von Weibull (1995) und Mailath (1998) aus.

⁵⁴ Auch hier bleibt der Begriff einer großen Population überwiegend unklar. Taylor und Jonker (1978) beschreiben eine endliche Population, Nachbar (1990), Bendor und Swistak (1998) und Ritzberger und Weibull (1995) von einer unendlichen Population und Friedman (1991), Weibull (1995, 1998) und Mailath (1992, 1998) legen sich nicht weiter fest. Bei Replikatorodynamiken in stetiger Zeit muss die Population streng genommen überabzählbar unendlich sein, da für die sinnvolle Bildung der Differentialgleichung über die Populationsdynamik der Raum der Strategien der Population Δ vollständig sein muss. Bildlich gesprochen müssen beliebig kleine Veränderungen in Δ möglich sein, was nur gegeben ist, wenn die Anteile der reinen Strategien, die die gemischten Strategien darstellen, beliebig fein auflösbar sind. Vgl. z.B. Forster (1999).

$$(38) \quad \frac{dN_i(t)}{dt} = \tilde{r}(t)N_i(t), \quad \text{mit} \quad \tilde{r}(t) = \sum_{i=1}^N p_i(t)r_i(t),$$

ist, d.h. $\tilde{r}(t)$ ist die mittlere Wachstumsrate zum Zeitpunkt t . Aus diesen Annahmen kann man nun die Änderung des Anteils einer Gruppe von Individuen in der Population, die die Strategie i spielen, angeben mit:

$$(39) \quad \frac{dp_i(t)}{dt} = p_i(t)(r_i(t) - \tilde{r}(t)).$$

Durch diese Annahmen ist nun eine Dynamik des Zustandes der Population $p(t)$ über die Zeit hinweg definiert, wobei implizit davon ausgegangen wurde, dass der Prozess in kontinuierlicher Zeit verläuft. Der Prozess ist aber abhängig von den noch nicht weiter spezifizierten Wachstumsraten $r_i(t)$. Damit das Modell ökonomisch und biologisch relevant wird, werden diese definitorisch mit der relativen Fitness bzw. Auszahlung, bzw. genauer gesagt dem Ausmaß, indem die Strategien besser als der Durchschnitt abschneidet, gleichgesetzt, d.h.

$$(40) \quad r_i(t) = U(i, p(t)) - U(p(t), p(t)), \quad \text{mit}$$

$$U(i, p(t)) = \sum_{j=1}^K u(i, j)p_j(t) \quad \text{und} \quad U(p(t), p(t)) = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K u(i, j)p_i(t)p_j(t).$$

Diese Spezifikation der Wachstumsrate folgt aus der Annahme, dass erstens Individuen wiederholt zufällig aus der Population gezogen werden, um gegeneinander das betrachtete Spiel zu spielen, und dass zweitens die Vererbung der Strategien von einem Individuum an seine Nachkommen asexuell und fehlerfrei verläuft. Im Weiteren wird die durch Gleichung (39) und (40) definierte Dynamik als Replikatorodynamik bezeichnet.

Bei gegebener Ausgangsverteilung, d.h. einer gemischten Strategie der Population, ist durch die Differentialgleichung (39) ein so genannter Fluss⁵⁵ durch den Raum aller gemischten Strategien Δ über die Zeit hinweg definiert. Das Pendant zur ESS bildet hier die Ruhelage p^* , die durch $dp^*/dt = 0$ definiert ist, d.h. ein dynamischer Prozess, der in der Ruhelage beginnt, wird sich nicht von diesem weg bewegen. Eine Ruhelage gewinnt erst dadurch an Relevanz, wenn man untersucht, wie sich der Prozess in ihrer Nähe verhält, d.h. ein Prozess, der in der Nähe einer Ruhelage startet, gegen die Ruhelage konvergiert, bzw. ob eine Abweichung von der Ruhelage zu einer Fluchtbewegung weg von der Ruhelage führt. Üblicherweise wird hier zwischen Lyapunov-stabilen, asymptotisch stabilen und global stabilen Ruhelagen unterschieden. Eine Lyapunov-stabile Ruhelage ist dann gegeben, wenn eine kleine Abweichung aus der Ruhelage dazu führt, dass sich die Replikatorodynamik nicht von der Ruhelage entfernt, son-

⁵⁵ Vgl. hierzu Bronstein et al. (2001), Kap.17.

dem „in der Nähe“ der Ruhelage bleibt⁵⁶. Asymptotische Stabilität bedeutet, dass eine Replikatorodynamik, die in der Nähe der Ruhelage startet, gegen die Ruhelage konvergiert⁵⁷. Hierauf aufbauend wird zu einer asymptotisch stabilen Ruhelage das basin of attraction definiert als die Menge aller gemischten Strategien, für die ein Fluss, der mit einer dieser gemischten Strategien startet, gegen die Ruhelage konvergiert. Wenn es also in einer Replikatorodynamik mehrere asymptotisch stabile Ruhelagen A_i gibt, konvergieren Flüsse, die mit einer gemischten Strategie aus dem basin of attraction der Ruhelage A_i starten, gegen diese Ruhelage. Es kann natürlich immer noch Startpunkte geben, deren zugehöriger Fluss gegen keine Ruhelage konvergiert. Eine Ruhelage ist dann global stabil, wenn eine Replikatorodynamik mit jedem Startpunkt aus der Menge aller gemischten Strategien Δ gegen die Ruhelage konvergiert, d.h. das zugehörige basin of attraction ist einfach die Menge aller gemischten Strategien. Es ist zu betonen, dass die Replikatorodynamik einen deterministischen Prozess beschreibt. Daraus folgt, dass wenn eine bestimmte reine Strategie in einer Dynamik zu einem Zeitpunkt nicht mehr vorkommt, diese auch nie vorgekommen ist und auch nicht mehr vorkommen wird⁵⁸. Es sterben also keine reinen Strategien aus, und es kommen auch keine neuen reinen Strategien hinzu. Mathematisch ausgedrückt heißt das, dass der Träger, also die Menge reiner Strategien mit echt positivem Anteil in der Population, über die Zeit hinweg unveränderlich ist. Dieses scheinbar technische Detail bedeutet, dass eine Replikatorodynamik, die bei einer gemischten Strategie über eine bestimmte Menge reiner Strategien beginnt, nur eine gemischte Strategie mit demselben Träger erreichen kann, d.h. insbesondere keine einzelne reine Strategie erreichen kann. Insoweit ist die Replikatorodynamik stark von der Wahl des Startpunktes abhängig. Dieses Problem wird durch die Einführung einer stochastischen Komponente behoben, wofür weiter unten noch ausführlicher eingegangen werden soll.

Aus ökonomischer Perspektive ist, wie beim Konzept der ESS, auch hier das Verhältnis stabiler Ruhelagen zu den Lösungskonzepten der nichtkooperativen Spieltheorie von Interesse. Wie beim Konzept der ESS zeigt sich, dass im symmetrischen Fall Replikatordynamiken die Menge möglicher Gleichgewichte einschränken. Außerdem lässt sich ein Zusammenhang

⁵⁶ Eine Ruhelage p^* der Replikatorodynamik, definiert durch Gleichung (39) und (40), ist Lyapunov-stabil, wenn gilt: $\forall \varepsilon > 0: \exists \delta_\varepsilon > 0: \forall x^* \in \Delta, d(x^*, p^*) < \delta_\varepsilon : d(x(t), p^*) < \varepsilon$, wobei mit $x(t)$ die Replikatorodynamik bezeichnet ist, die in x^* startet. Vgl. hierzu Bronstein et al. (2001), S. 825.

⁵⁷ Eine Ruhelage p^* der Replikatorodynamik, definiert durch Gleichung (39) und (40), ist asymptotisch stabil, wenn gilt: $\exists \delta > 0: \forall x^* \in \Delta, d(x^*, p^*) < \delta : \lim_{t \rightarrow \infty} d(x(t), p^*) = 0$, wobei mit $x(t)$ die Replikatorodynamik bezeichnet ist, die in x^* startet. Vgl. hierzu Bronstein et al. (2001), S. 825.

⁵⁸ Streng genommen folgt das nicht alleine aus Determiniertheit des Prozess, sondern auch aus der Definition der Dynamik, d.h. der Gleichungen (39) und (40). Bei Dynamiken, die Imitationsprozesse widerspiegeln, können unter Umständen einzelne reine Strategien aussterben. Vgl. z.B. Friedman (1991), S.641-645, aber auch allgemein Weibull (1994), S. 872-874, Weibull (1995), Kap.4 und Bendor und Swistak (1998), S.108-112.

zwischen dem Konzept der ESS und der Replikatordynamik feststellen⁵⁹. Taylor und Jonker (1978) stellen fest, dass einerseits alle Nash-Gleichgewichte Ruhelagen sind, aber andererseits auch alle monomorphen Zustände der Population, d.h. Zustände, bei denen die gesamte Population eine einzige reine Strategie spielt. Das heißt natürlich, dass nicht alle Ruhelagen Nash-Gleichgewichte sein müssen und meistens auch nicht sind. Weiterhin zeigen sie, dass alle ESS asymptotisch stabile Ruhelagen sind. Hines (1980) zeigt, dass auch alle asymptotisch stabilen Ruhelagen ESS sind, d.h. dass sich die Implikation zur Äquivalenz verschärfen lässt, wenn man bei der Modellierung der Replikatordynamik individuelle gemischte Strategien zulässt. Weiterhin leitet Bomze (1986) die sehr starken Aussagen ab, dass alle Lyapunov-stabilen Ruhelagen Nash-Gleichgewichte sind, und alle asymptotisch stabilen Ruhelagen trembling-hand-perfekte Nash-Gleichgewichte nach Selten (1975, aus Weibull (1995)) sind. Damit sind asymptotisch stabile Ruhelagen auch subgame-perfekte Nash-Gleichgewichte nach Selten (1965, aus Weibull (1995)), aber nicht notwendigerweise propere Nash-Gleichgewichte nach Myerson (1978, aus Weibull (1995)), wie es ESS sind. Ferner zeigt Nachbar (1990), dass wenn ein Prozess mit einer gemischten Strategie startet, die über alle reinen Strategien gemischt ist⁶⁰, und gegen einen Zustand x konvergiert, dann ist der Zustand x eine Nash-Gleichgewichtsstrategie. Schließlich zeigen Samuelson und Zhang (1992), dass für alle Prozesse, die mit einer gemischten Strategie starten, die über alle reinen Strategien gemischt ist, die Anteile aller iteriert stark dominierten reinen Strategien⁶¹ gegen Null konvergieren.

Modellierung in diskreter Zeit

Manche Autoren ziehen eine Modellierung des dynamischen Prozesses in diskreter Zeit vor. So wählen Taylor und Jonker (1978) die Modellierung in diskreter Zeit, da diese ihrer Ansicht nach leichter mathematisch handhabbar ist. Weiterhin hält Nachbar (1990) die diskrete Modellierung für sinnvoll, da sich so direkte Vergleiche mit Computersimulationen der dynamischen Prozesse ziehen lassen, welche inhärent in diskreter Zeit ablaufen. Bendor und Swistak (1998) argumentieren zugunsten der diskreten Modelle theoretisch: „If the changes per generation are large then a discrete form of the process would be a suitable representation; if

⁵⁹ Vgl. zusammengefasste Darstellung in van Damme (1994), Weibull (1994, 1995) und Mailath (1998).

⁶⁰ Diese Eigenschaft erscheint auf den ersten Blick unhandlich abstrakt, aber mit ihr ist gewährleistet, dass alle Prozesse, bei denen man nicht von vornherein einige reine Strategien weglässt, gegen ein Nash-Gleichgewicht konvergieren, zumindest sofern sie von ihrem Startpunkt aus überhaupt konvergieren.

⁶¹ Eine reine oder gemischte Strategie $x \in \Delta$ ist stark dominiert, wenn gilt: $\forall y \in \Delta: \forall z \in \Delta: u(y,z) > u(x,z)$, d.h. es gibt eine andere gemischte oder reine Strategie y , die gegen alle anderen Strategien z mehr Nutzen erzielt. Eine iteriert stark dominierte Strategie ist eine reine oder gemischte Strategie, die ausgehend von einer Menge von Strategien stark dominiert wird, wenn man aus der Menge der Strategien alle stark dominierten Strategien entfernt.

changes are sufficiently small, a continuous form might serve as an appropriate approximation" (ebd., S.108). Nach Weibulls (1994) Ansicht ist die Unterscheidung zwischen Modellen in diskreter und stetiger Zeit künstlich, da sich zeigen lässt, dass alle Modelle in diskreter Zeit bei genügend kleinen Zeitschritten dasselbe Verhalten wiedergeben wie Modelle in stetiger Zeit.

Dynamische Imitationsmodelle

Weibull (1994) kritisiert berechtigt, dass die biologische Reproduktion, wie sie von der Replikatorodynamik angenommen wird, für viele Anwendungen in der Ökonomie eine unpassende Modellierung ist. Sinnvoller ist hier eine explizite und konsequente Modellierung von imitativem Lernen und/oder beschränkt rationaler Suche besserer bzw. bester Alternativen. Die Arbeiten, die sich diesem Problem widmen, lassen sich grob in zwei Bereiche einteilen. Ein Teil entwickelt konkrete dynamische Imitationsmodelle, die sich meistens so sehr ähneln, dass es aus theoretisch inhaltlichen Gründen schwer ist, eines dem anderen vorzuziehen (vgl. den Überblick von Nachbar (1990), S.62f, Beispiele bei Friedman (1991), S.641-647, Überblick in Weibull (1995), Kap.4.4). Ein anderer Teil widmet sich dem Problem, die Imitationsdynamiken und biologisch motivierte Replikatorodynamik in einen gemeinsamen Rahmen zu bringen. Ziel ist es hier, dynamische Modelle allgemein dahingehend zu systematisieren, welche Eigenschaften allgemeiner Dynamiken notwendig sind, damit Zusammenhänge zu den verschiedenen Konzepten wie dem Nash-Gleichgewicht der nichtkooperativen Spieltheorie ableitbar sind (Vgl. Nachbar (1990), Friedman (1991), Weibull (1995), Kap.4.3, Bendor und Swistak (1998)). An dieser Stelle soll nicht ausführlicher auf diese Thematik eingegangen werden, obwohl die explizite Übertragung des biologischen Konzepts auf die Ökonomie einen viel versprechenden Ansatz darstellt. Darüber hinaus scheinen alle Befunde darauf hinzudeuten, dass sich alle sinnvollen Imitationsdynamiken wie die Replikatorodynamik von Taylor und Jonker verhalten, d.h. die bereits dargestellten Ergebnisse auch für diese gelten (Vgl. Weibull (1995), Kap.4.4). Es ist anzumerken, dass erst durch die Betrachtung dieser Imitationsdynamiken ein fließender Übergang zwischen der nichtkooperativen Spieltheorie mit ihren starken Rationalitätsannahmen und der Replikatorodynamik mit der Annahme völlig automatisch handelnder Akteure möglich ist.

Kritik der ESS und der Replikatordynamik

Auf den ersten Blick erscheinen die Ergebnisse bisher erfreulich. Insbesondere die Resultate von van Damme (1987) und Bomze (1986) zeigen, dass man durch Heranziehung der evolutionären Perspektive, also bei Abschwächung der unrealistischen Annahmen der nichtkoopera-

tiven Spieltheorie, die Menge der Nash-Gleichgewichte derart einschränken kann, dass, einfach ausgedrückt, nicht glaubhafte Drohungen als Nash-Gleichgewichtsstrategien ausgeschlossen werden. D.h. trotz der starken Einschränkung der Rationalitätsannahmen können mit dem Konzept der ESS und der Replikatorodynamik Gleichgewichte vorausgesagt werden, die man auch durch sehr starke Rationalitätsannahmen erwarten würde. Leider gibt es verschiedene Gründe, warum dieses positive Ergebnis problematisch ist. Bisher haben wir nur symmetrische Zwei-Personen-Spiele betrachtet. Im Folgenden soll dargestellt werden, wie das Verhältnis der ESS und der Replikatorodynamik zur nichtkooperativen Spieltheorie bei asymmetrischen, bzw. Mehr-Personen-Spielen aussieht.

Evolutionäre Modelle von asymmetrischen und Mehr-Personen-Spielen

Wie schon gesagt, gehen sowohl das Konzept der ESS als auch die Replikatorodynamik davon aus, dass Individuen zufällig paarweise aus einer Population gezogen werden, und dann das betrachtete Spiel gegeneinander spielen. Dieses Vorgehen ist ohne weiteres nur für symmetrische Spiele zulässig, da hier jedes Individuum sowohl Zeilen-, als auch Spaltenspieler sein kann⁶². Im asymmetrischen Fall ist dies aber nicht gegeben, da sich hier die Strategien der beiden Positionen nicht vergleichbar sind. Im statischen Fall, also beim Konzept der ESS, wird die Modellierung asymmetrischer Spiele dadurch angepasst, dass die Individuen gemischte Strategien spielen, die auf ihre Spielposition bedingt sind, und dass die Positionen bei der zufälligen Ziehung der Spielpartner ebenso zufällig bestimmt werden. Replikatordynamiken über asymmetrische Spiele werden dadurch angepasst, dass die Dynamik über mehrere Populationen beschrieben wird, wobei jeder Position im Spiel, also z.B. dem Zeilen- und dem Spaltenspieler eine Population zugeordnet wird. Die Strategieanteilsverhältnisse in den einzelnen Populationen entsprechen nun den gemischten Strategien, die auf den jeweiligen Positionen gespielt werden (Vgl. Mailath (1998), S.1361-1363). Mehr-Personenspiele müssen in jedem Fall durch mehrere Populationen modelliert werden. Da die Modellierung von asymmetrischen Spielen und Mehr-Personen-Spielen sowohl beim Konzept der ESS als auch bei der Replikatorodynamik durch Betrachtung mehrerer Populationen befriedigend gelöst wird, soll im Folgenden auch nur dieser Ansatz vorgestellt werden (Vgl. Weibull (1995), Kap.5).

Zur Betrachtung von asymmetrischen Zwei-Personen-Spielen und allgemeinen Mehr-Personen-Spielen muss das Konzept der ESS also dahingehend erweitert werden, dass die Individuen als Strategienträger nicht mehr aus einer gemeinsamen Population gezogen werden, sondern man betrachtet für jeden Spieler eine Population. Aus den Populationen werden

⁶² Zur Vereinfachung sei hier ein Zweipersonenspiel betrachtet. Das Prinzip lässt sich aber auf alle Spiele mit endlicher Spieleranzahl ausdehnen.

nun ähnlich wie im symmetrischen Zwei-Personen-Fall die Individuen zufällig gezogen, die dann gegeneinander spielen. Wie im einfachen Modell oben tragen die Spieler reine oder gemischte Strategien, wobei sich die Menge der zur Verfügung stehenden Strategien über die Populationen, also Spielpositionen hinweg in der Größe und Zusammensetzung unterscheiden kann. Evolutionäre Stabilität wird in diesem allgemeinen Fall ähnlich definiert wie oben: Man betrachte ein N-Personen-Spiel, d.h. es werden N Population betrachtet, aus denen für jedes Spiel jeweils ein Individuum aus jeder Population gezogen wird. Daraus ergibt sich die Betrachtung eines Vektors von gemischten Strategien der Länge N. Ein solcher Vektor x ist dann evolutionär stabil, wenn es für alle anderen Vektoren y ein $\tilde{\varepsilon}_y$ gibt, so dass für alle ε mit $0 < \varepsilon < \tilde{\varepsilon}_y$ gilt:

$$(41) \quad \begin{aligned} \exists i \in N : u(x_i, w_{-i}) > u(y_i, w_{-i}), \quad \text{mit } w = \varepsilon x + (1 - \varepsilon)y \\ \text{und } w_{-i} = (w_1, \dots, w_{i-1}, w_{i+1}, \dots, w_N). \end{aligned}$$

Mit anderen Worten ist eine Konstellation von Strategien über die Spielposition hinweg evolutionär stabil, wenn die Invasion einer kleinen monomorphen Gruppe von Mutanten in mindestens einer Population abgewehrt werden kann⁶³. Selten (1980, aus Weibull (1995)) zeigt, dass ein Strategienvektor genau dann ESS ist, wenn er auch ein strenges Nash-Gleichgewicht⁶⁴ ist. In den vielen interessanten Spielen existieren aber keine strengen Nash-Gleichgewichte, insbesondere in allen nichttrivialen wiederholten Spielen (Vgl. Weibull (1994), S.877, van Damme (1994), S.851, Mailath (1998), S.1362 und Bendor und Swistak (1998), S.113f).

Da der Fall wiederholter Spiele für diese Arbeit von besonderer Bedeutung ist, soll dieses Problem kurz dargestellt werden. Man betrachte ein iteriertes Spiel und einen beliebigen Vektor von gemischten oder reinen Strategien, die darüber bedingt oder unbedingt sein können. Zu allererst kann ein solcher Vektor kein strenges Nash-Gleichgewicht sein, wenn er kein einfaches Nash-Gleichgewicht ist. Wir schränken unsere Betrachtung also auf Vektoren ein, die Nash-Gleichgewichte sind. Es sei nun der Vektor ein Nash-Gleichgewicht, bei dem mindestens ein Spieler $i \in \{1, \dots, N\}$ eine gemischte Strategie spielt.

⁶³ Diese Definition stellt die schwächste Form evolutionärer Stabilität im Mehr-Personen-Fall dar. Stärkere Definitionen finden sich z.B. bei Weibull (1995), S.166, die aber allesamt dieselben Eigenschaften haben wie die hier dargestellten.

⁶⁴ Ein strenges Nash-Gleichgewicht zeichnet sich gegenüber dem einfachen Nash-Gleichgewicht dadurch aus, dass einseitiges Abweichen zu einem echten Nutzenzuwachs führen muss, wohingegen beim einfachen Nash-Gleichgewicht einseitiges Abweichen möglich sein muss, so dass man sich nicht verschlechtert.

Nun gilt, dass die Auszahlung für den Spieler I für einen Vektor (x_1, \dots, x_N) mit $x_i = (p_{1,i}, \dots, p_{K_i,i}) \in \Delta_i$ ⁶⁵ gegeben ist durch:

$$(42) u_I(x_1, \dots, x_N) = \sum_{i_1=1}^{K_1} \cdots \sum_{i_N=1}^{K_N} \left(A_I(i_1, \dots, i_N) \prod_{j=1}^N p_{i_j,j} \right) = \sum_{i_1=1}^{K_1} p_{i_1,1} \left(\sum_{i_1=1}^{K_1} \cdots \sum_{i_N=1}^{K_N} \left(A_I(i_1, \dots, i_N) \prod_{j=1, j \neq 1}^N p_{i_j,j} \right) \right),$$

wobei mit A_I die N-dimensionale Auszahlungsmatrix für den Spieler I bezeichnet ist. Es ist leicht ersichtlich, dass u_I für eine gemischte Strategie maximal ist, wenn eine schwach dominierende Strategie k sicher gespielt wird, d.h. ein $p_{k,I}$ ist Eins. Von diesem Fall sei, wie gesagt, vorerst einmal abgesehen, d.h. wir betrachten den Fall, bei dem alle $p_{i_1,1}$ echt kleiner Eins sind. Daraus folgt, dass Spieler I eine gemischte Strategie spielt, die mindestens zwei Strategien mischt, d.h. es gibt mindestens zwei Anteile $p_{a_1,1}$ und $p_{b_1,1}$, die echt positiv sind. Damit der zugehörige Strategienvektor nun ein Nash-Gleichgewicht sein kann, muss in Gleichung (42) x_I best-response sein, d.h. es gilt: $u_I(x_I, x_{-I}) = \max_{x_I \in \Delta_I} u_I(x_I, x_{-I})$. Wenn das Maximierungsproblem mit der Strategie x_I gelöst wird, bei der mindestens zwei Anteile $p_{a_1,1}$ und $p_{b_1,1}$ echt positiv sind, dann müssen die zugehörigen Faktoren aus Gleichung (42), also:

$$\left(\sum_{i_1=1}^{K_1} \cdots \sum_{i_N=1}^{K_N} \left(A_I(i_1, \dots, i_{a_1}, \dots, i_N) \prod_{j=1, j \neq a_1}^N p_{i_j,j} \right) \right) \text{ und } \left(\sum_{i_1=1}^{K_1} \cdots \sum_{i_N=1}^{K_N} \left(A_I(i_1, \dots, i_{b_1}, \dots, i_N) \prod_{j=1, j \neq b_1}^N p_{i_j,j} \right) \right),$$

Null sein, da diese die partiellen Ableitungsterme nach den Parametern $p_{a_1,1}$ und $p_{b_1,1}$ darstellen. Wenn diese aber Null sind, ist die Auszahlung von der eigentlichen Wahl von $p_{a_1,1}$ und $p_{b_1,1}$ unabhängig, d.h. mit anderen Worten, dass letztlich die Möglichkeit für Spieler I besteht einseitig „abzuweichen“, wobei er natürlich seine Auszahlung nicht verbessert, aber auch nicht verringert. Das heißt wiederum, dass das Nash-Gleichgewicht nicht streng ist.

Betrachten wir nun ein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien, wobei diese bedingt oder unbedingt auf die Spielvergangenheit sein können. Da die Strategien rein sind, ist der Ablauf des Spiels deterministisch, d.h. es wird genau eine bestimmte Trajektorie durch Baum möglicher Alternativen gespielt. Das bedeutet aber umgekehrt, dass sehr viele Knoten auf keinen Fall erreicht werden. Daraus folgt, dass eine Strategie, die auf Verhalten der Spieler an einem dieser unerreichten Knoten bedingt ist, in ihrem Verhalten mit einer Strategie äquivalent ist, die sich an allen erreichten Knoten gleich verhält, aber alle nicht erreichten Knoten des Spiel-

⁶⁵ Man beachte, dass diese gemischten Strategien über alle möglichen reinen Strategien im wiederholten Spiel mischen können, d.h. der Vektor x_i stellt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über diese Menge dar. Zugegebenermaßen ist diese Darstellung unvollständig, da es bei unendlich oft wiederholten Spielen im Allgemeinen unendlich viele reine Strategien gibt. In diesem Fall würde man gemischte Strategien als stetige Verteilungsfunktionen über ein vernünftig definiertes Kontinuum reiner Strategien betrachten, wobei die hier dargestellte Überlegung aber in ähnlicher Weise gelten sollte.

baumes ignoriert. Mit anderen Worten ist also in einem Nash-Gleichgewichtsstrategienvektor immer mindestens eine Strategie austauschbar, wobei die Auszahlungen gleich bleiben. D.h. dass in iterierten Spielen jedes Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien nicht streng sein kann. Zusammenfassend bedeutet das also, dass es in wiederholten Spielen keine strengen Nash-Gleichgewichte gibt⁶⁶.

Aus der Perspektive der Einschränkung der Menge der Gleichgewichte wird mit dem Konzept der ESS sozusagen das Kind mit dem Bade ausgeschüttet, da durch das Konzept der ESS nur bei symmetrischen Zwei-Personen-One-Shot-Spielen eine Einschränkung auf propere Nash-Gleichgewichte möglich ist. Wie bereits ausgeführt wurde, stellt das Konzept ohnehin eine unbefriedigende Modellierung dar, da es wie das Nash-Konzept ein statisches Modell ist. Im Weiteren soll nun die Verallgemeinerung der Replikatorodynamik auf asymmetrische und Mehr-Personenspiele dargestellt werden.

Für eine Replikatorodynamik über ein potentiell asymmetrisches N-Personenspiel wird für jede Spielerposition $i \in \{1, \dots, N\}$ eine „große“ Population von Individuen angenommen, die jeweils mit einer reinen Strategie aus der Menge der reinen Strategien $S_i = \{s_{1,i}, \dots, s_{K_i,i}\}$ im Sinne einer genetischen Determiniertheit ausgestattet sind. Ähnlich wie im symmetrischen Zwei-Personen-Fall ist hier der Zustand der Population i $p_i = (p_{1,i}, \dots, p_{K_i,i})$ der Vektor über die relativen Anteile der einzelnen Strategien in der Population i , der auch als gemischte Strategie der Population i betrachtet wird. Der Gesamtzustand ist nun der Vektor über alle N gemischten Populationsstrategien $P = (p_1, \dots, p_N)$ mit $p_i \in \Delta_i$. Der Raum aller gemischten Populationsstrategievektoren wird mit $\Theta = \Delta_1 \times \dots \times \Delta_N$ bezeichnet. Analog zum Zwei-Personen-Fall werden die N Spieler zufällig aus ihren jeweiligen Populationen gezogen, treten gegeneinander im betrachteten Spiel an, erzielen gemäß ihrer Strategie Auszahlungen und reproduzieren sich entweder aufgrund von Imitation oder biologischer Reproduktion in ihren Populationen im Verhältnis zu ihren relativen Auszahlungen. Das so beschriebene dynamische System wird durch folgendes System von gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben:

$$(43) \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}: \forall j \in \{1, \dots, K_i\}: \frac{dp_{j,i}(t)}{dt} = p_{j,i}(t)(u_i(s_{j,i}, P_{-i}(t)) - u_i(P(t))),^{67}$$

mit $P_{-i}(t) = (p_1(t), \dots, p_{i-1}(t), p_{i+1}(t), \dots, p_N(t))$.

Diese Formalisierung entspricht der *Standard-N-Populationen-Replikatorodynamik* von Taylor (1979, aus Weibull (1995)). Weibull (1995) weist darauf hin, dass in der Literatur Uneinig-

⁶⁶ Vgl. Teile dieses Beweises in Selten (1983), Holler (1990) und Bendor und Swistak (1998).

⁶⁷ Man beachte, dass hier wieder die gewöhnliche Notation der Auszahlungsfunktion, wie sie auf Seite 49f eingeführt wurde, verwendet wird.

keit darüber besteht, ob diese Formulierung oder eine Alternativformalisierung von Maynard Smith (1982) die passendere ist. Weibull bezieht sich deshalb in seinen Ausführungen auf die allgemeine Klasse der regulären, auszahlungsmonotonen Replikatorodynamiken, die sowohl diese beiden als auch die meisten sinnvollen Imitationsdynamiken als Spezialfälle enthält (Vgl. Weibull (1995), S.192-203)). Da die hier dargestellte Formalisierung die gebräuchlichere ist, soll auf die Alternative nicht weiter eingegangen werden.

