Skalenniveau, Invarianz und „Bedeutsamkeit“

Reinhard Niederée und Rainer Mausfeld

Einer verbreiteten Vorstellung zufolge stellt sich die Beziehung zwischen Zahlen und physikalischen oder psychologischen Größen so dar: Ordnet man Objekten, Attributen oder Ausprägungen von Eigenschaften Zahlen zu, so soll dies ermöglichen, die Zahlen gleichsam als Stellvertreter der Ausgangsobjekte anzusehen, mit denen sich in ökonomischer Weise operieren läßt und mit deren Hilfe sich dann weitere Aussagen über den betrachteten Bereich ableiten lassen. Da nun die Zuordnung von Zahlen stets auch ein Element der Willkür und Konvention enthält, möchte man sich dagegen absichern, daß sich eine durch Operationen auf den Zahlen gewonnene Aussage nicht sinnvoll „rückinterpretieren“ läßt. Dies ist die intuitive Wurzel des sogenannten Bedeutsamkeitsproblems für quantitative Modelle, Statistiken und Indizes. Hiermit eng verknüpft sind Invarianzpostulate, denen zufolge nur solche numerisch formulierten Aussagen und Konzepte als (empirisch) „bedeutsam“ oder „sinnvoll“ zu akzeptieren seien, welche nicht von der jeweiligen „willkürlich zugrunde gelegten“ Skala „abhängen.“

Im ersten Teil dieses Kapitels (sowie im nachfolgenden Kapitel) soll zunächst die Problematik der soeben skizzierten Vorstellung und darauf gegründeter Invarianzpostulate aufgezeigt werden. Hierbei wird es von Bedeutung sein, die unterschiedlichen in dieser Diskussion anklingenden Aspekte des vieldeutigen Konzepts der „Bedeutsamkeit“ sorgsam zu unterscheiden, wie etwa den der Bedeutsamkeit in einem rein semantischen Sinne (handelt es sich um eine „sinnvolle“ Aussage?) und den der wissenschaftlichen bzw. inhaltlichen Relevanz (*empirical meaningfulness/significance*). Es wird sich herausstellen, daß für beide soeben genannten Lesarten dieses Begriffs die üblicherweise angenommene enge Verknüpfung von Bedeutsamkeit und Invarianz in der Regel *nicht gerechtfertig* ist. Zwar knüpfen sich an die Frage der *inhaltlichen Interpretierbarkeit* skalenbezogener Aussagen in der Tat eine Reihe wichtiger Probleme; doch lassen sich diese im Rahmen des soeben angesprochenen und im folgenden noch weiter erläuterten Ansatzes zumeist nicht angemessen behandeln.

Im zweiten Teil dieses Kapitels werden wir dann aufzuzeigen versuchen, daß meßtheoretischen Invarianzkonzepten *dennoch* eine wichtige eigenständige Rolle im Rahmen wissenschaftlicher Theoriebildung zukommen kann. In diesem Zusammenhang werden wir u.a. auch auf das Konzept der *possible psychophysical laws* (Luce, 1959) zu sprechen kommen.

1 Skalenniveaus und zulässige Transformationen

Das Bedeutsamkeitsproblem ist in der Literatur eng mit dem Konzept des „Skalenniveaus“ verknüpft worden, welches die Grundlage für die bereits angesprochenen und

https://doi.org/10.25521/HQM29

im folgenden näher erläuterten Invarianzpostulate bildet. Dieses Konzept entstammt der lebhaften Diskussion um die Bedeutung klassifikatorischer, komparativer und quantitativer Begriffe für die empirische Theoriebildung, welche während der 30er Jahre im Umfeld logisch-empiristischer Wissenschaftstheorie stattfand. Im Bemühen, Kriterien dafür zu finden, wann eine quantitative Aussage als sinnvoll („empirisch gehaltvoll") oder als sinnlos anzusehen sei, unterschieden Cohen und Nagel (1934) bereits drei Typen numerischer Skalen: Skalen, bei denen die Zuordnung von Zahlen nur der Identifikation oder Klassifizierung empirischer Objekte dient, Skalen, die eine empirische Ordnung erfassen, und schließlich Skalen, die eine „quantitative" empirische Beziehung widerspiegeln. Diese Klassifikation und ihre Präzisierung durch die Philosophen R. Carnap und C. G. Hempel und den Mathematiker G. H. Birkhoff wurde innerhalb der Psychologie von Stevens (z.B. 1946, 1951, 1959) aufgegriffen und als Theorie der Skalenniveaus bekannt gemacht. Seitdem wurden und werden derartige Fragen vor allem in der Psychologie diskutiert, wo sie als besonders bedrängend empfunden werden.

Die beiden ersten der obengenannten von Cohen und Nagel postulierten Skalentypen entsprechen in Stevens' Terminologie den *Nominal-* und *Ordinalskalen*, während *Verhältnisskalen* prototypisch für den letztgenannten Skalentyp sind. Wie führt Stevens diese Konzepte nun ein? Die „Willkürkomponente" in der Zuweisung von Zahlen zu empirischen Objekten und Größen drückt sich ihm zufolge darin aus, daß es häufig eine Reihe von „ebenso guten" Zuweisungen anderer Zahlen gebe, die „das gleiche leisten". Stevens schlug daher vor, nicht einzelne Skalen, sondern Skalenfamilien, d.h. Mengen von derartigen „ebenso guten" Skalen zu betrachten. Im Beispiel der Längenmessung wären neben der Meterskala Skalen für beliebige andere Einheiten zu betrachten, wie die Kilometerskala, die *inch*-Skala usw. In diesem Fall lassen sich je zwei „gleichwertige" Skalen durch einen multiplikativen Faktor ineinander umrechnen (und umgekehrt führt jede derartige multiplikative Umrechnung wieder zu einer solchen Skala). In Stevensscher Terminologie bedeutet dies: Multiplikation mit einem konstanten (Umrechnungs-)Faktor ist eine *zulässige Transformation* für die Familie der Längenskalen. Eine Skalenfamilie mit einer solchen Eigenschaft wird als *Verhältnisskala* bezeichnet.

Daneben betrachtet Stevens Skalenfamilien, deren zulässige Transformationen gerade affin-lineare Abbildungen sind; d.h. Umrechnungen sind bestimmt durch die Multiplikation mit einem positiven Faktor und die Addition/Subtraktion einer Konstanten. Ein Beispiel hierfür ist die Familie der Temperaturskalen Grad Celsius, Grad Fahrenheit usw. (z.B. ist die Formel für die Umrechnung von Grad Celsius in Grad Fahrenheit $x\,°\mathrm{C} = 9/5x + 32\,°\mathrm{F}$). Eine solche Skalenfamilie heißt *Intervallskala*; bei ihr können auch negative Skalenwerte vorkommen.