Der Zusammenhang zwischen den Konzepten der nichtkooperativen Spieltheorie und den stabilen Ruhelagen ist im Vergleich zum Konzept der ESS zwiespältig. Weibull (1995) zeigt einerseits, dass erstens ähnlich wie im Zwei-Personen-Fall für reguläre, auszahlungsmonotone Replikatorodynamiken gilt, dass alle Ruhelagen aus gemischten Populationsstrategien, die über alle reinen Strategien gemischt sind, Nash-Gleichgewichte sind. Zweitens sind alle Lyapunov-stabilen Ruhelagen Nash-Gleichgewichte, und drittens der Grenzwert jedes Pfades, der mit einer gemischten Populationsstrategie beginnt, die über alle reinen Strategien gemischt ist, ein Nash-Gleichgewicht ist. Andererseits leitet Weibull ab, dass in der Standard-Replikatordynamik asymptotisch stabile Ruhelagen äquivalent sind mit strengen Nash-Gleichgewichten. D.h. auch hier ergibt sich wieder das Problem wie beim asymmetrischen Fall der ESS, dass in den meisten interessanten asymmetrischen Spielen unter der Standard-Replikatordynamik keine asymptotisch stabilen Ruhelagen vorkommen. Insoweit leistet die Replikatordynamik im symmetrischen Zwei-Personen-Fall eine starke Einschränkung der Menge der Nash-Gleichgewichte auf die asymptotisch stabilen Ruhelagen als Teilmenge der subgame-perfekten Gleichgewichte und im asymmetrischen bzw. Mehr-Personen-Fall eine schwache Einschränkung auf die Lyapunov-stabilen Ruhelagen als Teilmenge der Nash-Gleichgewichte.

Stochastische Dynamische Systeme

Im Folgenden wird die Theorie stochastischer dynamischer Systeme vorgestellt. Sie wurden entwickelt, um zwei wesentliche Kritikpunkte an den bisher vorgestellten evolutionären Modellen zu beheben: Erstens berücksichtigen sowohl das Konzept der ESS als auch die Replikatordynamik nur homogenes, einzelnes und kurzfristiges Auftreten von Mutationen, was sowohl aus biologischer als auch aus ökonomischer Sicht unbefriedigend erscheint. Zweitens geben die evolutionären Modelle aus der Perspektive der Einschränkung der Nash-Gleichgewichte keine Antwort darauf, welches Gleichgewicht zustande kommt, wenn das betrachtete Spiel mehrere strenge Nash-Gleichgewichte hat, wie z.B. beim Koordinationsspiel

oder beim Chicken-Game. Zuerst werden diese Probleme genauer erläutert, und danach wird die Theorie der stochastischen dynamischen Systeme dargestellt.

Sowohl das Konzept der ESS als auch das Konzept der asymptotisch stabilen Ruhelagen einer Replikatorndynamik zielen auf die Frage, ob eine scheinbar stabile Population gegenüber einzelnen, gleichförmigen und kurzzeitig auftretenden Mutation robust ist. Sowohl aus biologischer als auch aus ökonomischer Perspektive kann diese Betrachtung nicht zufrieden stellen. Aus Sicht der Biologie greift der Stabilitätsbefund der ESS bzw. asymptotisch stabilen Ruhelagen zu kurz, da biologische Populationen in der Natur kontinuierlich verschiedenartigen Mutationsschocks ausgesetzt sind. In der Ökonomie wird die Mutation als experimentierendes Verhalten durch die Individuen betrachtet. Auch hier scheint es unplausibel anzunehmen, dass einzelne Individuen einzelne, homogene neue Strategien ausprobieren, um sich zu verbessern, sondern eher alle konstant mit einer bestimmten Rate relativ beliebige Strategien ausprobieren.

Gerade beim Konzept der ESS hat dieses Problem für große Verwirrung gesorgt. In seiner einflussreichsten Arbeit zeigt Axelrod (1981), dass die Tit-for-Tat-Strategie im iterierten Gefangenendilemma eine evolutionär stabile Strategie ist (Vgl. ebd., S.93). Zahlreiche Folgearbeiten berufen sich auf und unterstützen dieses Ergebnis. Dennoch gibt es auch widersprüchliche Ergebnisse. Boyd und Lorberbaum (1987) zeigen, dass keine reine Strategie im iterierten Gefangenendilemma evolutionär stabil ist. Farrell und Ware (1989) legen den Befund nach, dass keine gemischte Strategie, die über eine endliche Anzahl reiner Strategien gemischt ist, im wiederholten Gefangenendilemma evolutionär stabil ist. Lorberbaum (1994) zeigt schließlich, dass keine Strategie, die in jeder Runde eine echt positive Defektions- und Kooperationswahrscheinlichkeit hat, im iterierten Gefangenendilemma evolutionär stabil ist. Bendor und Swistak (1998) greifen diesen Widerspruch auf, und zeigen nun, dass Axelrod (1981) insoweit recht hat, als dass im iterierten Gefangenendilemma Tit-for-Tat bei bestimmten evolutionären Modellen wie auch beim Konzept der ESS evolutionär stabil ist, wenn man von einer *monomorphen* Mutantenpopulation ausgeht. D.h. das Ergebnis von Axelrod ist in hohem Maße von der Annahme abhängig, dass Mutationen in kleinen, homogenen Gruppen auftreten, und die Invasion abgewehrt ist, bevor eine neue Gruppe von Mutanten das System attackiert. Auch diese Annahme wird von Bendor und Swistak (1998) kritisiert, da sich in iterierten Spielen immer Mutanten einschleichen können, die sich zwar nicht in der Population ausdehnen, die aber auch nicht aus der Population verdrängt werden⁶⁸. Daraus folgt, dass

⁶⁸ Diese Eigenschaft wird von Bendor und Swistak (1998) als schwache evolutionäre Stabilität bezeichnet. Vgl. ebd., S.112.

man bei iterierten Spielen nie von monomorphen Mutanten ausgehen kann, und somit die Annahmen, die Axelrods Ergebnis ermöglichen, immer verletzt sind.

Unabhängig von diesem Plausibilitätsproblem besteht aus der Perspektive der Einschränkung der Menge der Nash-Gleichgewichte bei der Replikatorodynamik das Problem, dass bei der Betrachtung von Spielen mit mehreren strengen Nash-Gleichgewichten, also z.B. beim Koordinationsspiel, beim Chicken-Game und auch beim symmetrischen Freiwilligendilemma von Diekmann (1985), keine Voraussagen über das Zustandekommen eines der möglichen strengen Nash-Gleichgewichte getroffen werden können. Weibull (1995) zeigt, dass alle strengen Nash-Gleichgewichte asymptotisch stabile Ruhelagen sind (ebd., S. 216). Wie bereits dargestellt, konvergieren alle Pfade, die mit gemischten Strategien aus dem basin of attraction einer asymptotisch stabilen Ruhelage starten, gegen diese Ruhelage. Bei mehreren strengen Gleichgewichten bedeutet das, dass ein Prozess je nach Startstrategie zu einer der entsprechenden asymptotischen Ruhelagen konvergiert, oder unter Umständen gegen keine der asymptotischen Ruhelagen konvergiert. Auf jeden Fall ist das Konvergenzverhalten, und damit die Verhaltensvorhersage, die man bei dem betrachteten Spiel treffen würde, vom Ausgangszustand abhängig. Dieses Ergebnis kommt dadurch zustande, dass asymptotische Stabilität die Robustheit einer Ruhelage gegenüber homogener, einmaliger Mutation beschreibt. Im Weiteren wird erläutert, dass das Problem der Abhängigkeit vom Startpunkt eines Prozesses durch die Einbeziehung von kontinuierlicher Mutation behoben wird.

Bevor wir uns den stochastischen dynamischen Systemen zuwenden, muss klargestellt werden, dass die bisher dargestellten evolutionären Modelle, insbesondere die Replikatorodynamik, streng genommen schon einen stochastischen Prozess beschreiben. Wie bereits dargestellt wurde, gehen die bisher dargestellten evolutionären Modelle davon aus, dass Individuen zufällig aus einer großen Population gezogen werden, die dann gegeneinander im betrachteten Spiel antreten. Aus den erzielten Auszahlungen ergeben sich dann die Reproduktionsraten der einzelnen reinen Strategien bei der Replikatorodynamik, bzw. gemischten Strategie beim Konzept der ESS. Da es sich hier um Zufallsziehungen aus der Population handelt gibt es eine kleine, aber streng positive Wahrscheinlichkeit, dass einzelne Individuen mit bestimmten Strategien nie gezogen werden⁶⁹. Insoweit sind also die Wachstumsraten einzelner Strategien, und damit die Dynamik des gesamten Prozesses ein Zufallsprozess. Dass diese Zufälligkeit vernachlässigt werden kann, liegt daran, dass man sehr große Populationen und sehr viele Wiederholungen betrachtet, d.h. nach dem Gesetz der großen Zahlen konvergiert die Varianz dieses Zufallsprozesses mit steigender Populationsgröße und der Anzahl der Wiederholungen

⁶⁹ Diese Wahrscheinlichkeit konvergiert gegen Null, wenn man unendlich viele Wiederholungen betrachtet.

gegen Null (Vgl. Foster und Young (1990), S.222, Weibull (1995), S.72, Mailath (1998), S.1368). Für die Modellierung kontinuierlicher Mutation bedeutet das, dass eine simple Einführung einer stochastischen Störung auf der Individualebene keinen Einfluss auf das Aggregatverhalten der bisher betrachteten evolutionären Modelle hat.

Um dieses scheinbar paradoxe Problem zu umgehen, werden zwei Wege beschritten. Foster und Young (1990) betrachten kontinuierliche Mutation auf der Aggregatebene der Replikatordynamik über symmetrische Zwei-Personen-Spiele, indem sie zu dem Pfad, der durch die Differentialgleichungen (39) und (40) beschrieben wird, einen Wiener Prozess dazu addieren. Der Wiener-Prozess wird häufiger auch als Brownsche Bewegung bezeichnet, da die durch den Wiener Prozess beschriebene Dynamik die Brownsche Molekularbewegung sehr gut wiedergibt⁷⁰. Es ist anzumerken, dass Foster und Young (1990) den an sich unbeschränkten Wiener Prozess derart beschränken, dass Aggregatmutationen den Pfad nicht zu einer gemischten Populationsstrategie führen, die einzelnen reinen Strategien Wahrscheinlichkeiten zuordnet, die kleiner als Null oder größer als Eins sind. Kandori, Mailath und Rob (1993) betrachten dagegen eine kleine Population von Individuen, die mit einer exogen gewählten Wahrscheinlichkeit eine zufällige andere reine Strategie als die bisherige annehmen. Weiterhin schränken sie ihre Modellierung gegenüber der Replikatordynamik dadurch ein, dass sie nur symmetrische Zwei-Personen-Spiele mit zwei reinen Strategien A und B diskutieren und weiterhin einen Prozess in diskreter Zeit betrachten. Aus diesen Annahmen folgt, dass sich der von Kandori, Mailath und Rob beschriebene Prozess als Markov-Prozess⁷¹ auffassen lässt, wobei die betrachteten Zustände durch die Anzahl der Individuen, die Strategie A spielen, gegeben ist. Die Übergangswahrscheinlichkeiten von einem Zustand in den anderen von einem Zeitschritt zum nächsten ist bei Kandori und Kollegen sowohl abhängig von der relativen Auszahlung, den die reine Strategie A gegenüber der gemischten Populationsstrategie erzielt, als auch von dem Ausmaß der individuellen Änderungswahrscheinlichkeit.

Bei beiden Modellen lässt sich der dynamische Prozess in Abhängigkeit von der Zeit und in Abhängigkeit vom Ausmaß der Mutation⁷² betrachten. Foster und Young (1990) und Kandori, Mailath und Rob (1993) leiten ab, dass der von ihnen beschriebene stochastische Prozess über die Zeit hinweg gegen eine Zufallsverteilung über die Menge aller möglichen gemischten Bevölkerungsstrategien konvergiert. Wenn man nun das Ausmaß der Mutation gegen Null konvergieren lässt, schrumpft die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Menge aller ge-

⁷⁰ Vgl. hierzu z.B. Gänsler und Stute (1977), S.313-327 und Bauer (2002), Kap.40.

⁷¹ Vgl. hierzu Singer und Spilerman (1976) und Bauer (2002), Kap.42.

⁷² Das Ausmaß der Mutation kann man sich bei Foster und Young (1990) als Varianz der gemischten Populationsstrategie vorstellen; bei Kandori und Kollegen ist diese einfach durch die individuelle Experimentierwahrscheinlichkeit gegeben.

gemischten Strategien zum risiko-dominanten strengen Nash-Gleichgewicht zusammen, d.h. zu der asymptotisch stabilen Ruhelage, die das größte basin of attraction hat. Gerade diese Tatsache macht die Intuition des stochastischen dynamischen Systems deutlich. Durch Einführung der Mutation nimmt der Prozess zu jedem Zeitpunkt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit jede gemischte Populationsstrategie an. Nach unendlich langer Zeit würde das System *ohne* Mutation eine asymptotisch stabile Ruhelage erreicht haben, je nachdem mit welcher Strategie der Prozess gestartet ist. Durch Einführen von Mutation hält sich der Prozess nach unendlich langer Zeit also bei allen asymptotisch stabilen Ruhelagen auf, wobei aber die mittleren Aufenthaltsdauern der relativen Größe der jeweiligen basins of attraction entsprechen. Wenn man nun die Varianz der Mutation gegen Null gehen lässt, lässt sich der Prozess auf der asymptotisch stabilen Ruhelage nieder, die das größte basin of attraction hat. Dieses Verhalten gilt jedoch nur für Spiele, bei denen jeder Pfad mit beliebigem Startpunkt konvergiert, also z.B. Koordinationsspiele und Chicken Games⁷³.

Zusammenfassend heißt das also, dass die Einführung von kontinuierlicher Mutation bei symmetrischen Zwei-Personen-Spielen mit mehreren strengen Nash-Gleichgewichten dazu führt, dass die risiko-dominierten strengen Nash-Gleichgewichte ausgeschlossen werden können. Für die oben dargestellten Kritikpunkte des Konzepts der ESS von Maynard Smith und Price (1973) und der Replikatorodynamik von Taylor und Jonker (1978) bedeutet das also, dass die Kritik an der Annahme von homogener, kurzfristiger Mutation als zu streng berechtigt ist, da durch die Annahme kontinuierlicher Mutation Ruhelagen nicht erreicht werden, die nach der klassischen Replikatorodynamik erreicht werden können. Weiterhin ist die Modellierung kontinuierlicher Schocks geeignet, das Problem der Einschränkung der Menge der Nash-Gleichgewichte zu lösen.

Zusammenfassung und Kritik

Wie sich zeigt, kann man mit den evolutionären Modellen unter Aufweichung der strengen Rationalitätsannahmen die Menge der durch die nichtkooperative Spieltheorie vorhergesagten Nash-Gleichgewichte einschränken. Weiterhin wird die implizit angenommene Dynamik sehr erfolgreich mit Leben erfüllt, ohne die wesentlichen Ergebnisse zu verlieren. Dennoch ist zu kritisieren, dass die evolutionären Modelle nur bei einer eingeschränkten Menge von Spielen starke Begrenzungen der Nash-Gleichgewichte ermöglichen. Wenn man nun von dieser Einschränkung absieht, bzw. sich nur auf die Spiele beschränkt, bei denen eine sichere Begrenzung möglich ist, ist diese Einschränkung aber immer noch problematisch. Die oben darge-

⁷³ Auf den Beweis dieser Tatsache wird hier verzichtet. Vgl. aber Beispiele in Mailath (1998), S. 1368 und 1370.

stellten Ableitungen von van Damme (1987, aus van Damme (1994)) und von Bomze (1986) sind keine Äquivalenzaussagen, d.h. es kann propere Nash-Gleichgewichte geben, die keine ESS sind, und es kann subgame-perfekte Nash-Gleichgewichte geben, die nicht asymptotisch stabil sind⁷⁴. Aus biologischer Perspektive ist dieser Umstand nicht von Bedeutung, da das Modell das reale Mikroverhalten der „Individuen“ in einer Population vereinfacht wiedergibt, d.h. die eingeschränkte Menge der Nash-Gleichgewichte sollte aus theoretischer Sicht eine bessere Beschreibung der realen Phänotypen darstellen. Aus ökonomischer Sicht stellt dieses Modell aber höchstens eine explizitere Fassung von Nashs Interpretation seines eigenen Gleichgewichtskonzepts, wie sie bereits dargestellt wurde, dar. Im Gegensatz zur Biologie ist dieses Modell hier nur in seltenen Fällen passend. Entweder kann man es als relativ genaue Modellierung einer Situation verstehen, in der in der Realität viele Akteure in anonymer Weise über konkrete Spiele verbunden sind, wie z.B. in einem anonymen Markt, d.h. man nimmt das Modell weitgehend ernst. Oder man begreift es als ein abstrakteres Modell des menschlichen Zusammenlebens allgemein, welches insgesamt durch ein Spiel wiedergegeben kann, also z.B. als ein Modell der Entstehung von Ordnung als Bewältigung eines Gefangendilemmas. Wenn man aber Spiele untersucht, die weniger als Modell des allgemeinen Zusammenlebens verstanden werden können, die aber auch nicht in der von den evolutionären Modellen angenommenen Weise ablaufen, erscheinen die evolutionären Modelle meiner Ansicht nach zumindest als Erklärungsansätze des menschlichen Verhaltens bei solchen Spielen als unpassend und irreführend. Für diese Arbeit bedeutet das, dass die evolutionären Modelle zur Erklärung und/oder Vorhersage des Verhaltens von Menschen, die das Freiwilligendilemma, sowohl in iterierter Form als auch als One-Shot-Game, spielen, ungeeignet ist.

3.2.3 Computerturniere

Da das Gefangenendilemma in der Spieltheorie allgemein aufgrund seiner soziologischen Relevanz die größte Aufmerksamkeit genießt, beschäftigt sich der überwiegende Teil der Arbeiten, die dieses Verfahren nutzen, mit dem iterierten Gefangenendilemma. Wie schon gesagt, stellt die Axelrods (1980a,b) Arbeit zum iterierten Gefangenendilemma den Ausgangspunkt dieses Ansatzes dar. Bei den beiden Turnieren, die Axelrod ausgerichtet hat, aber auch bei den meisten Folgearbeiten⁷⁵, werden fachkundige Kollegen gebeten, Strategien einzureichen, die dann jeweils gegeneinander und gegen sich selbst spielen. Oft werden vom Forscher

⁷⁴ Entsprechendes gilt für alle Ableitungen, die hier nicht explizit als Äquivalenzaussagen dargestellt wurden.

⁷⁵ z.B. Dacey und Pendegrift (1988), Spiro (1988), Bendor, Kramer und Stout (1991), Dugatkin und Wilson (1991), Marinoff (1992), Marks (1992), Bendor (1993), Busch und Reinhardt (1993), Nauta und Hoekstra (1995), Wu und Axelrod (1995), Selten, Mitzkewitz und Uhlich (1997) und Vieth (2003a,b). Vgl. auch den Überblick bei Hoffman (2000).

bestimmte Strategien zusätzlich ins Turnier eingebracht, um die wechselseitige Performanz gegenüber diesen Strategien zu untersuchen. Axelrod (1980a,b) führte z.B. die Zufallsstrategie als Vergleichsmaßstab ein. Der Vorteil dieses Ansatzes besteht nach Ansicht von Axelrod darin, dass man eine Antwort auf die eigentlich unlösbare Frage geben kann: Was ist die beste Strategie für ein gegebenes Spiel? Die Frage kann nach Axelrod deshalb nicht beantwortet werden, weil die Performanz einer Strategie immer von ihrem Gegenüber abhängt. Das eigentliche Problem besteht darin, dass man im iterierten Gefangenendilemma Strategien alleine aufgrund eines paarweisen Performanzvergleichs nicht transitiv anordnen kann (Vgl. Axelrod (1980), S.309). Das Computerturnier bietet hier einen Ausweg, da die Schöpfer der Strategien in einem Computerturnier erstens aufgrund ihres Wissens, welches sie als Fachkundige haben sollten, und zweitens, weil sie wissen, dass alle Mitstreiter dasselbe Wissen und dieselben Fähigkeiten haben, in der Lage sein sollten, eine Strategie zu erdenken, die gegen „schwierige“ Gegner gut abschneidet. Insoweit wird die Frage umformuliert: Was ist die robusteste Strategie? Wie allgemein bekannt ist, war in beiden Turnieren von Axelrod die Tit-for-Tat-Strategie von Anatol Rapoport Sieger des Turniers, d.h. sie erhielt im Mittel über alle Gegner die höchste Auszahlung. Axelrod (1980a,b) leitet aus dem Erfolg von Tit-for-Tat im Speziellen drei Eigenschaften ab, die eine allgemeine Strategie zum Erfolg führt: Niceness, Provocability und Forgiveness. Mit Niceness ist gemeint, dass eine Strategie nie die erste ist, die defektiert; Provocability bezeichnet die Eigenschaft einer Strategie, eine nicht provozierte Defektion des Gegners sofort zu mit eigener Defektion zu bestrafen; und Forgiveness meint, dass eine Defektion des Gegners auch wieder verziehen wird⁷⁶.

Lomborg (1996) kritisiert an dem Einsatz von Computerturnieren, dass die Strategien, die in einem Turnier antreten, immer nur eine sehr spezielle Auswahl darstellen und selten Nash-Gleichgewichte sind. Weiterhin würden Lern- und Innovationseffekte vernachlässigt. Lomborg kritisiert speziell an Axelrods Turnier und an den meisten Folgearbeiten, dass sie eine störungsfreie Kommunikation, annähmen, d.h. eine Handlung einer Strategie erstens immer wie intendiert gespielt wird und zweitens die Folgen der Handlung vom Gegner auch immer richtig wahrgenommen werden. Daraus folge eine Bevorteilung der Tit-for-Tat-Strategie und die Abschwächung der unrealistischen Annahme würde die Tit-for-Tat-Strategie von ihrem Podest heben. Es sei dahingestellt, ob Lern- und Innovationseffekte vernachlässigt werden

⁷⁶ Die Eigenschaften Forgiveness und Provocability stehen im Widerspruch, da die erste Eigenschaft das Ausmaß angibt, „to cooperate in the moves after the other player has defected“ (Vgl. Axelrod (1980a)), und die zweite Eigenschaft fordert, dass sofort nach der Defektion des Gegners defektiert wird.

können⁷⁷, und ob die Annahme der störungsfreien Kommunikation so stark ist, dass eine Aufweichung unumgänglich ist, aber wir nehmen einmal an, dass diese Probleme vernachlässigt werden können. Meiner Ansicht nach ist der schwerwiegendste Kritikpunkt dieses Ansatzes die beschränkte Auswahl der Strategien bei Turnieren, insbesondere durch die Art und Weise, wie die Performanz der Strategien miteinander verglichen wird. Die Ergebnisse eines Computerturniers lassen sich im Wesentlichen auf zwei Arten interpretieren. Gewöhnlich wird ein Computerturnier als Pseudo-Optimierungsverfahren verstanden, mit dem versucht wird, die im oben dargestellten Sinn „beste“ Strategie für ein Spiel zu finden. Im Prinzip äquivalent ist die Interpretation eines Computerturniers als Hypothesentest derart, dass getestet wird, ob eine bestimmte Strategie die beste ist. Eine weniger gebräuchliche Interpretation von Computerturnieren ist die eines explorativen Experiments. Aus dieser Perspektive stellen die Teilnehmer eines Turniers Versuchspersonen dar, die durch Einreichen einer Strategie das aus ihrer Perspektive rationale Handeln offenbaren. Das Experiment ist insoweit explorativ, als dass nicht getestet wird, ob das empirische gemessene Verhalten dem theoretisch erwarteten entspricht. Das empirische Verhalten kann einen Hinweis darauf geben, wie eine sinnvolle theoretische Vorhersage aussehen muss. Beide Interpretationsweisen sind aber zweifelhaft. Die Experimentalinterpretation ist erstens aufgrund der selektiven Auswahl der Versuchspersonen problematisch. Das zweite Problem besteht darin, dass die Versuchspersonen ein starkes Interesse am Ergebnis des Experimentes haben, nämlich die Bestätigung ihrer Hypothese. Die Interpretation des Computerturniers als Optimierungsverfahren ist, wie Lomborg feststellt, schon aufgrund der beschränkten Auswahl der Strategien problematisch, da die Performanz einer Strategie stark von der Zusammensetzung und Größe der Population aller Strategien abhängt. Neben der Abhängigkeit von der Population besteht bei Computerturnieren das Problem, dass erstens durch die Anordnung der Strategien die Auszahlungen relativ werden, da es nur einen Sieger gibt. Das hat zur Folge, dass eingereichte Strategien im Gegensatz zur üblichen Betrachtung in der Spieltheorie darauf abzielen, nicht nur den eigenen Gewinn zu maximieren, sondern auch den Gewinn des Gegners zu minimieren. Schließlich besteht meiner Ansicht nach ein grundsätzliches Problem in der Art der Messung der Performanz einer Strategie. Das übliche Vorgehen ist nach wie vor das von Axelrod (1980a,b), d.h. die Strategien treten wechselseitig gegeneinander an und die Auszahlungen aus jeder Paarung werden summiert. Daraus folgt, dass ein Strategieschöpfer nicht darauf achten muss, wie seine Strategie gegen alle anderen abschneidet, sondern wie diese auch untereinander abschneiden. Dies

⁷⁷ Da die Schöpfer der Strategien bei vielen Turnieren über dasselbe Spiel, nämlich meistens das iterierte Gefangenendilemma, antreten, ist im Prinzip ein Lerneffekt gewährleistet. Letztlich ist der Forschungsprozess selbst der Lernprozess der Forschergemeinde.

führt meiner Ansicht nach erst zu dem aus normativer Sicht optimistischen Ergebnis, dass Strategien wie Tit-For-Tat, die untereinander kooperieren, Turniere über das iterierte Gefangenendilemma gewinnen. Dies wird insbesondere dadurch deutlich, wenn man sich vergegenwärtigt, dass Axelrod in seinem ersten Experiment (Axelrod (1980a)) ein endlich iteriertes Spiel untersucht. Zumindest die Teilnehmer aus der Ökonomie wussten damals, dass für dieses Spiel wegen der Logik der backwards induction Defektion die rationale Entscheidung ist. Es stellt sich nun die Frage, warum keiner diese Strategie eingereicht hat. Gerade aufgrund der Verschränktheit der Strategien ergibt sich aber die Plausibilität dieses Ergebnisses. Bedingungslose Defektion kann zwar alle Gegner, die ab und an kooperieren, ausbeuten, aber nicht verhindern, dass diese das Turnier gewinnen, weil sie untereinander kooperieren.

Zusammenfassend ist ein Computerturnier ein mangelhaftes Instrument zu Analyse iterierter Spiele und meiner Ansicht nach auch höchstens dazu geeignet, explorativ Hinweise darauf zu geben, welche Strategien von Menschen gespielt werden, d.h. wie im Prinzip sinnvolle Strategien aussehen.

3.3 Anwendungen auf das iterierte Freiwilligendilemma

Im Weiteren sollen nun im Licht der Befunde über allgemeine iterierte Spiele die wenigen theoretischen Arbeiten zum iterierten Freiwilligendilemma dargestellt werden. Zuerst soll auf die Diskussionen von Diekmann (1985) und Raub (1988) eingegangen werden, die sich mehr oder weniger stark auf die Ansätze der klassischen Spieltheorie beziehen. Schließlich soll die Arbeit von Vieth (2003a,b) vorgestellt werden, die das iterierte VOD mit einem Computerturnier untersucht.

3.3.1 „Klassische“ Spieltheorie

Diekmann (1985) schlägt die unsymmetrische starke Gleichgewichtsstrategie, die er als Gleichgewicht für den symmetrischen Spezialfall des One-Shot-Freiwilligendilemmas ableitet, auch als eine Gleichgewichtsstrategie im iterierten Fall vor: „In an iterative game the emergence of a norm is predicted. Utility can be maximized by compliance with a rotation rule“ (Diekmann (1985), S.609). Raub (1988) diskutiert diese Strategie ebenso, widerspricht aber Diekmanns Position damit, dass durch die Diskontierung zukünftiger Erträge in iterierten Spielen jeder Spieler eine spätere Position in der Kooperationsreihenfolge vorzieht, und dass eine Verhandlung über diese Reihenfolge aufgrund der Symmetrie der Akteure zum bargaining deadlock (Harsanyi (1977), S.280) führt.