Allgemein ist das Skalenniveau sensu Stevens bestimmt durch die Menge der „zulässigen Transformationen". In den beiden genannten Beispielen spricht man daher auch von „Messung auf Verhältnisskalenniveau" bzw. „Intervallskalenniveau". Wichtige von Stevens angeführte weitere Skalenniveaus sind, wie bereits erwähnt, das Ordinal- und das Nominalskalenniveau. Die Menge der zulässigen Transformationen, welche eine *Ordinalskala* charakterisieren, ist dabei die Menge aller streng monoton steigenden (d.h. ordnungserhaltenden) Funktionen; für eine *Nominalskala* ist dies die Menge aller ein-eindeutigen Abbildungen.

Bevor wir uns der von Stevens postulierten Verknüpfung des Bedeutsamkeitsproblems mit dem Konzept des Skalenniveaus zuwenden, wollen wir noch kurz auf zwei Fragen eingehen, welche dieses Konzept selbst betreffen, zu deren Beantwortung der Stevenssche Ansatz jedoch nicht ausreicht:

1. Wie läßt sich der Begriff „gleich guter“ Skalen, der seinem Begriff der Skalenfamilie zugrunde liegt, präzisieren?

2. Ist die genannte Klassifikation in einem präzisierbaren Sinne vollständig, oder könnte es noch andere Skalenniveaus geben?

Formale Möglichkeiten für eine Beantwortung beider Fragen wurden erst im sogenannten Repräsentationsansatz der Messung bereitgestellt, welcher der axiomatischen Meßtheorie zugrunde liegt. Es ist unter den Vertretern dieses Ansatzes, der die gegenwärtige Standardtheorie der Messung darstellt, unumstritten, daß das zuvor zugrunde gelegte Konzept der „gleich guten“ Skalen ebenso wie die damit verknüpfte – und leider nach wie vor weit verbreitete – Rede von „*dem* Skalenniveau einer Variablen“ irreführend ist und ohne weitere Explikation jeder Grundlage entbehrt. Eine andere Situation ergibt sich insbesondere dann, wenn man, wie dies in der axiomatischen Meßtheorie üblich ist und im letzten Kapitel (Niederée & Narens, in diesem Band) beschrieben wurde, Skalenfamilien explizit als Mengen von sogenannten Repräsentationen (etwa Isomorphismen oder Homomorphismen) einer spezifischen empirischen (oder „qualitativen“) Struktur in eine festgelegte numerische Struktur einführt. Skalenfamilien in einem solchen wohldefiniert-technischen Sinne werden in der Meßtheorie ihrerseits – in Übereinstimmung mit Begriffen wie dem der „Verhältnisskala“, welche sich ja auf Skalen*familien* beziehen – häufig selbst als „Skala“ bezeichnet. Derartige Skalen entsprechen *bei geeigneter Wahl von empirischer und numerischer Struktur* in den üblichen Beispielsituationen gerade den Stevensschen Skalenfamilien „gleich guter“ Skalen. Entsprechendes gilt für „abgeleitete“ Skalen im Sinne von Suppes und Zinnes (1963), die hier aber nicht separat diskutiert werden sollen.

Man beachte jedoch, daß die hierbei zugrunde gelegten qualitativen und numerischen Strukturen nicht ein für allemal fest vorgegeben sind, sondern den jeweiligen empirisch-theoretischen Erfordernissen entsprechend auszuwählen sind. Ein angemessenes Verständnis dieses Konzepts der Skalenfamilie sollte daher frei sein von den irreführenden „absoluten“ und normativen Konnotationen, welche in intuitiven Begriffen wie denen der „gleich guten“ Skala und „des“ Skalenniveaus einer Variablen mitschwingen und welche letztlich den im nächsten Abschnitt besprochenen Bedeutsamkeitspostulaten ihre scheinbare Plausibilität verleihen.

Erst durch eine entsprechende qualitativ-strukturelle Analyse, etwa im Sinne der im letzten Kapitel besprochenen axiomatischen Meßtheorie (oder geeigneter stochastischer Ansätze etwa im Sinn einer probabilistischen Meßtheorie), werden sich im Einzelfall die möglicherweise durchaus berechtigten, doch zunächst häufig recht vagen Intuitionen präzisieren lassen, welche hinter Thesen wie „die Variable X ist intervallskaliert“ spürbar sind, welche jedoch für sich genommen keinen klaren Aussagegehalt haben. Eine solche Vorgehensweise bildet auch die konzeptuelle Grundlage für die mögliche fruchtbare Verwendung von skalenniveaubezogenen Invarianzkonzepten, welche in Abschnitt 3 besprochen werden wird.

Kommen wir nun zu einigen sehr knappen technischen Hinweisen, welche die zweite Frage betreffen. Betrachtet man Skalen(familien) im repräsentationstheoretischen Sinne, so sind im allgemeinen Fall neben den von Stevens betrachteten Skalenniveaus unendlich viele weitere mathematisch möglich (z.B. auch solche „zwischen“ dem einer Intervall- und dem einer Ordinalskala). Beschränkt man jedoch die Diskussion auf den theoretisch besonders bedeutsamen Fall geordneter qualitativer Strukturen auf einem Kontinuum, die gewisse natürliche Symmetrieeigenschaften haben, welche in termini ihrer Automorphismen (siehe Abschnitt 3) formuliert sind, so läßt sich einem tiefliegenden Theorem von Narens und Alper zufolge zeigen, daß in solchen Fällen stets eine Skalenfamilie von Isomorphismen bezüglich einer geeigneten numerischen Struktur existiert, welche eine Intervallskala oder eine Verhältnisskala ist oder ein in einem wohldefinierten Sinne dazwischen liegendes Skalenniveau besitzt (Alper, 1987; vgl. auch Luce, Krantz, Suppes & Tversky, 1990, Ch. 20; eine zusammenfassende Darstellung findet sich in Niederée, 1994, S. 532ff.). Dies zeigt, daß auch für diese Situationen die genannte Klassifikation nicht vollständig ist, doch ist sie hier in einem gewissen Sinne beinahe vollständig; so ist hier insbesondere ein Skalenniveau ausgeschlossen, das zwischen dem einer Ordinalskala und dem einer Intervallskala liegt. Zugleich beantworten die Analysen von Narens und Alper für diese Situationen die Frage nach einer qualitativen Charakterisierung des Sachverhalts, daß eine gegebene qualitative Struktur auf einem bestimmten Skalenniveau repräsentiert werden kann.

2 Traditionelle numerische Invarianzpostulate

Das vage Konzept der „gleich guten“ Skala und der Begriff des Skalenniveaus wurden durch Stevens eingeführt, weil dieser glaubte, dadurch einen Zugang zur Behandlung des Bedeutsamkeitsproblems zu erhalten. Aus dieser Perspektive, die wir im folgenden als *Skalenniveau-Ansatz* bezeichnen wollen, wurde das Bedeutsamkeitsproblem an gewisse, an das jeweilige Skalenniveau geknüpfte Invarianzkonzepte angebunden. Wir werden uns zunächst kritisch mit der „naiven“ Spielart entsprechender Postulate auseinandersetzen. Im nächsten Abschnitt soll dann, wie bereits angekündigt, eine mögliche produktive Verwendungsform derartiger Invarianzkonzepte besprochen werden. Abgesehen von einigen knappen Bemerkungen über Indizes und darauf bezogene numerische Relationen im letzten Abschnitt dieses Kapitels, werden wir uns im folgenden weitgehend auf *numerische Einzelfallaussagen und Gesetze* beziehen. Dem sogenannten Bedeutsamkeitsproblem in der Statistik, auf welches sich Stevens im wesentlichen bezog, ist das nachfolgende Kapitel (Niederée & Mausfeld, in diesem Band) gewidmet.

Die in der Stevensschen Tradition übliche und von Suppes und Zinnes (1963) unter Bezugnahme auf repräsentationstheoretische Konzepte (für deterministische Zusammenhänge) allgemein formulierte Zugangsweise zu diesem Themenkreis wollen wir an einem einfachen Beispiel erläutern. Was ist von dem Satz „Das Verhältnis der Temperatur von gestern zur Temperatur von heute beträgt 1.12“ zu halten? In dieser Form ist der Satz sicherlich sinnlos, da keine Einzelskala spezifiziert ist, auf die sich die Temperaturangabe bezieht, der Wahrheitswert (wahr bzw. falsch) des Satzes aber davon abhängen kann, ob wir die Temperatur z.B in Grad Celsius oder Grad Fahrenheit messen. Ein solches Problem tritt aber nicht auf, wenn man sich auf den Satz „Das Verhältnis der Körpergröße von Dieter zur Körpergröße von Dagmar beträgt 1.12" bezieht: Ist er für eine Längenskala wahr/falsch, so ist er es für alle anderen (wobei wir stillschweigend die Annahme machen, daß wir uns auf die übliche Längenskalenfamilie beziehen, also quadratisch transformierte Längenskalen und dergleichen aus der Betrachtung ausschließen). Man sagt auch, daß der Wahrheitswert dieses Satzes bezüglich aller Längenskalen bzw. unter den zulässigen Transformationen einer Verhältnisskala (d.h. der Menge aller positiven linearen Abbildungen im Sinne von Multiplikationen mit einer positiven reellen Konstanten) *invariant* ist.

Schauen wir uns die beiden Sätze genauer an, so stellen wir fest, daß beide sich auf eine numerische Relation R auf der Menge $\mathbb{R}^+$ der positiven reellen Zahlen beziehen, nämlich die durch die Gleichung $x/y = 1.12$, d.h. $x = 1.12y$, gegebene Relation; in mengentheoretischer Notation ist dies gerade die Menge

$$R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}^+,\ x = 1.12y\}.$$

Die Invarianz des Wahrheitswertes der letztgenannten Beispielaussage beruht auf der Invarianz von R unter der Menge aller positiven linearen Abbildungen: Für alle positiven reellen Umrechnungsfaktoren a und alle positiven reellen Zahlen x und y gilt

$$(x, y) \in R \quad \text{gdw.} \quad (ax, ay) \in R$$

(wobei wie üblich „gdw." für „genau dann, wenn" steht), was in unserem Fall nichts anders bedeutet als: $x = 1.12y$ gdw. $ax = 1.12ay$.

Hingegen ist R nicht invariant bezüglich der zulässigen Transformationen einer Intervallskala. Dies läßt sich leicht anhand der zulässigen Transformation

$$t(x) = \frac{9}{5}x + 32,$$

illustrieren, welche die Umrechnung von Grad Celsius in Grad Fahrenheit beschreibt. Es gilt hier zum Beispiel, daß das Paar $(11.2, 10.0)$ zu R gehört, nicht aber das Paar der umgerechneten Werte $(t(11.2), t(10.0)) = (52.16, 50.0)$. Betrüge die Temperatur gestern 11.2°C und heute 10.0°C, so wäre die obige Aussage somit für Grad Celsius wahr, für Grad Fahrenheit (mit den entsprechenden Temperaturwerten 52.16 und 50.0) jedoch falsch.

Diese Beispiele geben Anlaß zu folgendem allgemeinen numerischen Invarianzkriterium:

DEFINITION (T-INVARIANZ): Sei N eine Menge von Zahlen (etwa $N = \mathbb{R}^+$) und sei R eine n-stellige Relation auf N.[1] Sei ferner T eine Menge von Funktionen $t : N \to N$. Dann heißt R *T-invariant* genau dann, wenn für alle $t \in T$ und alle $x_1, \ldots, x_n \in N$ gilt: $(x_1, \ldots, x_n) \in R$ gdw. $(t(x_1), \ldots, t(x_n)) \in R$.

Man sieht nun leicht folgendes: Ist Φ eine Skalenfamilie mit einer zugehörigen Menge T von zulässigen Transformationen, so ist der Wahrheitswert von Aussagen, welche sich auf diese Skalen beziehen, insbesondere dann invariant bezüglich Φ bzw.

[1] Dies ist eine Teilmenge des n-fachen kartesischen Produkts N^n von N, also eine Menge, deren Elemente gerade n-Tupel $(x_1, \ldots, x_n)$ von Elementen aus N sind.

T, wenn die darin vorkommenden numerischen Relationen T-invariant sind. (In Beispielen wie den obigen gilt auch die Umkehrung, jedoch gilt dies nicht allgemein, d.h. es kann Aussagen mit invariantem Wahrheitswert geben, welche sich auf numerische Relationen beziehen, die selbst nicht T-invariant sind; von diesen Fällen wollen wir hier zur Vereinfachung der Diskussion absehen.)

Im Skalenniveau-Ansatz der Stevensschen Tradition werden nur solche Aussagen als „bedeutsam" (*meaningful*) bezeichnet, die ein solches Invarianzkriterium erfüllen. Solange man keine einzelnen Skalen spezifiziert, ist dies, wie wir am obigen Beispiel gesehen haben, ohne Zweifel angemessen. Legt man jedoch eine bestimmte Einzelskala fest, so gelangt man unabhängig vom zugrunde gelegten Skalenniveau stets zu einer sinnvollen (d.h. in einem semantischen Sinn „bedeutsamen") Aussage in dem Sinne, daß ihr Wahrheitswert in bezug auf zugrundeliegende empirische Tatsachen wohldefiniert ist (wie z.B. der Wahrheitswert der Aussage „Das Verhältnis der Temperatur von gestern zur Temperatur von heute in °C beträgt 1.12"). Zumindest ist er ebenso „wohldefiniert" wie der von invarianten Aussagen. (Grundsätzliche philosophische Fragen, welche mit dem Begriffspaar „wahr"/„falsch" in einem empirischen Kontext verknüpft sind, seien hier ausgeklammert, da sie von dem hier betrachteten Problem unabhängig sind.)