Diese Strategie wäre als Nash-Gleichgewicht denkbar, wenn entweder Kommunikation zwischen den Akteuren möglich ist, so dass die Akteure per Los über die Reihenfolge entschei-

den⁷⁸, oder dass die Akteure im Laufe des Spiels die Reihenfolge durch zufälliges Spiel selbst entwickeln. Genauer heißt das, dass die Spieler solange zufällig spielen, bis nur ein Akteur kooperiert. Dieser weiß dann, dass er die erste Position in der Reihenfolge hat. Die übrigen Ränge werden analog bestimmt, d.h. die übrigen Spieler spielen wieder solange zufällig, bis nur einer der übrigen Akteure kooperiert. Durch dieses Verfahren können die Akteure also durch die vergangenen Züge über die Reihenfolge kommunizieren, und somit ihre Kooperation koordinieren. Die Eigenschaften dieser Strategie sind aber noch nicht formalisiert worden. Raub (1988) ist der einzige, der das iterierte Freiwilligendilemma zumindest für den symmetrischen Spezialfall in der theoretischen Einbettung allgemeiner iterierter Spiele diskutiert. Genauer verbindet er die Ergebnisse von Diekmann (1985) mit dem Ergebnis des Folk-Theorems, und konstruiert so für das iterierte Freiwilligendilemma eine Trigger-Strategie. Nach Raub wird im iterierten symmetrischen VOD folgende Strategie gespielt: Spiele die Superrationalitätsstrategie, bis ein Spieler davon abweicht, und danach die schwache symmetrische Gleichgewichtsstrategie. Raub diskutiert auch die Alternativ-Trigger-Strategie, bei der die Spieler bei Abweichen von der Superrationalitätsstrategie mit der Maximinstrategie, also Kooperation, reagieren. Diese Trigger-Strategie entspricht der strengeren Lesart von Harsanyi (1977) Rationalitätsstrategien, der annimmt, dass Spieler keine unprofitablen gemischten Strategien spielen, sondern in diesem Fall auf die sichere Maximin-Strategie zurückgreifen. Nach dem Folk-Theorem gilt, dass diese Trigger-Strategien bei ausreichend hohem Diskontierungsfaktor Nash-Gleichgewichte sind. Raub zeigt, dass die untere Schranke des Diskontierungsparameters die Kooperationswahrscheinlichkeit der Superrationalitätsstrategie $1 - q_s = 1 - (1/N \cdot K/U)^{1/(N-1)}$ ist. Die Superrationalitätsstrategie ist für Raub die einzige in Frage kommende Kooperationsstrategie, da sie die einzige Strategie darstellt, die, wenn sie von allen gespielt wird, zu einem Pareto-optimalen Ergebnis führt. Die Maximin- bzw. die schwache symmetrische Gleichgewichtsstrategie werden deshalb zur Vergeltung eingesetzt, weil diese, „dependent on the exact form of the rationality postulates which are used“ (Raub (1988), S.350), die einzigen möglichen Lösungen des One-Shot-Games darstellen. Es ist zu betonen, dass Raubs Wahl dieser Strategien als Komponenten der Trigger-Strategie implizit darauf aufbaut, dass nur symmetrische Nash-Gleichgewichtsstrategien sinnvoll sind. Dies erscheint vor allem deshalb gerechtfertigt, da sich für unsymmetrische Gleichgewichtsstrategien ähnlich wie im One-Shot-Game erstens ein Koordinierungs- und zweitens ein Verhandlungsproblem ergibt, die beide nicht ohne weitere Annahmen lösbar sind. Für diese konditio-

⁷⁸ Dies kann eigentlich auch keine Lösung darstellen, da dann die Auswahlwahrscheinlichkeiten bestimmter Reihenfolgen zu Verhandlung stehen, worauf sich die Spieler aufgrund der Symmetrie auch nicht einigen können.

nale Triggerstrategie gilt, wie schon von Diekmann (1985) gezeigt, dass die Kooperationswahrscheinlichkeit mit steigender Gruppengröße sinkt. Raub zeigt darüber hinaus für das iterierte VOD, dass mit steigender Gruppengröße die untere Schranke des Diskontfaktors sinkt. Er interpretiert dieses Ergebnis so, dass mit zunehmender Gruppengröße auch der Ausbeutungsanreiz durch individuelles Abweichen sinkt, wobei dies scheinbar dem Ergebnis von Diekmann (1985) widerspricht, dass nämlich die Wahrscheinlichkeit der Produktion des Kollektivgutes mit der Gruppengröße steigt. Der wesentliche Punkt liegt darin, dass der eigene Beitrag mit zunehmender Gruppengröße unbedeutender wird, d.h. der individuelle Erwartungsnutzen bei Beibehaltung der Superrationalitätsstrategie gegen den Erwartungsnutzen von einseitigem Abweichen konvergiert. Daraus folgt, dass die Sanktionsmöglichkeit gegen ein solches Abweichen, die im Diskontparameter ihren Ausdruck findet, mit steigender Gruppengröße vernachlässigbar wird. Raub weist aber auch darauf hin, dass bei dieser Strategie ein Identifikationsproblem des Abweichens von der konditional kooperativen Strategie vorliegt. Da alle Spieler gemischte Strategien spielen, aber als Hinweise auf die gespielten gemischten Strategien die diskreten vergangenen Realisationen der Zufallsentscheidungen zu Grunde legen, entspricht die Information, welche Strategie ein Spieler spielt, einer Zufallsvariable. Unter Kenntnis der vergangenen Züge der Anderen kann Ego nur eine statistische Aussage darüber machen, ob ein Akteur die konditional kooperative Strategie spielt oder nicht. Dieses Problem wird dadurch verschärft, dass die Entscheidung eines Spielers einen anderen Spieler für das Abweichen von der konditional kooperativen Strategie durch eigenes Abweichen fälschlicherweise zu sanktionieren zur Folge hat, dass andere Spieler den vorzeitigen Sanktionierer durch Abweichen selbst sanktionieren, wodurch die kollektive Kooperation zusammenbricht. Wenn umgekehrt aber die Sanktion toleranter gegen Fehleinschätzungen ist, ist sie auch gegenüber bewussten Abweichungen ausbeutbar⁷⁹. Raub bemerkt zwar diese Problematik, erweitert aber nicht das Kalkül der Akteure um diese Tatsache.

Weiterhin diskutiert Raub auch ein mögliches Gleichgewicht im iterierten VOD, bei dem die Akteure abwechselnd das Kollektivgut produzieren, d.h. ein Akteur i kooperiert in den Runden $(k \cdot N) + i$ mit $k \in \mathbb{N}_0$ und defektiert in allen übrigen Runden. Diese Strategie bildet zwar wie die unsymmetrische Nash-Gleichgewichtsstrategie eine Gleichgewichtsstrategie im iterierten Fall, da aber aufgrund des Diskontfaktors eine spätere Position in der Reihenfolge individuell vorgezogen wird, stellt diese Strategie keine Lösung dar, da die Spieler analog wie im One-

⁷⁹ Vgl. hierzu die Diskussion von Fehlern in der Interpretation der gespielten Strategie beim Konzept der „trembling hand perfection“ bei Osborne und Rubinstein (1997), S.246ff und Gintis (2000), S. 130.

Shot-Game über die Reihenfolgen verhandeln würden und sich durch die Symmetrie der Akteure kein Ergebnis der Verhandlungen einstellen sollte.

Die beiden Anwendungen auf das iterierte VOD, die sich auf die „klassische“ Spieltheorie beziehen, lassen sich also folgendermaßen zusammenfassen. Einerseits gibt es den relativ elaborierten Vorschlag für das symmetrische VOD von Raub, dass Spieler eine Trigger-Strategie spielen. Hier wird zuerst die Superrationalitätsstrategie gespielt, und bei Abweichen eines Gegners reagiert der Spieler mit dem Rückzug entweder auf die Maximin- oder die symmetrische, gemischte Nash-Gleichgewichtsstrategie, je nach dem, ob man sich auf die strengen Rationalitätskriterien von Harsanyi (1977) beruft oder nicht. Wenn der Diskontierungsparameter größer ist als $1 - (1/N \cdot K/U)^{1/(N-1)}$, dann sind beide Trigger-Strategien Nash-Gleichgewichte. Das entscheidende Problem bei diesen Trigger-Strategien besteht darin, dass zumindest die Superrationalitätsstrategie eine gemischte Strategie ist, woraus folgt, dass einseitiges Abweichen des Gegners nicht sicher nachvollziehbar ist. Diekmann (1985) schlägt dagegen vor, dass die Spieler reihum das Kollektivgut produzieren. Hierbei besteht das Problem, dass erstens die Spieler die Reihenfolge in irgendeiner Weise festlegen müssen, zweitens jeder Spieler einen späten Platz in der Reihenfolge vorzieht und aufgrund der Symmetrie der Akteure keine Verhandlungslösung zustande kommen sollte.

Der einzige Ausweg zu einer realistischen Nash-Lösung besteht in einem symmetrischen Strategievektor, bei dem jeder Spieler solange zufällig spielt, bis eine eindeutige Reihenfolge klar ist. Sobald sich diese eingestellt hat, stellt jeweils ein Spieler das Kollektivgut bereit. Da dieser Strategievektor im Gegensatz zu Diekmanns Vorschlag symmetrisch ist, besteht nicht mehr das Problem der Präferenz einer zeitlichen späteren Kooperation⁸⁰. Weiterhin ist diese Strategie durch die Maximin-Strategie, also Kooperation, sanktionierbar, sobald sich eine Reihenfolge eingestellt hat, da es sich um eine reine Strategie handelt. Es ist anzumerken, dass in der Phase der Suche der Reihenfolge die Spieler gemischt spielen, und deshalb auch nicht nachvollziehbar ist, ob ein anderer Spieler wirklich dieselbe Strategie spielt. Dennoch stellt meiner Ansicht nach diese Strategie die einzig sinnvolle Vorhersage für das symmetrische iterierte Freiwilligendilemma dar.

3.3.2 Computerturniere

In Anlehnung an Axelrod (1980a,b) führt Vieth (2003a,b,c) ein Computerturnier über das iterierte Freiwilligendilemma durch. Da die vorliegende Arbeit auf Vieths Ergebnissen aufbaut, soll ihre Simulation im Weiteren ausführlich erläutert werden. Vieth betrachtete ein

⁸⁰ Die Präferenz ist natürlich immer noch gegeben, aber mit dieser Strategie ist der erwartete Rangplatz für alle gleich.

symmetrisches iteriertes Freiwilligendilemma, wie es auf Seite 2 dargestellt ist, wobei der Kollektivgutnutzen mit zehn Nutzeinheiten und die Bereitstellungskosten mit fünf Nutzeinheiten versehen wurden⁸¹. Dieses symmetrische One-Shot-VOD wird unendlich oft wiederholt mit einem Diskontierungsfaktor von Eins, d.h. alle Runden sind gleich wertvoll, bzw. die Wahrscheinlichkeit, dass das iterierte Spiel nach einer bestimmten Runde endet, ist immer Null. Diese Wahl begünstigt nach dem Folk-Theorem eine große Menge von pareto-optimalen Nash-Gleichgewichten, die bei niedrigeren Diskontierungsfaktoren nicht in Frage kämen. Einerseits möchte Vieth, in Anlehnung an Axelrod, alle Strategien gegen alle anderen und gegen sich selbst spielen lassen, andererseits aber auch der Abhängigkeit der Dilemmastruktur von der Gruppengröße N Rechnung tragen. So betrachtet sie fünf unterschiedliche Gruppengrößen, nämlich $N \in \{2,3,5,10,20\}$. Daraus folgt aber, dass bei größeren Gruppengrößen die Anzahl aller möglichen Kombinationen schnell sehr groß wird. Deshalb beschränkt sich Vieth darauf, nur für $N=2$ alle 351 möglichen Kombinationen zu betrachten. Bei größeren Gruppen werden entsprechend N Strategien aus 26 gezogen⁸². Die unendliche Wiederholung wird bei Vieth dadurch realisiert, dass das iterierte Spiel technisch nur endlich oft wiederholt wird, die Teilnehmer aber nicht wissen, wann das Turnier endet. Im Gegensatz zur üblichen Betrachtung verwendet Vieth jedoch hier keinen Zufallsmechanismus, sondern lässt für jede Paarung bei $N=2$ und für alle Gruppenziehungen bei größeren Gruppen jedes Turnier mehrfach laufen. Genauer gesagt führt sie jedes dieser iterierten Spiele für jede Spieldauer von 100 bis 2000 Runden durch. Der Vorteil dieser Herangehensweise ist, dass etwaige Zufallseinflüsse durch die Spieldauer über alle Paarungen nicht nur im Mittel sondern exakt gleich sind. Sieger des Turniers ist die Strategie mit der höchsten Gesamtauszahlung, die der mittleren Auszahlung pro Runde entspricht⁸³. Zugelassen zum Turnier waren wie bei Axelrod unbedingte reine und gemischte Strategien, aber auch bedingte reine und gemischte Strategien, die sich erstens auf die vergangenen Züge aller am jeweiligen Spiel teilnehmenden Strategien und zweitens auf die Gruppengröße bezogen. Vieth rekrutiert wie Axelrod die Teilnehmer aus der Forschungsgemeinde. Die Einladungen wurde dazu an die Mitglieder der Sektion „Modellbildung und Simulation“ der Deutschen Gesellschaft für Soziologie versandt⁸⁴. Insgesamt wurden 29 Strategien eingereicht, wobei zwei von jeweils einem Zwei-Personen-

⁸¹ Die Wahl von konkreten Nutzeinheiten mag willkürlich erscheinen, ist aber bei einer Computersimulation aus technischen Gründen notwendig.

⁸² Vieth berichtet hier etwas ungenau, dass die Ziehungen so oft durchgeführt wurden, „dass alle Strategien *erwartungsgemäß gleich oft gespielt* haben“ Vieth (2003a), Hervorhebung im Original.

⁸³ Vgl. detaillierte Erklärung der Gesamtauszahlung bei Vieth (2003a), S.4.

⁸⁴ Zumindest bei zwei Teilnehmern, nämlich dem Autor und einer Kommilitonin, ist bekannt, dass diese indirekt durch ein Mitglied der Sektion eingeladen wurden. Insoweit ist davon auszugehen, dass die Mitglieder auch als Multiplikatoren fungierten.

Team eingereicht wurde, also 31 Personen an dem Turnier teilnahmen. Aus den 29 Strategien wurde eine dreimal und eine andere zweimal eingereicht, d.h. es gab insgesamt 26 unterschiedliche Strategien.

Tabelle 4: Rangplätze der Strategien über alle Gruppengrößen und Messreihen

Rang	Gruppengröße					Total
	2	3	5	10	20	
1	5	5	2	2	15	5
2	27	20	17	15	2	17
3	17	11	15	11	17	20
4	20	17	11	27	20	2
5	7	2	20	17	27	11
6	23	15	14	14	5	14
7	9	19	5	20	11	23
8	14	23	23	8	14	9
9	26	9	9	5	8	15
10	2	14	8	23	23	8
11	11	27	19	9	9	19
12	19	8	16	26	7	27
13	12	16	13	6	26	26
14	16	13	25	19	13	13
15	6	1	6	13	6	7
16	13	18	26	7	1	16
17	8	26	1	16	19	6
18	29	25	7	1	16	1
19	18	21	27	12	25	25
20	1	24	24	25	12	12
21	28	29	29	24	29	29
22	25	6	21	29	21	24
23	10	12	12	21	24	21
24	24	7	10	10	10	10
25	15	10	18	28	28	18
26	21	28	28	18	18	28

Anmerkung:

Rangplätze über alle Messreihen. Die Strategien sind hier mit den Nummern bezeichnet, die Vieth vergeben hat. Zur genaueren Erläuterung siehe Vieth (2003a).

Quelle: Vieth (2003a), S. 8.

Wie Tabelle 5 zeigt, ist der Sieger des Turniers die Strategie 5, eingereicht von Roger Berger. Seine Strategie beginnt mit Defektion. Alle drei Runden prüft die Strategie, wie oft andere Spieler in den vergangenen drei Runden zur Produktion des Kollektivguts beigetragen haben. Basierend auf dieser Information, wechselt die Strategie von Defektion auf Kooperation,

wenn in den vergangenen drei Runden kein anderer Spieler kooperiert hat, ansonsten behält sie die Defektion bei. Die Strategie kehrt aus der Kooperation zur Defektion zurück, wenn in den vergangenen drei Runden mindestens einmal ein anderer Spieler kooperiert hat; nur wenn alle Gegner die Verweigerung zum Beitrag über drei Runden beibehalten, bleibt die Strategie bei Kooperation (vgl. Vieth (2003b)). Vieth weist darauf hin, dass Bergers Strategie nur bei kleinen Gruppen seine Führung behauptet, aber bei Gruppen mit fünf, zehn oder 20 Spielern ins obere Mittelfeld zurückfällt. Die Strategie von Cornelia Hausen und Klaus Pforr ist, zumindest was die reinen Auszahlungen angeht, stabiler, da sie bei allen Gruppengrößen stabil einen Rangplatz zwischen dem zweiten und fünften Rang erreicht. Insgesamt kommt sie aber nur auf den zweiten Platz. Die Strategie von Hausen und Pforr versucht im Wesentlichen, bei Gruppen mit zwei Spielern abwechselnde Bereitstellung des Kollektivgutes zu erreichen. Die Strategie spielt daher, erstens die meiste Zeit abwechselnd C und D, ohne dazu auf das Verhalten des Gegners Bezug zu nehmen. Zweitens kontrolliert die Strategie, ob die abwechselnde Kooperation dahingehend suboptimal ist, dass beide Spieler gleichzeitig kooperieren und defektieren, und versucht dies durch einseitige Kooperation zu unterbrechen. Drittens beginnt die Strategie mit zufälliger Kooperation, und behält diese bei, bis die Symmetrie der Spieler unterbrochen ist, d.h. ein Spieler alleine zuerst kooperiert. Dadurch erreicht die Strategie eine abwechselnde Kooperation, wenn sie gegen sich selbst spielt. Die Ausbeutung durch andere Strategien wird dadurch vermieden, bzw. das Potential zur Ausbeutung anderer Strategien eröffnet, dass die Strategie defektiert, wenn der Gegner unnötig oft defektiert bzw. kooperiert. Bei Gruppen mit mehr als zwei Spielern vermeidet die Strategie jedes Risiko der Ausbeutung und defektiert immer (vgl. Vieth (2003b)).

Vieth stellt die Frage, warum die Strategie von Berger der Sieger des Turniers ist, obwohl sie bei größeren Gruppen von ungefähr sieben Strategien geschlagen wird. Ihre Analyse der Auszahlungen der Strategien über die Gruppengrößen hinweg zeigt, wie in Abbildung 4 zu sehen ist, dass mit zunehmender Gruppengröße die Auszahlungsdifferenzen bei den besseren Strategien abnehmen. Bei einer Gruppe mit zwei Spielern hat Bergers Strategie die höchste mittlere Auszahlung. Die beiden nächst besseren Strategien, zu denen auch die Strategie von Hausen und Pforr gehört, haben schon im Durchschnitt 200 Punkte weniger erreicht. Ungefähr dieselbe Differenz trennt diese Strategien von den nächsten vier Strategien. Bei drei Spielern ist das Bild schon weniger differenziert. Die Strategien auf den Rängen Zwei bis Vier erreichen dieselbe mittlere Auszahlung, und die Strategie von Berger auf dem ersten Platz unterscheidet sich von diesen nur um ca. 100 Punkte. Bei Gruppen mit mehr Spielern geht der Grad der

Differenzierung unter den Spitzenplätzen weiter zurück. Bei zehn Spielern haben die besten sechs Strategien annähernd gleiche mittlere Auszahlungen.

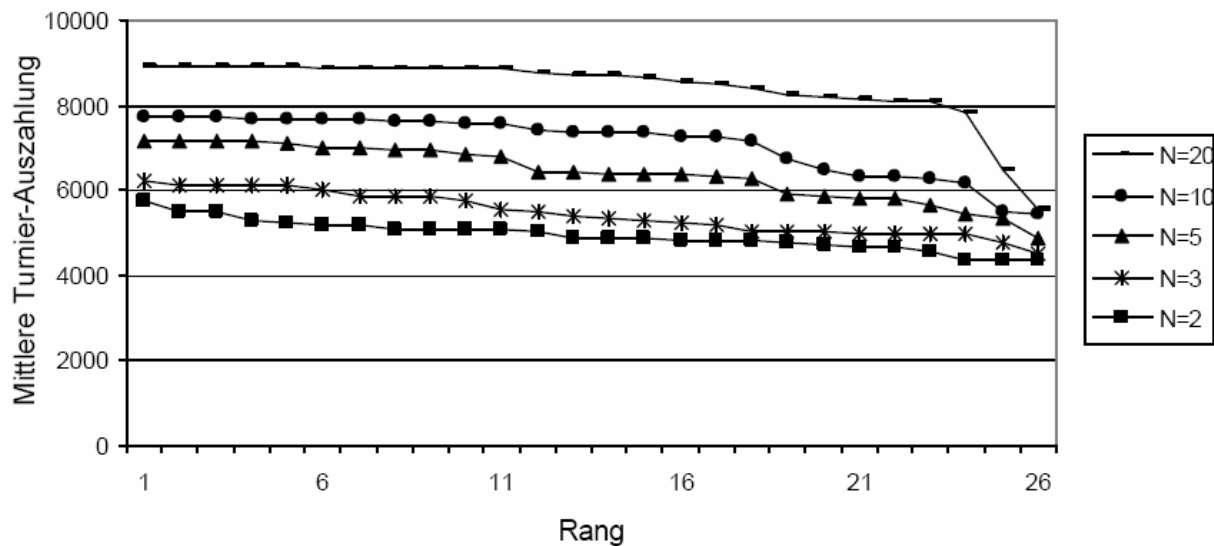


Abbildung 4: Mittlere Turnier-Auszahlungen der Strategien nach Gruppengröße
Quelle: Vieth (2003a), S.9.

Die Differenz vom ersten zum siebten Rang beträgt knapp 100 Punkte. Bei 20 Spielern haben die besten elf Strategien, als fast die Hälfte aller Strategien, nahezu die gleiche Auszahlung. Aus dem Rückgang der Auszahlungsdifferenzen mit der Gruppengröße schließt Vieth, dass der Sieg des Turniers durch die wechselseitige Performanz bei kleinen Gruppen bestimmt wird. Weiterhin stellt Vieth fest, dass die absoluten mittleren Auszahlungen über alle Strategien monoton mit der Gruppengröße steigen. Dies scheint auf den ersten Blick paradox, zumal die Strategien mit zunehmender Gruppengröße im Mittel häufiger defektieren. Der Anteil sinkt nahezu linear von ca. 43% bei N=2 auf ca. 12% bei N=20. Umgekehrt steigt aber mit zunehmender Gruppengröße die Wahrscheinlichkeit, dass das Kollektivgut in einer Runde bereitgestellt wird von ca. 68% bei N=2 auf ca. 85% bei N=20. Daraus folgt, dass bei größeren Gruppen häufiger die Maximalauszahlung von zehn Punkten ausgeschüttet wird⁸⁵. Wenig überraschend ist deshalb die Feststellung von Vieth, dass erstens der Defektionsanteil einer Strategie über alle Gruppengrößen hinweg mit dem Rangkorrelationskoeffizienten ρ von 0,86 stark mit dem Rang der Strategie korreliert ist, und zweitens diese Korrelation mit der Gruppengröße wächst. D.h. genauer, dass bei Gruppen mit zwei Spielern die entsprechende Korrelation zwischen dem Defektionsanteil einer Strategie und ihrem Rang in dieser Gruppen nicht signifikant ist und bei 0,22 liegt. Schon bei N=3 ist $\rho=0,82$, bei N=5 und N=10 ist $\rho=0,97$, und bei einer Gruppengröße von 20 Spielern ist der Zusammenhang mit $\rho=1$ sogar perfekt. Zu-

⁸⁵ Der Anstieg der kollektiven Bereitstellungswahrscheinlichkeit des Kollektivgutes ist nicht linear. Es ist insbesondere darauf hinzuweisen, dass die Bereitstellungswahrscheinlichkeit den *geringsten* Anstieg von zehn auf 20 Spieler mit nur um knapp 5 Prozentpunkte hat. Im Gegensatz dazu steht, dass die mittlere Auszahlung bei 24 von 26 Strategien den *höchsten* Anstieg von zehn auf 20 Spieler hat.

sammenfassend heißt das also, „dass je mehr eine Strategie kooperiert, desto niedriger ist ihr Rang“ (Vieth (2003a), S.11). Schließlich untersucht Vieth noch den Anteil maximal möglicher Auszahlungen, den die Strategien erhalten haben. Sie findet heraus, dass alle Strategien bis auf die Strategien von Christoph Kopp mehr als die Hälfte der Auszahlungen durch Ausbeutung eines anderen Freiwilligen, also der Maximalauszahlung von 10 Punkten, erhalten.

Die entscheidenden Ergebnisse des Turniers, die sich aus Vieths Interpretationen ergeben, sind meiner Ansicht nach, dass erstens, wie nach den Vorhersagen von Diekmann (1985), für das One-Shot-Game mit wachsender Gruppengröße der individuelle Defektionsanteil steigt, aber die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit steigt und zweitens die Siegerstrategie des Turniers durch ihre Performanz bei der Gruppengröße $N=2$ bestimmt wird.

Dennoch kann die im Turnier gefundene Beziehung zwischen der Gruppengröße und dem individuellen und kollektiven Bereitstellungsverhalten nicht als Bestätigung von Diekmanns Vorhersage betrachtet werden. Erstens kann man das Turnier nur bedingt als Experiment auffassen, da den Teilnehmern zum großen Teil die Arbeit von Diekmann (1985) bekannt gewesen sein sollte, so dass man letztlich nicht von einem wirklichen Test sprechen kann (Vgl. S.67). Hier kann eingewendet werden, dass nur zwei der eingereichten Strategien einen direkten Bezug auf die Arbeit von Diekmann (1985) erkennen lassen, nämlich eine modifizierte Fassung der gemischten symmetrischen Nash-Gleichgewichtsstrategie im Stage Game von Moritz Franosch und die Superrationalitätsstrategie aus dem One Shot Game von Andreas Diekmann selbst (vgl. Vieth (2003b)). Zweitens ist die Übertragung der Ergebnisse für das One-Shot-Game von Diekmann nur bedingt auf das iterierte Spiel übertragbar. So ist zwar, wie schon in Kapitel 3.1 dargestellt, die pareto-inferiore Nash-Lösung aus dem Stage-Game als wiederholte Strategie ein Nash-Gleichgewicht im iterierten Spiel⁸⁶, aber nach dem Folk-Theorem gibt es unendlich viele andere Nash-Gleichgewichte, bei denen der Zusammenhang zwischen der Gruppengröße und dem Bereitstellungsverhalten anders aussehen kann. Drittens zeigen die Ergebnisse des Turniers selbst, dass die oben genannten Strategien, die sich auf Diekmann (1985) beziehen, vergleichsweise schlecht abschneiden. Diekmanns Strategie erreicht insgesamt den 20. Platz und die Strategie Franosch kommt auf den sechsten Platz, wobei das relativ gute Abschneiden der Strategie von Franosch auch auf die Modifikation der gemischten Nash-Gleichgewichtsstrategie zurückzuführen sein könnte⁸⁷.

⁸⁶ Diese Tatsache kann man sich durch Betrachtung des bekannteren iterierten Gefangenendilemmas vor Augen führen. Hier stellt das pareto-inferiore Nash-Gleichgewicht die beiderseitige Defektion dar. Im iterierten Fall ist die unendliche Defektion deshalb auch ein Nash-Gleichgewicht, weil einseitiges Abweichen nur dazu führt, dass der Abweichler in der Runde, in der er abweicht, mit dem Sucker's Payoff bestraft wird.

⁸⁷ Die Modifikation der Strategie besteht darin, dass die Strategie von Franosch von der gemischten Strategie von Diekmann (1985) auf sichere Kooperation wechselt, wenn sie selbst in der gesamten Spielvergangenheit als

Weiterhin ist die Interpretation von Vieth, dass der Sieger durch seine Performanz im Zwei-Personen-Spiel ausgemacht wird, zweifelhaft. Vieth stützt diese Interpretation im Wesentlichen darauf, dass die Unterschiede zwischen mittleren Auszahlungen vom ersten bis zum letzten Rang mit der Gruppengröße abnehmen. Der Fehlschluss liegt meiner Ansicht nach darin, dass die Rangreihen der Strategien nicht über alle Gruppengrößen hinweg gleich ist, d.h. eine Strategie, die im Zwei-Personen-Spiel sehr gut abschneidet, kann in allen größeren Gruppen sehr schlecht abschneiden. Dies gilt z.B. für die Strategie von T. Varga, die zwar bei $N=2$ den zweiten Platz einnimmt, insgesamt aber nur auf den zwölften Platz kommt. Das Umgekehrte gilt z.B. für die Strategie von Thomas Gautschi, die im Zwei-Personen-Spiel auf dem vorletzten Platz landet, aber bei $N=3$ auf den sechsten Platz, und allen anderen Gruppengrößen mindestens auf den dritten Platz kommt. Insgesamt kommt die Strategie von Gautschi sogar auf den neunten Platz, also fast ins obere Drittel. Mit anderen Worten stellen zumindest diese beiden Strategien Ausreißer bezüglich der Interpretation von Vieth dar. Ein Vergleich der Korrelationen zwischen den Platzierungen für die einzelnen Gruppengrößen und der Gesamtplatzierung ergibt dann auch ein anderes Bild, wie man aus Tabelle 5 erkennen kann.

Tabelle 5: Rangkorrelationen zwischen den gruppenweisen Platzierungen und der Gesamtplatzierung

	Gruppengröße				
	2	3	5	10	20
τ_b	0,21	0,13	0,39*	0,20	0,11

Anmerkung:

Mit τ_b ist der Rangkorrelationskoeffizient tau-b von Kendall bezeichnet.

*) signifikant auf dem 1%-Niveau

Quelle: Eigene Berechnungen aus den Zahlen von Vieth (2003a), S.8.

Die Korrelationen sind über alle Gruppen hinweg schwach positiv, aber nur für die mittlere Gruppengröße mit fünf Spielern ist der Zusammenhang signifikant. Insoweit ist Vieths „Hypothese“, dass der Sieger des Turniers durch die Performanz im Zwei-Personen-Spiel bestimmt wird, zu verwerfen.

einzigste am wenigsten kooperiert hat, und auf Defektion wechselt, wenn andere bisher seltener kooperiert haben. Insoweit spielt die Strategie selten die gemischte Strategie, sondern wechselt häufiger zwischen sicherer Defektion und Kooperation. Vgl. Vieth (2003b).

Hieraus folgt auch, dass die Frage, die Vieth zu Eingang der Diskussion ihrer Ergebnisse stellt, nämlich warum die Strategie von Berger das Turnier gewonnen hat, meiner Ansicht nach unbeantwortet bleibt, da Vieth den Gesamterfolg von Bergers Strategie damit begründet, dass sie im Zwei-Personenspiel die höchste mittlere Auszahlung hat. Im Weiteren soll kurz auf diese Frage eingegangen werden. Das herausragende Abschneiden von Bergers Strategie lässt sich nicht mit einer isolierten Betrachtung der Struktur der Strategie alleine beantworten. Wichtig ist, wie sie im Zusammenspiel mit der gesamten Population abschneidet. Deshalb erscheint es sinnvoll, die Population der Strategien systematisch zu untersuchen, und so die Eigenschaften zu betrachten, die gute Strategien von schlechten unterscheiden. Zur Beurteilung der Population betrachte man Abbildung 5 und Abbildung 6, die direkt von Vieth (2003a) übernommen sind. In Abbildung 5 sind die Anteile der maximal möglichen Auszahlungen der einzelnen Strategien dargestellt⁸⁸,

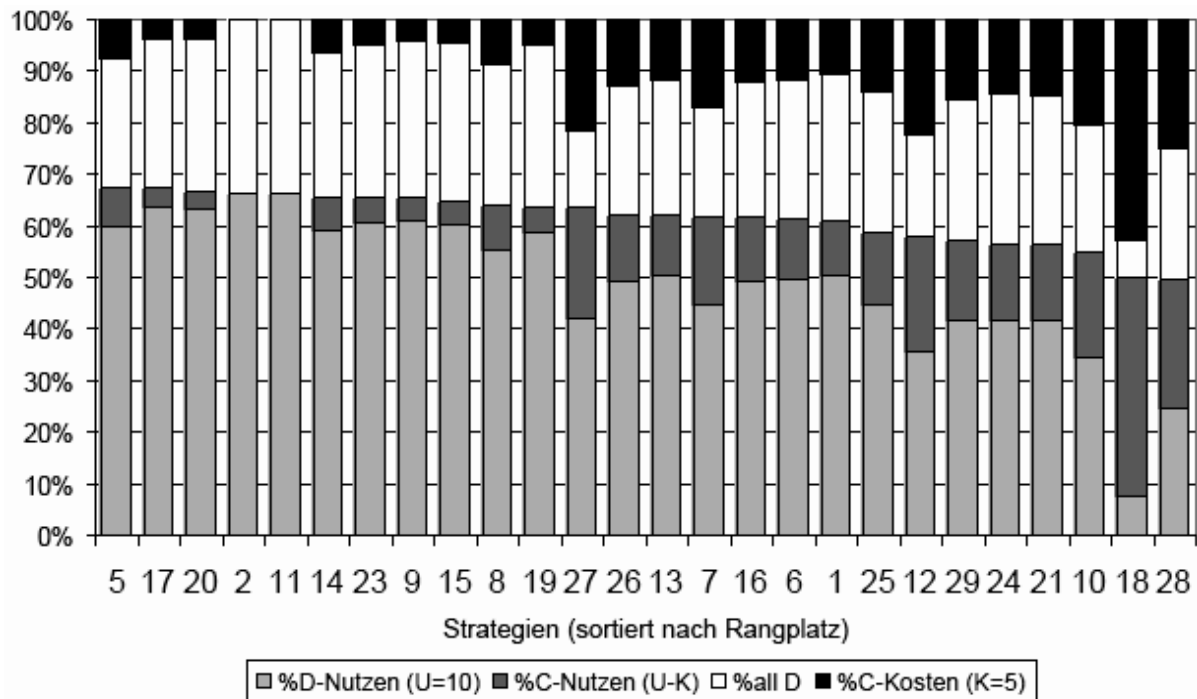


Abbildung 5: Auszahlungsanteile nach Strategie über alle Gruppengrößen und alle Messreihen
 Quelle: Vieth (2003a), S.11.

und in Abbildung 6 ist die Häufigkeitsverteilung der Rangplatzierungen der einzelnen Strategien über alle Gruppengrößen und Messreihen dargestellt.

⁸⁸ Die Strategien sind hier mit den Nummern bezeichnet, die Vieth vergeben hat. Zur genaueren Erläuterung siehe Vieth (2003a), S.5f.

str	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
5	670	459	345	189	128	51	33	16	9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	537	431	331	227	161	99	56	31	17	9	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	284	365	321	325	251	153	107	53	32	8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	183	253	266	293	282	210	171	101	85	31	17	7	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	163	196	283	277	287	247	169	135	76	44	11	12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	12	68	107	178	226	309	321	277	208	114	50	28	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	26	56	109	181	233	268	300	257	221	139	70	32	7	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	21	44	102	141	179	294	299	275	232	153	104	39	12	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	4	27	33	77	118	176	245	319	319	248	195	99	27	9	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	4	12	48	74	189	293	447	414	291	78	36	11	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	1	2	1	7	19	24	78	135	190	311	379	436	175	75	44	17	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	3	2	5	22	46	107	201	343	480	460	138	67	18	7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	1	3	10	26	70	172	450	394	320	230	144	75	6	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	1	1	6	15	50	129	393	409	375	278	157	86	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	5	20	76	228	317	328	356	338	227	4	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	14	34	188	249	366	369	402	263	11	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	18	62	139	230	270	333	409	399	35	2	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	23	59	107	164	298	417	750	73	3	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	9	24	90	1083	404	196	72	18	1	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	407	904	455	108	23	1	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	202	359	556	474	254	53	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	39	102	358	555	613	232	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	40	126	316	558	608	252	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	19	134	385	1362	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1432	469
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	469	1432

Abbildung 6: Rangplatzhäufigkeiten der Strategien über alle Gruppengrößen und Messreihen
Quelle: Vieth (2003a), S.7.

Aus diesen Abbildungen kann man erkennen, dass sich die Strategien in fünf Gruppen mit ungefähr gleichem Ausbeutungsanteil (%D-Nutzen) aufteilen lassen. Bei den besten neun Strategien beträgt der Anteil ca. 60%, teilweise liegt er sogar darüber. Weiterhin zeigt die Verteilung der Rangplatzhäufigkeiten, dass sich die Verteilungen der ersten neun Strategien von den schlechteren Strategien abgrenzen, d.h. dass sie in der Mehrheit der Messreihen Ränge erreichen, die alle anderen Strategien nicht erreichen. Innerhalb der oberen neun Ränge gibt es aber so etwas wie ein Kopf-an-Kopf-Rennen. Bei den nächsten beiden Strategien 8 und 19 liegt der Ausbeutungsanteil zwar immer noch bei ca. 60%, aber die Verteilungen der Ränge dieser beiden Strategien und der Strategie 27 sind schon deutlich niedriger. Die Strategien 26 bis 1 bilden die Mittelgruppe. Ihr Ausbeutungsanteil liegt bei ungefähr 50% und insbesondere ihre Rangplatzverteilungen deuten darauf hin, dass sich diese Strategien um die Plätze 13 bis 18 streiten. Die nächste Gruppe bilden die Strategien 25 bis 10, deren Ausbeutungsanteil bei ca. 40% liegt. Auch hier zeigen die Rangplatzverteilungen eine Clusterung über die Ränge 19 bis 24. Das Schlusslicht bilden die beiden Strategien 18 und 28 von Christoph Kopp und Marco Vieth. Die Ausbeutungsanteile dieser Strategien sind mit ca. 8% bzw. 24% deutlich niedriger als die aller anderen Strategien und die Rangverteilung zeigt, dass sie in allen Messreihen auf die letzten beiden Ränge abgeschlagen sind. Es stellt sich die Frage, ob sich diese Gruppeneinteilung in den Strukturen der einzelnen Strategien widerspiegelt.

Haben also die oberen neun und die unteren acht Strategien besondere Eigenschaften, die nur sie gemein haben, und die sie von den anderen abgrenzen?

Eine genauere Betrachtung der Strukturen der Strategien zeigt, dass sich die besten neun Strategien in drei Gruppen aufteilen lassen⁸⁹. Die erste Gruppe bilden die Strategien 2,11,15 und 17 von Jürg Arpagaus, Jürgen Deuschle Thomas Gautschi und Klaus Pforr und Cornelia Hausen (in dieser Reihenfolge). Ihnen ist gemein, dass sie im Wesentlichen bei fast allen Gruppengrößen in fast jeder Runde sicher defektieren. Dadurch können sie trivialerweise nicht ausgebeutet werden, und erbeuten insbesondere bei größeren Gruppen, bei denen die kollektive Bereitstellungswahrscheinlichkeit hoch ist, häufiger die Ausbeutungsauszahlung. Die zweite Gruppe stellen die Strategien 9 und 23 von Josef Brüderl und Bernhard Prosch dar. Sie haben gemein, dass sie erstens in großen Gruppen selten kooperieren, aber dass sie zweitens im Vergleich zur ersten Gruppe auf die Ausbeutung durch den Gegner reagieren, und gleichzeitig die Möglichkeit der Ausbeutung des Gegners überwachen. Die dritte Gruppe wird von den Strategien 5, 14 und 20 von Roger Berger, Moritz Franosch und Niels Lepperhoff gebildet. Sie enthält auch die Siegerstrategie. Diese drei Strategien überwachen auch die Ausbeutung durch gegnerische Strategien. Die Strategien von Berger und Lepperhoff sind dabei aber in allen Gruppengrößen erfolgreicher als die Strategien von Brüderl und Prosch aus der zweiten Gruppe, wie aus Tabelle 4 zu erkennen ist. Die Strategie von Franosch ist nur bei den Gruppen mit $N=5$, 10 und 20 erfolgreicher. Die entscheidende Komponente dieser Strategien ist meiner Ansicht nach erstens die Fähigkeit, fehlende Bereitstellung des Gegners nicht sofort zu vergeben, sondern die Bestrafung der Ausbeutung eine Weile fortzuführen. Zweitens ist entscheidend, dass diese Bestrafung nach einer gewissen Zeit wieder beendet wird und das Vergehen des Gegners vergessen ist. Zusammenfassend sind die oberen Strategien entweder stark defektierend bei fast allen Gruppengrößen oder sie zeichnen sich dadurch aus, dass sie insbesondere in kleinen Gruppen die Möglichkeit der Ausbeutung anderer Strategien ausnutzen, ohne total zu defektieren und damit den Gegner zu verschrecken und zur Vergeltung zu zwingen.

Wie sehen nun im Vergleich dazu die schlechtesten acht Strategien aus? Auch hier sind zwei Gruppen von strukturell ähnlichen Strategien zu erkennen, aber es gibt auch zwei Strategien, die sich nicht mit den anderen vergleichen lassen. Die erste Gruppe ist meiner Ansicht nach für das gesamte Turnier entscheidend. Sie wird von den Strategien 10, 18 und 25 von Vincent Buskens, Christoph Kopp und Kai-Uwe Schnapp gebildet. Alle drei Strategien haben gemein, dass sie insbesondere in größeren Gruppen für die Bereitstellung des Kollektivgutes sorgen,

⁸⁹ Die Beschreibungen und der Programmcode der einzelnen Strategien sind bei Vieth (2003b,c) dargestellt.

und somit der Mehrheit der Strategien zur Ausbeutungsauszahlung verhelfen. Hier sticht insbesondere die Strategie von Kopp heraus, deren Kooperationswahrscheinlichkeit der mittleren Defektionsrate aller anderen Spieler in den vergangenen fünf Runden entspricht, wobei weiter zurückliegende Züge weniger ins Gewicht fallen. Dadurch, dass die meisten Strategien im Turnier auf die Bereitstellung mit Defektion reagieren und erst bei fehlender Bereitstellung zur Tat schreiten, entwickelt sich die Strategie von Kopp in jedem Einzelspiel über kurz oder lang zum Opfer aller anderen Strategien. Die beiden anderen Strategien machen hier im Übrigen keine Ausnahme, aber sie sind die einzigen, die die Rolle von Kopps Strategie übernehmen, wenn diese nicht mitspielt. Diese drei Strategien sind dafür verantwortlich, dass abgesehen vom Zwei-Personen-Spiel eine höhere Defektionsbereitschaft mit einem höheren Rang verbunden ist (siehe oben). Die zweite Gruppe bilden die Strategien 21, 24 und 29 von Ulf Liebe, Christof Schatz und Thomas Voss. Ähnlich wie die Strategien von Brüderl und Prosch defektieren diese Strategien nur dann, wenn in der vorigen Runde das Kollektivgut produziert wurde. Im Gegensatz zu den wesentlich besser abschneidenden Strategien von Brüderl und Prosch kooperieren sie aber sicher, wenn das Kollektivgut bereitgestellt wird. Daraus folgt ceteris paribus eine höhere Kooperationsneigung dieser Strategien, die zu geringeren Auszahlungen führt. Die beiden übrigen Sonderfälle sind die Strategien 12 und 28 von Andreas Diekmann und Marco Vieth. Diekmanns Strategie kooperiert, wie bereits angedeutet wurde, jede Runde mit der Wahrscheinlichkeit $p_C = 1 - (1/4)^{1/(N-1)}$, d.h. sie stellt die wiederholte Super-rationalitätsstrategie aus dem One-Shot-Game für die bei diesem Turnier angenommenen Auszahlungen dar. Ihr schlechtes Abschneiden ist wohl im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass sie erstens als gemischte Strategie nicht in der Lage ist, im Zwei-Personen-Spiel eine abwechselnde Bereitstellung des Kollektivgutes zu koordinieren. Zweitens hat sie im Vergleich zu anderen gemischten Strategien wie die Strategien 8, 13, 16 und 19 von Norman Braun, Hartmut Esser, Gehmacher und Peter Kriwy über alle Gruppengrößen hinweg die höchste Kooperationswahrscheinlichkeit, was dazu führt, dass sie im Durchschnitt seltener die Ausbeutungsauszahlung erhält. Insoweit scheitert die Strategie daran, dass die Norm des kategorischen Imperativs bei diesem Turnier in keiner Weise beachtet wurde. Die Strategie von Vieth spielt bei allen Gruppengrößen abwechselnd C und D. Daraus folgt erstens, dass sie im Zwei-Personen-Spiel aufgrund ihrer Nichtreaktivität von anderen Strategien ausgebeutet wird. Zweitens sorgt sie in großen Gruppen mit zehn und 20 Spielern neben den Strategien aus der ersten Gruppe zusätzlich für die Bereitstellung des Kollektivgutes. Zusammenfassend sind die schlechtesten acht Strategien durch eine hohe Kooperationsbereitschaft gekennzeichnet und/oder ein starkes Ausbeutungspotential.

Insgesamt zeigt sich also, dass der Erfolg der besten Strategien überwiegend auf die Teilnahme der leicht auszubeutenden Strategie von Kopp zurückführen lässt. Es bleibt aber immer noch die Frage offen, wie sich die Strategie 5 von Berger in der Spitzengruppe durchsetzt. Einerseits kann man argumentieren, dass sie, wie aus Tabelle 4 zu erkennen ist, auch bei den Gruppengrößen mit $N=5$, 10 und 20 noch in der oberen Hälfte bleibt, aber gerade im Zwei- und Drei-Personen-Spiel immer auf dem ersten Rang landet. D.h. in Anlehnung an Vieths Interpretation könnte man davon ausgehen, dass die Strategie von Berger sowohl die Ausbeutungsfähigkeit als auch die Ausbeutungsresistenz so kombiniert hat, dass sie sich gerade noch gegen den Rest der Spitzengruppe durchsetzt. Andererseits zeigt ein Blick auf Abbildung 4, dass die Auszahlungen insgesamt sehr nahe an der Gleichverteilung liegen. Erkennbar ist die mittlere Gesamtauszahlung der Strategien durch die Höhe der gestapelten Balken der Auszahlungsgruppen %D-Nutzen und %C-Nutzen⁹⁰. Alleine optisch ist die Annahme der Gleichverteilung kaum von der Hand zu weisen. Ein selbst durchgeführter Kolmogorov-Smirnov-Test über die Gleichverteilung der nachgemessenen Zahlen bestätigt die Vermutung. Meiner Ansicht nach wäre es deshalb gerechtfertigt gewesen, den Preis des Turniers unter der Spitzengruppe zu verteilen. Entscheidend ist, dass der Sieg der Strategie von Berger auch durch zufällige Schwankungen bei den Zufallsauswahlen der Strategien auf die Spiele mit $N>2$ zustande gekommen sein kann, und somit nicht überbewertet werden sollte, zumal ihr die totale Defektionsstrategie von Arpagaus dicht auf den Fersen ist. Der Sieg dieser Strategie scheint in Anbetracht des knappen Siegs bei einem wiederholten Spiel möglich, vor allem wenn man die Zusammensetzung der Strategien ändert. Das Entscheidende ist aber, dass sich daraus eine völlig andere Interpretation ergibt.

Die Ergebnisse des Computerturniers von Vieth sind aus den hier aufgeführten Gründen nicht zufrieden stellend für das Verständnis des iterierten Freiwilligendilemmas. Erstens ist das Ergebnis fundamental durch die kooperativen Strategien wie die von Kopp beeinflusst, da erst durch ihre Teilnahme die defektierenden Strategien einen entscheidenden Vorteil im Turnier gewinnen. Insoweit ist die beim Turnier von Axelrod (1980a,b) eingewandte Kritik der Abhängigkeit von der Auswahl der Strategien meiner Ansicht nach bei Vieths Turnier noch berechtigter. Weiterhin sind, wie bereits dargestellt, die mittleren Auszahlungen der Strategien über alle Gruppengrößen und Messreihen nahezu gleichverteilt, so dass die Konzentration auf eine einzelne Siegerstrategie irreführend für das Verständnis der guten Performanz von Strategien im iterierten Freiwilligendilemma ist.

⁹⁰ Dass diese beiden Balken die Gesamtauszahlung ergeben, mag auf den ersten Blick unklar erscheinen, aber wenn man aus Abbildung 4 die Auszahlungen zuerst mit Hilfe der Tabelle 4 nach den Strategien sortiert, und danach die Gesamtauszahlung bildet, kommt man auf denselben Verlauf.

3.4 Diskussion

In diesem Kapitel wurde ein Überblick über den gegenwärtigen Stand der Forschung zum iterierten Freiwilligendilemma dargestellt. Auf die Frage nach der Lösung des iterierten Freiwilligendilemmas kann die „klassische“ Spieltheorie keine befriedigende Antwort geben. Nach dem Folk-Theorem gibt es unendlich viele Nash-Gleichgewichte. Die Theorie der finiten Automaten liefert ein Werkzeug zur Modellierung beschränkt rationaler Akteure im iterierten Spiel, mit dem die Menge der Nash-Gleichgewichte in sinnvoller Weise eingeschränkt werden kann. Es liegen aber keine Anwendungen dieses Ansatzes auf das iterierte Freiwilligendilemma vor. Weiterhin wurden die mittlerweile sehr populär gewordenen evolutionären Modelle vorgestellt, mit denen die Menge der Nash-Gleichgewichte eingeschränkt werden kann. Gerade die stochastischen dynamischen Systeme stellen einen viel versprechenden Ansatz zur weiteren Einschränkung der Menge der nach dem Folk-Theorem möglichen Nash-Gleichgewichte dar, zumal sich der Ansatz mit der Theorie der finiten Automaten kombinieren lässt. Das entscheidende Defizit der evolutionären Modelle insgesamt besteht darin, dass sie gegenwärtig entweder als Modelle von konkreten Handlungen einzelner Individuen verstanden werden, oder als Modelle abstrakter Dilemmata, die das soziale Zusammenleben im Allgemeinen abbilden. Die erste Lesart ist einerseits in der Biologie zur Modellierung des Zusammenlebens vieler Exemplare einzelner oder mehrerer Spezies, d.h. zur Abbildung eines ökologischen Systems, sinnvoll. Weiterhin ist die erste Interpretation in der Ökonomie tauglich zur Modellierung von großen, anonymen Gruppen von Individuen, also z.B. der Modellierung des Verhaltens einzelner Akteure in einem freien Markt. Die zweite Perspektive dagegen hat eine größere soziologische Relevanz, da sie zur Modellierung von zentralen Problemen wie der sozialen Ordnungsbildung geeignet ist. Zur Analyse konkreter Spiele, bei denen nicht ganze Populationen von Individuen gegeneinander spielen, die aber auch nicht das soziale Zusammenleben an sich beschreiben, sind diese Verfahren, zumindest als Handlungsmodelle aber grundsätzlich ungeeignet. Schließlich wurde das Computerturnier als Ansatz zur explorativen Analyse der Performanz von erfolgreichen Strategien in iterierten Spielen vorgestellt. Aus verschiedenen Gründen erscheint das Computerturnier aber ungeeignet, um iterierte Spiele zu analysieren, da die Ergebnisse eines Turniers immer sehr stark von der Auswahl der teilnehmenden Strategien abhängen. Es ist anzumerken, dass die Kritik des Computerturniers auf dasselbe Defizit zielt, das die Replikatorodynamik gegenüber den stochastischen dynamischen Systemen hat, da bei ihr die Vorhersage einer asymptotischen Ruhelage als Lösung eines betrachteten Spiels vom Startpunkt des dynamischen Prozesses abhängt. Erst bei

den stochastischen Systemen ist durch die explizite Modellierung von Mutation die Wahl des Startpunktes unerheblich.

Es gibt nur zwei konkrete Anwendungen dieser Verfahren auf das iterierte Freiwilligendilemma, nämlich die Arbeiten von Raub (1988) und von Vieth (2003a,b,c). Raub verbindet Diekmanns (1985) Arbeit zum One-Shot-Game mit den allgemeinen Befunden der „klassischen“ Spieltheorie, und leitet eine Trigger-Strategie als Vorschlag einer möglichen Nash-Lösung ab. Vieth (2003a) wendet Axelrods (1980a,b) Ansatz eines Computerturniers auf das iterierte Freiwilligendilemma an. Der Vorteil ihres Ansatz besteht natürlich darin, dass er eine eindeutige Lösung liefert, es bleibt aber unklar, welche Eigenschaften der Siegerstrategie von Roger Berger entscheidend für die gute Performanz in dem Turnier sind, und ob die Strategie eine Nash-Gleichgewichtsstrategie ist.

Auf den ersten Blick erscheint der Stand der Forschung zu iterierten Spielen im Allgemeinen und zum iterierten Freiwilligendilemma im Speziellen also unbefriedigend. Im Weiteren wird mit dem Genetischen Algorithmus ein Verfahren vorgestellt, das dem numerischen Ansatz des Computerturniers folgt, aber erstens das Problem der Abhängigkeit der teilnehmenden Strategien überwindet, und die Vorteile der Theorie der Finiten Automaten und der stochastischen dynamischen Systeme nutzt.

4 Der Genetische Algorithmus

Der genetische Algorithmus stellt ein Verfahren dar, das einerseits als numerisches Verfahren den Computerturnieren ähnlich ist, aber andererseits unter weitgehender Beibehaltung der spieltheoretischen Axiomatik des hyperrationalen Akteurs die Vorteile der Theorie der finiten Automaten und der stochastischen dynamischen Systeme vereinigt. Beim genetischen Algorithmus wird nicht nur ein Turnier mit einer festen Menge von teilnehmenden Strategien durchgeführt, sondern im Sinne der evolutionären Modelle die Computerturniere über das iterierte VOD mehrfach wiederholt. Die Strategien, die in einem Computerturnier überdurchschnittlich gut abschneiden, treten im nächsten Turnier mit mehr Vertretern an; Strategien, die schlechter abschneiden, sterben aus. Insoweit entspricht dieser Ansatz der Replikatorodynamik. Um das Problem der Abhängigkeit der Auswahl der teilnehmenden Strategien zu beheben, das sowohl die Replikatorodynamik als auch die Computerturniere betrifft, reproduzieren sich die Strategien von einem Turnier zum nächsten nicht völlig störungsfrei, sondern es kann zu zufälligen kleinen Veränderungen kommen. Insoweit beschreibt der genetische Algorithmus wie die stochastischen dynamischen Systeme einen stochastischen Prozess. Weiterhin ist die Reproduktion im Gegensatz zu den in Kapitel 3.2.2 vorgestellten evolutionären Modellen

nicht asexuell, sondern meiotisch, d.h. zwei Strategien aus einem Computerturniere kombinieren Teile ihre Merkmale in ihrer gemeinsamen Nachkommenschaft im nächsten Computerturnier. Daraus folgt, dass nur die Komponenten einer Strategie, die sie über eine Folge von Computerturnieren im Durchschnitt besser stellt, überleben, während andere Komponenten, die weniger Erfolg versprechend sind, aussterben. Diese Art der Rekombination von Strategien erfordert eine gemeinsame Grammatik, aus denen die Strategien formuliert sein müssen, so dass einzelne Komponenten identifizierbar und austauschbar sind. Hier bietet die Theorie der finiten Automaten eine Möglichkeit, eine große Menge beschränkt rationaler Strategien in einen gemeinsamen Rahmen zu stellen. Im Rahmen dieser Theorie kann man die Menge möglicher Strategie durch eine bestimmte Menge von Zuständen, damit verbundenen Alternativen und Übergangswahrscheinlichkeiten beschreiben. Aus theoretischer Sicht hat der Ansatz außerdem den Vorteil, dass unrealistisch komplexe Strategien aus der Untersuchung ausgeklammert werden. Andererseits besteht natürlich das Problem, dass die Schranke der Menge der möglichen Strategien selbst willkürlich ist.

Es kann eingewendet werden, dass der genetische Algorithmus so wie die evolutionären Modelle dahingehend kritisiert werden kann, dass er nicht als sinnvolles Handlungsmodell der Individuen im Spiel verstanden werden kann. Dem ist einerseits zuzustimmen, aber andererseits zu entgegnen, dass die Perspektive beim hier vorgestellten genetischen Algorithmus nicht auf einem Handlungsmodell liegt, sondern dass er einfach als Optimierungsverfahren verstanden werden soll. Mit anderen Worten wird das Verfahren inhaltlich nicht als ein alternatives Handlungsmodell verstanden, sondern als numerisches Optimierungsverfahren, das zur Lösung des spieltheoretischen Problems verwendet wird. D.h. die Akteure sind immer noch weitgehend hyperrational, aber das Gedächtnis der Akteure ist durch die Verwendung der finiten Automaten beschränkt. Im Prinzip wird angenommen, dass solche beschränkt rationalen Akteure, die vor einem iterierten Freiwilligendilemma stehen, das Optimierungsproblem, das die Spieltheorie formuliert, auf unbekannte Weise lösen, und dann mit der entsprechenden Lösung in das Spiel gehen. Der Forscher vollzieht diese Optimierung mangels analytischer Lösungsmöglichkeiten mit Hilfe des genetischen Algorithmus nur nach.

Es stellt sich die Frage, welches Ergebnis der genetische Algorithmus liefert. Aus den Ergebnissen der Replikatorodynamik und der stochastischen dynamischen Systeme einerseits und den Eigenschaften des genetischen Algorithmus als Optimierungsverfahren andererseits lässt sich ableiten, dass der genetische Algorithmus in dieser Anwendung gegen eine Population von Strategien konvergieren muss, die einem symmetrischen, gemischten Nash-

Gleichgewicht entspricht, das gegenüber anderen symmetrischen Nash-Gleichgewicht pareto-optimal sein muss.

Im Weiteren soll zuerst der genetische Algorithmus abstrakt vorgestellt werden. Angefangen bei der Definition des genetischen Algorithmus als spezieller stochastischer Prozess, soll dargestellt werden, warum der genetische Algorithmus als Optimierungsverfahren insbesondere für die Anwendung auf iterierte Spiele besonders geeignet ist. Danach wird die eigene Anwendung auf das iterierte Freiwilligendilemma erläutert, und abschließend sollen die Ergebnisse des genetischen Algorithmus auf das iterierte Freiwilligendilemma vorgestellt werden.

4.1 Definition

Der Erfinder des genetischen Algorithmus Holland (1975) definiert einfache genetische Algorithmen (EGA) sehr allgemein als Lösungsverfahren und/oder Erklärungen adaptiver Probleme⁹¹. Beispielhaft für solche Probleme führt er verschiedenen Fragestellungen auf wie etwa die Entstehung der Arten in der Biologie, Optimierungsfragen in der Ökonomie und der Mathematik, lerntheoretische Fragestellungen in der Psychologie und der Künstlichen-Intelligenz-Forschung. Zusammenfassen lassen sich diese Fragestellungen in der Perspektive von Holland als Probleme der Beschreibung der dynamischen Anpasstheit einer Struktur an eine Umwelt. Um diesen weiten Anwendungsbereich zu erhalten, definiert Holland den genetischen Algorithmus sehr allgemein. Wir wollen den genetischen Algorithmus an dieser Stelle der Einfachheit halber nur als Optimierungsverfahren verstehen, wobei darauf hingewiesen werden muss, dass sich im Prinzip die anderen Fragestellungen wie die Fitnessmaximierung in der Biologie oder lerntheoretische Problem leicht als Optimierungsproblem umformulieren lassen. Weiterhin wird in dieser Arbeit auf eine strikte, mathematische Definition verzichtet, da sie erstens aufgrund der schweren Lesbarkeit für den Leser nicht erhellend ist, und zweitens bei Holland (1975), aber auch in der Folgeliteratur, eine strikte Definition nicht zu finden ist⁹².

Als Optimierungsverfahren ist der genetische Algorithmus folgendermaßen definiert⁹³. Man betrachtet eine beliebige Funktion f , die eine beliebige, potentiell abzählbar unendliche Menge M auf die reellen Zahlen abbildet. Das Optimierungsproblem besteht nun darin, das Element x aus M zu finden, für das $f(x)$ global maximal ist. Die an sich zunächst unstrukturierte

⁹¹ Einführungen finden sich bei Holland und Miller (1991), Birchenhall (1995), Gilbert und Troitzsch (1999) und Riolo (2002). Riolos Artikel gab im Übrigen den wesentlichen Anstoß zu dieser Arbeit.

⁹² Wie sich zeigen wird, ist der einfache genetische Algorithmus ein stochastischer Prozess über die Definitionsmenge der zu optimierenden Funktion. In der Literatur findet sich keine Definition des genetischen Algorithmus, die Grundlagen der stochastischen Prozesse einbezieht. Zur Definition stochastischer Prozesse siehe Gänsler und Stute (1977), Kap.7, Bronstein et al. (2001), Kap.16.2.6, Bauer (2002), Kap. 8.

⁹³ Die Darstellung folgt Holland (1975), Kap.1-7, Goldberg (1989), Kap.1-5.

Menge M wird durch eine endliche Folge von Attributen $(\delta_i, i=1, \dots, n)$ geordnet, in dem Sinne, dass jedes Element x aus M einem eindeutigen Repräsentanten zugeordnet wird. Formal ist die Repräsentation als eine bijektive Funktion $\delta: M \rightarrow V_1 \times \dots \times V_n$ zu verstehen, wobei gilt: $\forall i \in [1, \dots, n]: V_i \in \mathbb{N}^{94}$. Der Repräsentant des Elementes x aus M wird als Vektor $(\delta_1(x), \dots, \delta_n(x))$ notiert. Der Sinn der Repräsentation ist, dass die Menge M ohne Kenntnis ihrer Attribute völlig gleichförmig ist, d.h. über zwei Elemente x und y aus M lässt sich nur sagen, dass sie gleich oder verschieden sind, und dass der Funktionswert des einen Elementes größer, kleiner oder gleich dem des anderen Elementes ist. Durch die Repräsentation lassen sich Untermengen von M sehr leicht beschreiben. Insbesondere lässt sich nun beschreiben, welche Attribute im Mittel mit hohen Funktionswerten verbunden sind. Die Menge $\{x \mid \delta_i(x)=k_i\}$ stellt die Teilmenge von M dar, für die das i -te Attribut genau den Wert k_i annimmt, d.h. durch die Festlegung eines Attributs betrachtet man nur noch die Hyperebene entlang eines Schnittes auf der i -ten Dimension an der k_i -ten Stelle durch M . Durch beliebige Kombinationen von Schnittmengen solcher Mengen lassen sich die betrachteten Strukturen immer genauer spezifizieren, wie man in Abbildung 7 sieht.