Hiervon zu unterscheiden ist die Frage, ob eine solche Aussage in irgend einem Sinne eine (empirisch/theoretisch) „interessante" Information beinhaltet. Angesichts der Vielzahl irrelevant anmutender „quantitativer" Resultate ist dies tatsächlich eine wichtige Frage, eine Frage jedoch, die anders als das Erfülltsein oder Nichterfülltsein von gewissen Invarianzkriterien auf ein graduelles Kriterium zielt (eine Aussage kann – zu einem gegebenen Zeitpunkt – mehr oder weniger informativ sein). Wie interessant eine Aussage ist, wird vom jeweiligen – über die Zeit veränderlichen – theoretischen und empirischen Kontext abhängen, in den eine solche Aussage eingebettet ist; dieser entscheidet insbesondere darüber, ob aus einer solchen Aussage weitere ihrerseits „informative" Aussagen ableitbar sind. Dies läßt sich nicht mit Hilfe von Invarianzkriterien a priori entscheiden; letztere liefern hierfür weder hinreichende noch notwendige Bedingungen. Häufig werden skalenabhängige Aussagen der oben geschilderten Art, die in der Literatur zum Skalenniveau-Ansatz als suggestive Negativbeispiele herangezogen werden, zu Recht als nicht „bedeutsam" im Sinne fehlender praktischer oder theoretischer Relevanz eingestuft. Der Grund hierfür ist aber nicht die fehlende Invarianz solcher Aussagen bezüglich eines (wie auch immer vorher spezifizierten) Skalenniveaus. Es existiert hierfür überhaupt kein aprioristischer Grund (im strengen Sinne eines logischen bzw. begriffslogischen und daher letztverbindlichen Prinzips), der sich aus einer vermeintlichen „Logik quantitativer Aussagen" oder „Logik der Messung" ableiten ließe. Vielmehr drückt sich hier einfach die Tatsache aus, daß beim gegebenen Wissensstand ein Kontext, in dem die betrachteten Beispielaussagen für theoretische oder praktische Zwecke interessant erscheinen, (noch?) nicht erkennbar ist. In anderen Beispielen kann dieser Fall aber sehr wohl eintreten. In Forschungsgebieten wie der Psychologie fehlt in der Tat häufig eine entsprechende hinlänglich reichhaltige und präzise *inhaltliche Theoriebildung*; dies ist in gewisser Weise der eigentliche Kern des „Bedeutsamkeitsproblems".

Die obigen Beispielaussagen bezogen sich jeweils nur auf eine einzelne Situation. Von besonderem Interesse sind in den Wissenschaften jedoch *gesetzesartige Aussa-*

gen. Hier ist die Situation vollkommen analog. Betrachten wir das psychophysikalische Beispiel des *Weberschen Gesetzes* (vgl. Irtel, in diesem Band), das wir hier auswählen, da es eine besonders einfache Diskussion der hier zu besprechenden Themen erlaubt. Dabei wollen wir uns zum Zwecke einer möglichst einfachen Darstellung auf den Fall der Längendiskrimination konzentrieren. Das Webersche Gesetz besagt bekanntlich, daß der ebenmerkliche Reizzuwachs ΔS proportional zum Ausgangsreiz S mit einer bestimmten Proportionalitätskonstanten c ist (d.h., daß $\Delta S = cS$). Offensichtlich ist die durch eine fest gewählte Konstante c (z.B. 0.12) festgelegte numerische Relation

$$R = \{(x, y) : x = cy\},$$

und damit auch der Wahrheitswert der entsprechenden Gesetzesaussage, T-invariant bezüglich der Menge T aller positiven linearen Abbildungen (d.h. bezüglich der Menge der zulässigen Transformationen für Längenskalen).

Anstelle des Weberschen Gesetzes könnte aber auch ein anderes Schwellengesetz gültig sein. Ob dies tatsächlich der Fall ist oder nicht, ist für unsere nachfolgenden Betrachtungen gleichgültig, da es uns hier lediglich „um das Prinzip" geht. So könnte man z.B. ein Gesetz der Art $\Delta S = cS^2$ mit einer fest gewählten Konstante c (z.B. $c = 0.12$) in Betracht ziehen, um nur eine Möglichkeit willkürlich herauszugreifen. Tatsächlich ist in der Literatur für gewisse Fälle das sogenannte *near-miss Weber law* $\Delta S = cS^\beta$ mit einer nur wenig von 1 verschiedenen Konstante β vorgeschlagen worden, auf welches die nachfolgenden Überlegungen sinngemäß übertragbar sind. Natürlich ergäbe sich bei derartigen nichtlinearen Schwellengesetzen ohne Festlegung einer spezifischen Längenskala keine sinnvolle Aussage, da die entsprechende Relation nicht T-invariant ist. Dieser Defekt läßt sich aber sofort durch explizite Festlegung einer spezifischen Skala - d.h. hier: einer Einheit - beseitigen.

In analogen Situationen in der Physik geschieht dies gewöhnlich indirekt in Form von *dimensionsabhängigen Konstanten* (wie z.B. im Fallgesetz $s = 1/2gt^2$ mit der dimensionsabhängigen Konstante $g \approx 9.81\mathrm{m/sec}^2$; dies besagt, daß bezüglich der Meter- und der Sekundenskala der Wert der Konstante gerade näherungsweise 9.81 beträgt). Wäre im Beispiel eines quadratischen Schwellengesetzes der Wert von c für die Meterskala 0.12, so würde man in diesem Fall entsprechend schreiben: $c = 0.12\mathrm{m}^{-1}$. Ändert man die zugrundeliegenden Einheiten, ändert sich entsprechend der numerische Wert der Konstanten (und dementsprechend die dem Gesetz zugrundeliegende numerische Relation; vgl. das Konzept der *meaningful reparametrization* in Pfanzagl, 1971).

Es gibt daher keinen Grund, ein skalenabhängiges Gesetz wie das betrachtete quadratische Schwellengesetz aus „meßtheoretischen" Gründen aus der Betrachtung auszuschließen; es könnte im Prinzip für die betrachtete Situation in dem gleichen Sinne „wahr" oder „falsch" sein wie das invariante Webersche Gesetz. In diesem Sinne ist es selbstverständlich semantisch bedeutsam und hat einen empirischen Gehalt.[2]

[2] Der Skalenniveau-Ansatz selbst führt übrigens weder im invarianten noch im nicht invarianten Fall zu einem tieferen Verständnis dieses empirischen Gehalts. Hierzu könnten z.B. wieder Konzepte der axiomatischen Meßtheorie herangezogen werden (ggf. unter Einbeziehung stochastischer Konzepte). Neben den im folgenden Abschnitt beschriebenen qualitativen Relationen muß im hier betrachteten Beispiel im nicht invarianten Fall für eine *vollständige* Spezifikation dieses Gehaltes