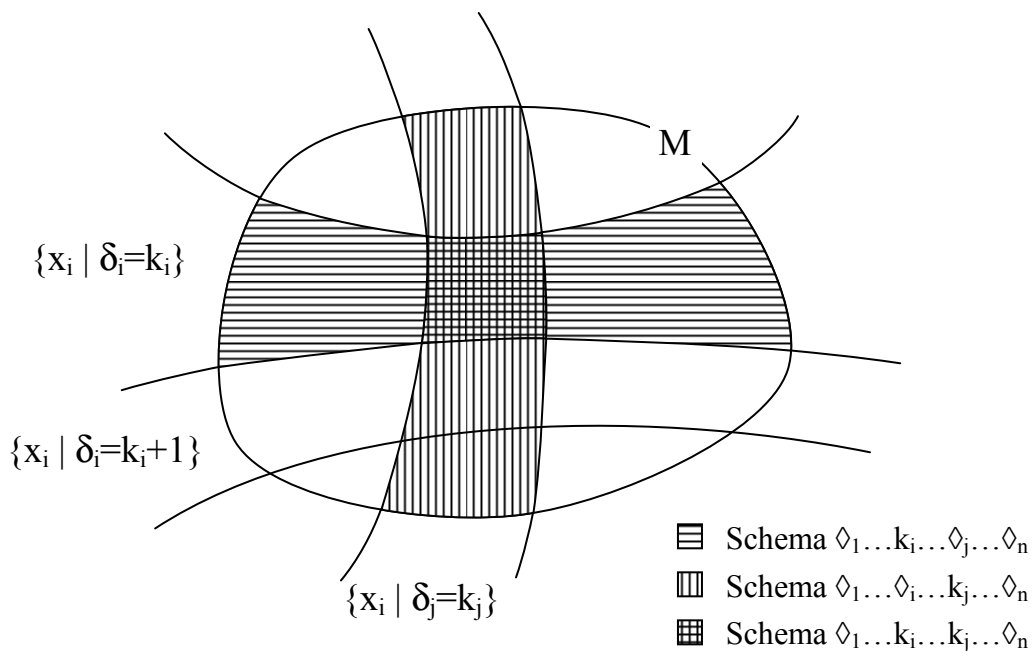


Abbildung 7: Strukturierung der Menge der Strukturen M durch Repräsentation

Holland (1975) bezeichnet eine Menge von Strukturen, bei denen $k \in \mathbb{N}_0$ Attribute auf bestimmte Werte festgelegt sind, als Schema H der Ordnung $o(H)=k$ und definierender Länge $d(H)=\max\{|i-j| \mid \text{Attribute } \delta_i, \delta_j \text{ sind festgelegt}\}$. Notiert wird ein Schema als Folge der festge-

⁹⁴ Diese Repräsentation entspricht dem Verhältnis von Phänotypen zu Genotypen in der Biologie, wobei die Anzahl der Attribute der Anzahl der Gene auf einem Chromosom entspricht und der Wertebereich der Attribute der Anzahl der Allele eines Gens.

legten Werte und einem Platzhalter \diamond für Attribute, die nicht festgelegt sind, d.h. das Schema H hat die Schreibweise $\diamond \dots \diamond \delta_1 \diamond \dots \diamond \delta_2 \diamond \dots \diamond \delta_k \diamond \dots \diamond$. Die Menge aller Schemata über M ist $S = \{V_1 \cup \{\diamond\}\} \times \dots \times \{V_n \cup \{\diamond\}\}$. Auf die Bedeutung der Schemata wird noch genauer eingegangen. Bei der mathematischen Optimierung sind die Attribute, mit denen Werte beschrieben werden, üblicherweise Bits, d.h. entweder Null oder Eins. Die Repräsentation eines Wertes ist deshalb die Darstellung einer natürlichen Zahl in der Binärdarstellung, also ist z.B. der Wert 42 als 101010 repräsentiert. Die disjunkte Zerlegung der natürlichen Zahlen ist dadurch natürlich auch gegeben.

Die Suche nach dem Optimum verläuft iterativ, in dem Sinne, dass am Anfang eine Stichprobe von Werten aus der Menge M gewählt und auf ihre Funktionswerte hin untersucht wird. Die Iteration besteht darin, dass aus jeder Stichprobe von Werten eine neue Stichprobe hervorgeht, wobei die Werte mit niedrigen Funktionswerten aussterben und die Werte mit hohen Funktionswerten weiterleben. Im Detail verläuft der Algorithmus also folgendermaßen: Als Ausgangspunkt der iterativen Suche des Optimums wird eine endliche, „kleine“⁹⁵ Teilmenge $P(0)$ von Werten aus M zufällig gezogen. Jedes Element von $P(0) = \{x_1(0), \dots, x_n(0)\}$ wird hinlänglich seines Funktionswertes ausgewertet. Aus den Funktionswerten wird eine Zufallsverteilung über alle Elemente $x_i(0)$ in $P(0)$ gebildet, derart, dass

$$(44) \quad \text{Prob}(X = x_i(0)) = \frac{f(x_i(0))}{\sum_{i=1}^n f(x_i(0))}$$

gilt. Mit den so definierten Wahrscheinlichkeiten wird nun eine neue Stichprobe von Werten aufgebaut, in dem n -mal Elemente aus M mit der durch Gleichung (44) definierten Wahrscheinlichkeitsverteilung gezogen. Das bedeutet also, dass sich ein Wert mit einem überdurchschnittlichen Funktionswert in der nächsten Stichprobe vermehren wird und Werte mit unterdurchschnittlichen Funktionswerten können aussterben.

Wenn dieser Prozess alleine wiederholt wird, wird über kurz eine lang die Stichprobe nur noch aus einem Wert bestehen, nämlich dem mit dem anfänglich höchsten Funktionswert. Die eigentliche Suche durch Raum aller möglichen Werte aus M geschieht nun zweierlei. Erstens werden die Werte in ihrer repräsentierten Form rekombiniert und zweitens mutiert jeder Wert mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit. Die Rekombination der in der repräsentierten Form verläuft folgendermaßen. Nach Bildung der neuen Stichprobe werden die Werte aus der

⁹⁵ Vgl. Holland (1975), S.91.

Stichprobe in zufälligen Paaren zusammengefasst⁹⁶. Man betrachte nun ein zufälliges Paar von Werten $x_i(t)$ und $x_j(t)$ aus der Stichprobe $P(t)$. Diese lassen durch die oben beschriebene Repräsentation als Vektoren folgendermaßen darstellen: $x_i(t) = (\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$ und $x_j(t) = (\delta_1(x_j(t)), \dots, \delta_n(x_j(t)))$. Bei der klassischen Rekombination, die auch nachdem biologischen Vorbild⁹⁷ als Crossover bezeichnet wird, wird nun ein Attribut δ_k mit k aus $\{1, \dots, n\}$ zufällig gewählt. Aus den Repräsentanten $(\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_k(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$ und $(\delta_1(x_j(t)), \dots, \delta_k(x_j(t)), \dots, \delta_n(x_j(t)))$ werden dann $(\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_{k-1}(x_i(t)), \delta_k(x_j(t)), \dots, \delta_n(x_j(t)))$ und $(\delta_1(x_j(t)), \dots, \delta_{k-1}(x_j(t)), \delta_k(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$, wobei die Vertauschung selbst nur mit einer vorher festgelegten Wahrscheinlichkeit p_C abläuft⁹⁸. Im Rückbezug auf die Strukturen bedeutet diese Vertauschung von Elementen der Repräsentanten, dass die Strukturen x_i, x_j auf die Strukturen x_i', x_j' abgebildet werden, wobei $x_i' = \delta^{-1}(\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_{k-1}(x_i(t)), \delta_k(x_j(t)), \dots, \delta_n(x_j(t)))$ und $x_j' = \delta^{-1}(\delta_1(x_j(t)), \dots, \delta_{k-1}(x_j(t)), \delta_k(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$ gilt. Der Effekt dieser Zerstückelung ist, wie bereits oben intuitiv beschrieben, dass nicht mehr nur einzelne Werte evolutionär selektiert werden und sich entsprechend ihrer Funktionswerte vermehren oder aussterben, sondern die oben beschriebenen Schemata. Wenn der Wert x_i nach der Crossover einen geringeren Funktionswert hat als vor dem Crossover, spricht dies dafür, dass der neue Teil von x_j für die Erhöhung des Funktionswertes verantwortlich ist. Wenn entsprechend der x_j nach dem Crossover einen niedrigeren Funktionswert hat, ist die Absenkung auf den ausgetauschten Teil von x_i zurückzuführen. Mit anderen Worten wird sich so über kurz oder lang eine Stichprobe von Werten mit den besten Attributsausprägungen einstellen.

Hierbei ist zu betonen, dass ein Attribut, bzw. dessen Ausprägung, nicht alleine für einen hohen Funktionswert verantwortlich sein muss. Zur Veranschaulichen rufen wir uns die Binärdarstellung der natürlichen Zahlen ins Gedächtnis rufen und betrachten die „Funktion“ auf den natürlichen Zahlen $f(x) = 5 - |4 - x|$, wobei das Maximum im Intervall $[0, 7]$ gesucht ist. Es ist schnell ersichtlich, dass das Maximum bei dem Wert 4 liegt. In der Binärdarstellung werden also mit dem genetischen Algorithmus die Zahlen 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 und

⁹⁶ Aus diesem Grund ist in den meisten technischen Anwendungen die Stichprobengröße gerade, wobei es ähnliche Verfahren gibt, die auch für ungerade Stichprobengrößen funktionieren.

⁹⁷ Dieser Manipulation entspricht dem gleichnamigen Phänomen in der Natur, der in der Prophase der Meiose auftreten kann (vgl. Campbell (2000), S.252ff, Passarge (2003), Alberts et al. (2003), S. 1310-1319). Nachdem sich die Chromosomen entspiralisiert haben, ordnen sich homologe Chromosomen parallel aneinander liegend an. Homologe Chromosomen sind Paare von Chromosomen, die sich in Größe, Gestalt, Lage des Zentromers und Anfärbung im Bandenmuster nicht unterscheiden (vgl. Passarge, 2003). Bei der Aneinanderlagerung kann es zum Austausch von Teilen der homologen Chromosome kommen, wobei in der Natur dieser Austausch an mehreren Stellen gleichzeitig ablaufen kann. Es ist zu betonen, dass bei den meisten Arten dieser Austausch von Genmaterial keinen Fehler darstellt, sondern vom Körper unterstützt wird. Dennoch gibt es in der Natur auch Arten, bei denen diese Vertauschung nicht vorkommt.

⁹⁸ D.h. mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p_C$ bleibt das betrachtete Paar unverändert.

111 nach dem maximalen Funktionswert „durchsucht“. Es sei angenommen, dass die Stichprobe so klein, dass der genetische Algorithmus das Maximum nicht sofort findet, d.h. mindestens mehrere Generationen von Stichproben durchsuchen muss, bis er das Maximum gefunden hat. Der entscheidende Punkt an dieser Stelle ist, dass für kein Attribut der betrachteten Werte, also die Stellen in der Binärdarstellung, keine der beiden Ausprägungen zu einer eindeutigen Erhöhung des Funktionswertes führt. Insoweit besteht zwischen den Attributen der Werte und den damit verbundenen mittleren Funktionswerte eine Interaktion! Doch der genetische Algorithmus ist deshalb nicht zum Scheitern verurteilt, weil durch das Crossover die mittleren Funktionswerte der Schemata für die Reproduktion einzelner durch die Schemata repräsentierte Werte verantwortlich sind. In diesem Beispiel ist die Menge aller Schemata gegeben durch $S = \{000, 100, 000, 010, 000, 001, 000, 010, 100, 110, 000, 001, 100, 101, 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$. Betrachten wir zuerst die Schemata, bei denen nur eine Stelle fest ist, und die anderen beiden frei wählbar sind, d.h. die ersten sechs Elemente der Menge S . In dieser Reihenfolge sind die mittleren Funktionswerte dazu: 2,5; 3,5; 3; 3; 3 und 3. Daraus folgt, dass der genetische Algorithmus zuerst unentschieden ist über die letzten beiden Stellen, da die mittleren Funktionswerte gleich sind. In der ersten Stelle wird aber über kurz oder lang eine Eins bevorzugt werden, da mit ihr im Mittel höhere Funktionswerte verbunden sind. Insoweit tendiert der genetische Algorithmus also zu den höheren Werten 4 bis 7. Wenn in der Stichprobe nur noch Werte mit einer Eins an der ersten Stelle enthalten sind, also Werte von 4 bis 7, enthalten sind, ändern sich aufgrund der Interaktion aber auch die mittleren Auszahlungen der Schemata, bzw. genauer gesagt werden nun die mittleren Auszahlungen der Schemata 100, 110, 100 und 101 betrachtet. Die entsprechenden mittleren Funktionswerte sind nun: 4,5; 2,5; 4 und 3. Mit anderen Worten besteht nun eine eindeutige Tendenz zu den Null-Ausprägungen bei den freien Stellen, so dass sich sehr schnell das Maximum $4 = 100$ einstellen wird⁹⁹. Dieses Beispiel soll verdeutlichen, wie die Rekombination im genetischen Algorithmus die Repräsentation der zu durchsuchenden Werte nutzt, um schnell zum Ziel zu kommen. Entscheidend ist, dass das Prinzip und der Erfolg auf beliebige, insbesondere hochkomplexe Funktionen übertragbar sind.

In unserem Beispiel haben wir naiv die Binärdarstellung der natürlichen Zahlen als Repräsentation verwendet, ohne uns die Frage zu stellen, ob diese Wahl einen Einfluss auf das Verfahren hat. Es muss darauf hingewiesen werden, dass wir durch die Darstellung eines Wertes x_i in seiner repräsentierten Form als Vektor $(\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$ annehmen, dass die Reihen-

⁹⁹ Dem Leser wird vielleicht aufgefallen sein, dass diese Art der Suche nach dem Optimum der üblichen Gewinnstrategie bei dem bekannten Gesellschaftsspiel Mastermind, dass auch als Superhirn oder Variabla bekannt ist, sehr ähnlich ist.

folge, bzw. „Position“ der Attribute von Bedeutung ist. Mit anderen Worten drückt die Repräsentation nicht nur aus, dass bei einem Wert eine bestimmte Ausprägung oft, bzw. wenig vorkommt, sondern dass der Wert ein bestimmtes Muster von Ausprägungen auf den Attributen hat. Dies ist deshalb von Bedeutung, da der beim einfachen genetischen Algorithmus angenommene Crossover-Prozess den Vektor $(\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$ an einer zufälligen Stelle zerschneidet und die resultierenden Schnipsel paarweise mit den homologen Schnipseln eines anderen Vektors vertauscht. Daraus folgt aber, dass bestimmte Muster von Attributausprägungen leichter erhalten bleiben und andere leichter zerschnitten werden. Betrachten wir die natürlichen Zahlen $\{0, 1, \dots, 511\}$, aber nun die darauf definierte „Funktion“

$$(45) \quad g(x) = \begin{cases} 2 & \text{für } x = 257, \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Funktion hat ihr Maximum von 1 bei dem Wert 257. Die Werte im Definitionsbereich sind nun natürliche Zahlen mit neunstelliger Binärdarstellung und die Binärdarstellung des Maximums 257 ist 100000001. Daraus folgt, dass im Laufe des Optimierungsprozesse günstige Werte, deren Repräsentationen eine 1 an erster und letzter Stelle haben viel leichter durch die Rekombination zerschnitten werden und somit das sehr geringe relative Reproduktionsverhältnis dieser Werte gegenüber anderen selten ausgenutzt wird. Dies führt dazu, dass der genetische Algorithmus, wenn er nur die oben dargestellte Reproduktion und Rekombination nutzt, nur unwesentlich schneller ist als ein Suchalgorithmus, der alle Werte einzeln durchsucht. Mit anderen Worten ist die Kodierung, bzw. die Repräsentation für diese Funktion sehr ungünstig gewählt. Günstiger wäre eine Kodierung, die die letzte Stelle der Binärdarstellung neben die erste stellt, sonst aber die Reihenfolge beibehält. D.h. anstatt $x_i = (\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$ wäre $x_i = (\delta_1(x_i(t)), \delta_n(x_i(t)), \delta_2(x_i(t)), \dots, \delta_{n-1}(x_i(t)))$ zu bevorzugen. Da man aber das Maximum vorher nicht kennt, kann man nicht von vornherein bestimmen, welche Kodierung die beste ist. Die Rettung besteht darin, die Kodierung selbst dem evolutionären Auslese zu unterwerfen. Dies wird beim genetischen Algorithmus folgendermaßen erreicht. Nach der oben dargestellten Reproduktion und Rekombination wird jeder Wert in der neu erstellten Wahrscheinlichkeit mit einer vorher festgelegten Wahrscheinlichkeit p_i der Inversion unterzogen. Bei der Inversion eines Wertes wird für jeden Wert zwei Attribute δ_r und δ_s mit $r < s$ zufällig gezogen. Danach wird der Repräsentant des Wertes x_i

$$(\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_{r-1}(x_i(t)), \delta_r(x_i(t)), \delta_{r+1}(x_i(t)), \dots, \delta_{s-1}(x_i(t)), \delta_s(x_i(t)), \delta_{s+1}(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$$

zum Repräsentant des Wertes x_i ?

$$\sigma_i' (\delta_1(x_i(t)), \dots, \delta_{r-1}(x_i(t)), \delta_s(x_i(t)), \delta_{s-1}(x_i(t)), \dots, \delta_{r+1}(x_i(t)), \delta_r(x_i(t)), \delta_{s+1}(x_i(t)), \dots, \delta_n(x_i(t)))$$

verdrehen¹⁰⁰. Wenn nun Attribute, die *zusammen* bei mit einer bestimmten Ausprägungskombination zu einem durchschnittlich höheren Funktionswert führen, näher aneinander liegen, werden die entsprechenden Repräsentationen seltener durch Crossover zerschnitten. Das führt dazu, dass sich nicht nur bestimmte Attributausprägungen durchsetzen, sondern auch Attributreihenfolgen. Es muss darauf hingewiesen werden, dass durch die unterschiedlichen Reihenfolgen in den Attributen das Problem auftritt, dass beim Crossover heterologe Paare mit unterschiedlichen Attributreihenfolgen zusammen kommen. Der oben beschriebene naive Rekombinationsprozess würde dazu führen, dass bei den neuen Werten einzelne Attribute verloren gehen und andere Attribute mehrfach auftauchen. D.h. die neue Repräsentation bildet keinen sinnvollen Wert aus der Definitionsmenge der Funktion ab. Holland (1975) schlägt hier vor, entweder nur bei homologen Paaren das Crossover durchzuführen, was aber nur sinnvoll ist, wenn die Inversionswahrscheinlichkeit p_I so niedrig ist, dass immer eine Menge von homolog repräsentierten Werten in der Stichprobe bleibt. Eine andere Alternative besteht darin, die beiden Repräsentationen in die Reihenfolge einer der beiden Rekombinationspartner zuzuordnen, das Crossover durchzuführen, und danach die unterschiedlichen Reihenfolgen wieder herzustellen (vgl. ebd., S.109). Andere Alternativen sollen bei der Diskussion der eigenen Anwendung ausführlicher diskutiert werden.

Ein weiterer Aspekt, der durch die Repräsentation und das Crossover bei der Suche zum Tragen kommt, ist, dass erst so in gewissem Grad Innovation über die Stichproben hinweg zustande kommt. Während vorher nur die in der ersten Stichprobe vorhandenen Werte durchsucht wurden, werden durch die Repräsentation abhängig von der Anfangsstichprobe sehr viel mehr Werte durchsucht. Veranschaulichen lässt sich dies wieder an dem oben dargestellten Beispiel mit $f(x)=5 - |4-x|$. Wenn in der Anfangsstichprobe die Werte 0 und 7 enthalten sind, wird durch die Rekombination der Attributausprägungen der repräsentierten Werte das gesamte Intervall $[0,7]$ durchsucht, da in der Anfangsstichprobe für jedes Attribut, also jede Stelle in der Binärdarstellung jede Ausprägung vorhanden ist, da $0=000$ und $7=111$ ¹⁰¹. Wenn in der Anfangsstichprobe eine Ausprägung eines Attributs nicht vorhanden ist, können Werte mit der entsprechenden Ausprägung alleine durch Reproduktion und Rekombination nicht erreicht werden. Dies führt zur Einführung zur letzten Komponente des einfachen genetischen Algorithmus, nämlich der punktweise Mutation. Bei der punktweisen Mutation werden in der

¹⁰⁰ Dieses Phänomen tritt in der Natur meistens während der Meiose auf, wenn die Chromosomen in entspiralierter Form vorliegen. Hier können sich einzelne Chromatide zu Schleifen verdrehen, an den Überlagerungsstellen aufbrechen und sich wieder so zusammensetzen, dass Abschnitte im Chromatid verdreht sind. Vgl. Alberts et al. (2003) S. 317-329.

¹⁰¹ Dies ist im Übrigen für alle Zahlenpaare a und b mit $a+b=7$ gegeben, da für diese Zahlen nach den Rechenregeln für Binärzahlen gelten muss, dass sich die einzelnen Stellen zu Eins addieren.

neuen Stichprobe, die durch die Reproduktion erstellt wurde, nach dem Crossover und der Inversion für jeden Wert in der Stichprobe die einzelnen Ausprägungen der Attribute des jeweiligen Wertes mit einer vorher festgelegten Wahrscheinlichkeit p_M einer zufälligen Mutation ausgesetzt. Genauer gesagt heißt das, dass eine Ausprägung eines Attributes $\delta_j(x_i(t))$ des Wertes $x_i(t)$ mit der Wahrscheinlichkeit p_M mit einer neuen Ausprägung ersetzt wird, die zufällig aus dem Wertebereich V_j gewählt wird. Mit der Wahrscheinlichkeit $1-p_M$ bleibt $\delta_j(x_i(t))$ unverändert¹⁰². Die Mutation sorgt dafür, dass erstens neue Attributausprägungen in die Stichprobe kommen, und dass zweitens alte Attributausprägungen, die durch Verlauf der Reproduktion zufällig ausgestorben sind, nicht für immer verloren sind.

Zusammenfassend ist der genetische Algorithmus ein iteratives Optimierungsverfahren, das aus einem stochastischen Prozess über der Definitionsmenge der zu optimierenden Funktion besteht. Der Werte der Definitionsmenge werden in einer vorher festgelegten Repräsentation betrachtet, d.h. den Werten werden Ausprägungen auf bestimmten Attributen zugeordnet. Diese Attributausprägungen entsprechen dem Chromosom des Wertes. Der stochastische Prozess bildet die biologische Evolution nach, in dem Chromosome sich im relativen Verhältnis der Fitness ihres Phänotyps, also des Funktionswertes, reproduzieren. Weiterhin werden nach dem biologischen Vorbild die Phänomene Crossover, Inversion und Punktmutation nachgebildet. Die Optimierung wird dadurch erreicht, dass der stochastische Prozess fast sicher gegen das Optimum über die Definitionsmenge konvergiert¹⁰³.

Es stellt sich die Frage, ob bzw. warum dieser Algorithmus besonders effektiv bei der Optimierung ist. Eine theoretische Begründung dafür gibt Holland (1975). Kurz zusammengefasst leitet Holland ab, dass ein Optimierungsverfahren, das die Definitionsmenge nach dem Optimum schrittweise durchsucht, genau dann am schnellsten zum Ziel kommt, wenn sich der beste Wert, der in dem Suchprozess bisher gefunden wurde, exponentiell reproduziert. Dies ist alleine schon durch Reproduktionskomponente gewährleistet, da die Reproduktionswahrscheinlichkeit das Verhältnis des Funktionswertes zum durchschnittlichen Funktionswert ist. Durch diese Wahl wird sich der Wert mit dem höchsten Funktionswert exponentiell über die Folgestichproben hinweg ausbreiten. Welche Rolle spielen nun die Rekombinations-, die Inversions- und die Mutationskomponente? Hier argumentiert Holland, dass diese erst die Be-

¹⁰² In der Natur findet diese punktweise Mutation effektiv sehr selten statt. Sie ist im Gegensatz zur Inversion und dem Crossover kein Prozess, der von den natürlichen Organismen unterstützt wird, sondern im Gegenteil vieles darangesetzt wird, um solche Phänomene zu vermeiden. Im Allgemeinen ist dieses Phänomen in der Natur immer eine Folge von Strahlung, Umweltgiften bzw. anderen stressbedingten chemischen Einflüssen. Ein wesentlicher Grund dafür, dass dieses Phänomen selten einen Einfluss auf die Evolution hat, ist, dass nur ein Effekt eintritt, wenn Zellen in der Keimbahn betroffen sind. Vgl. Alberts et al. (2003) S. 271-273, 308.

¹⁰³ Zum Begriff der fast sicheren Konvergenz siehe Bauer (2002), S.34. Streng genommen ist für die fast sichere Konvergenz notwendig, dass die Mutationswahrscheinlichkeit p_M mit der Zeit kleiner wird und gegen Null konvergiert. Vgl. hierzu Holland (1975), S.122.

trachtung der Repräsentationen ermöglichen. Mit anderen Worten reproduzieren sich nicht die besten Werte exponentiell über die Stichproben hinweg, sondern die besten Schemata, wobei die besten Werte einen Teil davon bilden. Durch die Repräsentation kann nicht nur mit den Werten selbst, sondern mit den einzelnen Attributen ein mittlerer zu erwartender Funktionswert verbunden werden. Durch die Rekombination und Inversion werden so viel versprechende Mengen von Werten bevorzugt behandelt, und nicht nur einzelne Werte. Letztlich sind diese beiden Komponenten, nämlich erstens die exponentielle Reproduktion und zweitens die Repräsentation entscheidend für die Effizienz des genetischen Algorithmus verantwortlich. Die Mutation spielt nur eine untergeordnete Rolle.

Ein eher pragmatisches Argument für die Effizienz des genetischen Algorithmus liefern Vergleichsuntersuchungen mit analytischen und anderen numerischen Optimierungsverfahren über eine Reihe schwer zu optimierender Funktionen. Dorsey und Mayer (1995) zeigen, dass der genetische Algorithmus im Vergleich zu anderen Verfahren insbesondere bei hochdimensionalen Funktionen entweder das einzige Verfahren ist, das die Funktionen erfolgreich optimiert, oder im Vergleich zu anderen erfolgreichen Verfahren die kürzeste Rechenzeit braucht. Bei Funktionen mit zwei bis vier Dimensionen ist zwar der genetische Algorithmus häufiger erfolgreich, braucht vergleichsweise aber auch eine längere Rechenzeit als andere Verfahren.

4.2 Anwendung auf die Spieltheorie

Im Weiteren soll ein kurzer Überblick über Arbeiten zum iterierten Gefangenendilemma gegeben werden. Ausgehend davon soll anschließend die eigene Anwendung des genetischen Algorithmus zur Lösung des iterierten Freiwilligendilemmas dargestellt werden. An einzelnen Stellen werden insbesondere Verbesserungsmöglichkeiten des im vorherigen Kapitel dargestellten einfachen genetischen Algorithmus vorgestellt und diskutiert. Schließlich werden einige Probleme bei der praktischen Realisation des genetischen Algorithmus als Optimierungsverfahren im Allgemeinen und als Lösungsverfahren von spieltheoretischen Problemen im Besonderen besprochen.

4.2.1 Das iterierte Gefangenendilemma

Die Übertragung des genetischen Algorithmus auf spieltheoretische Probleme ist nicht trivial. Der Suchraum wird durch die Menge der betrachteten Strategien gebildet, aber was ist die zu optimierende Funktion und wie werden die Strategien repräsentiert? Zur Beantwortung dieser Fragen betrachten wir Arbeiten, bei denen der genetische Algorithmus zur Lösung der iterier-

ten Gefangenendilemmas verwendet wurde¹⁰⁴. Die erste Anwendung auf spieltheoretische Probleme findet sich bei Axelrod (1978). Ausgehend von den Ergebnissen seines Computerturniers (vgl. Kap.3.2.3), greift Axelrod die Kritik auf, dass die Ergebnisse des Turniers von der Auswahl der Strategien abhängig seien. Der Suchraum ist bei ihm die Menge aller reinen Strategien, die auf die letzten drei Runden des iterierten Spiels bedingt sind. Da das Gefangenendilemma ein Zwei-Personenspiel ist, ergeben sich $4^3 = 64$ verschiedene Vergangenheiten, auf die sich eine Strategie beziehen kann. Da in den ersten drei Runden des iterierten Spiels noch keine Vergangenheit existiert, auf die sich eine Strategie beziehen kann, gibt Axelrod den betrachteten Strategien eine Annahme über die drei vergangenen Züge, mit denen die Strategien ins Spiel gehen. Genauer gesagt nehmen die Strategien bei Beginn des Spiels eine Sequenz von drei Alternativentupeln über die möglichen Alternativen C und D an, d.h. eine Strategie kann z.B. mit der Annahme in das Spiel gehen, dass er zuvor dreimal kooperiert hat, und der Gegner dreimal defektiert hat. Alle weiteren Entscheidungen ergeben sich aus den 64 Entscheidungsmöglichkeiten. In der Lesart des genetischen Algorithmus bildet Axelrod also die Strategien mit 70 Attributen mit den Ausprägungen C und D ab. Zur Veranschaulichung der Kodierung betrachte man

Abbildung 8.

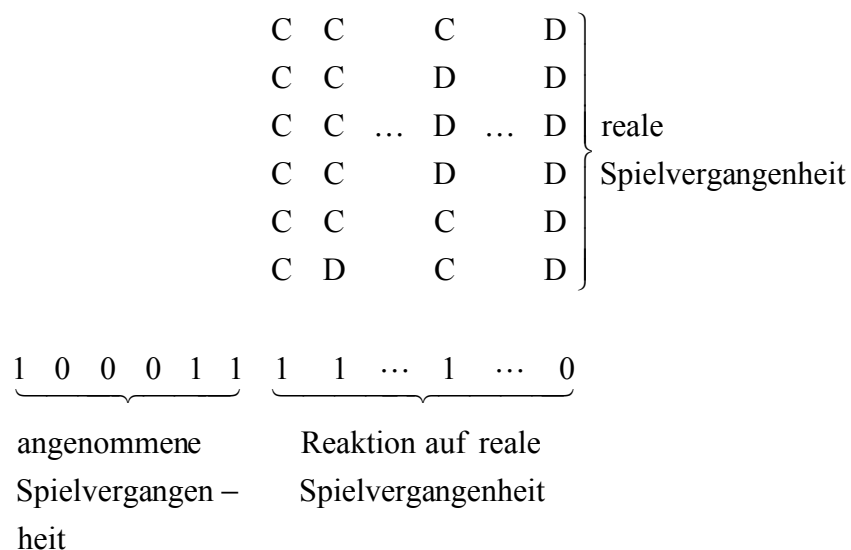


Abbildung 8: Kodierung der Strategien bei Axelrod (1987)
Quelle: Dawid (1999), S.29.

In der Kodierung bedeutet eine Eins Kooperation und eine Null Defektion. Die in Abbildung 8 dargestellte Strategie geht also am Anfang des Spiels davon aus, dass drei Runden zuvor der Gegner kooperiert hat und sie selbst defektiert hat, zwei Runden zuvor beide defek-

¹⁰⁴ Anwendungen des genetischen Algorithmus auf andere Fragestellungen finden sich z.B. bei Birchenhall, Kastrinos und Metcalfe (1998), Midgley, Marks und Cooper (1997), Price (1997), Dawid und Kopel (1998) und Dawid (1999), Kap.2.4.

tiert haben und in letzten Runde beide kooperiert haben. Die Strategie wählt dann entsprechend zu dieser angenommenen Spielvergangenheit Kooperation als Reaktion. Aus den weiteren Handlungen des Gegners und der Strategie ergibt sich dann eine Folge von Spielvergangenheiten und damit verbundene Reaktionen. Da also eine Strategie durch eine Folge von 70 Bits eineindeutig repräsentiert ist, betrachtet Axelrod die gewaltige Menge von $2^{70} \approx 10^{21}$ Strategien. Es ist zu beachten, dass diese Kodierung direkt in die Repräsentation einer Strategie als Moore-Machine entspricht. Im Ausgangszustand spielt die Strategie Kooperation und wechselt je nachdem was der Gegner spielt, in einen Zustand, der einem der möglichen Spielvergangenheiten entspricht. Von diesem neuen Zustand aus handelt die Strategie mit der Reaktion, die mit der entsprechend entstandenen Spielvergangenheit, und wechselt wieder je nach der Reaktion des Gegners in einen neuen Zustand, der der neuen Spielvergangenheit entspricht¹⁰⁵.

Der Funktionswert, den eine Strategie erhält, und der durch den genetischen Algorithmus maximiert werden soll, ist bei Axelrod (1987) die mittlere Auszahlung, die eine Strategie erhält, wenn sie in einem Turnier gegen alle anderen Strategien in der betrachteten Stichprobe spielt. Das Turnier ist dabei aufgebaut wie bei Axelrod (1980a,b). Die Auszahlungsmatrix ist gegeben durch die folgende Vergabe von Nutzeinheiten auf die vier möglichen Ausgänge: T=5, R=3, P=1, S=0. Jedes iterierte Spiel in dem Turnier wurde 151 Runden wiederholt, und die Auszahlungen aller Runden sind gleich wertvoll. Insoweit hat eine Strategie einen hohen Funktionswert, wenn sie in einem Axelrod'schen Computerturnier gegen die *momentane* Stichprobe überdurchschnittlich gut abschneidet.

Die Implementierung des genetischen Algorithmus bei Axelrod (1987) lässt sich folgendermaßen beschreiben. Seine Stichprobengröße beträgt 20 Strategien, die bei Beginn des Algorithmus zufällig gewählt werden, d.h. für jede Strategie werden 70 Nullen und Einsen zufällig gewählt. Die Auszahlung, die sich aus dem Turnier ergibt, wird zur Bestimmung der Nachkommen in der Folgestichproben transformiert: „The method used is to give an average individual one mating, and to give two matings to an individual who is one standard deviation more effective than the average. An individual who is one standard deviation below the population average would then get no matings.” (Axelrod (1987), S.35). Diese Skalierung führt erstens dazu, dass die Stichproben zu Anfang nicht von einer zufällig erfolgreichen Strategie dominiert werden, und andere aussterben, d.h. der Algorithmus zu schnell konvergiert. Zweitens bewirkt die Skalierung, dass bei späteren Stichproben, bei denen die Varianz schon sehr

¹⁰⁵ Zur Abbildung aller Strategien mit einem Zeithorizont von r Zügen in die Vergangenheit als finite Automaten benötigt man $4^{(r-1)}$ Zustände, obwohl einzelne Strategien auch mit weniger Zuständen abgebildet werden können. Vgl. hierzu Hanne (1995), S.69.

gering ist, immer noch effektive Verbesserungen möglich sind. Die Rekombination verläuft weitgehend wie oben beschrieben, wobei bei Axelrods (1987) Verfahren nicht nur an einer Stelle der Repräsentation geschnitten und vertauscht wird, sondern an mehreren: „Crossover selects one or more places to break the parents’ chromosomes in order to construct two offspring each of whom has some genetic material from both parents.“ (ebd., S.35). Die Wahrscheinlichkeit des Crossover p_C ist bei Axelrod $1/10$, d.h. im Mittel findet ein Crossover pro Stichprobengeneration statt. Die Punktmutation verläuft bei Axelrod genau wie oben beschrieben mit der bitweisen Mutationswahrscheinlichkeit $p_M=1/2800$, d.h. im Mittel verändert sich bei einer Strategie alle zwei Generationen eine Stelle der 70-Bit-Repräsentation. Die Inversionskomponente findet bei Axelrod keine Berücksichtigung. Der Algorithmus selbst wird nach 50 Generationen beendet, ohne auf eventuelle Konvergenzmaße wie den Rückgang der Auszahlungsvarianz oder die Änderung der höchsten Auszahlung Rücksicht zu nehmen. Schließlich lässt Axelrod den Algorithmus selbst 40-mal wiederholt ablaufen. An dieser Stelle kann nicht ausführlich auf Axelrods Ergebnisse eingegangen werden, aber es muss erwähnt werden, dass Axelrod mit dem genetischen Algorithmus die Ergebnisse des Computerturniers insoweit bestätigen kann, als dass die erfolgreichen Strategien sehr ähnliche Eigenschaften wie die Tit-for-Tat-Strategie haben.

Axelrods Untersuchung wurde in drei Folgearbeiten von Fogel (1993), Hanne (1995) und Miller (1996) mit verschiedenen Modifikationen repliziert. Anders als Axelrod betrachtet Fogel Strategien in der Repräsentation als Finite Automaten mit bis zu acht Zuständen. Daraus folgt, dass er nicht alle Strategien berücksichtigt, die bei Axelrod modelliert werden, aber auch Strategien untersucht, die bei Axelrod nicht beachtet werden. Die Auszahlungen ergeben sich auch bei Fogel aus einem Computerturnier über ein iteriertes Gefangenendilemma über 151 Runden. Der entscheidende Beitrag von Fogel gegenüber Axelrod ist die Betrachtung von größeren Stichproben. Fogel variiert die Stichprobengröße von 100 bis zu 2000. Weiterhin verlängert er seinen genetischen Algorithmus zu 200 Generationen und führt jeden Algorithmus 200-mal. Auch Fogel findet eine Bestätigung der Ergebnisse von Axelrod (1980a,b). Zu Beginn des Algorithmus setzen sich defektierende Strategien durch, werden aber wieder von reziprok kooperierenden Strategien verdrängt.

Hannes (1995) Arbeit bleibt näher am Vorbild von Axelrod (1987). Er variiert den genetischen Algorithmus gegenüber Axelrod im Wesentlichen nur die Crossover-Komponente. Erstens verwendet er den klassischen Single-Point-Crossover, wie er bei Goldberg (1975) definiert ist, zweitens verwendet er eine Crossover-Wahrscheinlichkeit von $p_C=1$, und untersucht drittens auch das Verhalten des genetischen Algorithmus ohne Crossover. Hier stellt er fest, dass

der genetische Algorithmus ohne Crossover *schneller* zu einem hohen Grad von Kooperation führt. Hanne begründet dies folgendermaßen: „In contrast to normal applications of evolutionary algorithms, the iterated prisoner’s dilemma is not a static optimization problem. The evolving strategies dynamically change the environment which defines the fitness function. [...] Instead of having an optimization problem, we have the control problem of finding a good adaptation to the changing environment. [...] In a (dynamically changing) landscape of many local optima where moreover the variables (bits) are not independent from each other, good solutions once achieved are easily destroyed” (Hanne (1995), S.71). Dem ist entgegen zu halten, dass Hannes Verfahren weder mit noch Rekombination gewährleistet, dass der Algorithmus konvergiert, d.h. letztlich das Ergebnis von Hanne nur ein kurzfristiges lokales Optimum darstellen, von der Algorithmus nach einer Weile auch wieder abweichen könnte. Auf die Problematik der Konvergenz und die Wahl eines vernünftigen Konvergenzkriteriums wird im Weiteren noch ausführlicher eingegangen. Insgesamt stellt Hannes eine Teilweisebestätigung der Ergebnisse von Axelrod (1980a,b, 1987) dar. Einerseits findet auch er einen hohen Kooperationsanteil, und eine der Strategieeigenschaften, die nach Axelrods Ansicht Tit-for-Tat ausmachen, findet sich auch den Ergebnisstrategien von Hanne, aber die anderen Eigenschaften, die Axelrod ausmacht, spielen bei Hannes Ergebnissen keine Rolle.

Die Arbeit von Miller (1996) geht einen Mittelweg zwischen Axelrod (1987) und Fogel (1993). Ebenso wie Fogel repräsentiert Miller die Strategien als Finite Automaten, Miller ist aber konsequenter in Modellierung von Strategien, die r Runden zurückschauen, da er die Repräsentation der Strategien als Finite Automaten so gestaltet, dass alle Strategien erfasst sind, die mindestens eine Runde zurückschauen. Dafür benötigt er finite Automaten mit 16 Zuständen. Diese Menge aller finiten Automaten mit 16 Zuständen repräsentiert Miller wiederum in maximaler Allgemeinheit mit einer Binärdarstellung über 148 Bits. Man betrachte zur Veranschaulichung seiner Kodierung man das Beispiel in Abbildung 9. Der Automat, der in dieser Abbildung dargestellt ist, beginnt in Zustand 2. In Zustand 0 kooperiert er und wechselt danach bei Kooperation des Gegners auf Zustand 1 und bei Defektion auf Zustand 2. Es ist zu beachten, dass diese Darstellung eigentlich keine eindeutige Repräsentation von Strategien ist, da eine Strategie auf mehrere Arten dargestellt werden kann. Z.B. kann man bei einem Automaten die Zustände beliebig vertauschen und muss nur die Übergänge entsprechend anpassen, um wieder die Ausgangsstrategie zu erhalten. Miller betrachtet wieder eine verhältnismäßig kleine Stichprobengröße von 30 Strategien.

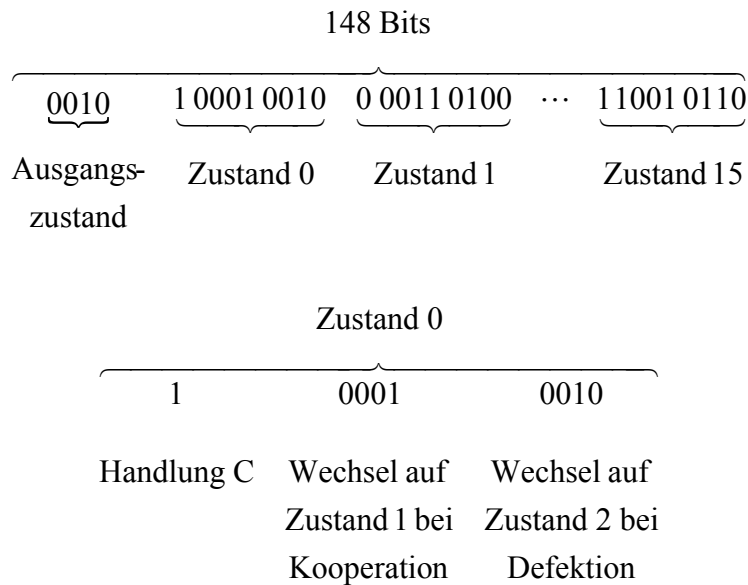


Abbildung 9: Kodierung eines Automaten mit 16 Zuständen von Miller (1996)
 Quelle: ebd., S.94.

Die Auszahlungen ergeben sich ähnlich wie bei Axelrod (1987), wobei Miller erstens bei seinem Turnier die einzelnen Strategien im Gegensatz zu Axelrod (1987) auch gegen sich selbst spielen lässt, und bei den Turnieren das Gefangenendilemma 150 Runden wiederholt wird. Weiterhin nimmt Miller nimmt an der Auszahlung eine ähnliche Skalierung wie Axelrod vor¹⁰⁶. Die Reproduktion verläuft ähnlich wie bei Fogel (1993). Die besten 20 Strategien werden unverändert in die neue Stichprobe übernommen. Aus diesen 20 werden mit dem Verhältnis der Auszahlung zur durchschnittlichen Auszahlung¹⁰⁷ jeweils zwei Strategien als Eltern der übrigen zehn Strategien gezogen. Ein Elternpaar erzeugt durch Rekombination zwei Nachkommen mit der der Crossover-Wahrscheinlichkeit $p_C=1$. Die Implementierung der Rekombination bei Miller schneidet ähnlich wie bei Axelrod (1987) an zwei Stellen. Darüber hinaus wird aber die Repräsentation bzgl. der Rekombination als ringförmig angenommen, wie man in Abbildung 10 veranschaulicht sehen kann. Dadurch wird sehr elegant das Problem des klassischen Crossover von Holland (1975) behoben, bei dem randständige Chromosome häufiger auseinander geschnitten werden. Wichtig ist, dass zur Erhaltung der Homologie die Schnittstellen bei beiden Strategien gleich sein müssen¹⁰⁸. Die zugehörige Crossover-Wahrscheinlichkeit p_C ist Eins. Die Punktmutationswahrscheinlichkeit ist 0,005, d.h. im Mittel ändern sich in einer Generation bei einer Strategie 0,74 Attributausprägungen.

¹⁰⁶ Die reskalierte Auszahlung ist definiert durch $f'(x)=(f(x)-\mu)/\sigma + 2$, wobei $f(x)$ die Auszahlung der Strategie x , μ die mittlere Auszahlung und σ die Standardabweichung der Auszahlungen ist.

¹⁰⁷ Damit entspricht die Elternauswahlwahrscheinlichkeit der Reproduktionswahrscheinlichkeit von Holland (1975).

¹⁰⁸ Natürlich würde ein Crossover mit derselben Länge auch zwei vernünftig definierte Strategien liefern, weil alle Attribute denselben Wertebereich haben, aber die Ausprägungen der einzelnen Attribute haben bei einem anderen Attribut eine andere Bedeutung.

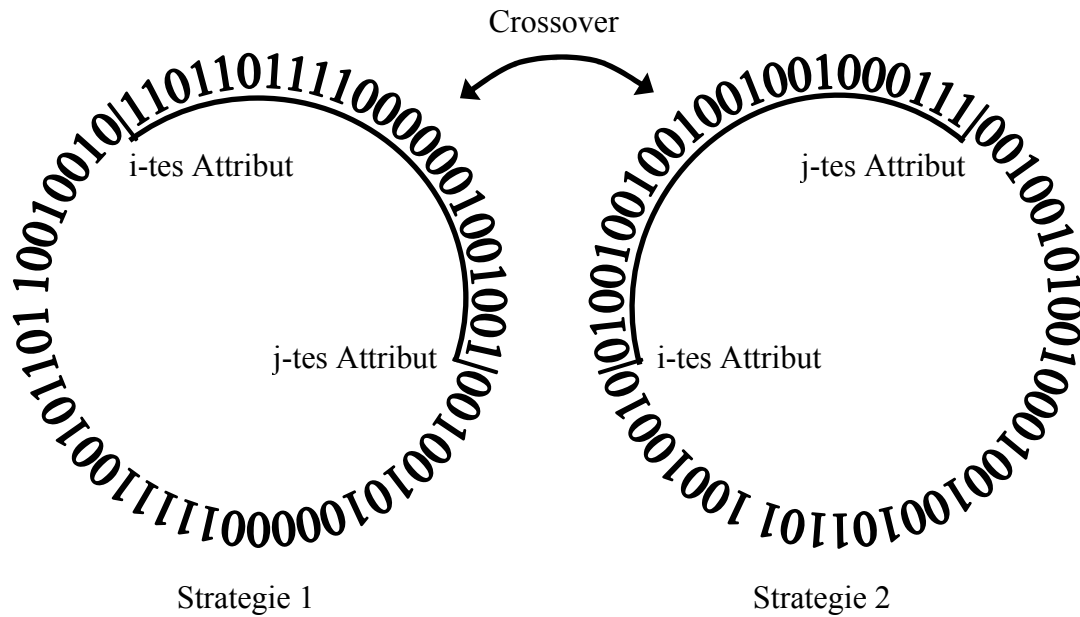


Abbildung 10: Zwei-Punkt-Crossover bei ringförmiger Repräsentation

Dieser so beschriebene genetische Algorithmus wurde bei Miller über 50 Generationen wiederholt. Der Algorithmus selbst wurde 40-mal wiederholt. Auch Miller findet die Ergebnisse von Axelrod (1980a,b) bestätigt. Miller lässt dazu die besten Strategien aus allen 40 Wiederholungen gegen die eine ausgewählte Gruppe von Strategien aus Axelrods (1980b) zweitem Computerturnier spielen. Diese Auswahl besteht aus den acht Strategien, die Auszahlungen aller Strategien am besten repräsentieren. Diese Gegenüberstellung zeigt, dass alle Strategien über die Medianauszahlung von Axelrods Computerturnier kommen, und dass eine Strategie genauso viele Punkte erreicht wie Tit-for-Tat. Diese Strategie erwidert ähnlich wie Tit-for-Tat Kooperation des Gegners mit eigener Kooperation in 83% aller Fälle und erwidert gegnerische Defektion mit eigener Defektion in 42% aller Fälle. Sie ist aber mit zwölf Zuständen gegenüber Tit-for-Tat, welche nur zwei Zustände benötigt, um Einiges komplexer.

Zusammenfassend gelingt es mit den hier dargestellten Anwendungen des genetischen Algorithmus, der Kritik des Computerturniers von Axelrod (1980a,b) durchgehend positive Ergebnisse entgegenzusetzen. Auffallend ist, dass die Arbeiten teilweise sehr weit vom einfachen genetischen Algorithmus von Holland (1975) abweichen, da z.B. keine der diskutierten Arbeiten die Inversionskomponente nutzt, wenn gleich Miller sich dieses Problems bewusst ist. Insgesamt vermitteln die Arbeiten den Eindruck, dass der genetische Algorithmus ein viel versprechendes Instrument zur Validierung von Computerturnieren ist, so dass eine Anwendung auf das iterierte Freiwilligendilemma sinnvoll erscheint.

4.2.2 Das iterierte Freiwilligendilemma

Im Folgenden soll die eigene Anwendung des genetischen Algorithmus auf das iterierte Freiwilligendilemma vorgestellt werden. Die technische Realisation steht gegenüber den oben dargestellten Arbeiten von Axelrod (1987), Fogel (1993), Hanne (1995) und Miller (1996) eher in der Tradition der klassischen Formulierung des genetischen Algorithmus von Holland (1975). Der genetische Algorithmus wird also eher als Optimierungsverfahren des spieltheoretischen Problems betrachtet. Angeregt durch die umfassende, aber leider etwas veraltete Überblicksarbeit von Goldberg (1989), geht die Implementierung an einigen Stellen über den klassischen einfachen genetischen Algorithmus hinaus. Kurz zusammengefasst wurden folgenden Komponenten einer genaueren Betrachtung unterzogen: die Betrachtung reiner oder gemischter Strategien, die richtige Stichprobengröße, die Anzahl der Wiederholungsabläufe des genetischen Algorithmus, das richtige Konvergenzkriterium, Fitnessskalierung, Alternativen zum klassischen Crossover und die Berücksichtigung der Inversionskomponente.

Implementierung

Die hier dargestellte Anwendung folgt Axelrods (1987) Fortführung der Ergebnisse des Computerturniers von Axelrod (1980a,b). Entsprechend setzt das hier dargestellte Verfahren beim Computerturnier von Vieth (2003a,b,c). Wir betrachten also ein iteriertes Freiwilligendilemma, wie es in Kapitel 3.3.2 beschrieben ist und versuchen wie Axelrod (1987) für dieses Spiel mit Hilfe des genetischen Algorithmus eine Lösung zu finden. Zuerst müssen nun grundlegende Dinge klargestellt werden: Was ist die Menge der betrachteten Strategien? Wie wird der Funktionswert einer Strategie berechnet. Bei der Beantwortung dieser Fragen sollte gewährleistet sein, dass die Ergebnisse mit denen von Vieth (2003a,b,c) vergleichbar sind.

Reine vs. gemischte Strategien

Zuerst einmal beschränken wir uns wie Axelrod (1987) und alle Folgearbeiten auf die Betrachtung reiner Strategien. Einerseits kann dies dadurch gerechtfertigt werden, dass er erstens im iterierten Gefangenendilemma sinnvolle symmetrische reine Gleichgewichtsstrategien geben kann. Zweitens ist dieser Ansatz ausreichend, um die allgemeine Effizienz der Tit-for-Tat-Strategie, bzw. ähnlichen Strategien, gegenüber anderen reinen Strategien zu zeigen. Ein anderes Argument für die Beschränkung auf reine Strategien, dass sich mehr von der Perspektive von Axelrod (1987) und der Folgearbeiten entfernt, ist, dass die Betrachtung reiner Individual-Strategien ähnlich wie bei der Replikatordynamik nicht ausschließt, dass man die Menge der Strategien in der Stichprobe als gemischte Populationsstrategie auffassen kann.

Die Ähnlichkeit zwischen dem genetischen Algorithmus wird von Riechmann (1999, 2001) genauer untersucht. Riechmann (1999) zeigt, dass man den einfachen genetischen Algorithmus über eine endliche Wertemenge als Markovprozess auffassen kann, und dass die Folge von Stichproben beim genetischen Algorithmus gegen eine Lyapunov-stabile Ruhelage konvergiert. Weiterhin konvergiert die Verteilung über die gesamte Wertemenge gegen eine asymptotisch stabile Ruhelage¹⁰⁹. Riechmann (2001) weicht von diesen starken Aussagen aber wieder ab: „[...] due to the effects of ongoing experimentation, the population will never be able to fully reach the Nash equilibrium” (ebg., S.1028). Diese Intuition wird noch genauer gefasst: „[...] once an evolutionarily stable genetic population [im Sinne von Maynard Smith (1982)] has been reached, two things can result from an injection of the population: Either the infecting strategy is rejected from the population and the original population is regained, or the infection causes the transition to another evolutionary stable population, provided there is one.” (ebd., S.1031f). Dies entspricht der Grenzverteilung, die Kandori, Mailath und Rob (1993) bei den stochastischen dynamischen Systemen ableiten. So lässt sich vermuten, dass ein genetischer Algorithmus, bei dem die Mutationsrate p_M über die Generationen hinweg gegen Null konvergiert, gegen eine evolutionär stabile Strategie konvergiert.

Neben diesen inhaltlichen Argumenten gibt es einfaches, technisches Problem bei der Implementierung gemischter Strategien. Bei dem oben dargestellten genetischen Algorithmus darf die betrachtete Wertemenge höchstens abzählbar unendlich sein. Eine vollständige Betrachtung von gemischten Strategien benötigt aber eine überabzählbar unendliche Wertemenge, da die Wahrscheinlichkeiten reelle Zahlen sind¹¹⁰. Da dennoch eine Optimierung über die reellen Zahlen bei vielen Anwendungen von hohem Interesse, wird dieses Problem meistens dadurch umgangen, dass man die reelle Achse diskretisiert, was auf eine Interpolation der zu optimierenden Funktion über die reelle Achse hinausläuft (Vgl. Goldberg (1989), S.84f) Dabei entsteht trivialerweise immer das Problem, dass man immer anzweifeln kann, ob die gewählte Diskretisierung fein genug ist, und dass natürlich jede Verfeinerung mit einer Vergrößerung der Wertemenge einhergeht.

¹⁰⁹ Diese Lesart ist etwas schwierig, weil damit gemeint ist, dass es eine Metrix über alle Verteilungen über die Wertemenge gibt. In diesem metrischen Raum konvergiert der genetische Algorithmus gegen eine bestimmte Verteilung.

¹¹⁰ Diesen Unterschied kann man sich dadurch verdeutlichen, dass man mit dem klassischen genetischen Algorithmus von Holland (1975) bei iterierten Spielen alle endlich komplexen reinen bedingten Strategien betrachten kann, da es eine bijektive Abbildung von jeder dieser Strategien auf die natürlichen Zahlen gibt. Wenn man aber schon bei einem simplen One-Shot-Zwei-Personenspiel mit zwei Alternativen das Nashgleichgewicht in gemischten Strategien sucht, ist der klassische genetische Algorithmus überfordert, da schon eine der beiden Wahrscheinlichkeiten mehr Werte annehmen kann, als es natürliche Zahlen gibt! Vgl. hierzu z.B. Spektrum der Wissenschaft (2005).

Die Beschränktheit des klassischen genetischen Algorithmus von Holland (1975) hat nicht wenige Forscher davon abgehalten, dennoch eine reelle Wertemenge zu untersuchen (vgl. Goldberg (1989), S. 102f). Bei den meisten Anwendungen werden die binären Repräsentationen einfach durch Folgen reeller Zahlen ersetzt. Man kann sich dies durch eine theoretische Erweiterung der Repräsentationen von Axelrod vorstellen. Wie oben ausgeführt wurde, wird bei Axelrod eine reine Strategie durch eine Folge von Nullen und Einsen ausgedrückt, wobei sich jede Stelle auf eine bestimmte endliche Spielvergangenheit bezieht, und eine Eins für bedingte Kooperation und eine Null für bedingte Defektion steht. Naiv kann man diese Repräsentation nun dadurch erweitern, dass man anstatt Nullen und Einsen einfach einen Dezimalbruch zwischen Null und Eins vergibt. Diese Zahl kann dann als bedingte Kooperationswahrscheinlichkeit interpretiert werden. Wright (1991) untersucht als Erster die Auswirkungen von reellen Kodierungen auf das Konvergenzverhalten, und leitet dabei insbesondere modifizierte Crossover-Operatoren ab, unter denen das schnelle Konvergenzverhalten des einfachen genetischen Algorithmus erhalten bleibt. Hier ist erstens einzuwenden, dass in der Forschungsgemeinde der genetischen Algorithmen noch keine Einigkeit darüber besteht, welche Modifikationen wirklich geeignet sind. Zweitens ist auch diese naive Kodierung in der technischen Umsetzung nicht ohne Folgen. Ein Dezimalbruch benötigt je nach Genauigkeit 32- bzw. 64-mal mehr Speicher als ein Bit (Vgl. Goldberg (1991)), d.h. der Speicherbedarf, der bei langen Repräsentationen und großen Stichproben ohnehin sehr schnell sehr groß werden kann, wird durch diese naive Kodierung wesentlich größer¹¹¹. Ein weiteres Problem bei der Berücksichtigung gemischter Strategien besteht in der Auswertung der Strategien. Der Funktionswert, also die Auszahlung, die eine Strategie in einem Computerturnier erhält, ist trivialerweise eine stochastische Größe. Dies hat zur Folge, dass das gute Abschneiden in einem Turnier reiner Zufall sein kann. Dies wird üblicherweise dadurch gelöst, dass man die Turniere mehrfach ausführt, und so nach dem Gesetz der großen Zahlen näher an den Erwartungswert der Auszahlung der Strategie herankommt. Das Problem bleibt aber dennoch bestehen, da man üblicherweise einen genetischen Algorithmus als konvergiert abbricht, wenn die sich der maximale Funktionswert in der Stichprobe kaum noch ändert. Im Weiteren wird deutlich werden, dass man großen Suchräumen so kleine Konvergenzgrenzen ansetzen muss, dass die Anzahl der Wiederholungen zur Verkleinerung der Varianz der stochastischen Auszahlungen unrealisierbar groß wird. Aus diesen Gründen habe ich mich entschieden, nur reine Strategien zu betrachten, selbst wenn dadurch der Vorschlag von Raub (1988) der symmetrischen gemischten Trigger-Strategie nur indirekt als Populationsstrategie getestet werden kann.

111

Gruppengröße

Vieth (2003a,b,c) nähert das allgemeine N-Personen-Freiwilligendilemma durch die Betrachtung von fünf Gruppengrößen mit 2,3,5,10 und 20 Spielern meiner Ansicht nach sehr gut an. In der hier dargestellten Anwendung des genetischen Algorithmus musste ich mich leider bei dieser Annäherung sehr stark beschränken. Die Anzahl von Bits, die man benötigt, um bei einem N-Personen-Spiel mit zwei Alternativen wie bei Axelrod (1987) alle Strategien, die h Runden zurückschauen, zu repräsentieren, ist nach Hanne (1995) gegeben durch:

$$(46) \quad \sum_{i=0}^h (2^N)^i .$$

Daraus folgt, dass man bei vier Personen und einem Zeithorizont h von vier Runden schon 69905 Bits braucht. Da, wie im Weiteren noch erläutert wird, mit wachsendem Suchraum auch die Größe der Stichprobe wachsen muss, entsteht deshalb sehr schnell ein gewaltiger Speicherbedarf. Aus diesem Grund habe ich mich auf die Betrachtung von vier Gruppen mit zwei, drei und vier Spielern und einem Zeithorizont von vier Runden beschränkt. Für den Zeithorizont von vier Runden habe ich mich entschieden, da erst ab diesem Zeithorizont möglich ist, dass die Spieler in reinen Strategien abwechselnd spielen. Bei einem kürzeren Horizont könnten sich die Spieler die Reihenfolge nicht merken.

Das heißt also, dass in der hier vorgestellten Anwendung die Strategien folgendermaßen repräsentiert sind: Bei zwei Spielern ist eine Strategie durch 341 Bits repräsentiert, wobei das erste Bit angibt, ob eine Strategie in der ersten Runde kooperiert oder defektiert. Die nächsten vier Bits geben an, ob eine Strategie unter der Bedingung der vier möglichen Resultate der ersten Runde jeweils kooperiert oder defektiert. Für die nächsten 16 und 64 Bits gilt dasselbe, wobei die Handlungen entsprechend auf alle möglichen Ausgänge der zweiten und dritten Runde bedingt sind. Die letzten Bits beschreiben dann die Handlungen, die jeweils auf die möglichen Ausgänge der letzten vier Runden bedingt sind. Für die Gruppengrößen mit drei und vier Spielern ist die Darstellung analog.