Ferner kann ein (relativ zu einer spezifizierten Skalenfamilie) nicht invariantes Gesetz ebenso wie ein invariantes bedeutsam oder unbedeutsam im Sinne wissenschaftlicher *Relevanz* sein. Die substantielle Relevanz (zu einem gegebenen Zeitpunkt) ist auch hier wieder eine Frage des jeweiligen empirisch-theoretischen Kontextes und kann nicht durch aprioristische Invarianzbetrachtungen entschieden werden. Würde eine entsprechende gesetzesartige Beschreibung der betrachteten Reizschwellen als relevant angesehen werden, so würde dies, sollte sich ein quadratisches Schwellengesetz (z.B. mit $c = 0.12$ bei Zugrundelegung der Meterskala) erhärten lassen, gegebenenfalls auch für ein solches quadratisches Schwellengesetz gelten. Dies würde dann übrigens – im Sinne unserer obigen Anmerkungen zu Einzelfallaussagen – einen „Kontext" schaffen, in welchem z.B. eine nicht invariante und auf den ersten Blick eher uninformative Aussage der Art „Das Verhältnis der Länge von a zum quadrierten Verhältnis der Länge von b (in Metern) beträgt 0.12" informativ werden kann; unter diesen Voraussetzungen würde sie nämlich insbesondere die qualitative Aussage implizieren, daß a gerade die zu b gehörige Unterschiedsschwelle ist.

3 Die substanzwissenschaftliche Bedeutung von Invarianzbetrachtungen

Wir haben bereits darauf hingewiesen, daß – unbeschadet der „negativen" Bemerkungen des vorangehenden Abschnittes – Invarianzbetrachtungen in gewissen Forschungsgebieten dennoch eine bedeutende Rolle im Zuge der Bildung substantieller Theorien zukommt. Die Physik hält hierfür viele Beispiele bereit. Der Skalenniveau-Ansatz ermöglicht jedoch weder eine klare und angemessene Einschätzung ihre Rolle und ihres potentiellen Ertrags noch ihrer Grenzen; vielmehr kann er sogar den Blick hierauf durch unzureichend verankerte Skalenniveaukonzepte und ebenso problematische Bedeutsamkeitspostulate und die dadurch erzeugten Kontroversen verstellen. Die dem Repräsentations-Ansatz der axiomatischen Meßtheorie zugrundeliegende qualitativ-strukturelle Perspektive ermöglicht jedoch auch hier wieder eine konzeptuelle Klärung und dadurch ein tieferes Verständnis der zugrundeliegenden Zusammenhänge; die entsprechenden, im letzten Kapitel (Niederée & Narens, in diesem Band) besprochenen meßtheoretischen Grundbegriffe und ihre Anwendung auf den Fall der Längenmessung werden im folgenden als bekannt vorausgesetzt.

Wir wollen die soeben formulierte These wieder anhand einer (für unsere Zwecke entsprechend idealisierten) Diskussion der beiden obigen Schwellengesetze beispielhaft zu erläutern versuchen, für welche sich das der angemessenen Anwendung von Invarianzkonzepten *tatsächlich* zugrundeliegende „forschungslogische Prinzip" in besonders einfacher Weise herausarbeiten läßt. Zum besseren Verständnis der möglichen Relevanz eines solchen Prinzips ist es dabei hilfreich, sich vorzustellen, daß wir uns in einer Situation befänden, in welcher die Frage, welches Gesetz denn nun für den Fall der Längendiskrimination das angemessenere sei, noch vollkommen offen ist; denn dann dürfte die Frage von besonderem Interesse sein, ob – und wenn ja, wie – sich das Webersche Gesetz unter den unendlich vielen möglichen Schwellengesetzen,

noch auf zusätzliche qualitative Relationen (oder Konstanten) Bezug genommen werden, wie hier auf eine Einheit a_0 (vgl. Niederée, 1994, Abschnitt 5.1).

für welche in exemplarischer Weise das hier betrachtete quadratische Schwellengesetz steht, in empirisch überprüfbarer Weise theoretisch auszeichnet. Dieser Frage wollen wir nun nachgehen.

Zu diesem Zwecke betrachten wir die beiden oben genannten Gesetze (bzw. „Gesetzeskandidaten“) aus repräsentationstheoretischer Perspektive. Wie bereits in Abschnitt 1 erläutert, wird hierzu die Skalenfamilie Φ der zugrunde gelegten Längenskalen als eine Menge von Repräsentationen einer qualitativen Struktur $\mathcal{X}$ in eine numerische Struktur $\mathcal{N}$ eingeführt. Wie im letzten Kapitel beschrieben, wählen wir hierzu $\mathcal{X} = \langle X, \succsim, \circ \rangle$ und $\mathcal{N} = \langle \mathbb{R}^+, \geq, + \rangle$ und betrachten die Skalenfamilie Φ aller additiven Repräsentationen von $\mathcal{X}$. Dabei wollen wir zur Vereinfachung der Situation annehmen, daß $\mathcal{X}$ eine zu $\mathcal{N}$ isomorphe Größenstruktur ist (d.h. jeder reellen Zahl „entspricht“ unter einer additiven Repräsentation genau eine Größe). Φ ist dann gerade die Menge aller Isomorphismen zwischen $\mathcal{X}$ und $\mathcal{N}$.

In der betrachteten Situation kommt nun eine zusätzliche „empirisch bedeutsame“ qualitative Relation Q auf X ins Spiel: Zwei Längen a, b stehen in Relation Q – in mengentheoretischer Notation: $(a, b) \in Q$ – genau dann, wenn unter geeignet zu spezifizierenden experimentellen Bedingungen der Reiz $a \circ b$ ebenmerklich länger ist als a. Betrachtet man eine beliebig aber „fest gewählte“ Längenskala f mit Einheit a_0, so besagen in bezug auf diese Skala die beiden obigen Schwellengesetze (wenn wir sie, wiederum zur Vereinfachung der Diskussion, idealisierend auf beliebige Grössen b beziehen) gerade, daß $(a, b) \in Q$ genau dann gilt, wenn die zugehörigen Skalenwerte die Gleichungen $y = cx$ bzw. $y = cx^2$ erfüllen. In mengentheoretischer Notation heißt dies, daß für alle $(a, b) \in X$ gilt:

$$(a, b) \in Q \quad \Leftrightarrow \quad (f(a), f(b)) \in R, \tag{1}$$

wobei (für ein bestimmtes $c > 0$) $R = \{(x, y) : y = cx\}$ bzw. $R = \{(x, y) : y = cx^2\}$.

Eine wesentliche Rolle in unserer meßtheoretischen Analyse spielen nun die *Automorphismen* von $\mathcal{X}$ und $\mathcal{N}$. Unter einem Automorphismus versteht man einen Isomorphismus einer Struktur auf sich selbst: Ein Automorphismus erfaßt gleichsam die inneren *Symmetrien* einer Struktur (vgl. Weyl, 1952; Niederée, 1994, S. 534). Im Falle der Struktur $\mathcal{N}$ ist die Menge der Automorphismen gerade die Menge T der zulässigen Transformationen (d.h. der positiven linearen Abbildungen). Im Falle der hier betrachteten qualitativen Struktur $\mathcal{X}$ lassen sich die Automorphismen ähnlich einfach mathematisch charakterisieren; zu ihnen gehören insbesondere die Operationen der „Verdopplung“, „Verdreifachung“ usw., welche qualitativ durch $g_2(a) = a \circ a$, $g_3(a) = (a \circ a) \circ a$, usw. definiert werden.