Auszahlungsfunktion

Vieth (2003a,b,c) berechnet wie Axelrod (1980a,b) bei Zwei-Personen-Gruppen die Auszahlung einer Strategie als die mittlere Auszahlung, die die Strategie beim paarweisen Spiel gegen jede andere Strategie und gegen sich selbst erfährt. Bei größeren Gruppen ist diese Option aufgrund der gewaltigen Anzahl von Kombinationen nicht realisierbar, so dass sie sich darauf beschränkt, die Strategien bei größeren Gruppengrößen zufällig zu ziehen und gegeneinander spielen zu lassen. In der hier vorgestellten Anwendung wird ein ähnlicher Weg beschritten.

Für alle drei betrachteten Gruppengrößen wird die Auszahlung, die eine Strategie in der Stichprobe erhält, folgendermaßen ermittelt. In jeder Generation wird die Stichprobe in Gruppen von jeweils zwei, drei oder vier Strategien aufgeteilt und die Strategien in den einzelnen Gruppen spielen in der betrachteten Generation gegeneinander ein iteriertes Freiwilligendilemma. Wie schon gesagt, sind die Auszahlungen des Stage-Games wie bei Vieth (2003a,b,c) gewählt, d.h. die Spieler spielen das in Abbildung 1 dargestellte Spiel mit $U=10$ und $K=5$. Wie bei Vieth gibt es keine Abdiskontierung zukünftiger Erträge. Die Anzahl der gespielten Runden wird im Gegensatz zu Vieth in für jede Gruppe in einer Generation zufällig zwischen 200 und 1000 Runden gewählt.

Stichprobengröße

Zur Wahl der richtigen Stichprobengröße gibt es in der Literatur höchstens Tendenzaussagen. Während einerseits die Axelrods (1987) wegen der zu kleinen Stichprobengröße kritisiert wurde, liefert Hanne (1995) mit kleineren Stichproben zumindest ähnliche Ergebnisse. Goldbergs (1989) Überblick über Anwendungen des genetischen Algorithmus in verschiedenen Bereichen vermittelt dagegen den Eindruck, dass im Durchschnitt mehr doch besser ist, d.h. große Stichproben zu bevorzugen sind. Gilbert und Troitzsch (1999) empfehlen als Daumenregel, dass das Produkt der Stichprobengröße und der Anzahl der Generationen, die man den Algorithmus laufen lässt, mindestens 100.000 sein sollte. Weiterhin weisen sie darauf hin, dass: „the number of individuals in the population [Stichprobe] should considerably exceed the number of genes in each individual’s chromosome.” (ebd., S.227). Das erste Kriterium kann in der hier dargestellten Anwendung nicht direkt übernommen werden, da der Algorithmus nicht nach einer bestimmten Anzahl von Generationen enden soll, sondern als Abbruchkriterium die Fitnessänderung betrachtet wird. Hierauf wird weiter unten noch ausführlicher eingegangen. Der zweite Ratschlag kann auch nur halbherzig befolgt werden, da man durch die oben beschriebenen große Strategierepräsentation schnell an Speichergrenzen stößt. Die von mir verwendete Stichprobengröße ist bei zwei Personen mit einer Chromosomenlänge von 341 Bits 342 Strategien groß, bei drei Personen mit 4681 Bits 4686 Strategien groß und bei vier Personen mit 69905 Bits 69908 Strategien groß¹¹².

¹¹² Die Stichprobengröße sollte mindestens so groß sein wie die Chromosomenlänge. Weiterhin musste sie durch die Gruppengröße teilbar sein, damit sich vernünftige Spielpartnergruppen bilden lassen. Schließlich musste sie auch durch zwei teilbar sein, damit jeweils zwei Strategien ein Crossover durchführen können.

Wiederholungen des genetischen Algorithmus

Sowohl Axelrod (1987) als auch alle Folgearbeiten führen den genetischen Algorithmus mehrmals mit unterschiedlich initialisierten Zufallszahlengeneratoren durch. Auch in der Übersicht bei Goldberg (1989) findet man bei vielen Arbeiten diese Praxis. In dieser Arbeit wird aber auf eine Wiederholung verzichtet, da Cantú-Paz und Goldberg (2003) zeigen, dass ein einziger Ablauf mit der einer festen Stichprobengröße gegenüber mehreren Abläufen mit kleineren Stichprobengrößen vorzuziehen ist.

Konvergenz

Das Problem des Konvergenzkriteriums wird selten diskutiert. Holland (1975) gibt keinen Hinweis darauf, wann man den Algorithmus als konvergiert betrachtet kann. Goldberg (1989) bezieht eine deutliche Position gegen der Überbewertung der Konvergenz an sich: „The usual emphasis on convergence is a major flaw in current thinking about search procedures“ (ebd., S.107). Seiner Ansicht nach hat der genetische Algorithmus aus pragmatischer Sicht den Vorteil gegenüber allen anderen Optimierungsverfahren, dass er bei hochdimensionalen, nichtlinearen schnell in die Nähe des Optimums kommt, so dass man schon sehr „gute“ Resultate erhält, wenn man nach einigen Generationen abbricht. Auf die Frage, wie viele Generationen notwendig sind, gibt Goldberg aber keine Antwort. Das Konvergenzkriterium, das bei der Implementierung des iterierten Freiwilligendilemmas gewählt wurde, bezieht sich auf die Arbeit von Dorsey und Mayer (1995). Bei ihrer Anwendung gilt der genetische Algorithmus als konvergiert in Generation, wenn sich der höchste Funktionswert in den letzten δ Generationen jeweils um weniger als 10^{-8} vergrößert hat. Der Zeithorizont δ ist dabei in Abhängigkeit von der Anzahl der Dimensionen k der zu optimierenden Funktion folgendermaßen definiert: $\delta = 250k^2 - 1500k$. Da dieses Konvergenzkriterien scheinbar zu sehr guten Ergebnissen führt, und weiterhin in der Literatur keine besseren Alternativen behandelt werden, habe ich mich entschieden, dieses Kriterium in etwas abgeschwächter Form zu übernehmen. Dorsey und Mayer betrachten im Gegensatz zu der hier vorgestellten Anwendung reelle Dimensionen. Um die Anzahl der binären Dimensionen, also die Anzahl der Bits, mit denen die Strategien repräsentiert werden, in eine vergleichbare Anzahl reeller Dimensionen zu überführen, wurde auf die Genauigkeit, mit der reelle Zahlen im Computer abgebildet werden können, zurückgegriffen. Bei dem verwendeten Computer konnten Dezimalbrüche mit bis zu 18 Nachkommastellen unterschieden werden. Unter Vernachlässigung des Unterschiedes zwischen rechts-

und linksunendlichen Zahlen¹¹³ wird angenommen, dass reelle Zahlen mit einer maximal 18 Stellen dargestellt werden können, d.h. wir können also alle Zahlen von 1 bis 10^{18} darstellen und eindeutig von einander unterscheiden. Mit N Bits kann man alle Zahlen von 1 bis 2^N darstellen. Daraus folgt, dass die Anzahl k reell repräsentierter Zahlen, die man benötigt, um alle Zahlen von 1 bis 2^N darzustellen, gegeben ist durch:

$$(47) \quad \begin{aligned} 2^N &= (10^{18})^k \\ \Rightarrow k &= \frac{18N}{\log_{10} 2}. \end{aligned}$$

Das heißt, dass man bei einer Genauigkeit von 18 Nachkommastellen eine mit N Bits repräsentierten Wertebraum als k -dimensionalen reellen Raum auffassen kann, und somit nach der Formel von Dorsey und Mayer den Zeithorizont δ ausrechnen kann. Da dieser für die hier vorgestellte Anwendung immer noch unrealisierbar hoch liegt, verwende ich einen abgeschwächten Zeithorizont $\delta' = \delta^2$. Aus diesem Konvergenzkriterium lässt sich darüber hinaus eine untere Schranke für die Generationenzahl angeben. Beim Zwei-Personen-Spiel lief der genetische Algorithmus über mindestens acht Generationen, beim Drei-Personen-Spiel mindestens über 1.190 Generationen und beim Vier-Personen-Spiel mindestens über 18.438 Generationen.

Speicherbedarf

An einzelnen Punkten wurde angedeutet, dass der Speicherbedarf Probleme bereitet. Ein großer Speicherbedarf ist aus drei Gründen problematisch. Erstens kann man schnell einen Arbeitsspeicherbedarf erreichen, den man in handelsüblichen Rechner nicht vorfindet. Bei der hier dargestellten Anwendung ist der Arbeitsspeicherbedarf in der sparsamsten Version knapp ein Gigabyte. Zweitens ist der Speicherbedarf des Strategienraumes und damit der betrachteten Stichprobe problematisch, weil der Computer so in jeder Generation gewaltige Datenmengen durcharbeiten muss. Bei der eigenen Implementierung musste der Computer im anspruchsvollsten Fall in jeder Generation ca. einen halben Gigabyte verarbeiten. Dem Leser sollte bewusst sein, dass allein diese Arbeit nicht einmal ein Millionstel dieser Menge an Speicher verbraucht. Das dritte Problem ist das jedoch das schwerwiegendste. Die momentan handelsüblichen Rechner basieren auf einer gewöhnlichen 32-Bit-Rechnerarchitektur; es gibt jedoch auch schon Heimcomputer mit einer 64-Bit-Architektur. Die Bit-Architektur gibt an,

¹¹³ Die linksunendlichen Zahlen sind die üblichen reellen Zahlen, die als Dezimalbrüche mit endlich vielen Zahlen vor dem Komma und unendlich vielen Zahlen vor dem Komma dargestellt werden. Bei den rechtsunendlichen Zahlen ist das Verhältnis umgekehrt, d.h. sie haben unendlich viele Stellen vor dem Komma und endlich viele nach dem Komma. Hieraus resultiert, dass auf die linksunendlichen Zahlen nicht alle üblichen Rechenregeln anwendbar sind. Vgl. Hermes und Hirzeburg (1992).

wie viel Speicher gleichzeitig verwaltet werden kann. In einer 32-Bit-Architektur sind dies $2^{32}-1$ Byte, bei der 64-Bit-Architektur entsprechend $2^{64}-1$ Byte. Im ersten Fall bedeutet das, dass ca. 4,5 Gigabyte Arbeitsspeicher die absolute Obergrenze darstellt, weil sich sonst der Computer nicht mehr merken kann, wo er welche Daten abgelegt hat. Bedauerlicherweise war ich bei der Implementierung auf meinen eigenen Heimcomputer und den Parallelrechner des Rechenzentrums der Universität Mannheim¹¹⁴ angewiesen, die beide nur mit einer 32-Bit-Architektur ausgestattet sind. Aus diesem Grund musste ich beim Vier-Personen-Freiwilligendilemma Vereinfachungen bei der Crossover-Komponente vornehmen. Die Betrachtung einer größeren Gruppengröße war unter den gegebenen Umständen nicht realisierbar.

Fitnessskalierung und Reproduktion

Ähnlich wie Axelrod (1987) wurde auch bei der eigenen Implementierung eine Fitnessskalierung durchgeführt. Ausgehend von Goldberg (1989) wurden die Turnierauszahlungen in jeder Generation linear transformiert, d.h. $f'(x) = a \cdot f(x) + b$, wobei a und b so gewählt sind, dass die Strategie mit einer durchschnittlichen Auszahlung im Mittel eine Strategie als Nachwuchs hat und die Strategie mit der höchsten Auszahlung im Mittel zwei Strategien als Nachwuchs hat. Diese Transformation impliziert, dass in den meisten Fällen einige der schlecht abschneidenden Strategien einen negativen transformierten Funktionswert erhalten. In diesem Fall wurde den Strategien eine Auszahlung von Null zugeordnet, d.h. sie produzierten keinen Nachwuchs. Die Skalierung wird verwendet, „to keep appropriate levels of competition throughout a simulation“ (Goldberg (1989), S.122). Genauer gesagt bewirkt sie, dass am Anfang eine zufälligerweise sehr gut abschneidende Strategie allzu viele andere Strategien aus der Stichprobe verdrängt, und das gegen Ende des Algorithmus kurz vor Erreichen der Konvergenz kleine Fitnessunterschiede immer noch zu einem reproduktiven Vorteil führen.

Ausgehend von dieser transformierten Auszahlung wurde nicht der klassische Reproduktionsmechanismus von Holland (1975), der auch als „roulette wheel selection“ bezeichnet wird, verwendet. Goldberg (1989) gibt einen Überblick über verschiedene Alternativen und empfiehlt das Verfahren „Remainder Stochastic Sampling without Replacement“. Eine genauere technische Erläuterung findet sich bei Goldberg (1989), S. 121.

¹¹⁴ Zu näheren Informationen zum Parallelrechner siehe <http://www.uni-mannheim.de/rum/ag/zs/computer/hardware/index.html>. Den dort angegebenen Arbeitsspeicher von 32 GB konnte ich mit dem auf dem Parallelrechner installierten C-Compiler nicht ausschöpfen.

Crossover und Inversion

Wie bereits diskutiert, spielt die Crossover-Komponente eine entscheidende Rolle für die Optimierungsgeschwindigkeit des genetischen Algorithmus. Gleichzeitig tritt beim klassischen Crossover von Holland (1975) das Problem auf, dass Schemata mit großer definierender Länge leichter zerschnitten werden als kürzere. Zur Lösung schlägt Holland (1975) die Inversionskomponente, durch die die Kodierung selbst zur evolutionären Disposition gestellt wird. Es ist erstaunlich, dass erstens sowohl Axelrod (1987) als auch alle Folgearbeiten auf die Inversion verzichten, und zweitens Goldberg (1989) bei der Einführung des genetischen Algorithmus ganz auf die Inversion verzichtet. Bei Goldberg wird die Inversion besondere Komponente aufgeführt, die man benötigt, wenn man als Werteraum ausschließlich Reihenfolgen betrachtet. Das prominenteste Beispiel für solche Probleme ist das Travelling-Salesman-Problem aus der Logistik, bei dem es darum geht die Reihenfolge zu bereisender Orte so zu wählen, dass die zurückgelegte Strecke minimal ist. Nach Goldberg kann bei gewöhnlichen Optimierungsproblemen auf die Inversion verzichtet werden. In dieser Arbeit beziehe ich mich dennoch auf die theoretischen Ergebnisse von Holland (1975), und verwende die Inversionskomponente, wobei es mittlerweile viele andere ähnliche Verfahren gibt, die aber meistens mit einem wesentlich größeren Rechenaufwand und Speicherbedarf verbunden sind¹¹⁵.

Wie bereits dargestellt wurde, ergibt sich durch die Inversion das Problem, dass über die Generationen hinweg heterologe Repräsentationen auftreten, d.h. die Attribute von zwei verschiedenen Strategien stehen an unterschiedlichen Stellen, bzw. die Ausprägungen an den gleichen können eine unterschiedliche Bedeutung haben. Dadurch lässt sich das klassische Ein-Punkt-Crossover, aber auch nicht das Mehr-Punkt-Crossover von Axelrod (1987) und Miller (1996), nicht mehr durchführen. Die Vorschläge von Holland (1975), entweder nur bei homologen Paaren das Crossover durchzuführen oder die Reihenfolge eines Crossover-Partners an die des anderen Partners anzupassen, sind nach Ansicht von Fox und Mahon (1991) ungeeignet. Die Vergleichsstudie zeigt, dass das relative einfache PMX-Verfahren¹¹⁶ von Goldberg (1989) sehr gute Ergebnisse liefert. Bei diesem Verfahren wird die Rekombination folgendermaßen durchgeführt. Die Strategien α und β seien folgendermaßen gewählt:

Strategie α :	Attributreihenfolge:	9	8	4		5	6	7		1	3	2	10
	Ausprägungen:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j		
Strategie β :	Attributreihenfolge:	8	7	1		2	3	10		9	5	4	6
	Ausprägungen:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		

¹¹⁵ Vgl. hierzu den Überblick bei Seo und Moon (2003).

¹¹⁶ PMX steht für „partially matched crossover“.

Wichtig ist, dass die Zahlen die Ausprägungen der Attribute bezeichnen, sondern die Identitäten der Attribute, die auf den entsprechenden Positionen sitzen. Die Ausprägungen der einzelnen Attribute selbst sind der gewöhnlichen Reihenfolge gespeichert. Insoweit ist die Darstellung also folgendermaßen zu lesen: Bei Strategie α sitzt auf der ersten Position das neunte Attribut i, auf der zweiten Position das achte Attribut h, usw. Bei Strategie β sitzt auf der ersten Position das achte Attribut H, auf der zweiten Position das siebte Attribut G usw. Beim PMX-Verfahren werden die Chromosome immer an zwei Stellen geschnitten; bei dem hier dargestellten Beispiel sind diese Schnittstellen nach der dritten und nach der sechsten Stelle. Beim PMX-Verfahren werden nun wie beim gewöhnlichen Zwei-Punkt-Crossover die Attributidentitäten zwischen den Schnitten einfach ausgetauscht.

Strategie α : Attributreihenfolge: 9 8 4 | 2 3 10 | 1 3 2 10
 Ausprägungen: a b c d e f g h i j
 Strategie β : Attributreihenfolge: 8 7 1 | 5 6 7 | 9 5 4 6
 Ausprägungen: A B C D E F G H I J

Da nun bei Strategie α das zweite Attribut sowohl auf der vierten als auch auf der neunten Stelle steht, dagegen das fünfte Attribut nicht repräsentiert ist, stellt diese Repräsentation keine vernünftige Strategie dar. Deshalb werden die überzähligen Attribute, die „außerhalb“ des Schnittes liegen nachträglich vertauscht. D.h. das außerhalb liegende zweite Attribut der Strategie α tauscht mit dem außerhalb liegenden fünften Attribut der Strategie β . Insgesamt folgt:

Strategie α : Attributreihenfolge: 9 8 4 | 2 3 10 | 1 6 5 7
 Ausprägungen: a b c d e f g h i j
 Strategie β : Attributreihenfolge: 8 10 1 | 5 6 7 | 9 2 4 3
 Ausprägungen: A B C D E F G H I J

Nun stellen die Repräsentationen wird vernünftige Strategien dar. Bisher haben wir aber ausschließlich die Positionen der Attribute vertauscht, die Ausprägungen selbst sind noch unverändert. Diese werden nachträglich angepasst, und zwar werden entsprechend die Ausprägungen der betroffenen Attribute vertauscht, also die Attribute 2,3,5,6,7 und 10. Insgesamt werden bilden also die neuen Strategien α' und β' das Endergebnis des PMX-Verfahrens:

Strategie α' : Attributreihenfolge: 9 8 4 | 2 3 10 | 1 6 5 7
 Ausprägungen: a B C d E F G h i J
 Strategie β' : Attributreihenfolge: 8 10 1 | 5 6 7 | 9 2 4 3
 Ausprägungen: A b c D e f g H I j

In der hier dargestellten Anwendung verwende ich beim Zwei- und Drei-Personen-Spiel das PMX-Verfahren, beim Vier-Personen-Spiel beschränke ich mich auf das klassische Ein-

Punkt-Crossover von Holland (1975), und verzichte hier auf die Inversionskomponenten. Diese Einschränkung wird dadurch erzwungen, dass bei allen Inversionsverfahren neben den Ausprägungen der Attribute auch die Reihenfolgen gespeichert werden müssen. Diese fallen insbesondere deshalb umso stärker ins Gewicht, da sie als im Vier-Personen-Fall als vorzeichenlose „lange“ Ganzzahlen jeweils vier Byte belegen¹¹⁷. Für das Vier-Personen-Spiel hätte das einen Mehrverbrauch von $69905 \cdot 69908 \cdot 4 \text{ Byte} \approx 18 \text{ GB}$ bedeutet, d.h. alleine die Speicherung der Reihenfolgen könnte auf der 32-Bit-Architektur nicht mehr implementiert werden. Der Empfehlung von Goldberg (1989) folgend, wurde die Crossover-Wahrscheinlichkeit p_C bei allen drei Gruppengrößen auf Eins gesetzt. Für die Inversion-Wahrscheinlichkeit p_I konnte kein Vorbild in der Literatur gefunden werden. Deshalb wurde der Wert relativ willkürlich auf 0,5 gesetzt.

Mutation

Die Mutation verläuft wie in der klassischen Vorlage von Holland (1975). Die Wahl der Mutationswahrscheinlichkeiten orientiert sich an der Arbeit von Dorsey und Mayer (1995). Sie schlagen die Mutationswahrscheinlichkeit $p_M = 1 - 0,3^{1/k}$ vor, wobei mit k die Anzahl der Dimensionen der zu optimierenden Funktion ist. Für die hier dargestellte Anwendung wurden die Dimensionen der Repräsentationen in den drei betrachteten Gruppen nach der oben diskutierte Gleichung (47) umgerechnet. Daraus folgt, dass für das Zwei-Personen-Spiel $p_M = 0,0032$, für das Drei-Personen-Spiel $p_M = 0,00026$ und für das Vier-Personen-Spiel $p_M = 0,000017$ gilt.

Technische Realisierung

Die hier dargestellte Anwendung des genetischen Algorithmus auf das iterierte Freiwilligendilemma wurde in zwei Teilen in der Programmiersprache C programmiert. Das erste Programm bearbeitet das iterierte Freiwilligendilemma im Zwei- und Drei-Personen-Fall, das zweite widmet sich ausschließlich dem Vier-Personen-Fall. Das erste Programm wurde mit dem Intel-C++-Compiler (Version 8.1) unter Berücksichtigung der ISO-C-99- und des IEEE-POSIX-1003.1c-Standards kompiliert¹¹⁸ und lief sechs Wochen auf dem Parallelrechner des Rechenzentrums der Universität Mannheim. Die Rechenzeit wurde durch einen Hardwarefehler am Parallelrechner vorzeitig beendet. Das zweite Programm wurde mit dem GNU-C-Compiler (Version 3.4.2) unter Nutzung der Mingw32-Softwareportierung kompiliert¹¹⁹. Bei

¹¹⁷ Vgl. Kaiser und Kecher (2003), S.139.

¹¹⁸ Der Kompilierbefehl ist im Kopf des Quellcodes als Kommentar beigefügt.

¹¹⁹ Das Sharewareprogram Dev-C++ 4.9.9.2 bietet dies mit einem Interpreter als Gesamtpaket.

dieser Kompilierung wurde der ISO-C-95-Standard verwendet. Das zweite Programm lief ungefähr sechs Wochen auf einem Intel-Pentium-4-Rechner mit 3 GHz-Taktung und 2 GB Arbeitsspeicher. Dieses Programm brach aufgrund eines kurzfristigen, wetterbedingten Stromausfalls vorzeitig ab. Der Quellcode der beiden vollständigen Programms findet sich auf der CD im Anhang.

Ergebnisse

Die Ergebnisse der eigenen Anwendung sind enttäuschend. Das im vorigen Abschnitt beschriebenen Programme wenden den genetischen Algorithmus zur Lösung des iterierten Freiwilligen-Dilemmas im 2-, 3- und 4-Personen-Fall an. Nach sechs Wochen Rechenzeit konvergierte der genetische Algorithmus unter den oben beschriebenen Kriterien nicht einmal für den einfachen Zwei-Personen-Fall. Selbst nach dem das Konvergenzkriterium um das 10.000-fache verkleinert wurde, und die Mutationsrate als Nullfolge implementiert wurde, konnte keine Konvergenz erreicht werden. Ein vorheriger Testdurchlauf führte zwar zur Konvergenz im 2- und im 3-Personen-Fall, konnte aber auf einen Programmierfehler zurückgeführt werden, so dass die Ergebnisse des konvergierten Durchlaufs nicht zu interpretieren sind.

Es stellt sich nun die Frage, warum der vermeintlich universell einsetzbare genetische Algorithmus bei dieser Anwendung gescheitert ist. Zuerst einmal kann ein Programmierfehler als Begründung nicht ausgeschlossen werden. So wäre die Integration von diagnostischen Fehlermeldungen in das Programm durchaus sinnvoll gewesen, eine konsequente, professionelle Umsetzung übersteigt aber meine Fähigkeiten.

Weiterhin kann man dieses Resultat sozusagen als Bestätigung von Goldbergs (1989) ablehnender Position gegenüber der Überbewertung der Konvergenz an sich begreifen. Eine Alternative wäre gewesen, den Algorithmus nach einer bestimmten Anzahl von Generationen abubrechen. Hieraus hätte man erstens die Stichprobe der letzten Generation und zweitens die Dynamik bis zum Abbruch interpretieren können, wobei die Protokollierung der Dynamik erstens gewaltige Datenmengen produziert und das Herausschreiben der Stichproben aus dem Arbeitsspeicher sehr viel Zeit kostet. Schließlich bestünde noch die Möglichkeit, ausgehend von der letzten Stichprobe ein klassisches numerisches Verfahren zur Optimierung zu verwenden, weil davon auszugehen wäre, dass man zumindest schon in der Nähe des Optimums angelangt ist¹²⁰. Dazu benötigt man aber zumindest für die meisten Verfahren die partiellen Ableitungen der zu optimierenden Funktion, was beim mittleren Turnierergebnis eine schwierige Aufgabe darstellt. Diese Tatsache ist eben der entscheidende Vorteil des genetischen Al-

¹²⁰ Vgl. hierzu Goldberg (1989), S.202-204.

gorithmus: Gewöhnlich reicht es aus, dass man die betrachtete Funktion auswerten kann, um mit dem Algorithmus das Maximum aufzuspüren. Darüber hinaus ist anzuzweifeln, dass die numerischen Verfahren einen besseren Dienst tun, da selbst bei der Implementierung der Mutation als Nullfolge keine Konvergenz erreicht wurde. Eine konstante Mutation stellt das einzige Problem dar, warum zumindest ein lokales Optimum nicht erreicht wird.

Ein dritter Grund des Ausbleibens der Konvergenz kann meiner Ansicht nach in der Beschränkung auf reine Strategien zu suchen sein. Nach Riechmann (1999) konvergiert die Populationsstrategie nur gegen eine Lyapunov-stabile Ruhelage, d.h. das hier angesetzte Konvergenzkriterium ist stark. Die Lyapunov-Stabilität resultiert aber auch wieder nur aus einer konstanten Mutationsrate. Wenn die Mutationsrate eine Nullfolge ist, sollte die Lyapunov-stabile Ruhelage asymptotisch stabil werden, was auch den Ergebnissen von Kandori, Mailath und Rob (1993) entspricht. Es stellt sich aber meiner Ansicht nach die Frage, ob der von Riechmann (1999) aufgestellte Zusammenhang zwischen den evolutionären Modellen und dem genetischen Algorithmus zulässig ist. Aufgrund der beschränkten Stichprobengröße ist das Gemisch der Populationsstrategie in einer bestimmten Generation sehr grob, d.h. die Anteile der einzelnen reinen Strategien sind immer Anteile mit der Stichprobengröße im Nenner. Aus diesem Grund können bestimmte gemischte Populationsstrategie nur sehr ungenau angenähert werden, d.h. unter Umständen wird so die kritische, notwendige Mischung nicht ausreichend genau abgebildet.

4.3 Diskussion

In diesem Kapitel wurde der genetische Algorithmus ausgehend von der klassischen Definition von Holland (1975) als ein Verfahren vorgestellt, das gegenüber anderen Verfahren besonders gut geeignet ist, hochdimensionale, nicht lineare Funktionen zu optimieren. Dieses Verfahren wurde zur Lösung des iterierten Freiwilligendilemmas verwendet. Den Ausgangspunkt bildet hier die Arbeit von Axelrod (1987), der den genetischen Algorithmus zur Lösung des iterierten Gefangenendilemmas verwendet. Danach wurde die eigene Implementierung des genetischen Algorithmus detailliert erläutert. Die Ergebnisse der eigenen Anwendung auf das iterierte Freiwilligendilemma sind enttäuschend, da der Algorithmus nach sechs Wochen Rechenzeit weder im Zwei- noch im Vier-Personen-Fall konvergierte. Daher kann höchstens spekuliert werden, warum die hier vorgestellte Implementierung des genetischen Algorithmus zur Lösung des iterierten Freiwilligendilemmas nicht konvergiert.

Um die Bedeutung dieses „Ergebnisses“ auf den Rahmen der gesamten Arbeit zu beurteilen, muss noch einen Schritt weiter zurückgehen. Im Kapitel 3 wurde ausführlich dargestellt, dass

die „klassische“ Spieltheorie zu iterierten Spielen aus positiver Sicht enttäuschende Ergebnisse liefert, und Alternativen in der Theorie der finiten Automaten und der evolutionären Spieltheorie bestehen. Der genetische Algorithmus wurde in der vorliegenden Arbeit verwendet, da er die Vorteile von beiden Ansätzen vereinigt: Erstens lassen sich die Strategien als finite Automaten integrieren. D.h. einerseits, dass die Komplexität der betrachteten Strategien vergleichbar ist, aber auch andererseits, dass man die Beschränktheit der betrachteten Spielertheoretisch greifbar machen kann. Zweitens sollte nach Riechmann (1999, 2001) der genetische Algorithmus Ergebnisse liefern, die im Rahmen der evolutionären Modelle interpretierbar sind. Ferner sollten die Ergebnisse des Computerturniers von Vieth (2003a,b,c) durch die hier vorgestellte Implementierung einer Überprüfung unterzogen werden. Da der genetische Algorithmus keine Ergebnisse geliefert hat, kann keine Aussage über eine mögliche Einschränkung der Menge aller zulässigen Nash-Gleichgewichte getroffen werden, und auch keine Position bzgl. des Computerturniers von Vieth bezogen werden.

Muss der genetische Algorithmus deshalb als Lösungsverfahren iterierter Spiele abgelehnt werden? Die Arbeiten von Axelrod (1987), Fogel (1993), Hanne (1995) und Miller (1996) widersprechen dem, da sie zumindest insofern Resultate liefern, dass sie aufgrund der dort vorgenommenen Implementierung überhaupt Ergebnisse liefern, und diese weiterhin die Ergebnisse des Computerturniers überwiegend bestätigen. Die Diskussion des Ergebnisses in Kapitel 4.2.2 läuft darauf hinaus, dass beim iterierten Freiwilligendilemma die Berücksichtigung gemischter Strategien eine Alternative darstellt, mit der der genetische Algorithmus dennoch eine Lösung liefert. Diese Möglichkeit stößt aber beim iterierten Freiwilligendilemma schnell an das Problem des nicht realisierbaren großen Speicherbedarfs. Meiner Ansicht nach erscheint es lohnenswert, dass iterierte Freiwilligendilemma unter Berücksichtigung gemischter Strategien zu untersuchen, wobei man sich erstens auf wenige Spieler beschränken muss, und weiterhin die Komplexität der zulässigen Strategie schrittweise vergrößern sollte.