Man bezeichnet nun Q als *invariant unter den Automorphismen* von $\mathcal{X}$ (im folgenden kurz $\mathcal{X}$*-invariant* oder, unter stillschweigendem Bezug auf $\mathcal{X}$, *qualitativ invariant*), wenn für alle Automorphismen g von $\mathcal{X}$ und alle $(a, b) \in Q$ gilt, daß auch $(g(a), g(b)) \in Q$. Diese Definition verallgemeinert sich sinngemäß auf beliebige Strukturen und Relationen auf deren Trägermengen; für numerische Relationen R ist z.B. $\mathcal{N}$-Invarianz im hier betrachteten Fall gerade gleichbedeutend mit der zuvor definierten T-Invarianz.

Wir haben oben angenommen, daß (i) f ein Isomorphismus zwischen $\mathcal{X}$ und $\mathcal{N}$ und (ii) T gerade die Menge aller Automorphismen von $\mathcal{N}$ ist; ferner soll (iii) die gesuchte Relation R die qualitative Relation Q im Sinne von Bedingung (1) repräsentieren.[3] In allen Situationen, welche die Voraussetzungen (i) bis (iii) erfüllen, erweisen sich nun die folgenden beiden Bedingungen als mathematisch äquivalent:

(I1) Q ist $\mathcal{X}$-invariant;

(I2) R ist T-invariant.

Weit davon entfernt, ein aus einer „Logik der Messung" ableitbares allgemeingültiges Prinzip zu sein, erweist sich **I2** hier als äquivalent zu einer präzise benennbaren qualitativen Bedingung, nämlich **I1**, welche empirisch erfüllt sein kann oder nicht (im Fall der Gültigkeit eines quadratischen Schwellengesetzes wäre sie z.B. verletzt). Es handelt sich somit (in gleicher Weise wie bei den im letzten Kapitel betrachteten qualitativen Axiomen) im Prinzip um eine *empirische Hypothese*. Sie beinhaltet eine *Symmetrieannahme*, nämlich die, daß Q mit den Symmetrien von $\mathcal{X}$ „verträglich" ist. Wie das Beispiel der Physik lehrt, sind solche Symmetrieannahmen als wichtiger *Teil der inhaltlichen Theoriebildung* häufig von besonderem theoretischen Interesse und verdienen daher in der Tat besondere Beachtung.

Nicht immer ist eine solche Hypothese *unmittelbar* empirisch testbar; im hier betrachteten Beispiel ist dies aber der Fall (was allerdings nicht in einem engen empiristischen Sinne mißverstanden werden sollte; vgl. die „Schlußbetrachtungen" des Kapitels von Niederée & Narens, in diesem Band). Betrachten wir z.B. die obigen Automorphismen der „Vervielfachung", so folgt sofort, daß im Fall der Gültigkeit der Hypothese **I1** folgendes gelten muß: Ist der ebenmerkliche Reizzuwachs zu a gerade b, so ist der ebenmerkliche Reizzuwachs zu $a \circ a$, $(a \circ a) \circ a$, usw. gerade $b \circ b$ bzw. $(b \circ b) \circ b$, usw.[4] Im Falle der Gültigkeit von **I1** müssen also Unterschiedsschwellen (Q) und Konkatenation ($\circ$) in einer ganz bestimmten Weise miteinander „harmonieren."

In der hier vorliegenden Situation ist T nun gerade die Menge aller positiven linearen Abbildungen und Q entspricht einer Funktion in dem Sinne, daß zu jedem a jeweils genau eine Unterschiedsschwelle b gehört. Unter diesen Zusatzvoraussetzungen erweist sich **I2**, und damit auch **I1**, mathematisch wiederum als äquivalent zu

(I3) $R = \{(x, y) : y = cx\}$ (für ein $c > 0$).

(Die Ableitung von **I3** aus **I2** beruht auf einer sogenannten *Funktionalgleichung*; vgl. Aczél, 1966.) Damit erweist sich die numerische Invarianzannahme **I2** in unserem Fall gerade als äquivalent zum *Weberschen Gesetz*. Eine für dessen Gültigkeit hinreichende und notwendige qualitativ-empirische Bedingung ist wiederum die qualitative Symmetrieannahme **I1**; letztere charakterisiert somit in einem gewissen Sinne dessen qualitativ-empirischen Gehalt. (Der Gehalt des Weberschen Gesetzes mit *spezifizierter* Weberkonstante c, z.B. $c = 0.12$, geht natürlich darüber hinaus.)

Diese kleine Beobachtung verdeutlicht auf schöne Weise die potentielle Fruchtbarkeit der qualitativ-strukturellen Perspektive, welche der axiomatischen Meßtheorie

[3] Gemeinsam sind (i) und (1) gerade äquivalent zu der Annahme, daß f ein Isomorphismus ist zwischen der qualitativen Struktur $\langle X, \succsim, \circ, Q \rangle$ und der numerischen Struktur $\langle \mathbb{R}^+, \geq, +, R \rangle$.

[4] Dies sind Spezialfälle der folgenden allgemeinen qualitativen Linearitätsbedingung, welche im Fall von extensiven Strukturen $\mathcal{X}$ der hier betrachteten Art und zweistelligen Relationen Q ganz allgemein äquivalent ist zur $\mathcal{X}$-Invarianz von Q: wenn $(a, b) \in Q$ und $(a', b') \in Q$, so auch $(a \circ a', b \circ b') \in Q$.

zugrunde liegt (vgl. Niederée & Narens, in diesem Band). In der meßtheoretischen Literatur zu diesem Thema (vgl. Abschnitt 5) findet sich eine Fülle von Beispielen für ähnliche Bezüge zwischen *qualitativer Invarianz*, *numerischer Invarianz* (und damit verknüpften Funktionalgleichungen) und den mit ihnen *kompatiblen Formen numerischer Gesetze* (wie z.B. Potenzgesetze oder logarithmische Zusammenhänge). Diese Konzepte und ihr Zusammenspiel können aber im Einzelfall durchaus subtiler sein als im hier betrachteten Spezialfall; so beziehen sie sich insbesondere nicht immer auf Invarianz unter Automorphismen. Ausgehend von numerischen Gesetzen gelangen wir so zu charakteristischen qualitativen Bedingungen, welche ein tieferes Verständnis dieser Gesetze ermöglichen und eventuell mit testbaren qualitativ-empirischen Bedingungen einhergehen. Umgekehrt gelangen wir ausgehend von theoretischen Symmetrieüberlegungen zur Spezifikation von Formen mit ihnen konsistenter numerischer Gesetze. Wesentlich ist: Bei der Anwendung derartiger mathematischer Resultate auf konkrete Forschungsprobleme spielen entsprechende Invarianzannahmen in aller Regel die Rolle von empirischen Hypothesen (oder in normativen Kontexten von *inhaltlich begründeten* – z.B. als ökonomische Rationalitätskriterien auffaßbaren – *normativen Postulaten*). Da wir uns bisher stets auf deterministische Modelle bezogen haben, sei hinzugefügt, daß man sich ähnliche Überlegungen auch in einem probabilistischen Kontext vorstellen könnte, was gerade für die Psychologie von Interesse sein dürfte.

Leider hat sich in der meßtheoretischen Literatur für das soeben abgesteckte Themenfeld aus historischen Gründen das, wie wir gesehen haben, potentiell irreführende Etikett der „Bedeutsamkeit“ (*meaningfulness*) eingebürgert; so wird in vielen technischen Zusammenhängen der Begriff *meaningfulness* als *Synonym* für qualitative oder numerische Invarianz verwendet.[5] Da in aller Regel eine klare Abgrenzung gegenüber einer naiven Interpretation des „Bedeutsamkeitsproblems“ ausbleibt und nicht selten sogar beides explizit konfundiert wird, kann hier lediglich die Empfehlung ausgesprochen werden, entsprechende *meaningfulness*-Konzepte im Sinne der jeweiligen Definitionen technisch zu verstehen und diese dann gegebenenfalls in Anlehnung an die oben umrissene Vorgehensweise substanzwissenschaftlich umzusetzen.

Ein wichtiger Spezialfall dieser Vorgehensweise findet sich in der Psychophysik unter dem potentiell leider ebenso mißverständlichen Etikett der *possible psychophysical laws*. Auch hier geht es darum, aus Symmetrieannahmen über den betrachteten empirischen Bereich Einschränkungen für die mögliche Form psychophysikalischer Gesetze abzuleiten (z.B. Luce, 1990). Von der „Möglichkeit von Gesetzen“ zu reden bedeutet in all diesen Fällen wiederum *nicht*, sich auf einen aprioristischen Begriff von Möglichkeit oder Unmöglichkeit zu beziehen („absolut unmöglich“), sondern „Möglichkeit“ ist hier, wie im obigen Beispiel des Weberschen Gesetzes, stets rela-

[5]Dies ist partiell durch die Tatsache gerechtfertigt, daß sich häufig eine enge Beziehung zwischen Invarianzkonzepten und mathematisch-logischen Konzepten der *Definierbarkeit* einer Relation Q in einer Struktur $\mathcal{X}$ herstellen läßt; dies ändert jedoch nichts an dem Charakter und der Notwendigkeit der hier getroffenen grundsätzlichen Unterscheidungen (vgl. Narens & Mausfeld, 1992, Appendix; Niederée 1994, Abschnitt 5.3; Narens, in Vorbereitung). Konzepte der Definierbarkeit stehen übrigens in enger Beziehung zu dem in Fußnote 2 und dem im nächsten Kapitel unter dem Stichwort der „qualitativ-immanenten Bedeutsamkeit“ angesprochenen Themenkreis, den wir aus Platzgründen hier nicht dataillierter besprechen können. Hierbei werden Invarianz- und Definierbarkeitskonzepte häufig lediglich in rein *klassifikatorischer* Weise gebraucht.

tiv zu entsprechenden (empirischen) Invarianzhypothesen zu verstehen. Ein entsprechendes *principle of theory construction* findet sich erstmals bei Luce (1959), wo es aber noch in der Terminologie des Skalenniveau-Ansatzes formuliert ist, so daß der empirische Gehalt entsprechender Invarianzannahmen unklar bleibt (sie lassen sich aber repräsentationstheoretisch reformulieren; vgl. Niederée, 1994, Abschnitt 5.2.2). Häufig wurden und werden derartige Invarianzbetrachtungen im Geiste des Skalenniveau-Ansatzes aprioristisch mißverstanden; dies ist zu Recht kritisiert worden (z.B. von Rozeboom, 1962; siehe auch Luce, 1962).

Ganz ähnliche Mißverständnisse und Kontroversen knüpfen sich an eine bedeutende komplexere Variante der hier skizzierten Vorgehensweise im Rahmen der physikalischen *Dimensionsanalyse* (auch diese lassen sich so verstehen, daß aus Symmetrieannahmen, z.B. solchen, die der sogenannten Dimensionsinvarianz von Gesetzen entsprechen, Restriktionen für die Form „möglicher" Gesetze abgeleitet werden; meßtheoretische Analysen zu diesem Thema finden sich u.a. bei Krantz, Luce, Suppes & Tversky, 1971, Kap. 10; Luce, 1978; Luce et al., 1990, Kap. 22). In einem gewissen Sinn kann der hier skizzierte allgemeine Ansatz umgekehrt auch als eine Verallgemeinerung entsprechender dimensionsanalytischer Konzepte angesehen werden. In der Physik haben sich diese als sehr fruchtbar erwiesen; ob sich eine entsprechende Strategie sinnvoll in andere Forschungsbereiche übertragen läßt, hängt natürlich vom jeweiligen Gegenstandsbereich und seinen „inneren Symmetrien" ab.

4 Zur „Bedeutsamkeit" von Parametern, deskriptiven Indizes und numerischen Relationen

Kehren wir abschließend noch einmal zur traditionellen Bedeutsamkeitsdebatte zurück. Gelegentlich wird in der Literatur nicht nach der Bedeutsamkeit von Aussagen gefragt, sondern – im Hinblick auf bestimmte Skalenfamilien – nach der Bedeutsamkeit etwa von deskriptiven Indizes und numerischen Relationen, und es werden hierzu entsprechende Invarianzkriterien vorgeschlagen (siehe z.B. Aczél & Roberts, 1989; vgl. auch das nachfolgende Kapitel zum Bedeutsamkeitsproblem in der Statistik von Niederée & Mausfeld, in diesem Band). Im Zusammenhang mit dem in Abschnitt 2 behandelten Beispielsatz „Das Verhältnis der Temperatur von gestern zur Temperatur von heute beträgt 1.12" könnte man etwa nach der „Bedeutsamkeit" des Verhältnisses zweier Temperaturangaben bzw. der Relation $x/y = 1.12$ fragen. Eine repräsentationstheoretische Analyse erlaubt auch hier wieder eine erhellende Charakterisierung der qualitativen Aspekte des Bezugs auf numerische Relationen und Indizes, welche derartige skalenbezogene Invarianzbedingungen erfüllen, und kann dadurch zu einem vertieften Verständnis der betrachteten Indizes, Relationen etc. führen. Aber wie im Fall von Einzelfall- und gesetzesartigen Aussagen oder von statistischen Hypothesen rechtfertigen solche Analysen *nicht*, derartige Invarianzkriterien als aprioristische Kriterien für semantische Bedeutsamkeit aufzufassen, da stets der Bezug auf Einzelskalen möglich ist (die dann explizit zu spezifizieren sind). Ebenso stellen diese Invarianzkriterien kein aprioristisches Kriterium für empirisch-theoretische Relevanz oder pragmatische (z.B. prognostische) Brauchbarkeit dar.