Wenn auch dies nicht zu einem Ergebnis führt, wird der genetische Algorithmus grundsätzlich als Lösungsverfahren für spieltheoretische Probleme in Frage gestellt. Wenn keine befriedigende Antwort darauf gegeben werden kann, warum der genetische Algorithmus ausgerechnet beim iterierten Freiwilligendilemma nicht anwendbar ist, sollte der genetische Algorithmus als Lösungsverfahren aufgegeben werden. Aus theoretischer Sicht besteht für die Vorhersage des Verhaltens im symmetrischen iterierten Freiwilligendilemma höchstens noch die Möglichkeit, die starken Annahmen der extremen Rationalität aufzugeben, und nach einem Modell beschränkter Rationalität zu suchen, dass gleichzeitig aber auch keine trivialen Ergebnisse liefert.

5 Schluss

Ziel dieser Arbeit war, mit Hilfe des genetischen Algorithmus eine Nash-Gleichgewichtsstrategie für das iterierte Freiwilligendilemma zu finden, d.h. also eine Vorhersage über das Verhalten moderat beschränkt rationaler Akteure zu treffen. Da jedes iterierte Spiel auf dem zugrunde liegenden Stage Game aufbaut, widmete sich das erste Kapitel der ausführlichen Darstellung der bisherigen theoretischen und empirischen Ergebnisse zum Freiwilligendilemma als One-Shot-Game. Schon hier zeigt sich, dass nach den harten Rationalitätskriterien von Harsanyi (1977) keine eindeutige Verhaltensvorhersage beim symmetrischen VOD als One-Shot-Game getroffen werden kann. Die empirischen Ergebnisse bestätigen die Vorhersage der Superrationalitätsstrategie, welche auf die Gültigkeit der Norm des kategorischen Imperativs zurückgreift. Mit den theoretischen Ergebnissen zum One-Shot-Game im Hinterkopf wendet sich das zweite Kapitel der Betrachtung des iterierten Freiwilligendilemmas zu. Der Überblick über die Theorie iterierter Spiele liefert ein weitgehend deprimierendes Ergebnis. Auf der einen Seite kann aus Sicht der „klassischen“ Spieltheorie bei den meisten iterierten Spielen und insbesondere auch beim iterierten Freiwilligen keine eindeutige Verhaltensvorhersage getroffen werden. Dem gegenüber schaffen die Alternativen nur begrenzt Abhilfe. Die Theorie der finiten Automaten kann zwar die Menge der möglichen Nash-Gleichgewichte stark einschränken. Vor allem werden hier viele Strategien, die unrealistischen hohe Anforderungen an die Rationalität der Akteure stellen. Dennoch sind immer noch alle Ergebnisse möglich, die bzgl. des pareto-inferioren Nash-Gleichgewichtes pareto-superior sind. Die evolutionären Modelle liefern zwar insbesondere durch die stochastischen dynamischen Systeme eine eindeutige Lösung, sie lassen sich aber inhaltlich nicht sinnvoll auf das iterierte Freiwilligendilemma übertragen. Eine weitere Alternative, die immer eindeutige Ergebnisse liefert, stellen Computerturniere da, die Ergebnisse sind aber immer hochgradig durch die Auswahl der teilnehmenden Strategien angreifbar. Neben diesem allgemeinen theoretischen Defizit besteht beim iterierten Freiwilligendilemma darüber hinaus das Problem, dass es die Arbeiten von Raub (1988) und Vieth (2003a,b,c) gibt, die sich mit diesem Spiel beschäftigen haben. Der zentrale Beitrag dieser Arbeit besteht nun darin, das Problem durch Verwendung des genetischen Algorithmus zu lösen. Im dritten Kapitel wird diese Verfahren ausgehend von der Definition von Holland (1975) vorgestellt. Ausgehend von der Arbeit von Axelrod (1975) wird das Optimierungsverfahren auf das iterierte Freiwilligendilemma übertragen. Enttäuschender Weise liefert die eigene Implementierung keine Ergebnisse, da der Algorithmus nicht konvergiert.

Das Scheitern des Algorithmus lässt sich einerseits durch nicht auszuschließende Programmierfehler erklären, andererseits besteht aber auch die Möglichkeit, dass die bei dieser Implementierung gewählten Beschränkungen dazu führen, dass der Algorithmus nicht konvergiert. Da sich aber die eigene Anwendung an der Grenze der technischen Umsetzbarkeit bewegt, besteht nicht mehr viel Raum Beschränkungen wie die Betrachtung reiner Strategien aufzuheben, da dies zu einem größeren Speicherbedarf führt. Dennoch besteht die Möglichkeit, den genetischen Algorithmus unter Berücksichtigung gemischter Strategien bei einer eingeschränkten Gruppengröße ein Ergebnis liefert. Diese Frage ist insbesondere deshalb von Interesse, da sonst der genetische Algorithmus als Lösungsverfahren für spieltheoretische Fragestellungen in Frage gestellt wird.

Meiner Ansicht nach besteht also weiteres Forschungspotential in der Anwendung eines genetischen Algorithmus auf ein eingeschränktes iteriertes Freiwilligendilemma. Wenn dieses Vorhaben ebenso scheitert, muss aus theoretischer Sicht für die Erklärung des Verhaltens beim iterierten symmetrischen Freiwilligendilemma von den Annahmen einer allzu harten Rationalität abgewichen werden. Die Alternative bestünde also nur in der Entwicklung eines geschlossenen Modells, das einerseits beschränkte Rationalität berücksichtigt, andererseits aber auch keine trivialen Erklärungen liefert.

Insgesamt stellt sich aus der Perspektive der Arbeiten zum One-Shot-Game auch die Frage, ob die Betrachtung des perfekt symmetrischen Spezialfalls überhaupt lohnenswert ist. Im One-Shot-Game führt das Abrücken von dieser Annahme zur Auflösung des Dilemmas, was zur Folge hat, dass mit der entsprechenden Strategie auch das iterierte Spiel gelöst wird. Meiner Ansicht nach ist diese Position gerade beim Freiwilligendilemma berechtigt, da im Gegensatz zum Gefangenendilemma keine abstrakten gesellschaftlichen „Konflikte“ denkbar sind, die sich als Freiwilligendilemma modellieren lassen. Bei der Modellierung solcher Situation erscheint die Annahme von „gleichen Menschen“ gerechtfertigt. Das Freiwilligendilemma ist aber hauptsächlich zur Modellierung von Situationen geeignet, in denen sich konkrete, einzelne Individuen gegenüber stehen. Hier erscheint die Annahme, dass die strukturell verbundenen Akteure perfekt symmetrisch unrealistisch stark.

Anhang: Programm-CD

Literaturverzeichnis

- Abreu, Dilip und Ariel Rubinstein: The Structure of Nash Equilibrium in Repeated Games with finite automata. *Econometrica*, Band 56, Heft 6, S.1259-1281, 1988.
- Alberts, Bruce, Alexander Johnson, Julian Lewis, Martin Raff, Keith Roberts und Peter Walter: *Molekularbiologie der Zelle*. 4. Auflage. Weinheim: Wiley-VCH, 2003.
- Archer, John: Evolutionäre Sozialpsychologie, in: Stroebe, Wolfgang, Klaus Jonas und Miles Hewstone (Hrsg.): *Sozialpsychologie*, S.25-51. Berlin: Springer, 2002.
- Axelrod, Robert M.: Effective Choice in the Prisoner's Dilemma. *Journal of Conflict Resolution*, Band 24, Heft 1, S.3-25, 1980a.
- Axelrod, Robert M.: More Effective Choice in the Prisoner's Dilemma. *Journal of Conflict Resolution*, Band 24, Heft 3, S.379-403, 1980b.
- Axelrod, Robert M.: The Emergence of Cooperation among Egoists. *American Political Science Review*, Band 75, Heft 2, S.306-318, 1981.
- Axelrod, Robert M.: *The Evolution of Cooperation*. New York, N.Y.: Basic Books; 1984.
- Axelrod, Robert M.: The Evolution of Strategies in the Iterated Prisoner's Dilemma, in: Davis, Lawrence (Hrsg.): *Genetic algorithms and simulated annealing*. Pitman, London: Morgan Kaufman Publishers, S.32-41, 1987.
- Axelrod, Robert M. und Lisa D'Ambrosio: Annotated Bibliography on The Evolution of Cooperation. Unveröffentlichtes Skript. http://www.cscs.umich.edu/research/Publications/Evol_of_Coop_Bibliography.html.
- Baron, Robert S. und Norbert L. Kerr: *Group process, group decision, group action*. Buckingham: Open University Press, 2003.
- Barron, Greg und Eldad Yechiam: Private e-mail requests and the diffusion of responsibility. *Computers in Human Behavior*, Band 18, Heft 5, S.507-520, 2002.
- Bauer, Heinz: *Wahrscheinlichkeitstheorie*. 5., durchgesehene und verbesserte Auflage. Berlin, New York: de Gruyter, 2002.
- Bendor, Jonathan: Uncertainty and the Evolution of Cooperation. *The Journal of Conflict Resolution*, Band 37, Heft 4, S.709-734, 1993.
- Bendor, Jonathan, Roderick M. Kramer und Suzanne Stout: When in Doubt...: Cooperation in a Noisy Prisoner's Dilemma. *The Journal of Conflict Resolution*, Band 35, Heft 4, S.691-719, 1991.
- Bendor, Jonathan und Piotr Swistak: Evolutionary Equilibria: Characterization Theorems and their Implications. *Theory and Decision*, Band 45, Heft 1, S.99-159, 1998.

- Binmore, Ken: Review: The Complexity of Cooperation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Band 1, Heft 1, <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/1/1/review1.html>, 1998.
- Birchenhall, Chris: Genetic Algorithms, Classifier Systems and Genetic Programming and their Use in the Models of Adaptive Behaviour and Learning. *The Economic Journal*, Band 105, Heft 430, S.788-795, 1995.
- Birchenhall, Chris, Kastrinos Nikos und Stan Metcalfe: Genetic algorithms in evolutionary modelling. *Journal of Evolutionary Economics*, Band 7, Heft 4, S.375-393, 1997.
- Blair, Carrie A., Lori Foster Thompson und Karl L. Wuensch: Electronic helping behavior: The virtual presence of others makes a difference. *Basic and Applied Social Psychology*. Band 27, Heft 2, S.171-178, 2005.
- Bomze, Immanuel: Non-cooperative two-person games in biology: A classification. *International Journal of Game Theory*, Band 15, Heft 1, S.31-57, 1986.
- Boyd, Robert und Jeffrey P. Lorberbaum: No pure strategy is evolutionary stable in the repeated Prisoner's Dilemma game. *Nature*, Band 327, Heft 6117, S.58-59, S.1987.
- Bronstein, Il'ja, Konstantin A. Semendjajew, Gerhard Musiol und Heiner Mühlig: Taschenbuch der Mathematik. 5., überarbeitete und erweiterte Auflage Thun, Frankfurt am Main: Deutsch, 2001.
- Busch, Marc L. und Eric R. Reinhardt: Nice Strategies in a World of Relative Gains: The Problem of Cooperation under Anarchy. *The Journal of Conflict Resolution*, Band 37, Heft 3, S.427-445, 1993.
- Campbell, Neil A.: *Biologie*. 2. korrigierter Nachdruck. Heidelberg et al.: Spektrum Akademie Verlag, 2000.
- Cantú-Paz, Erick und David E. Goldberg: Are Multiple Runs of Genetic Algorithms Better than One?, in: Cantú-Paz, Erick (Hrsg.): *Genetic and Evolutionary Computation - GECCO 2003: Genetic and Evolutionary Computation Conference, Chicago, IL, USA, July 12-16, 2003, Proceedings, Part I (Lecture Notes in Computer Science)*. Berlin et al.: Springer, S. 801-812, 2003.
- Comte, Auguste und Gertrud Lenzer: *Auguste Comte and positivism: the essential writings*. Herausgegeben mit Einleitung von Gertrud Lenzer: New York, N.Y. et al.: Harper & Row, [1830-1854] 1975.
- Cosmides, Leda: The logic of social exchange: Has natural selection shaped how humans reason? Studies with the Wason selection task, *Cognition*, Band 31, Heft 3, S.187-276, 1989.

- Dacey, Raymond und Norman Pendegrift: The Optimality of Tit-For-Tat. *International Interactions*, Band 15, Heft 1, S.45-64, 1988.
- Darley, John M. und Bibb Latane: Bystander intervention in emergencies: Diffusion of responsibility. *Journal of Personality and Social Psychology*, Band 8, Heft 4, S.377-383, 1968.
- Dawes, Robyn M.: Social Dilemmas. *Annual Review of Psychology*, Band 31, S.169-193, 1980.
- Dawid, Herbert: Adaptive Learning by Genetic Algorithms: Analytical Results and Applications to Economic Models. 2., durchgesehene und erweiterte Auflage, Berlin et al.: Springer, 1999.
- Dawid, Herbert und Michael Kopel: On economic applications of the genetic algorithm: a model of the cobweb type. *Journal of Evolutionary Economics*, Band 8, Heft, S.297-315, 1998.
- Diekmann, Andreas: Volunteer's Dilemma. *Journal of Conflict Resolution*, Band 29, Heft 4, S.605-610, 1985.
- Diekmann, Andreas: Volunteer's Dilemma: A social trap without a dominant strategy and some empirical results, in: Diekmann, Andreas und Peter Mitter (Hrsg.): *Paradoxical Effects Social Behavior: Essays in Honor of Anatol Rapoport*. Heidelberg, Wien: Physica, S.187-197, 1986.
- Diekmann, Andreas: Cooperation in an Asymmetric Volunteer's Dilemma Game: Theory and Empirical Evidence, *International Journal of Game Theory*, Band 22, Heft 1, S.75-85, 1993.
- Dorsey, Robert E. und Walter J. Mayer: Genetic Algorithms for Estimation Problems With Multiple Optima, Nondifferentiability, and Other Irregular Features. *Journal of Business & Economic Statistics*, Band 13, Heft 1, 1995.
- Dugatkin, Lee A. und David S. Wilson: Rover: A strategy for exploiting cooperators in a patchy environment. *American Naturalist*, Band 138, Heft 3, S.687-701, 1991.
- Eisenberg, Nancy: Meta-Analytic Contributions to the Literature on Prosocial Behavior. *Personality and Social Psychology Bulletin*, Band 17, Heft 3, S.273-282, 1991.
- Esser, Hartmut: *Soziologie. Spezielle Grundlagen: Band 3: Soziales Handeln*. Frankfurt/Main, New York, N.Y.: Campus, 2000.
- Farrel, Joseph und Roger Ware: Evolutionary stability in the repeated prisoner's dilemma, *Theoretical Population Biology*, Band 36, Heft 2, S.161-166, 1989.

- Fischer, Ilan: Evolutionary Development and Learning: Two Facets of Strategy Generation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Band 6, Heft 1, <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/6/1/7.html>, 2003.
- Fogel, David B.: Evolving Behaviors in the Iterated Prisoner's Dilemma. *Evolutionary Computation*, band 1, Heft 1, S.77-97, 1993.
- Forster, Otto: *Analysis 1: Differential- und Integralrechnung mit einer Veränderlichen*. 5., überarbeitete Auflage. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1999.
- Foster, Dean und Peyton Young: Stochastic Evolutionary Game Dynamics. *Theoretical Population Biology*, Band 38, Heft 2, S.219-232, 1990.
- Friedman, Daniel: Evolutionary Games in Economics. *Econometrica*, Band 59, Heft 3, S.637-666, 1991.
- Friedman, James W.: A non-cooperative equilibrium for supergames. *Review of Economic Studies*, Band 38, Heft 1, S.1-12, 1971.
- Friedman, James W.: *Oligopoly and the Theory of Games*. Amsterdam et al.: North Holland, 1977.
- Fudenberg, Drew und Eric Maskin: The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information. *Econometrica*, Band 54, Heft 3, S.533-554, 1986.
- Fudenberg, Drew und Eric Maskin: On the Dispensability of Public Randomization in Discounted Repeated Games. *Journal of Economic Theory*, Band 53, Heft 2, S.428-438, 1991.
- Gänssler, Peter und Winfried Stute: *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Berlin et al.: Springer, 1977.
- Gilbert, Nigel und Klaus G. Troitzsch: *Simulation for the Social Scientist*. Buckingham, PA: Open University Press, 1999.
- Gintis, Herbert: *Game Theory Evolving: A Problem-Centered Introduction to Modeling Strategic Behavior*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 2000.
- Goldberg, David: What every computer scientist should know about floating-point arithmetic. *ACM Computing Surveys*, Band 23, Heft 1, S.5-48, 1991.
- Goldberg, David E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Reading: Addison-Wesley, 1989.
- Haim, Shapira: *Volunteers Dilemma as a Generalized War of Attrition*. Ph.D. Thesis. Tel Aviv: Tel Aviv University, 1995.
- Hamilton, William D.: The genetical evolution of social behaviour. *Journal of Theoretical Biology*, Band 7, Heft 1, S.1-16, 1964.

- Hanne, Thomas: Prisoner's Dilemmas Can Survive Evolutionary Algorithms, in: Schweigert, Dietmar [Hrsg.]: *Methods of Multicriteria Decision Theory: Proceedings of the 5th Workshop of the DGOR-Working Group Multicriteria Optimization and Decision Theory*. Kaiserslautern: Pflzakademie, S.67-80, 1995.
- Harsanyi, John C.: *Rational behavior and bargaining equilibrium in games and social situations*. Cambridge et al.: Cambridge University Press, 1977.
- Heckathorn, Douglas D.: *The Dynamics and Dilemmas of Collective Action*. *American Sociological Review*, Band 61, Heft 2, S.250-277, 1996.
- Hermes, Hans und Friedrich Hirzeburg: *Zahlen*. Berlin: Springer, 1992.
- Hines, William G.S.: *Strategic Stability in Complex Populations*. *Journal of Applied Probability*, Band 17, Heft 3, S.600-610, 1980.
- Ho, Teck-Hua: *Finite automata play repeated prisoner's dilemma with information processing costs*. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Band 20, Heft 1-3, S.173-207, 1996.
- Hobbes, Thomas: *Leviathan or the matter, forme and power of a commonwealth ecclesiasticall and civil*. Herausgegeben mit Einleitung von Michael Oakeshott. Oxford: Blackwell, [1651] 1955.
- Hoffmann, Robert: *Twenty Years on: The Evolution of Cooperation Revisited*. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Band 3, Heft 2, <http://www.soc.surrey.ac.uk/JASSS/3/2/forum/1.html>, 2000.
- Hofstadter, Douglas R.: *The calculus of cooperation is tested through a lottery*. *Scientific American*, Band 248, Heft 6, S.14-18, 1983.
- Holland, John H.: *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.
- Holler, Manfred J.: *The Unprofitability of Mixed-Strategy in 2 Person Games: A 2nd Folk Theorem*. *Economics Letters*, Band 32, Heft 4, S.319-323, 1990.
- Jeffrey, Richard C.: *Logik der Entscheidungen*. Wien, München: Oldenbourg, 1967.
- Kaiser, Ulrich und Christoph Kecher: *C/C++: Von den Grundlagen zu professionellen Programmierung*. 2. Auflage, Bonn: Galileo Press, 2003.
- Kandori, Michihiro, George J. Mailath und Rafael Rob: *Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games*, Band 61, Heft 1, S.29-56, 1993.
- Karau, Steven J. und Kip D. Williams: *Social loafing: A meta-analytic review and theoretical integration*. *Journal of Personality and Social Psychology*, Band 65, Heft 4, S.681-706, 1993.

- Kiesler, Sara, Jane Siegel und Timothy W. McGuire: Social Psychological Social Psychological Aspects of Computer-Mediated Communication. *American Psychologist*, Band 39, Heft 10, S.1123-1134, 1984.
- Kirchgässner, Gebhard: On the Role of Heroes in Political and Economic Processes. *Kyklos*, Band 55, Heft 2, S.179-196, 2002.
- Lewis, Candice E., Lori Foster Thompson, Karl L. Wuensch, William F. Grossnickle und John G. Cope: The impact of recipient list size and priority signs on electronic helping behaviour. *Computers in Human Behavior*, Band 20, Heft 5, S.633-644, 2004.
- Lomborg, Bjørn: Nucleus and Shield: The Evolution of Social Structure in the Iterated Prisoner's Dilemma. *American Sociological Review*, Band 61, Heft 2, S.278-307, 1996.
- Lorberbaum Jeffrey P.: No Strategy is Evolutionary Stable in the Repeated Prisoner's Dilemma, *Journal of Theoretical Biology*, Band 168, Heft 2, S.117-130, 1994.
- Mailath, George J.: Introduction: Symposium on Evolutionary Game Theory. *Journal of Economic Theory*, Band 57, Heft 2, S.259-507, 1992.
- Mailath, George J.: Do People play Nash Equilibrium? Lessons from Evolutionary Game Theory. *Journal of Economic Literature*, Band 36, Heft 3, S.1347-1374, 1998.
- Marinoff, Louis: Maximizing Expected Utilities in the Prisoner's Dilemma. *The Journal of Conflict Resolution*, Band 36, Heft 1, S.183-216, 1992.
- Markey, Patrick M.: Bystander intervention in computer-mediated communication. *Computers in Human Behavior*, Band 16, Heft 2, S.183-188, 2000.
- Marks, Robert E.: Breeding Hybrid Strategies: Optimal Behaviour for Oligopolists. *Journal of Evolutionary Economics*, Band 2, Heft 1, S.17-38, 1992.
- Maynard Smith, John: *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.
- Maynard Smith, John und George R. Price: The Logic of Animal Conflict. *Nature*, Band 246, Heft 5427, S.15-18, 1973.
- Midgley, David F, Robert E. Marks und Lee G. Cooper: Breeding Competitive Strategies. *Management Science*, Band 43, Heft 3, S.257-275, 1997.
- Miller, John H.: The coevolution of automata in the repeated prisoner's dilemma. *Journal of Economic Behavior and Organization*, Band 29, Heft 1, S.87-112, 1996.
- Milton, John: *Paradise Lost, Samson Agonistes, Lycidas*. Neu kommentierte Auflage mit biographischer Einleitung von Edward LeComte. New York, N.Y.: Mentor, [1667, 1671, 1638] 1981.

- Murnighan, Keith J., Jae Wook Kim und Richard A. Metzger: The Volunteer Dilemma. *Administrative Science Quarterly*, Band 38, Heft 4, S.515-538, 1993.
- Nachbar, John H.: "Evolutionary" Selection Dynamics in Games: Convergence and Limit Properties. *International Journal of Game Theory*, Band 19, Heft 1, S.59-89, 1990.
- Nauta, Doede und Jeljer Hoekstra: Effective choice in the single-shot Prisoner's Dilemma tournament, *Theory and Decision*, Band 39, Heft 1, S.1-30, 1995.
- Neyman, Abraham: Bounded complexity justifies cooperation in the finitely repeated prisoners' dilemma. *Economics Letters*, Band 19, Heft 3, S.227-229, 1985.
- Olson, Mancur: *The Logic of Collective Action*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1965.
- Osborne, Martin J. und Ariel Rubinstein: *A Course in Game Theory*. 4. Auflage, Cambridge, Mass, London: MIT Press, 1994.
- Passarge, Eberhardt: *Taschenatlas der Genetik*. 2., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. Stuttgart: Thieme, 2003.
- Persson, Torsten: *Nobel lectures: Economic sciences 1991-1995*. Singapur et al.: World Scientific Publishing Company, 1997.
- Quattrone, George A. und Amos Tversky: Causal Versus Diagnostic Contingencies: On Self-Deception and on the Voter's Illusion. *Journal of Personality & Social Psychology*, Band 46, Heft 2, S.237-249, 1984.
- Quattrone, George A. und Amos Tversky: Contrasting rational and psychological analyses of political choice. *American Political Science Review*, Band 82, Heft 3, S.719-736, 1988.
- Rapoport, Anatol: Experiments with N-Person Social Traps I: Prisoner's Dilemma, Weak Prisoner's Dilemma, Volunteer's Dilemma, and Largest Number. *Journal of Conflict Resolution*, Band 32, Heft 3, S.457-472, 1988.
- Raub, Werner: Problematic Social Situations and the "Large-Number Dilemma": A Game-Theoretical Analysis. *Journal of Mathematical Sociology*, Band 13, Heft 4, S.311-357, 1988.
- Richards, Diane: Reciprocity and Shared Knowledge: Structures in the Prisoner's Dilemma Game. *Journal of Conflict Resolution*, Band 45, Heft 5, S.621-635, 2001.
- Riechmann, Thomas: Genetic algorithm learning and evolutionary games. *Journal of Economic Dynamics & Control*, Band 25, Heft 6-7, S.1019-1037, 2001.
- Riolo, Rick L.: Der Lösungsstrategien ums Überleben, in: *Mathematische Unterhaltungen: Spektrum der Wissenschaft – Digest 2/2002*. Heidelberg: Spektrum der Wissenschaft, S.68-72, 2002.

- Ritzberger, Klaus und Jörgen W. Weibull: Evolutionary Selection in Normal-Form Games. *Econometrica*, Band 63, Heft 6, S.1371-1399, 1995.
- Rubinstein, Ariel: Finite Automata Play the Repeated Prisoner's Dilemma. *Journal of Economic Theory*, Band 39, Heft 1, S.83-96, 1986.
- Samuelson, Larry: Evolution and Game Theory. *Journal of Economic Perspectives*, Band 16, Heft 2, S.47-66, 2002.
- Samuelson, Larry und Jianbo Zhang: Evolutionary Stability in Asymmetric Games. *Journal of Economic Theory*, Band 57, Heft 2, S.363-391, 1992.
- Schelling, Thomas C.: *The strategy of conflict*. London: Oxford University Press, 1960.
- Schroeder, David A.: *The psychology of helping and altruism: problems and puzzles*. New York, N.Y. et al.: McGraw-Hill, 1995.
- Selten, Reinhard: Evolutionary stability in extensive two-person games, *Mathematical Social Sciences*, Band 5, Heft 3, S.269-363, 1983.
- Seo, Dong-Il und Byung-Ro Moon: A Survey on Chromosomal Structures and Operators for Exploiting Topological Linkages of Genes, in: Cantú-Paz, Erick (Hrsg.): *Genetic and Evolutionary Computation - GECCO 2003: Genetic and Evolutionary Computation Conference*, Chicago, IL, USA, July 12-16, 2003, Proceedings, Part I (Lecture Notes in Computer Science). Berlin et al.: Springer, S.1357-1368, 2003.
- Singer, Burton und Seymour Spilerman: The Representation of Social Processes by Markov Models, *American Journal of Sociology*, volume 82, Heft 1, S.1-54, 1976.
- Spektrum der Wissenschaft: Unendlich (plus eins): *Spektrum der Wissenschaft – Spezial 2/2005*. Heidelberg: Spektrum der Wissenschaft, 2005.
- Spiro, David E.: The State of Cooperation in Theories of State Cooperation: The Evolution of a Category Mistake. *Journal of International Affairs*, Band 42, Heft 1, S.205-225, 1988.
- Taylor, Michael und Hugh Ward: Chickens, Whales, and Lumpy Goods: Alternative Models of Public-Goods Provision. *Political Studies*, Band 30, Heft 2, S.350-370, 1982.
- Taylor, Peter D. und Leo B. Jonker: Evolutionary Stable Strategies and Game Dynamics. *Mathematical Biosciences*, Band 40, Heft 1-2, S.145-156, 1978.
- Trivers, Robert L.: The evolution of reciprocal altruism. *The Quarterly Review of Biology*, Band 46, Heft 1, S.35-57, 1971.
- Van Damme, Eric: Evolutionary game theory. *European Economic Review*, Band 38, Heft 3-4, S.847-858, 1994.

- Vieth, Manuela: Ein Computer-Turnier zum VOD: Kurzfassung zum Ablauf und zu ersten Ergebnissen. Unveröffentlichtes Skript, URL: http://www.soziologie.ch/users/mdvieth/projects/vod/vod_erg01_zusf.pdf, 2003a.
- Vieth, Manuela: The Volunteer's Dilemma: A Computer-Tournament: Strategies' Definitions. Unveröffentlichtes Skript, URL: http://www.soziologie.ch/users/mdvieth/projects/vod/vod_strat.html, 2003b.
- Vieth, Manuela: The Volunteer's Dilemma: A Computer Tournament: Strategies' Program Parts. Unveröffentlichtes Skript, URL: http://www.soziologie.ch/users/mdvieth/projects/vod/vod_strat_prg.html, 2003c.
- Walliser, Bernard: A spectrum of equilibrium processes in game theory. *Journal of Evolutionary Economics*, Band 8, Heft 1, S.67-87, 1998.
- Weesie, Jeroen: Asymmetry and Timing in the Volunteer's Dilemma. *Journal of Conflict Resolution*, Band 37, Heft 3, S.569-590, 1993.
- Weesie, Jeroen: Incomplete Information and Timing in the Volunteer's Dilemma: A comparison of four models. *Journal of Conflict Resolution*, Band 38, Heft 3, S.557-585, 1994.
- Weibull, Jörgen W.: The 'as if' approach to game theory: Three positive results and four obstacles. *European Economic Review*, Band 38, Heft 3-4, S.868-881, 1994.
- Weibull, Jörgen W.: *Evolutionary Game Theory*. Cambridge, Mass. et al.: MIT Press, 1995.
- Weibull, Jörgen W.: Evolution, rationality and equilibrium in games. *European Economic Review*, Band 42, Heft 3-5, S.641-649, 1998.
- Wright, Alden H.: Genetic Algorithms for Real Parameter Optimization, in: Rawlins, Gregory J.E. (Hrsg.): *Foundations of Genetic Algorithms*. San Mateo: Morgan Kaufmann, S.205-218, 1991.
- Wu, Jianzhong und Robert Axelrod: How to Cope with Noise in the Iterated Prisoner's Dilemma, *Journal of Conflict Resolution*, Band 39, Heft 1, S.183-189, 1995.

Ehrenwörtliche Versicherung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Diplomarbeit ohne Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Klaus Pforr

Mannheim, 4.10.2005