Tatsächlich stehen entsprechende Fragestellungen in enger Beziehung zu den zuvor behandelten Themen, leitet sich doch der „Wert" von Relationen und Indizes, seien sie nun auf Einzelskalen bezogen oder nicht, aus der Art ihres Gebrauches her. Im wissenschaftlichen Zusammenhang wird dies in der Regel ihre Verwendung innerhalb von wissenschaftlichen *Aussagen* betreffen, womit sich die Diskussion derartiger Fragen zurückführen läßt auf das bereits für Einzelfall- und gesetzesartige Aussagen Gesagte bzw. auf den im nachfolgenden Kapitel behandelten Fall statistischer Aussagen/Hypothesen: Nicht die Indizes oder Relationen selbst sind als solche zu betrachten, sondern die Aussagen, in welchen sie Verwendung finden sollen. Ohne eine solche Einbettung muß unklar bleiben, in welcher Weise hier überhaupt ein „Bedeutsamkeitsproblem“ entstehen kann.

5 Weiterführende Literatur

Klassische Arbeiten zum Skalenniveau-Ansatz und zu der damit verbundenen, hier kritisch beleuchteten Bedeutsamkeitskonzeption sind Stevens (z.B. 1946, 1951, 1959) und Suppes und Zinnes (1963) (sowie, zum Stichwort der *possible psychophysical laws*, Luce, 1959). Auf sie folgten eine Reihe weiterführender meßtheoretischer Analysen zur Rolle von Invarianzkonzepten, in welchen sich verschiedene konzeptuelle Klärungen, technische Resultate und/oder neue Anwendungemöglichkeiten finden; siehe z.B. Pfanzagl (1971), Roberts (1979), Falmagne und Narens (1983), Narens (1985, Abschnitt 2.14), Luce et al. (1990, Kap. 22), Luce (1990) und Narens (in Vorbereitung). Die problematische Bezugnahme auf die erwähnten „klassischen“ Vorstellungen und/oder Sprechweisen erschwert aus unserer Sicht in vielen Arbeiten jedoch ein klares Verständnis der möglichen Funktion von qualitativen und skalenbezogenen Invarianzkonzepten im Forschungsprozeß. Bei entsprechender Interpretation (etwa im Sinne von Abschnitt 3) lassen sie sich jedoch gewinnbringend lesen (was gewöhnlich ein entsprechendes mathematisches Vorverständnis voraussetzt). Darstellungen, welche die in diesem Kapitel vertretenen Positionen weiter ausführen, finden sich in Mausfeld (1993, Abschnitt 5) und Niederée (1994, Abschnitt 5); die diesem Kapitel zugrundeliegende Unterscheidung von semantischer Bedeutsamkeit und der substanzwissenschaflichen Anwendung meßtheoretischer Invarianzkonzepte (vgl. Abschnitt 2 bzw. 3) wird in der letztgenannten Arbeit unter den Stichworten „*type-1*“ bzw. „*type-2 meaningfulness*“ diskutiert.

Literaturhinweise

Aczél, J. (1966). *Lectures on functional equations and their applications.* New York: Academic Press.

Aczél, J. & Roberts, F. S. (1989). On the possible merging functions. *Mathematical Social Sciences, 17*, 205–243.

Alper, T. M. (1987). A classification of all order-preserving homeomorphism groups of the reals that satisfy finite uniqueness. *Journal of Mathematical Psychology, 31*, 135–154.

Cohen, M. R. & Nagel, E. (1934). *An introduction to logic and scientific method.* London: Routledge.

Falmagne, J.-C. & Narens, L. (1983). Scales and meaningfulness of quantitative laws. *Synthese, 55*, 287–325.

Krantz, D. H., Luce, R. D., Suppes, P. & Tversky, A. (1971). *Foundations of measurement. Vol. 1.: Additive and polynomial representations.* New York: Academic Press.

Luce, R. D. (1959). On the possible psychophysical laws. *Psychological Review, 66*, 81–95.

Luce, R. D. (1962). Comments on Rozeboom's criticism of 'On the possible psychophysical laws.' *Psychological Review, 69*, 548–551.

Luce, R. D. (1978). Dimensionally invariant numerical laws correspond to meaningful qualitative relations. *Philosophy of Science, 45*, 1–16.

Luce, R. D. (1990). „On the possible psychological laws" revisited: Remarks on cross-modal matching. *Psychological Review, 97*, 66–77.

Luce, R. D., Krantz, D. H., Suppes, P. & Tversky, A. (1990). *Foundations of measurement. Vol. 3: Representation, axiomatization, and invariance.* San Diego: Academic Press.

Mausfeld, R. (1993). Von Zahlzeichen zu Skalen. In T. Herrmann & W. H. Tack (Hrsg.) *Methodologische Grundlagen der Psychologie.* (= Enzyklopädie der Psychologie, Themenbereich B, Serie I, Bd. 1, S. 558–603). Göttingen: Hogrefe.

Narens, L. (1985). *Abstract measurement theory.* Cambridge: MIT Press.

Narens, L. (in Vorbereitung). *Theories of meaningfulness.* Unveröffentlichtes Manuskript. Irvine: University of California at Irvine, Institute for Mathematical Behavioral Sciences.

Narens, L. & Mausfeld, R. (1992). On the relationship of the psychological and the physical in psychophysics. *Psychological Review, 99*, 467–479.

Niederée, R. (1994). There is more to measurement than just measurement: Measurement theory, symmetry, and substantive theorizing. *Journal of Mathematical Psychology, 38*, 527–593.

Pfanzagl, J. (1971). *Theory of measurement* (2. rev. Aufl.). Würzburg: Physica.

Roberts, F. S. (1979). *Measurement theory, with applications to utility, decision making, and the social sciences.* Reading: Addison-Wesley.

Rozeboom, W. W. (1962). The untenability of Luce's principle. *Psychological Review, 69*, 542–547.

Stevens, S. S. (1946). On the theory of scales of measurement. *Science, 103*, 677–680.

Stevens, S. S. (1951). Mathematics, measurement and psychophysics. In S. S. Stevens (Ed.), *Handbook of experimental psychology.* (S. 1–49). New York: Wiley.

Stevens, S. S. (1959). Mathematics, measurement and utility. In C. W. Churchman & P. Ratoosh (Eds.), *Measurement: Definitions and theories* (S. 18–63). New York: Wiley.

Suppes, P. & Zinnes, J. (1963). Basic measurement theory. In R. D. Luce, R. R. Bush & E. Galanter (Eds.), *Handbook of mathematical psychology* (Vol. 1, S. 1–76). New York: Wiley.

Weyl, H. (1952). *Symmetry.* Princeton: Princeton University Press.